



Institución Universitaria

Estudio Numérico y Experimental de la Doble Mejora Pasiva en Intercambiadores de Calor Turbotec®

Miyer Jaiver Valdes Ortiz

Instituto Tecnológico Metropolitano

Facultad de Ingenierías

Medellín, Colombia

2018

Estudio Numérico y Experimental de la Doble Mejora Pasiva en Intercambiadores de Calor Turbotec®

Miyer Jaiver Valdes Ortiz

Tesis o trabajo de investigación presentada como requisito parcial para optar al título de:
Magister en Gestión Energética Industrial

Director:

Magister Juan Gonzalo Ardila Marin

Codirector:

Doctor Darío Colorado Garrido

Línea de Investigación:

Computación Avanzada, Diseño Digital y Procesos de Manufactura (CADD- ProM)

Grupo de Investigación:

Materiales Avanzados y energía (MATyER)

Instituto Tecnológico Metropolitano

Facultad de Ingenierías

Medellín, Colombia

2018

*A mis padres Dairo de Jesús Valdés Rianza y
Gilma Rosa Ortiz. Por instruirme como
persona al darme valores fundamentales. A mi
hermana Jeidy Nadine Valdés Ortiz y mi
sobrina Paulina Gómez Valdés.*

Agradecimientos

Mi más sincero agradecimiento a todas las personas que con su apoyo, consejo y asesoría hicieron posible este trabajo.

Al grupo de investigación Materiales Avanzados y Energía (MATyER) en especial a la línea CADD por permitirme realizar los trabajos de Maestría en Gestión Energética Industrial en sus laboratorios.

Al Magíster Juan Gonzalo Ardila Marin y al Doctor Darío Colorado Garrido por confiar en mi para la ejecución de este proyecto y por invertir su tiempo en mi formación.

A todos mis profesores que durante la maestría ayudaron a constituir mi formación académica compartiendo sus conocimientos.

A la agencia de educación superior de Medellín Sapiencia por el apoyo económico para la realización de la maestría.

Gracias por sus expresiones de apoyo y sobre todo por su amistad.

Los resultados de este trabajo han sido seleccionados para ser publicados en la revista "Chemical Engineering Transactions" con ISSN: 2283-9216 con el título "Numerical study of the effect of a passive technique in tube-in-tube helical heat exchanger" DOI: 10.3303/CET1870250 <http://www.aidic.it/cet/18/70/250.pdf>.

Resumen

En el ámbito científico ha crecido el estudio de las espirales y hélices como técnica pasiva de incremento en la tasa de transferencia de calor en intercambiadores, y más recientemente, de la corrugación superficial de la espiral para el incremento de la turbulencia y del área de transferencia. Sin embargo, faltan por desarrollar correlaciones que permitan predecir el comportamiento del fluido externo de intercambiadores de tubo torsionado helicoidal. En este proyecto se propuso obtener el modelo de correlación para el número Nusselt en función del número Dean y de un parámetro geométrico asociado a la segunda mejora pasiva, en intercambiadores de calor Turbotec® a partir de datos experimentales, y estudiar numéricamente el efecto de las mejoras pasivas; estas correlaciones permitirán la selección de intercambiadores en función del número Nusselt requerido. Se encontró un aumento en la transferencia de calor del 284, 218, 180, y 155% para el régimen de flujo laminar con números Dean de 840, 1641, 2420 y 3247 respectivamente para las pruebas experimentales y un aumento del 44, 46, 47, 48 y 48% para las pruebas numéricas en régimen de flujo turbulento con números Dean de 4411, 4877, 5340, 5806 y 6034 respectivamente. Los resultados de este trabajo han sido seleccionados para ser publicados en la revista "Chemical Engineering Transactions" con ISSN: 2283-9216 con el título "Numerical study of the effect of a passive technique in tube-in-tube helical heat exchanger".

Palabras clave: Intercambiadores de calor, mejora pasiva, tubo curvado, tubo torsionado, simulación numérica, ANSYS, CFD, CFX, métodos experimentales.

Abstract

In scientific area, the study of spirals and helices has increased as a passive technique of increasing the rate of heat transfer in exchangers, and more recently, for the increase of the turbulence and the transfer area, the surface corrugation of the spiral has been studied. However, correlations are still need to predict the behavior of the external fluid of helical twist tube exchangers. In this project, was proposed to obtain the correlation model for Nusselt number as function of Dean number and a geometric parameter associated with the second passive improvement, in Turbotec® heat exchangers from experimental data, and to study the effect of passive improvements numerically; these correlations will allow selection of exchangers according to Nusselt number required. An increase in heat transfer of 284, 218, 180, and 155% was found for laminar flow regime in experimental tests with numbers Dean 840, 1641, 2420 and 3247 respectively, and an increase of 44, 46, 47, 48 and 48% for numerical tests of turbulent flow regime with numbers Dean 4411, 4877, 5340, 5806 and 6034 respectively. The results of this work have been selected to be published in the journal "Chemical Engineering Transactions" ISSN: 2283-9216 with title "Numerical study of the effect of a passive technique in tube-in-tube helical heat exchanger".

Key words: Heat exchangers, passive improvement, curved tube, torsion tube, numerical simulation, ANSYS, CFD, CFX, experimental methods.

Contenido

	Pág.
Resumen	IX
Lista de figuras	XIII
Lista de tablas	XV
Lista de Símbolos y abreviaturas	XVI
Introducción	1
1. Estado del arte	5
1.1 Introducción	5
1.1.1 Geometrías de intercambiadores con mejora pasiva simple.....	6
1.1.2 Geometrías de intercambiadores con mejora pasiva doble	10
1.2 Estudios CFD	12
1.2.1 Correlaciones para transferencia de calor	13
1.3 Transferencia de calor	15
2. Ecuaciones de transporte	17
2.1 Ecuación de continuidad	17
2.2 Ecuación de momentum	17
2.3 Ecuación de energía.....	18
2.4 Ecuaciones k - ϵ estándar.....	19
3. Metodología	23
3.1 Metodología experimental.....	23
3.2 Metodología numérica	29
3.2.1 Desarrollo de las geometrías.....	30
3.2.2 Discretización del volumen.....	33
3.2.3 Simulación numérica	35
4. Resultados	41
4.1 Resultados experimentales.....	41
4.2 Resultados numéricos	44
4.3 Modelos de correlación.....	55
5. Conclusiones y recomendaciones	57
5.1 Conclusiones	57
5.2 Recomendaciones	59

A. Anexo: Propagación del error	61
B. Anexo: Desarrollo de correlaciones para el número Nusselt	65
Bibliografía	77

Lista de figuras

	Pág.
Figura 1-1: Inserciones en cintas a) Inserto cinta de aleta escalonada. Modificado de [16]. b) Inserto cinta torsionada. Modificado de [7].	7
Figura 1-2: Tubos rectos con modificación helicoidal a) inserto de resortes. Modificado de [18]. b) inserto de resortes, y hoyuelos. Modificado de [11]. c) tubo corrugado. Modificado de [17].	7
Figura 1-3: Configuraciones tubo sección transversal cuadrada. a) tubo recto. b) tubo espiral cónico. c) tubo enrollado helicoidalmente. d) tubo espiral plano. Modificado de [10].	8
Figura 1-4: Tubo enrollado con un patrón rectangular. Modificado de [28].	9
Figura 1-5: Tubo enrollado helicoidalmente a) tubo con membrana. Modificado de [29]. b) tubo en tanque de almacenamiento. Modificado de [22]. c) tubo concéntrico. Modificado de [25].	9
Figura 1-6: Doble mejora en tubos rectos. a) tubo con nervios helicoidales integrados y con inserto de cinta torsionada con ranuras. Modificado de [40]. b) tubo con bobina de alambre y con la cinta. Modificado de [15]. c) tubo corrugado helicoidalmente con insertos torsionados. Modificado de [43]. d) insertos torsionados en paralelo y en contraflujo con respecto a la dirección del corrugado helicoidal. Modificado de [45].	10
Figura 1-7: Tubos enrollados helicoidalmente. a) tubo concéntrico con deflectores laminados. Modificado de [49]. b) tubos helicoidales concéntricos con soportes triangulares. Modificado de [51].	11
Figura 1-8: Tubos enrollados helicoidalmente a) tubo helicoidal corrugado helicoidalmente. Modificado de [12]. b) con corrugado helicoidal de dos vueltas. Modificado de [13]. c) tubos helicoidales de una y cuatro entradas. Modificado de [54].	12
Figura 3-1: Banco experimental para el intercambiador de calor. Fuente propia.	24
Figura 3-2: Intercambiador de calor experimental. Fuente propia.	25
Figura 3-3: Intercambiador de calor modelado. Fuente propia.	31
Figura 3-4: Sección transversal del tubo del intercambiador de calor. Fuente propia. .	31
Figura 3-5: Mallado de la geometría A y la geometría modificada. Fuente propia.	33
Figura 3-6: Gráfica para elección del criterio de convergencia. Fuente propia.	34
Figura 3-7: Estudio de independencia de malla. Fuente propia.	35
Figura 3-8: Condiciones de frontera para el intercambiador de calor. Fuente propia. ..	37
Figura 3-9: Planos de corte para los contornos de velocidad y temperatura del flujo externo. Fuente propia.	38
Figura 4-1: Curva experimental del número Nusselt versus número Reynolds en el intercambiador de calor Turbotec®. Fuente propia.	42

Figura 4-2: Curva experimental del número coeficiente global de transferencia de calor versus número Dean en el intercambiador de calor Turbotec®. Fuente propia.	43
Figura 4-3: Campos de velocidad para los fluidos internos de los cinco intercambiadores de calor con $De = 1000$ para el tubo interno y con $De = 4411$ para el tubo externo. Fuente propia.	45
Figura 4-4: Campos de temperatura para los fluidos internos de los cinco intercambiadores de calor con $De = 1000$ para el tubo interno y con $De = 4411$ para el tubo externo. Fuente propia.	46
Figura 4-5: Campos de velocidad para los fluidos externos de los cinco intercambiadores de calor con $De = 1000$ para el tubo interno y con $De = 4411$ para el tubo externo. Fuente propia.	48
Figura 4-6: Campos de temperatura para los fluidos externos de los cinco intercambiadores de calor con $De = 1000$ para el tubo interno y con $De = 4411$ para el tubo externo. Fuente propia.	49
Figura 4-7: Número Nusselt versus número Dean para el flujo externo del intercambiador, con $De = 1000$ para el tubo interno. Fuente propia.	50
Figura 4-8: Coeficiente global de transferencia de calor para el tubo externos versus número Dean con $De = 1000$ para el tubo interno. Fuente propia.	51
Figura 4-9: Vectores de velocidad del flujo interno proyectados tangencialmente. Fuente propia.	52
Figura 4-10: Vectores de velocidad del flujo externo proyectados tangencialmente. Fuente propia.	53
Figura 4-11: Desarrollo del número Nusselt a través de los intercambiadores de calor. Fuente propia.	54
Figura 4-12: Factor de fricción vs número Dean de los intercambiadores de calor. Fuente propia.	55
Figura 4-13: Factor de fricción vs número Dean de los intercambiadores de calor. Fuente propia.	56

Lista de tablas

	Pág.
Tabla 1-1: Correlaciones de varios autores.....	14
Tabla 2-1: Valores experimentales para las cinco constantes.....	21
Tabla 3-1: Número Prandtl en las pruebas experimentales. Elaboración propia.....	29
Tabla 3-2: Dimensiones del intercambiador de calor. Fuente [49]......	30
Tabla 3-3: Descripción de las Geometrías desarrolladas. Fuente Propia.	32
Tabla 3-4: Número de elementos de las mallas seleccionadas para cada geometría. Fuente propia.	35
Tabla 3-5: Condiciones de frontera para el intercambiador de calor. Fuente propia. ...	36
Tabla 5-1: Datos obtenidos en los experimentos. Fuente propia.	65
Tabla 5-2: Estructura de los datos para la regresión lineal múltiple. Fuente propia. ...	66
Tabla 5-3: Número Prandtl obtenido en las simulaciones. Fuente propia.	70
Tabla 5-4: Datos obtenidos en las simulaciones. Fuente propia.....	70
Tabla 5-5: Estructura de los datos para la regresión lineal múltiple. Fuente propia. ...	72

Lista de Símbolos y abreviaturas

Símbolos con letras latinas

Símbolo	Término	Unidad SI	Definición
A	Área transversal	mm^2	
A_p	Área de la pared del tubo interno	mm^2	
c_p	Calor específico	$\frac{J}{\text{kgK}}$	Ec. (3.11)
D	Diámetro	mm	Tabla 3-2
D_b	Diámetro de hélice	mm	Figura 3-3
De	Número Dean		Ec. (1.3)
D_h	Diámetro hidráulico	mm	Tabla 3-2
E	Energía específica	$\frac{m^2}{s^2}$	Ec. (2.4)
e_{cin}	Energía cinética	$\frac{m^2}{s^2}$	Ec. (2.5)
e_{int}	Energía interna	$\frac{m^2}{s^2}$	Ec. (2.6)(2.5)
F	Fuerza	N	
G	Número de torsiones		
k	Energía de turbulencia cinética	$\frac{m^2}{s^2}$	Ec. (2.9)
Nu	Número Nusselt		Ec. (1.1)
p	Presión	$\frac{N}{m^2}$	
P	Paso	mm	Tabla 3-2
Ph	Perímetro hidráulico	mm	
P_k	Producción de energía	$\frac{m^2}{s^2}$	Ec. (2.10)
Pr	Número Prandtl		Ec. (1.4)
\dot{Q}	Tasa de transferencia de calor	J	Ec. (3.6)
Re	Número Reynolds		Ec. (1.2)
Rec	Número Reynolds crítico		Ec. (3.26)
T	Temperatura	$^{\circ}\text{C}$	
\bar{T}_m	Temperatura promedio en el tubo externo	$^{\circ}\text{C}$	
T_p	Temperatura de pared	$^{\circ}\text{C}$	Ec. (3.4)
U	Coeficiente global de transferencia de calor	$\frac{W}{m^2K}$	Ec. (3.5)
u_i	Vector de velocidad	$\frac{m}{s}$	
u_*	Velocidad de corte	$\frac{m}{s}$	
∇	Caudal	GPM	

Símbolos con letras griegas

Símbolo	Término	Unidad SI	Definición
\varnothing	Diámetro	mm	Figura 3-3
ρ	Densidad	$\frac{kg}{m^3}$	Ec. (3.10)
μ	Viscosidad dinámica	$\frac{kg}{ms}$	Ec. (3.13)
μ_t	Viscosidad de turbulencia	$\frac{kg}{ms}$	Ec. (2.8)
δ	Curvatura		Ec. (3.24)
λ	Conductividad térmica	$\frac{W}{mK}$	Ec. (3.12)
ε	Disipación de remolinos de turbulencia	$\frac{m^2}{s^3}$	Ec. (2.11)

Subíndices

Subíndice	Término
<i>b</i>	Hélice
<i>e</i>	Entrada
<i>i</i>	Tubo interno
<i>max</i>	Valor máximo
<i>min</i>	Valor mínimo
<i>o</i>	Tubo externo
<i>p</i>	Pared
<i>s</i>	Salida

Abreviaturas

Abreviatura	Término
<i>CFD</i>	Computational fluid dynamics

Introducción

Piscinas y spas se han convertido en características estándar en hoteles, complejos de apartamentos, clubes de salud e instalaciones recreativas; muchos de estos lugares calientan sus piscinas para extender el tiempo de natación y mantenerlo a una temperatura confortable, pero las piscinas y spas pueden ser grandes consumidores de energía [1]. Una bomba de calor para piscinas transfiere calor desde el aire atmosférico hacia el agua de la piscina usando un gas refrigerante como intermediario, dicho gas toma calor de la atmosfera circundante y pasa por el intercambiador de calor donde el agua absorbe su energía térmica [2], el calor del aire atmosférico es de baja calidad y los dispositivos que permiten su aprovechamiento son ambientalmente valorados. Otro dispositivo útil y ambientalmente amigable son los sistemas de calentamiento solar de agua doméstica (*Solar Domestic Hot Water* – SDHW) que aprovecha la energía térmica del Sol. Los intercambiadores de calor de doble mejora pasiva Turbotec® fueron diseñados específicamente para el uso de las bombas de calor y los SDHW para que el agua “dura” de las piscinas no pasará directamente a través de los sistemas de calefacción, por tal motivo están contruidos con titanio para el tubo interior y PVC de alta calidad para la tubería exterior, que soportan los efectos de cloruros y otros productos químicos propios del agua de piscinas o spas, la alta resistencia química natural de ambos materiales hace de estos intercambiadores ideales para estas aplicaciones, pero su mayor atractivo se asocia al notable incremento de la transferencia de calor debido a su doble mejora pasiva, lo que los hace más compactos que otros intercambiadores disponibles [3].

Los intercambiadores de calor de doble mejora pasiva ofrecen varias ventajas sobre los intercambiadores de calor de tubo convencionales debido al flujo secundario causado por la fuerza centrífuga que aumenta la transferencia de calor; su tamaño compacto, flujo sin trabas y su ligero peso, que los hacen ideales para diversas aplicaciones [2]. El desarrollo de los modelos de correlación del número Nusselt en función del número Dean y del parámetro geométrico del torsionado para los intercambiadores con doble mejora pasiva tipo Turbotec® ayudarán a predecir su comportamiento permitiendo su selección y

dimensionamiento, y promoviendo su uso, lo que podrá incrementar, en el largo plazo, la utilización de tecnologías como bomba de calor y SDHW, disminuyendo el consumo de energía eléctrica y combustibles fósiles en la calefacción de piscinas y spas.

Descripción del problema

La transferencia de calor de un intercambiador depende en gran medida el tipo de fluido que circula por él, conocer las propiedades del fluido y su dependencia de la temperatura es esencial para su análisis. La variación de temperatura a lo largo del paso del flujo afecta a las propiedades del fluido y causan cambios en el coeficiente de transferencia de calor, la viscosidad, conductividad térmica y capacidad calorífica de un fluido son las propiedades más sensibles a la temperatura [4], en el estudio de intercambiadores es común la suposición de propiedades constantes, lo cual aleja los resultados de la realidad experimental. El aumento de la transferencia de calor en los tubos en hélice con diferentes técnicas adicionales como la ondulación de la pared interior, inserciones de cinta hélice o el torsionado del tubo interno, ha sido poco examinado; investigaciones experimentales se han llevado a cabo en tubos que contienen insertos especiales o a los que se les implementan geometrías novedosas, para estudiar la velocidad de transferencia de calor y caída de presión por [5], lamentablemente, la mayoría de estos estudios y resultados publicados se limitan a la teoría, y es necesario validarlos de manera experimental.

Se manifestó que el uso de dos técnicas pasivas simultáneas es más eficiente en el aumento de la transferencia de calor en comparación con la utilización de estas técnicas por separado [6]. Aunque [5] aborda el problema de incrementar la transferencia de calor en tubos en hélice con técnicas pasivas como el torsionado o el tallado de hélices alrededor del tubo, lo hace de forma teórica y propone correlaciones que deben ser evaluadas en dispositivos experimentales similares a las aplicaciones reales que tendrán los intercambiadores de calor de tubo helicoidal, o en lo posible, es necesario desarrollar correlaciones empíricas que validen los modelos numéricos y sirvan como herramientas para facilitar el diseño de aplicaciones de los intercambiadores e incentivar su fabricación, comercialización y uso en la industria local.

Hipótesis

Se puede predecir la transferencia de calor que experimenta el fluido externo en intercambiadores de calor de tubo torsionado helicoidalmente mediante correlaciones del

número Nusselt en función del número Dean y de un parámetro geométrico del torsionado del tubo, siendo estas correlaciones de gran utilidad en la selección, dimensionamiento, comercialización y uso de los intercambiadores.

Objetivo General

Obtener el modelo de correlación para el número Nusselt en función del número Dean en intercambiadores de calor Turbotec® a partir de datos experimentales, y además, numéricamente, en función de un parámetro geométrico asociado al torsionado, tal que permita la selección del intercambiador en función del número Nusselt requerido.

Objetivos específicos

1. Obtener la correlación entre el número Nusselt y el número Dean en el fluido de un intercambiador de calor tipo tubo torsionado Turbotec® a partir de pruebas experimentales.
2. Obtener un modelo computacional del intercambiador de calor tipo tubo torsionado Turbotec® para obtener el número Nusselt variando la geometría y el número Dean.
3. Determinar el modelo de correlación para el número Nusselt en función del número Dean y de un parámetro geométrico asociado a la segunda mejora pasiva, que determine la selección de intercambiadores de calor tipo tubo torsionado Turbotec®, dependiendo del número Nusselt requerido, a partir de los resultados obtenidos en los estudios numérico y experimental.

1.Estado del arte

1.1 Introducción

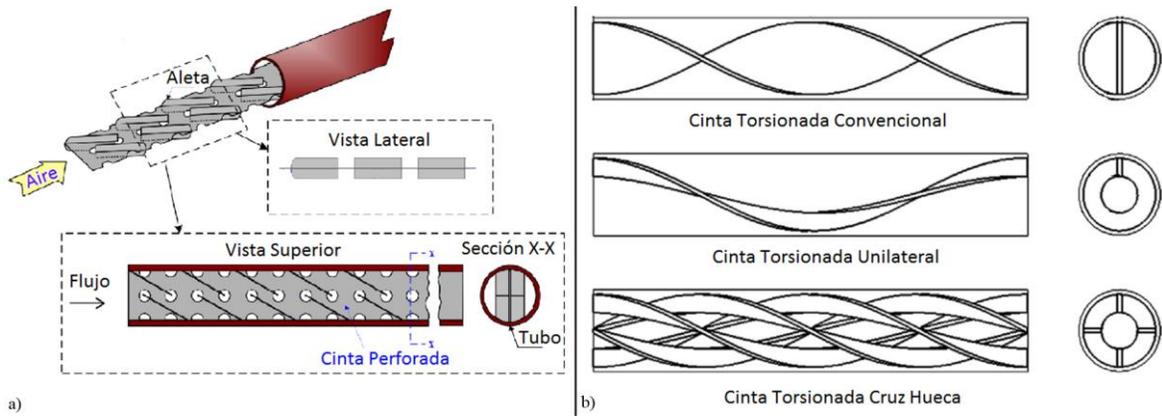
Los intercambiadores son dispositivos usados para la transferencia de calor de un fluido a otro sin mezclarse, estos son fundamentales en muchas aplicaciones industriales como los sistemas de refrigeración, calefacción, aire acondicionado, producción agrícola, generación de vapor, plantas de cogeneración y de procesamiento químico, entre otras [7]; el tipo más simple de intercambiador consta de dos tubos concéntricos de diámetros diferentes, llamado intercambiador de calor de tubo doble; quizá el tipo más común de intercambiador de calor en las aplicaciones industriales sea el de tubos y coraza. Estos intercambiadores de calor contienen un gran número de tubos empacados en un casco con sus ejes paralelos al de éste [8]. Mejorar el rendimiento de los intercambiadores es muy importante ya que está relacionado con el ahorro de energía [7]. Con este fin se han desarrollado dos tipos de técnicas principales las activas y las pasivas, las técnicas activas requieren alimentación externa como vibración o campos magnéticos y las técnicas pasivas requieren insertos o deformaciones en la superficie de la tubería sin necesidad de alimentaciones externas [6]. La técnica pasiva con curvado del tubo es la más usada por su tamaño compacto y alto coeficiente de transferencia de calor, producido por el patrón de los flujos secundarios que fue estudiado por [9] desde 1927. Las técnicas de mejora simple por su parte consisten en el inserto de resortes, cintas torsionadas y cintas escalonadas en tubos rectos; el corrugado del tubo o el curvado del mismo [7], [10], [11]. Otra de las técnicas es la de doble mejora, la cual es una combinación de dos mejoras simples [12], como un tubo curvado con insertos de resortes, corrugado o deflectores; o un tubo recto con insertos de cintas y corrugado [5], [13]–[15]. Siendo la técnica de mejora pasiva la preferida, han sido desarrolladas diferentes geometrías para el incremento de la transferencia de calor. A continuación se presentan los intercambiadores de calor de mejora pasiva reportados en la literatura, se comenzará por la descripción de las geometrías de tubos de mejora simple y doble, luego se presentarán los autores que han realizado estudios CFD a los intercambiadores de doble mejora, se presentará una tabla

con las correlaciones para transferencia de calor tanto para mejora simple como doble halladas por diferentes autores y finalizando se reportarán los resultados hallados para transferencia de calor en tubos de doble mejora.

1.1.1 Geometrías de intercambiadores con mejora pasiva simple

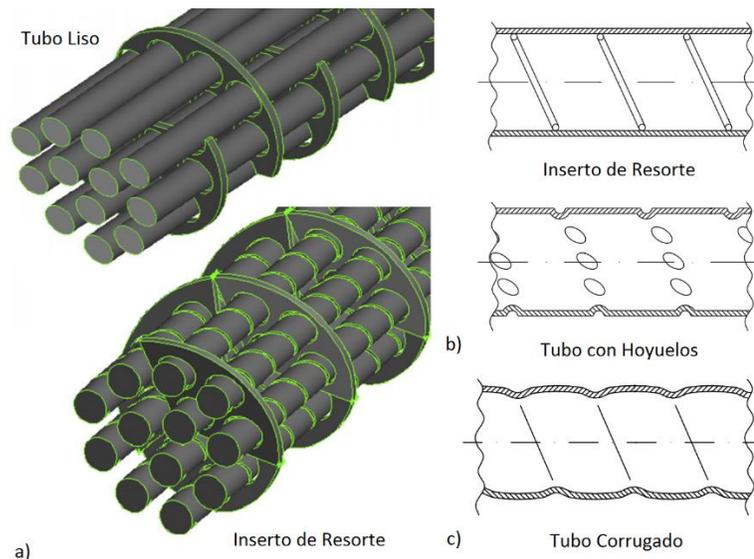
El uso de una técnica de mejora puede ser restringido a una aplicación específica: por ejemplo, los tubos corrugados y con hoyuelos son aplicables en la industria alimentaria mientras los insertos no, debido a problemas de higiene; en la industria petroquímica, no está permitido el uso de tubos deformados mecánicamente por razones de seguridad, sin embargo, el uso de insertos no presenta ningún problema; en las calderas y sistemas de recuperación de calor, los insertos se utilizan con frecuencia debido a su fácil extracción para operaciones de limpieza [11]. En muchos sistemas de intercambiadores de calor convencionales, el rendimiento térmico es generalmente pobre debido al desarrollo de la capa límite térmica, dando lugar a un bajo coeficiente de transferencia de calor por convección entre fluido y superficie caliente, se necesita una capa límite térmica más delgada en la superficie calentada para mejorar la transferencia de calor por convección y la reducción de la resistencia térmica global [16]. El coeficiente de transferencia de calor en flujo turbulento se incrementa mezclando el flujo en la capa límite y también aumentando el nivel de turbulencia del flujo [17]. Para lograr estos aumentos se deforma la superficie del tubo o se realizan inserciones en el mismo; [16] estudió varios insertos de cinta perforada de aleta escalonada comparándolos con uno de cinta no perforada, los dos tipos de cintas conservan las mismas relaciones de altura y paso del escalonado con el diámetro del tubo, y la relación del área de las perforaciones con el área total fue equivalente a la relación de la porosidad del inserto, ver Figura 1-1 a. el referente [7] estudió insertos de cinta torsionada con tres combinaciones una cinta atravesando el tubo, con un tubo interno y un inserto y con un tubo interno y cuatro insertos, todas estas cintas tenían la misma relación entre el paso de la cinta y el ancho, ver Figura 1-1 b.

Figura 1-1: Inserciones en cintas a) Inserto cinta de aleta escalonada. Modificado de [16]. b) Inserto cinta torsionada. Modificado de [7].



El referente [18] comparó un intercambiador de calor de coraza con tubos rectos lisos y tubos rectos con insertos de resortes, con los diámetros de tubos igual para los dos casos, ver Figura 1-2 a. [11] comparó tres tubos: el tubo liso con inserto de resortes, el tubo corrugado y el tubo con hoyuelos, ver Figura 1-2 b. [17] estudió el tubo corrugado con diferentes parámetros de geometría variando la profundidad del corrugado y el paso, conservando en todos los mismos diámetros de tubo, ver Figura 1-2 c. [19] estudió el tubo recto con rugosidad tipo arena con diferentes relaciones de profundidad de rugosidad y diámetro del tubo, y diferentes relaciones de profundidad de rugosidad y longitud del tubo.

Figura 1-2: Tubos rectos con modificación helicoidal a) inserto de resortes. Modificado de [18]. b) inserto de resortes, y hoyuelos. Modificado de [11]. c) tubo corrugado. Modificado de [17].



Además de las mejoras mostradas anteriormente está el intercambiador enrollado helicoidalmente, el cual se ha reportado ampliamente en la literatura por su alta tasa de transferencia de calor en comparación con los tubos rectos debido a su estructura compacta y alto coeficiente de transferencia de calor [4], [20], la característica más prominente del flujo en los intercambiadores enrollados helicoidalmente es el flujo secundario inducido por la fuerza centrífuga debido a la curvatura de la tubería que empuja las partículas de fluido hacia la región central y produce un campo de flujo secundario que mejora la transferencia de calor [10], [21], [22]. En consecuencia, la transferencia de calor y el factor de fricción en los intercambiadores son significativamente mayores que en las tuberías rectas [23]–[25]. Dean escribió las ecuaciones de Navier-Stokes en una estructura de coordenadas cilíndricas, y, bajo la hipótesis de pequeñas curvaturas y pequeños números de Reynolds, derivó potentes soluciones en serie para la función de corriente del movimiento secundario y para la velocidad axial. A partir de su análisis un nuevo parámetro surgió, el número de Dean (De), que se acopla junto a la inercia y los efectos centrífugos [26].

Los siguientes autores han estudiado esta mejora en los intercambiadores de calor: [26] comparó un tubo enrollado helicoidalmente con un tubo recto, teniendo el tubo recto la longitud del tubo enrollado [27], Kurnia et al. estudiaron tres configuraciones de tubos con sección transversal cuadrada [10], ver Figura 1-3, y las compararon con un tubo recto de una sección transversal y longitud idéntica. El autor [28] investigó un tubo enrollado interna y externamente con un patrón rectangular y curvado, como se muestra en la Figura 1-4.

Figura 1-3: Configuraciones tubo sección transversal cuadrada. a) tubo recto. b) tubo espiral cónico. c) tubo enrollado helicoidalmente. d) tubo espiral plano. Modificado de [10].

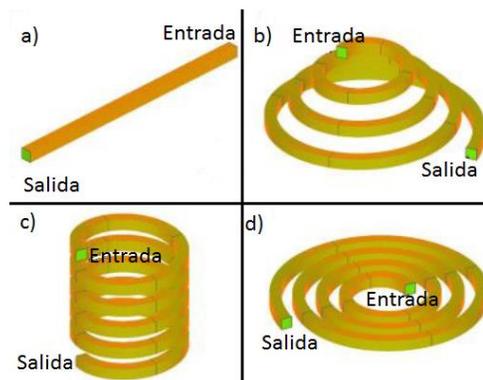
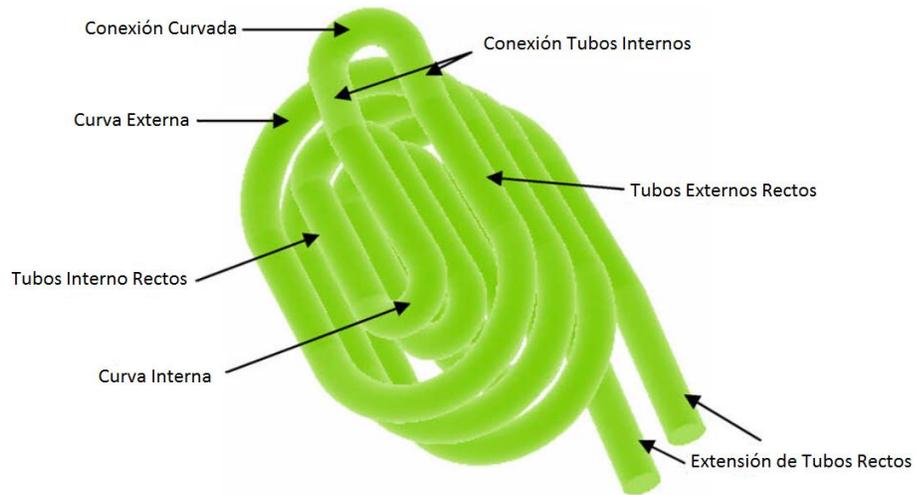
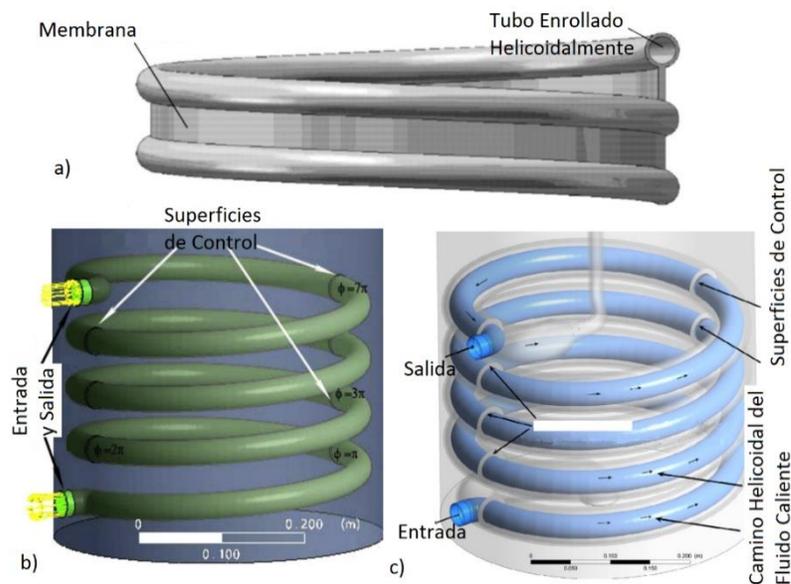


Figura 1-4: Tubo enrollado con un patrón rectangular. Modificado de [28].



La geometría más estudiada es la del tubo enrollado helicoidalmente, hay muchos tipos de configuraciones para esta geometría como la de [29] quien estudió un tubo enrollado con membrana, ver Figura 1-5 a; los autores [30]–[39] han estudiado un tubo enrollado helicoidalmente ubicado en el interior de un tanque de almacenamiento, ver Figura 1-5 b; [21], [25] han estudiado un intercambiador de calor de tubos concéntricos enrollado helicoidalmente, ver Figura 1-5 c.

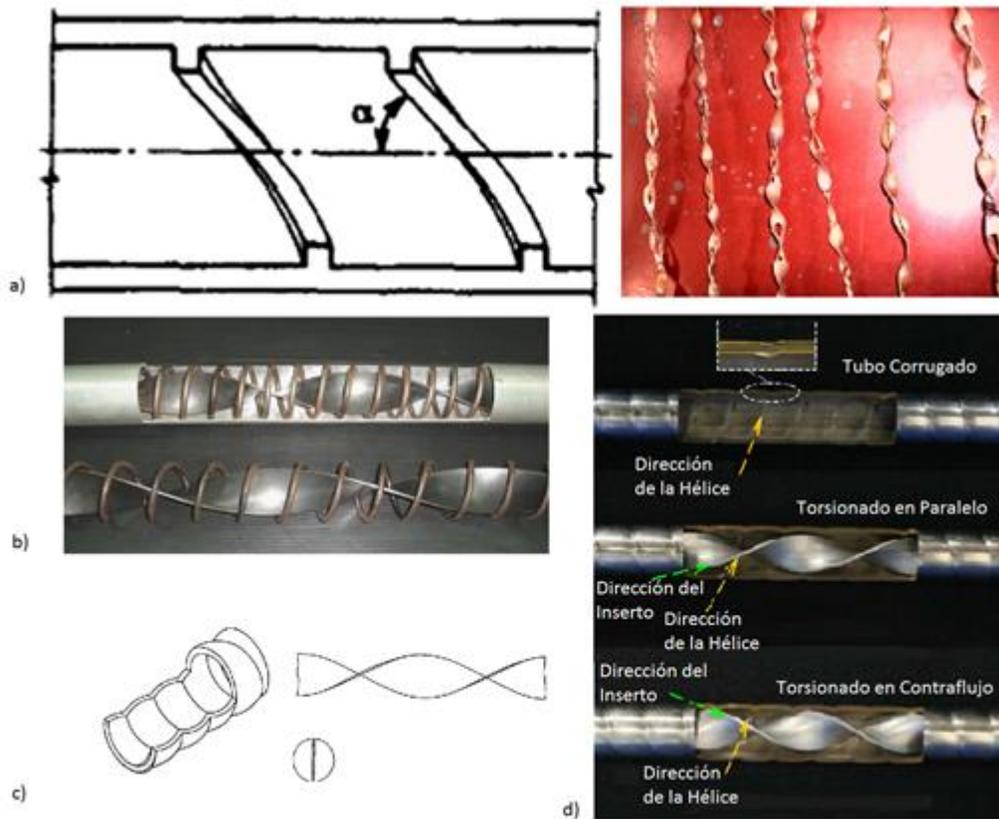
Figura 1-5: Tubo enrollado helicoidalmente a) tubo con membrana. Modificado de [29]. b) tubo en tanque de almacenamiento. Modificado de [22]. c) tubo concéntrico. Modificado de [25].



1.1.2 Geometrías de intercambiadores con mejora pasiva doble

Además de la mejora pasiva simple esta la doble mejora que consiste en la combinación de dos mejoras simples, el uso simultáneo de dos mejoras ha sido investigado por varios autores, [40] estudió un tubo con nervios helicoidales integrados y con un inserto de cinta torsionada con ranuras en el medio, ver Figura 1-6 a. [15] experimentó con una bobina de alambre (resorte) con la cinta torsionada en su interior, ver Figura 1-6 b. [41]–[44] estudiaron un tubo corrugado helicoidalmente con insertos torsionados, ver Figura 1-6 c. el referente [45] comparó dos arreglos de insertos torsionados en paralelo y en contraflujo con respecto a la dirección del corrugado helicoidal del tubo, ver Figura 1-6 d.

Figura 1-6: Doble mejora en tubos rectos. a) tubo con nervios helicoidales integrados y con inserto de cinta torsionada con ranuras. Modificado de [40]. b) tubo con bobina de alambre y con la cinta. Modificado de [15]. c) tubo corrugado helicoidalmente con insertos torsionados. Modificado de [43]. d) insertos torsionados en paralelo y en contraflujo con respecto a la dirección del corrugado helicoidal. Modificado de [45].



Los autores [46], [47] estudiaron los intercambiadores de calor con doble mejora que consistía en tubo curvado y torsionado. [48] experimentaron un intercambiador de calor enrollado helicoidalmente con corrugado también helicoidal. [49] investigaron un intercambiador helicoidal de tubo concéntrico con deflectores laminados para generar turbulencia y mantener la concetricidad de los tubos, ver Figura 1-7 a. [14], [50], [51] experimentaron con tubos helicoidales concéntricos con soportes triangulares entre los tubos que inducen una segunda mejora pasiva, ver Figura 1-7 b. [52] estudió un tubo enrollado helicoidalmente con un resorte insertado en el tubo, [6], [12] compararon un tubo recto corrugado helicoidalmente con un tubo helicoidal corrugado de la misma forma, ver Figura 1-8 a. Los referentes [5], [13] analizaron un tubo enrollado helicoidalmente con corrugado helicoidal de dos vueltas, ver Figura 1-8 b. [53] realizó la comparación de tubos concéntricos rectos lisos y helicoidales de una y cuatro entradas, ver Figura 1-8 c.

Figura 1-7: Tubos enrollados helicoidalmente. a) tubo concéntrico con deflectores laminados. Modificado de [49]. b) tubos helicoidales concéntricos con soportes triangulares. Modificado de [51].

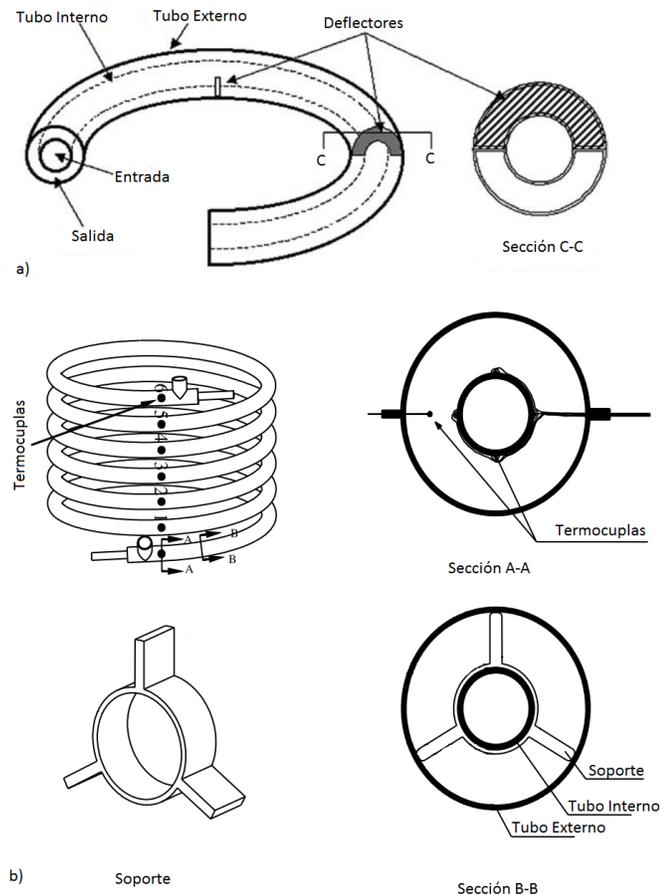
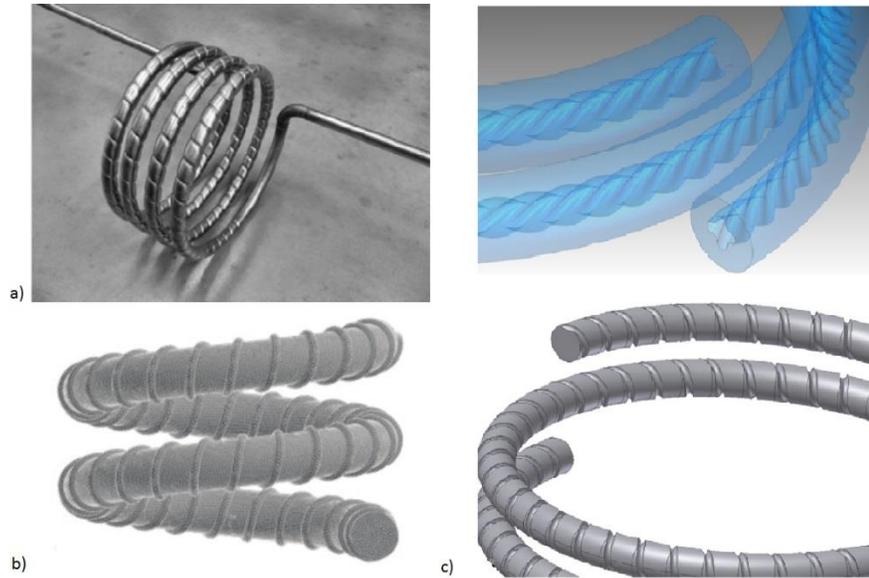


Figura 1-8: Tubos enrollados helicoidalmente a) tubo helicoidal corrugado helicoidalmente. Modificado de [12]. b) con corrugado helicoidal de dos vueltas. Modificado de [13]. c) tubos helicoidales de una y cuatro entradas. Modificado de [54].



1.2 Estudios CFD

Computational Fluid Dynamics (CFD) es una rama de la mecánica de fluidos que utiliza métodos numéricos, como el de volúmenes finitos, para el análisis de fenómenos en los fluidos [53]. Los programas CFD permiten predecir resultados numéricos aproximados a los resultados experimentales, esta validación ha sido ampliamente reportada en la literatura [49]; la precisión de los resultados obtenidos depende de la configuración de la simulación en la cual se adoptan modelos de turbulencia como $k-\varepsilon$, $k-\omega$, DNS , RSM , SST y algoritmos como $SIMPLE$, $SIMPLEC$, $PISO$, etc. [26], estudiaron la incidencia de los modelos de turbulencia en los resultados de las simulaciones, afirmando que el modelo $RSM-\omega$ para flujos turbulentos mayores a 14000 Reynolds da resultados excelentes comparados con los resultados experimentales. [39] concluyó que el modelo SST da la mejor predicción para el coeficiente de transferencia de calor experimental, y el error máximo entre los datos experimentales y las predicciones del modelo SST está dentro de 10%. Los autores [4], [21], estudiaron numéricamente los efectos de las propiedades termo-dependientes del fluido en los intercambiadores de calor. [4], [23], [34], [38] encontraron que las predicciones de CFD coinciden razonablemente con los resultados experimentales. [4] afirmó que las predicciones de CFD coinciden con los resultados

experimentales dentro de los límites de error experimental del 5%. El referente [49] afirmó que las predicciones numéricas para la hidrodinámica y la transferencia de calor totalmente desarrollada estaban en buen acuerdo con los resultados experimentales con un error entre el 4% y 10%.

1.2.1 Correlaciones para transferencia de calor

Se han reportado correlaciones para la transferencia de calor por diversos autores como resultado de sus estudios, tanto experimental, como numérico, según la naturaleza de las correlaciones disponibles en la literatura (ver Tabla 1-1) se evidencia que se definen en términos del número Nusselt (Nu) tal como se define en la Ecuación (1.1), este proporciona una medida de transferencia de calor por convección; este se define en función del número Reynolds representado por la Ecuación (1.2), que establece la relación entre las fuerzas inerciales y las fuerzas viscosas presentes en un flujo y describe si el flujo es turbulento o laminar a partir de ciertos valores críticos; en ocasiones se reemplaza Re por el número Dean (De) definido en la Ecuación (1.3), que resulta del producto de Re y la raíz cuadrada del cociente de radios característicos de un intercambiador curvado; el otro parámetro típico en función del cual se correlaciona Nu , es el número Prandtl, Ecuación (1.4), este es la razón de difusividad del momento y térmica y es una característica propia del fluido que da una medida de la efectividad relativa del transporte de momento y energía por difusión en las capas límite hidrodinámica y térmica [47].

$$Nu = \frac{hD_h}{\lambda} = f(De, Pr) \quad (1.1)$$

Siendo h el coeficiente de transferencia de calor, D_h el diámetro hidráulico del intercambiador y λ la conductividad térmica del fluido.

$$Re = \frac{\rho V D_h}{\mu} \quad (1.2)$$

donde ρ es la densidad del fluido, V la velocidad media del flujo y μ la viscosidad dinámica del fluido.

$$De = Re \sqrt{\frac{D_h}{Db}} \quad (1.3)$$

donde Db es el diámetro de la hélice.

$$Pr = \frac{c_p \mu}{\lambda} \quad (1.4)$$

Siendo c_p la capacidad calorífica.

Tabla 1-1: Correlaciones de varios autores.

Correlación	Autor
$Nu = 0.025De^{0.9112} Pr^{0.4}$ (1.5)	[4]
Para tubo recto con inserto de resortes $Nu = 0.012Re^{0.281}$ (1.6)	[18]
Para tubo recto liso $Nu = 0.0003Re^{0.634}$ (1.7)	
$Nu = 0.00619Re^{0.92} Pr^{0.4} \left(1 + 3.455 \frac{D_n}{D_h}\right)$ (1.8)	[34]
$Nu = 0.0061Re^{0.77} Pr^{0.4} (1 + \varphi)^{0.22}$ (1.9) donde φ es la concentración de nano fluidos	[35]
$Nu = 0.5855De^{0.6688} Pr^{0.408} \left(\frac{a}{D}\right)^{0.166} \left(\frac{p}{D}\right)^{-0.192}$ (1.10) donde a es la profundidad del corrugado y p el paso helicoidal del corrugado	[5]
Diseño factorial $\overline{Nu}_{osc} = 2.8351Va^{0.01646} \left(\frac{De}{10}\right)^{0.50096} Pr^{0.3}$ (1.11) donde \overline{Nu}_{osc} es el Nusselt oscilatorio promedio y Va el número Valensi = $2\pi * f(2r)^2 / \nu$ Siendo V la viscosidad cinemática f la frecuencia	[55]
Diseño uniforme $\overline{Nu}_{osc} = 2.03593Va^{0.01441} \left(\frac{De}{10}\right)^{0.56388} Pr^{0.3}$ (1.12)	
$Nu = 0.012(Re^{0.87} - 280)Pr^{0.4}$ (1.13)	[44]
$Nu_{ip} = 6895.98De_{Eq}^{0.432} Pr^{5.055} (Boe^4)^{0.132} \chi_{it}^{0.0238}$ (1.14) donde Nu_{ip} es el Nusselt bifásico, De_{eq} es el Dean equivalente, Bo es el número de ebullición y χ_{it} es el parámetro de Martinelli	[51]
$Nu = 0.374 \left(\frac{h^2}{pD}\right)^{0.25} (Re - 1500)^{0.74} Pr^{0.44}$ (1.15)	[17]
Tubo liso $Nu = 0.1168De^{0.47} Pr^{0.16}$ (1.16)	[6]
Tubo corrugado $Nu = 0.0919De^{1.36} Pr^{0.2}$ (1.17)	
$Nu = 2.08De^{0.2} Pr^{0.28}$ para $18 < (De^2 Pr)^{1/2} < 100$ (1.18)	[21]
$Nu = 0.39De^{0.58} Pr^{0.46}$ para $100 < (De^2 Pr)^{1/2} < 500$ (1.19)	
$Nu = 2.7De^{0.3} Pr^{0.29}$ para $500 < (De^2 Pr)^{1/2} < 2315, D = 0.4$ (1.20)	
$Nu = 5.27De^{0.2} Pr^{0.19}$ para $500 < (De^2 Pr)^{1/2} < 1610, D = 0.6$ (1.21)	
$Nu = 4.47Re^{0.5} Pr^{0.4} CR^{0.382} Y^{0.38}$ (1.22) donde CR es la relación del paso del resorte = N/d y Y es la relación de torsión = H/W Siendo N el paso del resorte, d el espesor del resorte y W el espesor de la cinta torsionada	[15]
Cinta perforada $Nu = 0.1844Re^{0.7682} Pr^{0.4} Br^{0.3097} Pr^{0.2536}$ (1.23) donde Br es la relación de bloqueo de aleta = b/D Siendo b el espesor de la aleta	[16]
Cinta sin perforar $Nu = 0.1949Re^{0.7689} Pr^{0.4} Br^{0.1714}$ (1.24)	
$Nu = 0.0506(De)^{0.8291} (Pr)^{0.4}$ (1.25)	[34]
$Nu = 0.02652604Re^{0.834694285} Pr^{0.3} (M)^{0.096856199}$ (1.26) donde M es la relación de brecha = $p_e - p_i / D$ Siendo p_e el paso de diámetro helicoidal externo y p_i el paso de diámetro helicoidal interno	[30]
$Nu_{ip} = 0.1352De_{Eq}^{0.7654} Pr_i^{0.8144} \chi_{it}^{0.0432} Pr^{0.3356} (Bo * 10^4)^{1.112}$ (1.27) donde Pr_i es el número Prandtl del líquido	[50]

1.3 Transferencia de calor

Para los intercambiadores de calor de doble mejora pasiva se han publicado los siguientes resultados para la transferencia de calor: [14] indicó que el coeficiente de transferencia de calor promedio para un tubo concéntrico helicoidal es entre 24% y 165% mayor en comparación con un tubo recto; [6] registró que un tubo helicoidal con corrugado aumenta la transferencia de calor hasta 25 veces contra un aumento del factor de fricción de 2.5 veces; [12] encontró que para $Re=1000$ los tubos helicoidales corrugados presentan un número Nusselt siete veces más alto que un tubo recto liso; [51] encontró que la transferencia de calor con evaporación tiene un rendimiento de 30% a 37% más alto para un tubo concéntrico helicoidal que para un tubo concéntrico recto; [50] encontró que el coeficiente de transferencia de calor con condensación de un tubo concéntrico helicoidal es más alto que el de un tubo recto de 33% a 53%; [5] concluyó que la tasa de transferencia de calor incrementa 100% más para un tubo helicoidal con corrugado helicoidal que para un tubo helicoidal liso en un rango de número Dean entre 30 y 1400.

2. Ecuaciones de transporte

Las formas diferenciales de las expresiones matemáticas de la continuidad y la ley de movimiento de Newton presentadas en las ecuaciones (2.1), (2.2) y (2.3) pueden aplicarse a un volumen de control infinitesimal o a un elemento diferencial, para construir las ecuaciones diferenciales para flujo viscoso e incompresible, con viscosidad constante y preferiblemente en régimen laminar. Las ecuaciones que describen los movimientos caóticos en flujos turbulentos pueden ser escritas en su forma tensorial, tal como se presentará a continuación. Esta sección presenta los modelos matemáticos que fueron resueltos numéricamente durante el presente estudio empleando el software CFD de ANSYS®: CFX.

2.1 Ecuación de continuidad

La ecuación de la continuidad (2.1) expresa que el flujo neto másico de salida del volumen de control infinitesimal debe ser igual al aumento temporal de la masa.

$$\frac{\partial \rho u_i}{\partial x_i} = 0 \quad i = x, y, z \quad (2.1)$$

El primer término representa el flujo neto de masa que sale del volumen de control. Los términos basados en el tiempo no se tuvieron en cuenta ya que el estudio se realizó en estado estable.

2.2 Ecuación de momentum

La ecuación de momentum (2.2) representa la segunda ley de Newton aplicada al volumen de control infinitesimal, la cual establece que el incremento temporal del momentum lineal más su flujo neto en la salida deben ser iguales a la suma de las fuerzas que actúan sobre el volumen de control infinitesimal. La ecuación de momentum puede ser escrita en su forma tensorial de la siguiente manera.

$$\frac{\partial(\rho u_i u_j)}{\partial x_j} + \frac{\partial p}{\partial x_i} - \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\mu + \mu_t) \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right] - F_i = 0 \quad i = x, y, z; j = x, y, z \quad (2.2)$$

El primer término representa el cambio de momentum por convección, el segundo son las fuerzas de presión que actúan sobre el volumen de control infinitesimal, el tercer término indica las tensiones tangenciales originadas por los gradientes de velocidad de acuerdo al primer coeficiente de viscosidad efectiva ($\mu + \mu_t$) (relaciona los esfuerzos con las deformaciones lineales) y el último termino representa las fuerzas centrífugas que actúan sobre el volumen de control infinitesimal (en el presente estudio no se tuvo en cuenta la gravedad ni su efecto en el flujo).

2.3 Ecuación de energía

La ecuación de la energía (2.3) se deriva de la primera ley de la termodinámica, que establece que la cantidad de cambio de energía del elemento infinitesimal es igual a la cantidad calor adicionado al elemento más la cantidad de trabajo realizado sobre el elemento.

$$\frac{\partial(\rho E u_j)}{\partial x_j} + \frac{\partial(p u_j)}{\partial x_j} - \Phi - \frac{\partial}{\partial x_j} \lambda \left(\frac{\partial T}{\partial x_j} \right) = 0 \quad j = x, y, z \quad (2.3)$$

El primer término expresa el flujo neto de energía (flujo másico multiplicado por la energía específica). El segundo y tercer término son los trabajos realizados por fuerzas superficiales, estas son la presión y las fuerzas viscosas respectivamente. El cuarto término representa el flujo neto de calor que entra a través de las caras del volumen de control debido a los gradientes de temperatura.

La energía específica es la suma de la energía interna más la energía cinética.

$$E = e_{int} + e_{cin} \quad (2.4)$$

$$e_{int} = c_p T \quad (2.5)$$

$$e_{cin} = \frac{1}{2} (u_x^2 + u_y^2 + u_z^2) \quad (2.6)$$

donde c_p es el calor específico y T la temperatura.

Los efectos viscosos pueden expresarse según la siguiente ecuación.

$$\Phi = \mu \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (2.7)$$

2.4 Ecuaciones k - ϵ estándar

Los principales modelos de turbulencia se agrupan en tres familias: la primera son las ecuaciones de Navier – Stokes promediadas de Reynolds (RANS – Reynolds Averaged Navier Stokes) que se obtienen promediando las ecuaciones de movimiento en el tiempo sobre una coordenada en la que el flujo medio no varía, la segunda es la simulación de remolinos grandes (LES – Large Eddy Simulation) que resuelve los movimientos de escalas de flujo grandes mientras aproxima los movimientos de escalas pequeñas, y la tercera es la simulación numérica directa (DNS – Direct Numerical Simulation) en la que se resuelven las ecuaciones de Navier – Stokes para todas las escalas de movimiento en flujo turbulento; en su desarrollo fue aumentando la exactitud en igual forma que el tiempo requerido para el cálculo. El presente estudio, en su fase numérica, empleó el modelo de turbulencia k - ϵ estándar, es un modelo semiempírico, y la derivación de las ecuaciones modelo se basa en consideraciones fenomenológicas y empirismo. Este pertenece a la familia RANS, se usó por que compensa la necesidad de capacidad de cómputo con la calidad de los resultados obtenidos, además de ser ampliamente recomendado en investigación y en aplicaciones industriales [30], [49].

En el modelo k - ϵ la k representa la energía cinética asociada a la turbulencia y es definida como la variación de las fluctuaciones de la velocidad, mientras ϵ representa la disipación de dicha energía cinética (tasa a la que las fluctuaciones de velocidad se disipan). El modelo k - ϵ asume que la viscosidad turbulenta se acopla a la energía cinética turbulenta y a su tasa de disipación según la siguiente relación

$$\mu_t = C_u \rho \frac{k^2}{\epsilon} \quad (2.8)$$

donde ρ es la densidad y C_u es una constante que debe determinarse empíricamente para el cierre del modelo.

k se expresa en su ecuación diferencial de la siguiente manera.

$$\frac{\partial(\rho u_j k)}{\partial x_j} - \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] - P_k + \rho \varepsilon = 0 \quad (2.9)$$

donde σ_k es el número Prandtl turbulento. El primer término representa el transporte de k por convección, el segundo término expresa la difusión viscosa y la difusión turbulenta por fluctuaciones de presión-velocidad. El tercer término, definido según la ecuación (2.10), representa la producción de energía en las grandes escalas turbulentas que extraen energía del flujo medio debido a fuerzas viscosas. El último término es la disipación, es el encargado de transformar la energía cinética en pequeñas escalas a energía interna.

$$P_k = \mu_t \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \quad (2.10)$$

La tasa de disipación ε puede expresarse en su ecuación diferencial de la siguiente manera.

$$\frac{\partial(\rho u_j \varepsilon)}{\partial x_j} - \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right] - \frac{\varepsilon}{k} (C_{\varepsilon 1} P_k - C_{\varepsilon 2} \rho \varepsilon) = 0 \quad (2.11)$$

La ecuación ε incluye el término de producción y el término de disipación tomados de la ecuación (2.9). Una ecuación exacta para la disipación puede derivarse de la ecuación de Navier-Stokes, pero el número de términos desconocidos es muy grande e implican dobles correlaciones de gradientes de velocidades y presiones fluctuantes y velocidades fluctuantes.

Para la solución de estas ecuaciones diferenciales hay cinco constantes desconocidas C_u , $C_{\varepsilon 1}$, $C_{\varepsilon 2}$, σ_k y σ_ε , se esperaría que dichas constantes fueran universales para todo tipo de flujos. Los valores de estas constantes se han determinado a partir de experimentos para flujos turbulentos fundamentales que incluyen flujos de cizalladura frecuentemente encontrados, como capas límite, capas de mezcla y chorros. C_u relaciona el cuadrado de la velocidad de corte (u_*), otra forma de expresar el esfuerzo cortante en las capas límite del flujo, lo cual varía la velocidad del fluido, y la k , tal como se expresa en la Ecuación

(2.12), esta ecuación se halla aplicando la ley de la pared al término de producción expresado en la Ecuación (2.10), esta ley establece que la velocidad promedio de un flujo turbulento en un cierto punto es proporcional al logaritmo de la distancia desde ese punto a la pared o al límite de la región de fluido.

$$C_u = \left(\frac{u_*^2}{k}\right)^2 \quad (2.12)$$

De manera similar, se puede encontrar un valor para la constante $C_{\varepsilon 1}$, considerando la ecuación ε para la parte logarítmica de una capa límite turbulenta, donde el término de convección no es significativo.

$$C_{\varepsilon 1} = C_{\varepsilon 2} - \frac{\kappa^2}{C_u^{1/2} \sigma_\varepsilon} \quad (2.13)$$

donde κ es la constante de Von Kármán, constante adimensional involucrada en la ley de la pared que describe la distribución de la velocidad longitudinal en la pared en dirección normal de un flujo turbulento cerca de una frontera con una condición antideslizante. La constante $C_{\varepsilon 2}$ es determinada asumiendo que la caída de la turbulencia es exponencial $k \propto x^{-m}$, esto implica la siguiente expresión.

$$C_{\varepsilon 2} = \frac{m+1}{m} \quad (2.14)$$

Se tienen tres relaciones para determinar las tres constantes C_u , $C_{\varepsilon 1}$, $C_{\varepsilon 2}$ de las cinco desconocidas, las últimas dos constantes σ_k y σ_ε fueron determinadas empíricamente aplicando el modelo a canales, tuberías, estelas, chorros, etc. [56]. En la Tabla 2-1 se muestran los valores experimentales hallados para las cinco constantes y que establecen el modelo estándar.

Tabla 2-1: Valores experimentales para las cinco constantes.

Constante	C_u	$C_{\varepsilon 1}$	$C_{\varepsilon 2}$	σ_k	σ_ε
Valor	0.09	1.47	1.92	1.0	1.3

3. Metodología

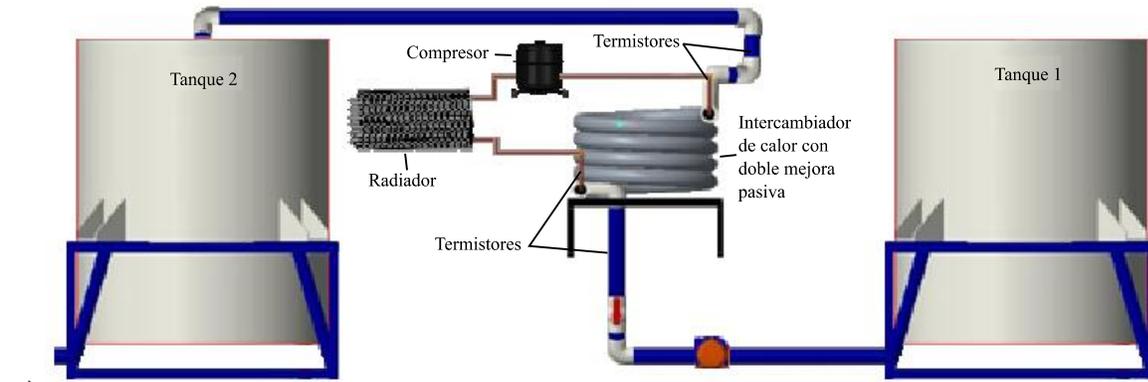
3.1 Metodología experimental

En la Figura 3-1 se presenta el banco experimental usado para simular un sistema de calefacción de piscina con bomba de calor, en él se logran tomar las temperaturas de entrada y salida mientras se variaba el caudal a través del intercambiador de calor, este sistema está dividido en dos circuitos, el frío y el caliente.

El circuito frío, representa la piscina o spa, y está compuesto por el tanque 1 donde se almacena el agua para pasar por el intercambiador de calor y el tanque 2 donde se almacena el agua que ha pasado por el intercambiador de calor; una bomba para circular el agua por el tubo externo del intercambiador y cuatro termistores ubicados tal que entran y miden directamente en el flujo de agua, dos a la entrada y dos a la salida del tubo externo; el circuito caliente, típico de un sistema de bomba de calor, está compuesto por el compresor encargado de hacer circular el refrigerante por el tubo interno del intercambiador de calor que funciona como condensador al transferir el calor al agua, un radiador que funciona como evaporador para transferir el calor del medio ambiente al refrigerante antes de pasar por el compresor y una válvula de expansión, y otros dos termistores ubicados en la pared exterior, a la entrada y salida, del tubo interno del intercambiador.

Las pruebas experimentales fueron realizadas en el montaje con el que cuenta el Laboratorio de Fluidos del ITM, en este se midió el flujo volumétrico del fluido externo y las temperaturas de los fluidos interno y externo tal como se describió anteriormente. El flujo volumétrico fue medido con el sensor de flujo con rotor de rueda de paletas con rango de 4-40 GPM (galones por minuto) con una resolución del ± 0.01 GPM. Para la medición de temperatura fueron usados, seis termistores con una precisión y rango de $\pm 0.1^{\circ}\text{C}$ y de $-20 - 300^{\circ}\text{C}$, respectivamente, y la bomba de calor tiene una capacidad de 3918 Btu/h.

Figura 3-1: Banco experimental para el intercambiador de calor. a) Esquema. b) Modelo real. Fuente propia.



a)



b)

En la Figura 3-2 se muestra el intercambiador de calor, el tubo interno del intercambiador de calor fue construido con titanio por su resistencia a la corrosión y erosión, y por su alta conductividad térmica, el tubo externo fue construido con PVC por su resistencia al cloro y

otras sustancias químicas presentes en las piscinas; el máximo caudal recomendado para el intercambiador es de 55 GPM y tiene una capacidad de 95000 Btu/h. En la Figura 3-3 se muestran las dimensiones del intercambiador de calor, el diámetro del tubo interno (D_i) es de 22.225 mm sin tener en cuenta la camisa torsionada, el diámetro del tubo externo (D_o) es de 50.8 mm, el diámetro de la hélice (D_b) de 206.38 mm, el paso de la hélice (P) de 72mm y el número de vueltas total del intercambiador es 4.5.

Figura 3-2: Intercambiador de calor experimental. a) corte para visualizar el tubo interno. b) Intercambiador de calor real. c) intercambiador de calor con termistores instalados. Fuente propia.



Para cada prueba se varió el flujo del tubo externo, tomando la medición de las temperaturas del circuito frío y caliente, las pruebas se realizaron durante una hora y media tomando mediciones cada segundo para cuatro experimentos desde 4 GPM hasta 16

GPM. No se lograron realizar mediciones a mayores caudales debido a que el sistema no cambiaba de estado transitorio a estado estable antes de que el tanque 1 se quedara sin agua.

Con los datos experimentales obtenidos se calculó el número adimensional Nusselt (Nu) que proporciona una medida de la transferencia de calor por convección, este se calculó tal como se describe en la Ecuación (3.1).

$$Nu = \frac{\dot{V} \rho c_p (T_s - T_e) D_h}{A_p \lambda (\overline{T}_p - \overline{T}_m)} \quad (3.1)$$

donde ρ es la densidad del fluido, c_p el calor específico del fluido, D_h el diámetro hidráulico del tubo externo, A_p el área de la pared del tubo interno, λ la conductividad térmica del fluido, \dot{V} el caudal del fluido externo, T_s y T_e las temperaturas de salida y entrada del fluido externo, respectivamente, \overline{T}_p la temperatura promedio de la pared del tubo interno y \overline{T}_m la temperatura promedio del flujo a través del intercambiador de calor, esta última determinada con la Ecuación (3.2).

$$\overline{T}_m = \frac{(T_s + T_e)}{2} \quad (3.2)$$

El diámetro hidráulico fue hallado con la Ecuación (3.3).

$$D_h = \frac{4A}{P_h} \quad (3.3)$$

donde A es el área transversal del tubo externo y P_h el perímetro hidráulico.

La temperatura de pared fue hallada con la Ecuación (3.4).

$$\overline{T}_p = \frac{T_{e,o} + T_{s,o} + T_{e,i} + T_{s,i}}{4} \quad (3.4)$$

donde los subíndices i y o representan el tubo interno y externo, respectivamente, y los subíndices e y s representan entrada y salida, respectivamente. El área de pared del tubo y el perímetro hidráulico se estimaron a partir del modelo CAD desarrollado con

DesignModeler®, para tomar sus valores se empleó la herramienta “*Entity information*”. Al no tener las medidas exactas del tubo interno y la forma de este se realizaron suposiciones con las descripciones brindadas por el fabricante del intercambiador de calor.

También se halló para el fluido externo el coeficiente global de transferencia de calor según la Ecuación (3.5), que caracteriza la resistencia térmica entre los fluidos frío y caliente.

$$U_o = \frac{\dot{Q}}{A_p \Delta T_{LMTD}} \quad (3.5)$$

donde \dot{Q} es la tasa de transferencia de calor definida por la Ecuación (3.6).

$$\dot{Q} = c_p \dot{m} (T_s + T_e) \quad (3.6)$$

La diferencia de temperatura media logarítmica es definida por la Ecuación (3.7) que se usa para determinar la fuerza que impulsa la transferencia de calor.

$$\Delta T_{LMDT} = \frac{T_{s,o} - T_{e,o}}{\ln\left(\frac{\Delta T_1}{\Delta T_2}\right)} \quad (3.7)$$

Para intercambiadores de calor con cambio de fase en el fluido interno ΔT_1 y ΔT_2 están definidos por las Ecuaciones (3.8) y (3.9) respectivamente.

$$\Delta T_1 = \bar{T}_p - T_{e,o} \quad (3.8)$$

$$\Delta T_2 = \bar{T}_p - T_{s,o} \quad (3.9)$$

El número Nusselt también se define en función del número Reynolds (Re) representado por la Ecuación (1.2), que establece la relación entre las fuerzas inerciales y las fuerzas viscosas presentes en un flujo y describe si el flujo es turbulento o laminar a partir de ciertos valores críticos; cuando el intercambiador de calor tiene mejora simple de curvado se reemplaza Re por el número Dean (De) definido en la Ecuación (1.3), que resulta del producto de Re y la raíz cuadrada del cociente de radios característicos de un

intercambiador curvado; el otro parámetro típico en función del cual se correlaciona Nu , es el número Prandtl, Ecuación (1.4), este es la razón de difusividad del momento y térmica y es una característica propia del fluido que da una medida de la efectividad relativa del transporte de momento y energía por difusión en las capas límite hidrodinámica y térmica [47].

Las propiedades termo dependientes fueron halladas para el fluido externo con los polinomios reportados por [5] usando la temperatura promedio del tubo externo como se muestra a continuación.

Densidad $\left[\frac{kg}{m^3}\right]$

$$\rho = 998.25 - 0.123161\overline{T}_m - 0.00131119\overline{T}_m^2 - 0.0000121406\overline{T}_m^3 \quad (3.10)$$

Calor específico $\left[\frac{J}{kgK}\right]$

$$c_p = 4222.62 - 0.694932\overline{T}_m + 0.00624126\overline{T}_m^2 + 0.00000829448\overline{T}_m^3 \quad (3.11)$$

Conductividad térmica $\left[\frac{W}{mK}\right]$

$$\lambda = 0.568733 + 0.00196461\overline{T}_m - 0.00000977855\overline{T}_m^2 + 0.000000012432\overline{T}_m^3 \quad (3.12)$$

Viscosidad dinámica $\left[\frac{kg}{ms}\right]$

$$\mu = 0.00166167 - 0.0000410857\overline{T}_m + 0.000000464802\overline{T}_m^2 - 0.00000000190559\overline{T}_m^3 \quad (3.13)$$

donde \overline{T}_m se expresa en °C.

Las incertidumbres para todas las variables fueron halladas usando las reglas para la propagación del error como se muestra a continuación.

$$q = x \pm y \quad (3.14)$$

$$\delta q \approx \sqrt{\delta x^2 + \delta y^2} \quad (3.15)$$

$$q = \frac{xy}{z} \quad (3.16) \quad \delta q \approx |q| \sqrt{\left(\frac{\delta x}{|x|}\right)^2 + \left(\frac{\delta y}{|y|}\right)^2 + \left(\frac{\delta z}{|z|}\right)^2} \quad (3.17)$$

$$q = x^n \quad (3.18) \quad \delta q \approx \frac{|n||q|\delta x}{|x|} \quad (3.19)$$

Una explicación más detallada de las incertidumbres se reporta en el Anexo A.

Con los números Dean se creó una base de datos para obtener la correlación del número Nusselt por medio de regresión no lineal tipo potencial cuya función de ajuste es del tipo

$$Y = aX^b \quad (3.20)$$

No se tuvo en cuenta el número Prandtl ya que su variación en las pruebas experimentales fue menor al 5% como se muestra en la Tabla 3-1.

Tabla 3-1: Número Prandtl en las pruebas experimentales. Elaboración propia.

Dean	Prandtl
840	5.664
1641	5.814
2420	5.929
3247	5.885

Para el caso de la correlación de transferencia de calor la expresión fue como la Ecuación (3.21).

$$Nu = aDe^x \quad (3.21)$$

Una explicación más detallada de la técnica empleada para el desarrollo de las correlaciones se reporta en el Anexo B.

3.2 Metodología numérica

Mediante el banco experimental se buscó emular la aplicación del sistema estudiado en una situación común de calefacción de piscinas o spas con bomba de calor, en la que el fluido caliente es refrigerante que toma energía térmica del aire atmosférico, considerado

un reservorio de baja calidad, volviendo los sistemas de bomba de calor ambientalmente atractivos. En la fase numérica del presente estudio se simulará otra aplicación común del intercambiador de calor torsionado, es la calefacción de piscinas o spas empleando colectores solares de diversas tecnologías, principalmente de placa plana o de tubos al vacío, donde no se hace circular el agua dura a través de los colectores para alargar su vida útil y disminuir sus costos de mantenimiento, haciendo que la calefacción se dé por intercambio de energía térmica entre el agua de la piscina y el agua del colector en el intercambiador estudiado, en estos sistemas se realiza intercambio de calor sensible, el fluido frío no debe superar la temperatura de 50°C debido al material en el que se fabrica el tubo externo del intercambiador (PVC), ya que podría experimentar termofluencia y deformarse plásticamente. A continuación, se describe todo el procedimiento de simulación del intercambiador torsionado en la aplicación descrita.

3.2.1 Desarrollo de las geometrías

Se partió de las dimensiones del intercambiador de calor investigado por [49], que era un intercambiador de calor con mejora simple de curvado, este se usó como referente para evaluar la mejora asociada al torsionado adicional; primero se generó un intercambiador de calor liso curvado con las dimensiones de la Tabla 3-2. En el software *ANSYS DesignModeler®* con la herramienta “Sweep” se generó la geometría tubular siguiendo una trayectoria en forma de hélice.

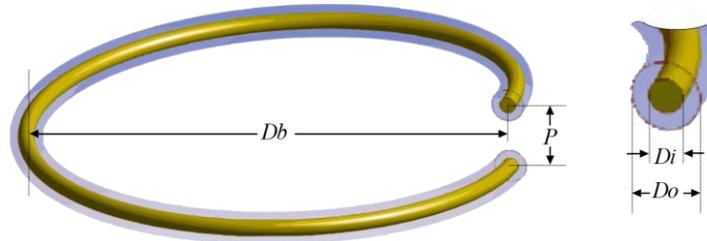
Tabla 3-2: Dimensiones del intercambiador de calor. Fuente [49].

	Tubo interno (i)	Tubo externo (o)
Diámetro hidráulico externo (D_h) [mm]	25.4	50.8
Diámetro hélice (D_b) [mm]	762	762
Paso (P) [mm]	100	100
Vueltas de la hélice	1	1

La Figura 3-3 muestra la geometría desarrollada en *ANSYS DesignModeler®*; el tubo liso helicoidal de color amarillo representa el volumen ocupado por el fluido del tubo interno, fluido caliente, al pasar por el intercambiador de calor; el tubo liso helicoidal azul traslucido representa el volumen ocupado por el fluido del tubo externo, fluido frío. Las cotas que se

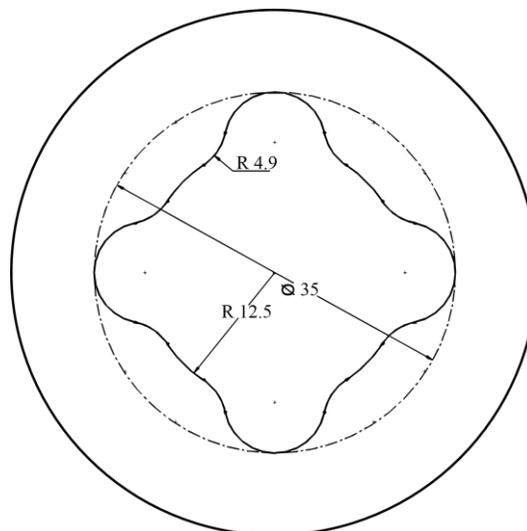
muestran en la Figura 3-3 son: los diámetros de tubo externo (D_o) e interno (D_i), el diámetro de la hélice (D_b) y el paso de la hélice (P). El espesor de los tubos se omitió tal como lo hizo [49] ya que en la simulación no se estudió la conducción a través de la pared, pues esto incrementa la necesidad de capacidad del cómputo.

Figura 3-3: Intercambiador de calor modelado. Fuente propia.



Se desarrollaron cuatro geometrías con las mismas dimensiones que el intercambiador de calor de [49]; para estas geometrías se modificó el tubo interno agregándole cuatro aletas redondeadas con las dimensiones que se muestra en la Figura 3-4. La nueva sección del tubo conserva el diámetro hidráulico del tubo interno, el cual fue calculado con la Ecuación (3.3), tal que los resultados fueran comparables. Durante el estudio se fueron aumentando las torsiones de dicha geometría para evaluar su efecto en la transferencia de calor por convección.

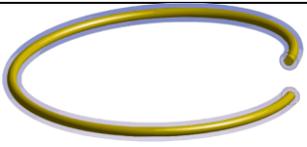
Figura 3-4: Sección transversal del tubo del intercambiador de calor. Fuente propia.



En la Tabla 3-3 se muestran las figuras desarrolladas con la especificación de la modificación implementada; el diámetro hidráulico, el cual es igual para todas, y el nombre

asignado a cada geometría. La geometría A es la geometría tomada de [49] a la cual no se le realizaron modificaciones; a la geometría B se le modificó el tubo interno de perfil circular al perfil descrito en la Figura 3-4, esta geometría no tiene el efecto de torsión agregado a las demás; la geometría C además de la modificación del tubo interno tiene un efecto de torsión de una vuelta en toda la longitud; es decir que a medida que se avanza a través del intercambiador de calor este tubo da una vuelta alrededor de la hélice imaginaria que sigue la trayectoria del intercambiador de calor. La geometría D y E también tienen la modificación del tubo interno y el efecto de varias torsiones a través del intercambiador de calor.

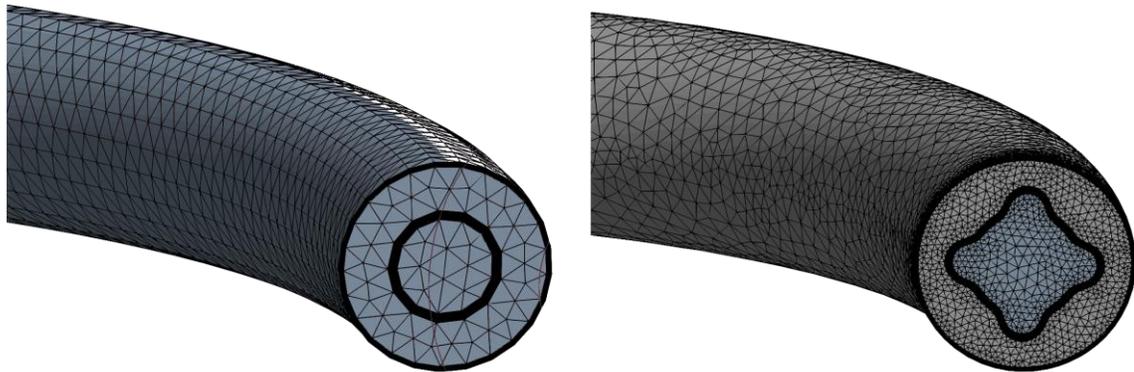
Tabla 3-3: Descripción de las Geometrías desarrolladas. Fuente Propia.

Nombre	Diámetro hidráulico (D_h) tubo interno [mm]	Modificación	Geometrías
A	25.4	-	
B	25.4	0 torsión	
C	25.4	1 torsión	
D	25.4	3 torsiones	
E	25.4	5 torsiones	

3.2.2 Discretización del volumen

Una vez modeladas las geometrías se procedió a realizar la discretización del volumen o mallado en el módulo *Meshing*®, supervisando como dimensión significativa el valor adimensional de la calidad ortogonal mínima, el cual varía entre uno y cero, siendo el valor de uno el que se asocia a la mejor calidad de la malla [57], y siendo 1/6 la calidad mínima aceptable [58]. En la Figura 3-5 se observa a la izquierda la malla de la geometría A y a la derecha la malla de las geometrías modificadas. Las mallas están compuestas por elementos tetraédricos y se usó un método de inflación en las fronteras de cada dominio (tubo interno y externo), también recomendado en las regiones donde se forman capas límites hidrodinámicas y térmicas. La inflación fue configurada con un espesor de 1 mm, 11 capas y tasa de crecimiento 1.1.

Figura 3-5: Mallado de la geometría A y la geometría modificada. Fuente propia.



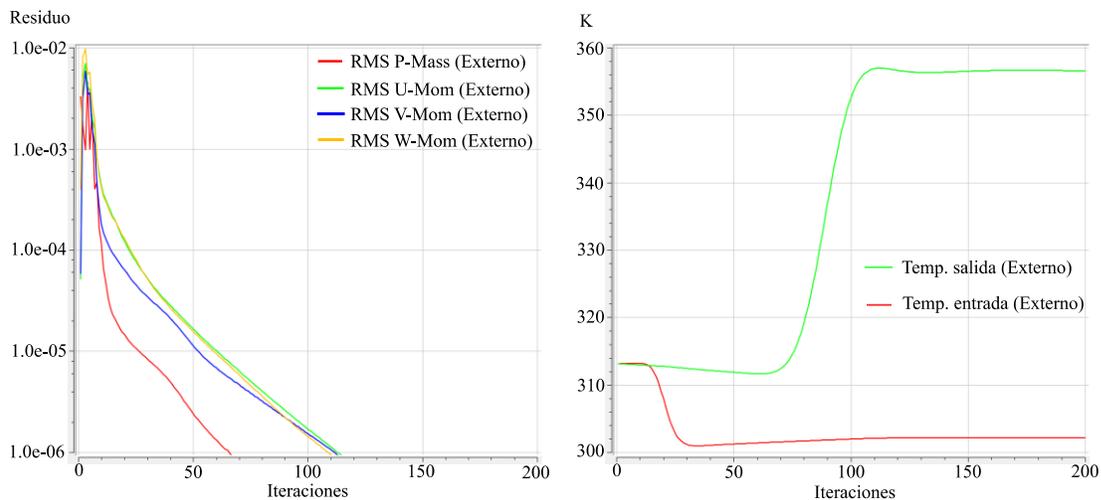
Posteriormente se llevó a cabo el estudio de independencia de malla de la siguiente manera: primero se buscaron los criterios de convergencia ejecutando una simulación con la malla inicial del modelo, y con la convergencia de error residual de 10^{-6} , se monitorearon los valores de interés como la temperatura en la salida del fluido externo y la temperatura en la pared de transferencia de calor; se detuvo la simulación cuando los errores residuales habían alcanzado su valor de convergencia como se muestra en la Figura 3-6 izquierda. También se revisó que las temperaturas de interés fueran constantes en las últimas 50 iteraciones como se muestra en la Figura 3-6 derecha. Una vez obtenidos los criterios de convergencia, se procedió a realizar el estudio de independencia de malla como se muestra en la Figura 3-7. Donde se refinaron las mallas de cada geometría para obtener celdas más finas en ambos dominios (tubo interno y externo), y se ejecutaron simulaciones

con cada malla hasta que el porcentaje de diferencia calculado con la Ecuación (3.22) entre resultado del número Nusselt de la última malla y el Nusselt de la malla anterior fuera menor a 1%.

$$\% \text{ diferencia} = \frac{|x_1 - x_i|}{x_1} 100\% \quad (3.22)$$

donde x_1 es el Nu de la malla con mayor número de elementos y x_i es el Nu de la malla anterior.

Figura 3-6: Gráfica para elección del criterio de convergencia. Fuente propia.



Para reducir los tiempos de cómputo se seleccionaron, en cada geometría, las mallas con menos elementos y con un porcentaje de diferencia menor del 1% con respecto a la última malla simulada.

En la Tabla 3-4 se presenta el número de elementos de la malla seleccionada para cada geometría desarrollada. Con las mallas seleccionadas se realizaron las simulaciones para estudiar el número Nusselt variando el número Dean, tal como se describe en el apartado 3.2.3.

Figura 3-7: Estudio de independencia de malla. Fuente propia.

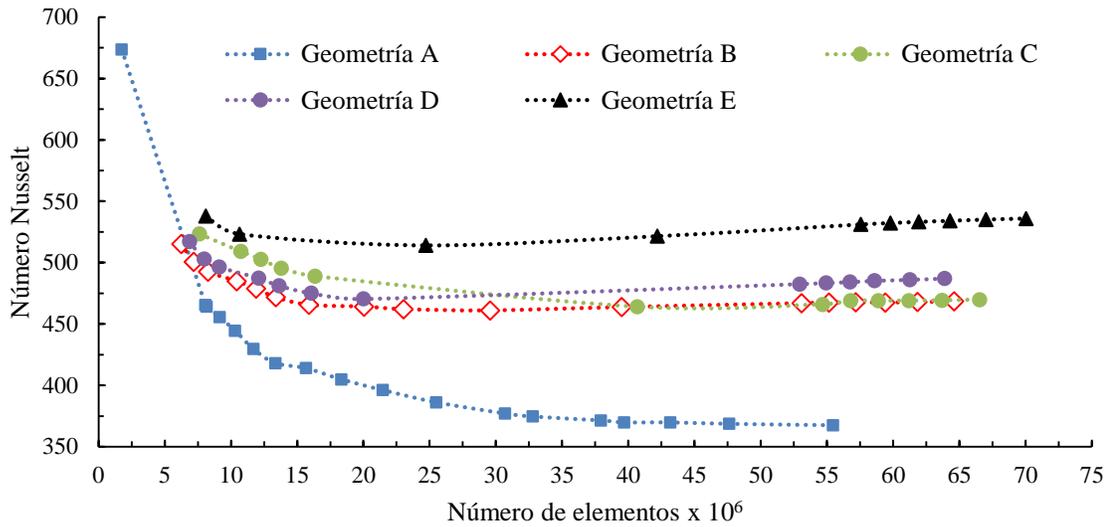


Tabla 3-4: Número de elementos de las mallas seleccionadas para cada geometría. Fuente propia.

Geometría	Número de elementos x 10 ⁶
A	39.7
B	39.5
C	40.7
D	52.9
E	57.5

3.2.3 Simulación numérica

En el estudio numérico se pretendía correlacionar la transferencia de calor caracterizada por el número Nusselt, con variaciones en la geometría del intercambiador torsionado tal como se han descrito anteriormente, evaluando el efecto de la torsión, pero es bien sabido que la razón de flujo a través de los intercambiadores afecta su capacidad de transferir calor y cambia el régimen de flujo [8], esta se caracteriza con parámetros para el número de Reynolds, o el número de Dean recomendado como característica de flujo a través de tubos curvados, por tal motivo también se correlaciona en número Nusselt con dichos parámetros; por lo anterior en el software ANSYS CFX® se simuló diferentes velocidades de entrada para el tubo externo del intercambiador, dejando fija la velocidad de entrada del tubo interno. En la Tabla 3-5 se muestran los intervalos para la velocidad y

los valores de temperatura de entrada del fluido interno y externo, estas fueron las condiciones de frontera configuradas en el solver CFD. Tanto para el fluido interno y externo la velocidad de entrada fue uniforme sobre el área de sección transversal.

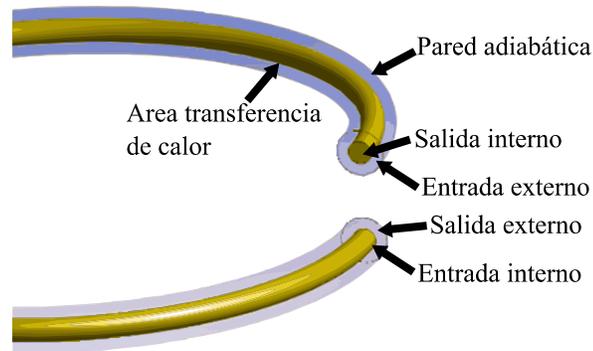
Tabla 3-5: Condiciones de frontera para el intercambiador de calor. Fuente propia.

	Fluido externo	Fluido interno
Fluido	Agua líquida	Agua líquida
Temperatura (°C)	27	80
Velocidad (m/s)	0.3-0.5	0.073
Número Reynolds	24000-33000	5400
Número Dean	4000-6500	1000

En la Figura 3-8 se muestra la configuración de las condiciones de frontera: se configuró la pared externa del dominio como una pared adiabática, o sea que no interactúa térmicamente con el exterior del intercambiador de calor; la entrada del fluido externo se configuró con una temperatura homogénea constante, con velocidad variable en el rango descrito; la entrada del fluido interno se configuró con una temperatura homogénea constante, con una velocidad constante igualmente; las salidas de los fluidos interno y externo se configuraron como una salida abierta a presión atmosférica, lo que se conoce como una descarga libre; en la mayoría de los estudios reportados, la frontera donde se produce la transferencia de calor es configurada como una pared con temperatura constante o con flujo de calor constante, condiciones de Dirichlet o Neumann, respectivamente [49], [59]; para tener una aproximación más realística, en este estudio se evaluaron los dos flujos a través del intercambiador y se consideró flujo de calor conservativo a través de la pared que separa los fluidos como condición de frontera en la interfaz para ambos; aun así, cuando la pared del tubo es delgada y la conductividad térmica del material del mismo es alta, la resistencia térmica de dicho tubo es despreciable [8], lo que permite omitir el tubo que se interpone entre los fluidos para ahorrar recursos computacionales además, Kumar et al. en [49] no reporta el espesor del tubo, razones por las cuales no se tuvo en cuenta para el presente estudio; asimismo, por ser simulación en estado estable se supone que la temperatura de las paredes del tubo interno que están en contacto con cada fluido ya se estabilizaron y no cambian con el tiempo. Por último, el intercambiador se simuló a contraflujo.

Además de la configuración de las condiciones de frontera se seleccionaron las ecuaciones de continuidad, momentum, y energía y el modelo de turbulencia $k-\epsilon$ estándar, que describen los fenómenos que experimentan los fluidos. Una descripción del modelo de turbulencia se presentó en el apartado 2. ANSYS CFX® utiliza un método de solución acoplada, que resuelve simultáneamente las ecuaciones hidrodinámicas (para continuidad, momentum y presión) como un sistema matricial único. Esta solución utiliza una discretización totalmente implícita de las ecuaciones que relaciona directamente las dependencias lineales al incluir múltiples expresiones en el mismo sistema de matriz. Para problemas de estado estacionario, el paso de tiempo se comporta como un "parámetro de aceleración", para guiar las soluciones aproximadas de una manera física a una solución de estado estacionario, esto reduce el número de iteraciones requeridas para la convergencia.

Figura 3-8: Condiciones de frontera para el intercambiador de calor. Fuente propia.



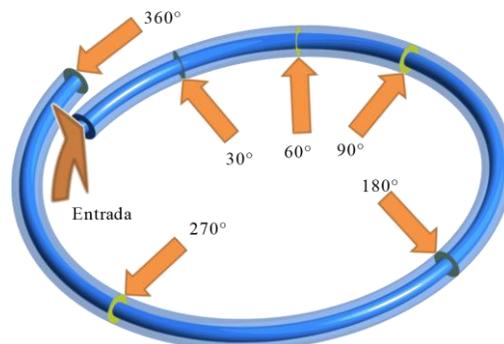
Para el modelo de ecuaciones fue necesario ajustar las propiedades del fluido que son dependientes de la temperatura, debido a que éstas son cambiantes al interior del intercambiador, esto permite mayor similitud con el fenómeno real, y es un valor agregado del presente estudio. Para facilitar el ajuste de las propiedades, se ingresaron los polinomios de propiedades termodependientes al software. De acuerdo a Zachár en [5] las propiedades de los fluidos pueden ser calculadas a partir de los polinomios representados en las Ecuaciones (3.10) a (3.13), para: densidad (ρ), conductividad térmica (λ), viscosidad dinámica (μ) y calor específico (c_p).

En resumen, el modelo numérico desarrollado tiene las siguientes consideraciones para la ejecución de las simulaciones:

- Se consideró el sistema en estado estacionario.
- El modelo de turbulencia elegido fue el modelo $k-\epsilon$ estándar altamente usado en la industria por su precisión y economía.
- No se consideró la transferencia de calor del sistema al medio ambiente asumiendo pared adiabática, es decir, un aislamiento del intercambiador de calor.
- Las entradas del fluido externo e interno se configuraron con temperatura homogénea constante. Igualmente, los flujos de entrada de los fluidos interno y externo se configuraron con velocidad constante uniforme.
- Las propiedades del flujo son una función de la temperatura calculada en cada punto de la discretización mediante polinomios experimentales empleados en la literatura.
- Se consideró la salida de los fluidos al medio ambiente a presión atmosférica, o descarga libre.
- Se asumió un flujo de calor conservativo en la pared interna que separa los fluidos como condición de frontera para ambos fluidos, sin establecer valores de temperatura ni flujo de calor, estos son calculados por el programa durante la simulación.

Se parametrizaron los resultados de interés como el número Nusselt y Dean, calculados con las Ecuaciones (1.1) y (1.3) para obtener estos números como resultado en cada simulación. Las simulaciones fueron ejecutadas en una partición de un HPC (*High Performance Computer*) de 16 núcleos de procesamiento y 256 GB de RAM, del Laboratorio de Simulación, Modelamiento y Prototipos del ITM.

Figura 3-9: Planos de corte para los contornos de velocidad y temperatura del flujo externo. Fuente propia.



Los resultados numéricos para la geometría A fueron validados comparándolos con los resultados reportados por Kumar en [49] usando la Ecuación (3.22) obteniendo un valor menor 10% como porcentaje de diferencia. En la Figura 3-9 se presentan los planos de corte donde fueron tomados los contornos de temperatura y velocidad para los intercambiadores de calor simulados. La entrada de cada fluido se encuentra ubicada a 0° a partir de ahí los planos fueron tomados a 30°, 60°, 90°, 180°, 270° y 360°, esto permitió estudiar el desarrollo de flujo.

El Reynolds crítico para tubos en helicoidales propuesto por Ito en [60] proporciona un límite para identificar la transición de flujo laminar a turbulento (Ecuación (3.23)) en el intervalo de $0.0005 \leq \delta \leq 0.2$.

$$Re_c = 2000(1 + 13.2\delta^{0.6}) \quad (3.23)$$

donde la curvatura está definida por:

$$\delta = \frac{D_b}{D_h} \quad (3.24)$$

Srinivasan et al. estudiaron en [61] la transición basados en mediciones del coeficiente de fricción y propusieron la correlación para el número de Reynolds crítico en tubos curvados (Ecuación (3.25)) en el intervalo de $0.0097 \leq \delta \leq 0.135$.

$$Re_c = 2100(1 + 12\sqrt{\delta}) \quad (3.25)$$

Cioncolini y Santini proponen una correlación para el número de Reynolds crítico (Ecuación (3.26)) en el intervalo de curvaturas $0.0027 \leq \delta \leq 0.143$. Los autores hallaron un buen acuerdo con la correlación propuesta por Ito en [60] tanto en el flujo laminar como en el turbulento.

$$Re_c = 30000\delta^{0.47} \quad (3.26)$$

Por otro lado, hay interés en la caída de presión asociada con el flujo a través del intercambiador de calor. Esto se debe a que la potencia que se requiere para impulsar el

fluido implica un gasto de operación que es directamente proporcional a la caída de presión, por lo cual es necesario determinar el factor de fricción de Darcy-Weisbach (Ecuación (3.27)).

$$f = \frac{2\Delta p D_h}{\rho V^2 l} \quad (3.27)$$

donde Δp es la caída de presión y l la longitud del intercambiador de calor.

Finalmente, se realizó la correlación entre el número Nusselt en función del número Dean y el parámetro geométrico que caracteriza el torsionado del intercambiador, quedando de la siguiente forma: Con el parámetro geométrico del número de torsiones (G) y el número Dean para cada velocidad se creó una nube de datos, con esta se procedió a obtener la correlación para el número Nusselt por medio de regresión no lineal múltiple tipo potencial según la Ecuación (3.28)

$$Nu = aDe^x G^y \quad (3.28)$$

Una explicación más detallada de la técnica empleada para el desarrollo de las correlaciones se reporta en el Anexo B.

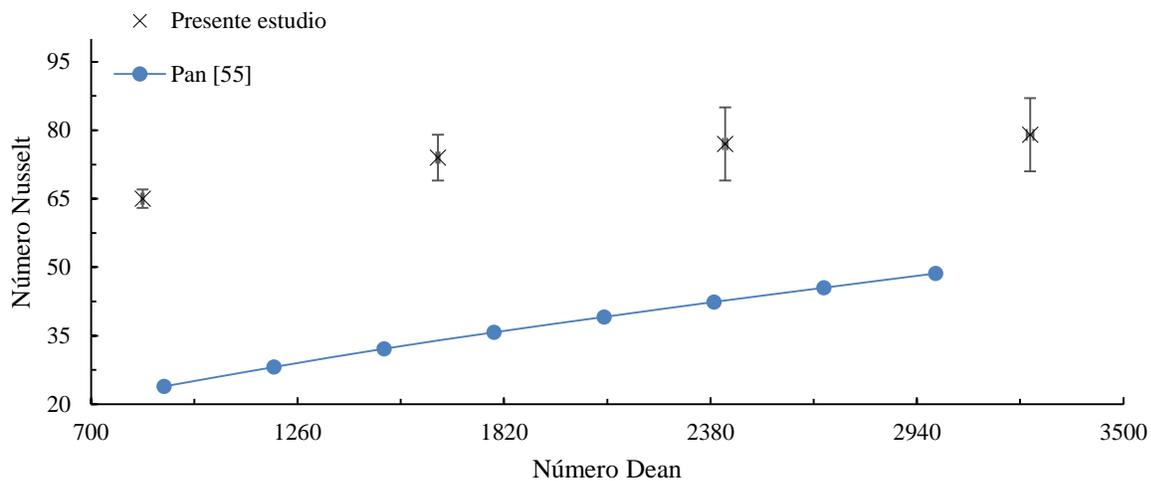
4. Resultados

4.1 Resultados experimentales

Se evaluó el efecto de la variación del número Dean en el número Nusselt para el intercambiador de calor. La Figura 4-1 muestra la gráfica del número Nusselt para el tubo externo versus el número Dean. En el eje horizontal se encuentra el número Dean calculado con la Ecuación (1.3) y el eje vertical es el número Nusselt calculado con la Ecuación (3.1). En la figura se puede ver que el número Nusselt aumenta con el incremento del número Dean. Esto se debe a que al aumentar el flujo aumenta la turbulencia y esto aumenta el contacto de las partículas de agua entre ellas y con las paredes o áreas de transferencia, lo que aumenta el intercambio de calor por convección. Considerando la propagación del error asociado al procedimiento de medida y a la precisión de los instrumentos, la incertidumbre máxima para el número de Nusselt y el número de Dean, se ha estimado, en 10 % y 0.3 % respectivamente. Se compararon los resultados experimentales con los reportados por Pan et al en [55] que estudió un intercambiador de calor liso curvado helicoidalmente. Pan usó un intercambiador de calor con un diámetro de tubo de 3 mm, un diámetro de hélice de 103 mm, un paso de hélice de 22 mm y una vuelta de hélice; este intercambiador fue evaluado en régimen laminar, experimentaron con un solo flujo, y modelaron el intercambiador con temperatura constante en la pared. Pan et al. usan números adimensionales para caracterizar el flujo del intercambiador de calor. Los números adimensionales son relaciones de parámetros físicos que sirven para caracterizar un sistema y generalizar un problema. Usando números adimensionales se puede comparar los sistemas analizados y describir los parámetros dimensionales que son necesarios cambiar para alcanzar el resultado deseado del sistema estudiado [62], dada la normalización que se logra con el uso de dichos números es posible comparar los resultados obtenidos con sistemas que presentan diferencias en las geometrías o condiciones de operación.

En la Figura 4-1 se muestra un aumento del 284, 218, 180, y 155% en el número Nusselt para el régimen de flujo laminar con números Dean de 840, 1641, 2420 y 3247. Este aumento se debe a las protusiones torsionadas del tubo interno, las cuales incrementan la mezcla del fluido generando movimiento de remolino, incrementando así la transferencia de calor por convección que es directamente proporcional al número Nusselt.

Figura 4-1: Curva experimental del número Nusselt versus número Reynolds en el intercambiador de calor Turbotec®. Fuente propia.

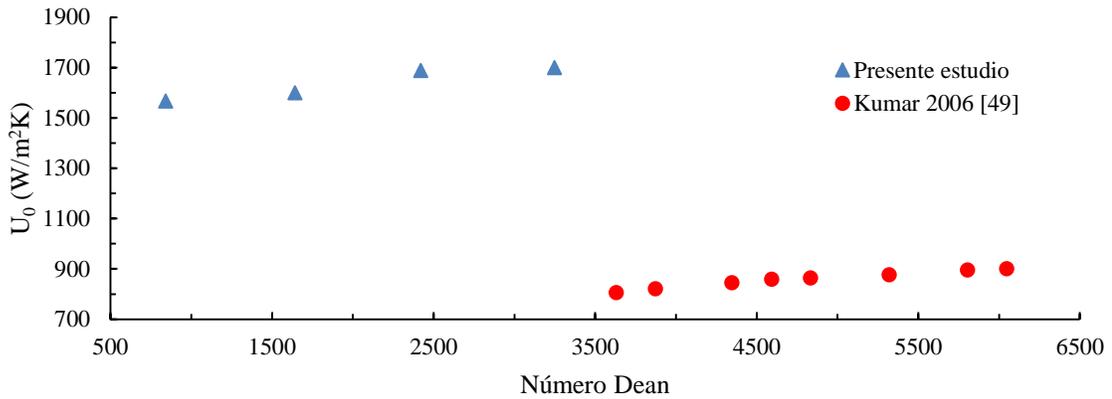


En la Figura 4-2 se muestra el coeficiente global de transferencia de calor para el tubo externo versus el número Dean. En el eje horizontal se encuentra el número Dean calculado con la Ecuación (1.3) y el eje vertical es el coeficiente global de transferencia de calor hallado con la Ecuación (3.5). En la figura se puede ver que el coeficiente global de transferencia de calor aumenta con el incremento del número Dean. Esto se debe a que al aumentar el número Dean la turbulencia es mayor y esto aumenta la transferencia de calor por convección, como se discutió anteriormente. No se consideró el error asociado al procedimiento de medida y a la precisión de los instrumentos, debido a que este fue menor al 1% para el coeficiente global de transferencia de calor y el número Dean.

Se compararon los resultados experimentales con los reportados por Kumar en [49] que estudió un intercambiador de calor liso curvado helicoidalmente, con diámetro del tubo interno de 25.4 mm, el diámetro del tubo externo es de 50.8 mm, el diámetro de la hélice de 762 mm, el paso de la hélice de 100 mm y el número de vueltas total del intercambiador

es 4. Aunque Kumar et al estudió el intercambiador en un rango de números de Dean propios de flujo turbulento, mientras la experimentación del presente estudio se dio en régimen de flujo laminar, aun así, se estima un aumento del 215% aproximadamente en el coeficiente global de transferencia de calor, este aumento puede obedecer al torsionado del tubo interno.

Figura 4-2: Curva experimental del número coeficiente global de transferencia de calor versus número Dean en el intercambiador de calor Turbotec®. Fuente propia.



Se desarrollaron seis correlaciones para el número de Nusselt en función del número de Dean para configuración en contraflujo (Ecuación (4.1)-(4.6)), para el número Dean en el intervalo de 840 a 3250, flujo laminar; se halló el coeficiente de determinación (R^2) para establecer la confiabilidad de los modelos de correlación, todos los coeficiente fueron mayores de 0.8641 mostrando una buena calidad para el modelo y futuras predicciones del número de Nusselt dentro del intervalo de números de Dean evaluado. Se corrobora que el aumento del número de Dean conlleva a un aumento en el número de Nusselt al ver los valores positivos del coeficiente y el exponente de la correlación potencial.

Potencial $Nu = 24.64De^{0.1457}$ (4.1)
 $R^2 = 0.9666$

Exponencial $Nu = 62.746e^{8E-05De}$ (4.2)
 $R^2 = 0.8641$

Lineal $Nu = 0.0056De + 62.311$ (4.3)
 $R^2 = 0.8795$

$$\begin{array}{l} \text{Logarítmica} \\ \mathbf{Nu = 10.446\ln(De) - 4.6276} \\ R^2 = 0.9744 \end{array} \quad (4.4)$$

$$\begin{array}{l} \text{Polinomio 2}^{\text{do}} \\ \text{grado} \\ \mathbf{Nu = -3E - 06De^2 + 0.0169De + 53.022} \\ R^2 = 0.9901 \end{array} \quad (4.5)$$

$$\begin{array}{l} \text{Polinomio 3}^{\text{er}} \\ \text{grado} \\ \mathbf{Nu = 2E - 09De^3 - 1E - 05De^2 + 0.0344De + 43.878} \\ R^2 = 1 \end{array} \quad (4.6)$$

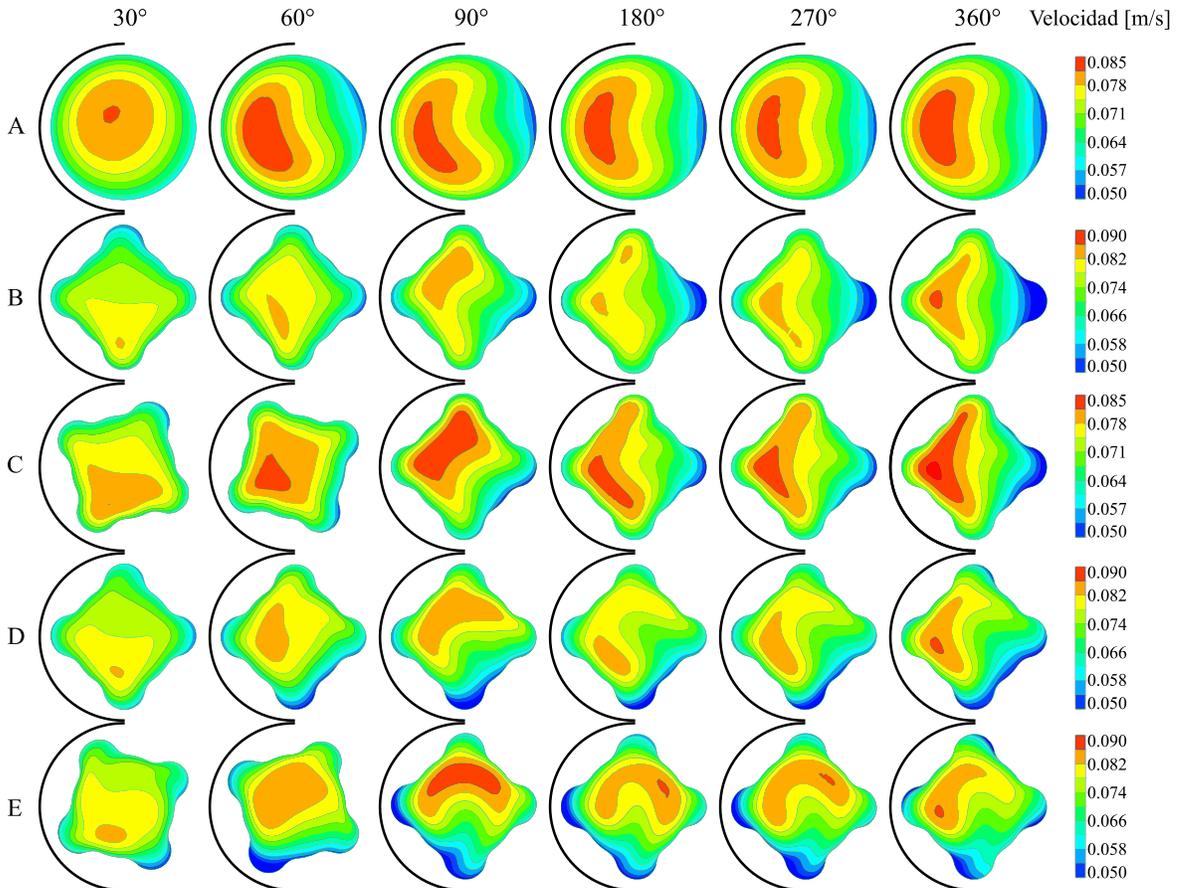
De las correlaciones desarrolladas la Ecuación (4.6), es la que muestra una mayor confiabilidad en los datos en el rango de Dean evaluado, sin embargo, las correlaciones (4.3)-(4.6) no son las adecuadas para describir el comportamiento del intercambiador de calor. Para estas ecuaciones el último término indica el valor del número Nusselt para un número Dean igual a cero. En la ecuación (4.2) al estar el número Dean en el exponente cuando este sea cero el número Nusselt será igual a uno. Estas ecuaciones no tendrían un significado lógico ya que el número Nusselt indica que hay transferencia de calor por convección y para que esto suceda es necesario que el número Dean sea mayor de cero ya que este indica la velocidad a la que se desplaza el fluido y si no hay desplazamiento del fluido no puede haber transferencia de calor por convección. La ecuación (4.1) es la único que pueden describir adecuadamente el comportamiento del intercambiador en cualquier intervalo del número Dean.

4.2 Resultados numéricos

Se llevó a cabo el estudio numérico para el fluido interno y externo de las cinco geometrías del intercambiador de calor. Todas las simulaciones se realizaron con $De = 1000$ para el fluido interno y el De del fluido externo se varió entre 4000 y 6500. Se graficaron los campos de velocidad y temperatura del fluido interno y externo, para un $De = 4411$ en el fluido externo, en la Figura 4-3 se muestran los campos de velocidad para el fluido interno de las cinco geometrías del intercambiador de calor, en ella las geometrías están ordenadas por filas mostrándose en la fila A los campos de la geometría de tubo liso, en la fila B los campos de la geometría modificada pero sin torsión, en la fila C los campos para una vuelta de torsión, en la fila D los campos para tres vueltas y en la fila E los campos para cinco vueltas de torsión. En las columnas se reportan las diferentes secciones donde fueron tomados los campos de velocidad (30° , 60° , 90° , 180° , 270° y 360°). El arco ubicado a la

izquierda de cada campo indica el exterior del intercambiador de calor y las leyendas a la derecha indican el intervalo de velocidad para cada geometría, siendo el color rojo para mayor velocidad y el color azul para menor velocidad.

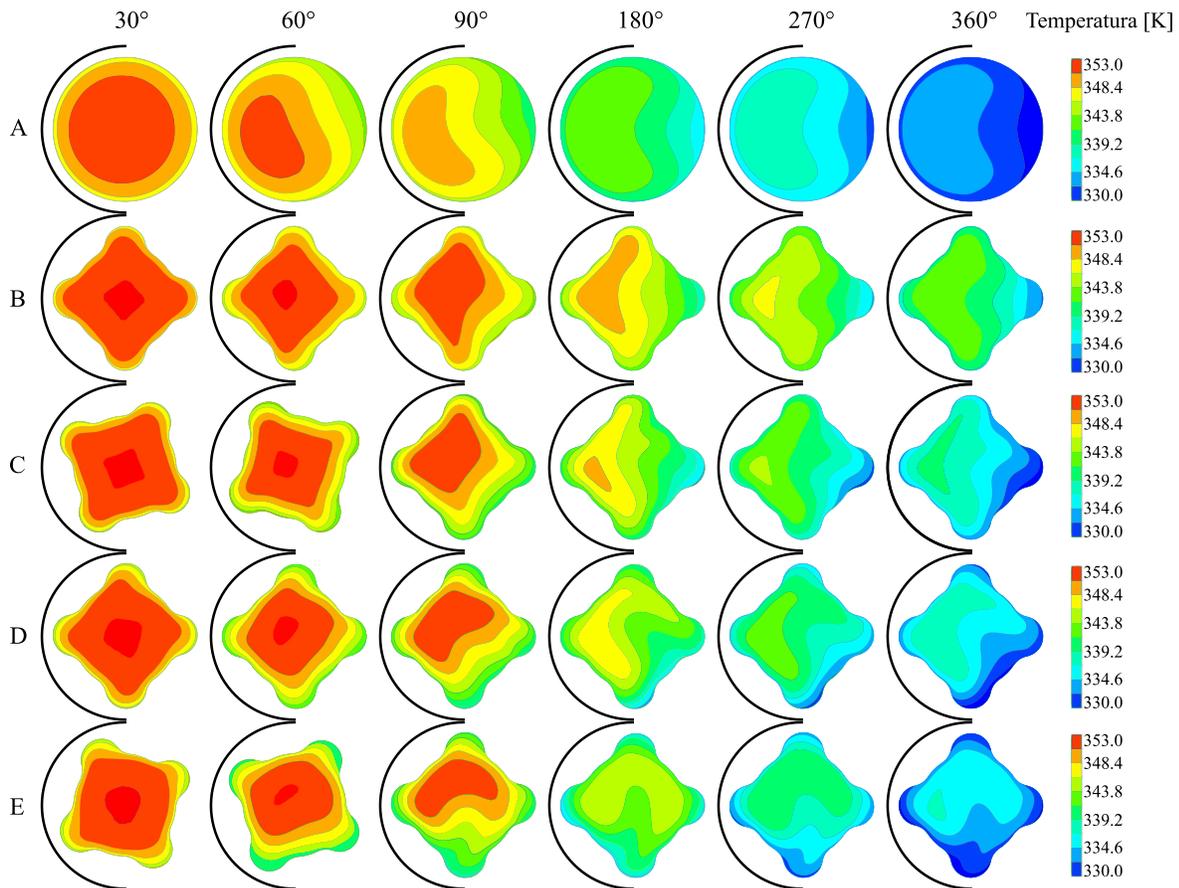
Figura 4-3: Campos de velocidad para los fluidos internos de los cinco intercambiadores de calor con $De = 1000$ para el tubo interno y con $De = 4411$ para el tubo externo. Fuente propia.



Con respecto a la Figura 4-3, para la geometría A, el campo de velocidad varía hasta los 90°, después los 180° los campos de velocidad no muestran un cambio en sus contornos, este comportamiento es similar al reportado por [49]. Para las geometrías B, C, D y E hasta los 90° se aprecia una variación en los campos de velocidad, pero desde los 180° se observan pequeñas variaciones en los campos, formándose patrones, lo que da la idea de un flujo completamente desarrollado, esta idea se afirmará más adelante. En las geometrías A, B, C y D la máxima velocidad se halla hacia el exterior del intercambiador de calor, esto se debe al efecto de la fuerza centrífuga originada por la curvatura del

intercambiador de calor, lo cual genera los flujos secundarios. Estos flujos se representan por los contornos de cada campo, los cuales generan una trayectoria helicoidal a través del tubo curvado como lo describe [9]. En la geometría D y E desde los 180° los campos de velocidad tienen un comportamiento similar pero aún no se genera un patrón, este comportamiento se debe al efecto de la torsión a lo largo del tubo, el cual es mayor para la geometría E, mostrando la combinación de efectos del curvado y la torsión con flujos secundarios que se ven afectador por el efecto de remolinos.

Figura 4-4: Campos de temperatura para los fluidos internos de los cinco intercambiadores de calor con $De = 1000$ para el tubo interno y con $De = 4411$ para el tubo externo. Fuente propia.



En la Figura 4-4 se muestran los campos de temperatura para el fluido interno de las cinco geometrías del intercambiador de calor. Las geometrías están ordenadas de tal manera que las filas coinciden con la Figura 4-3, igualmente con las columnas. Las leyendas a la

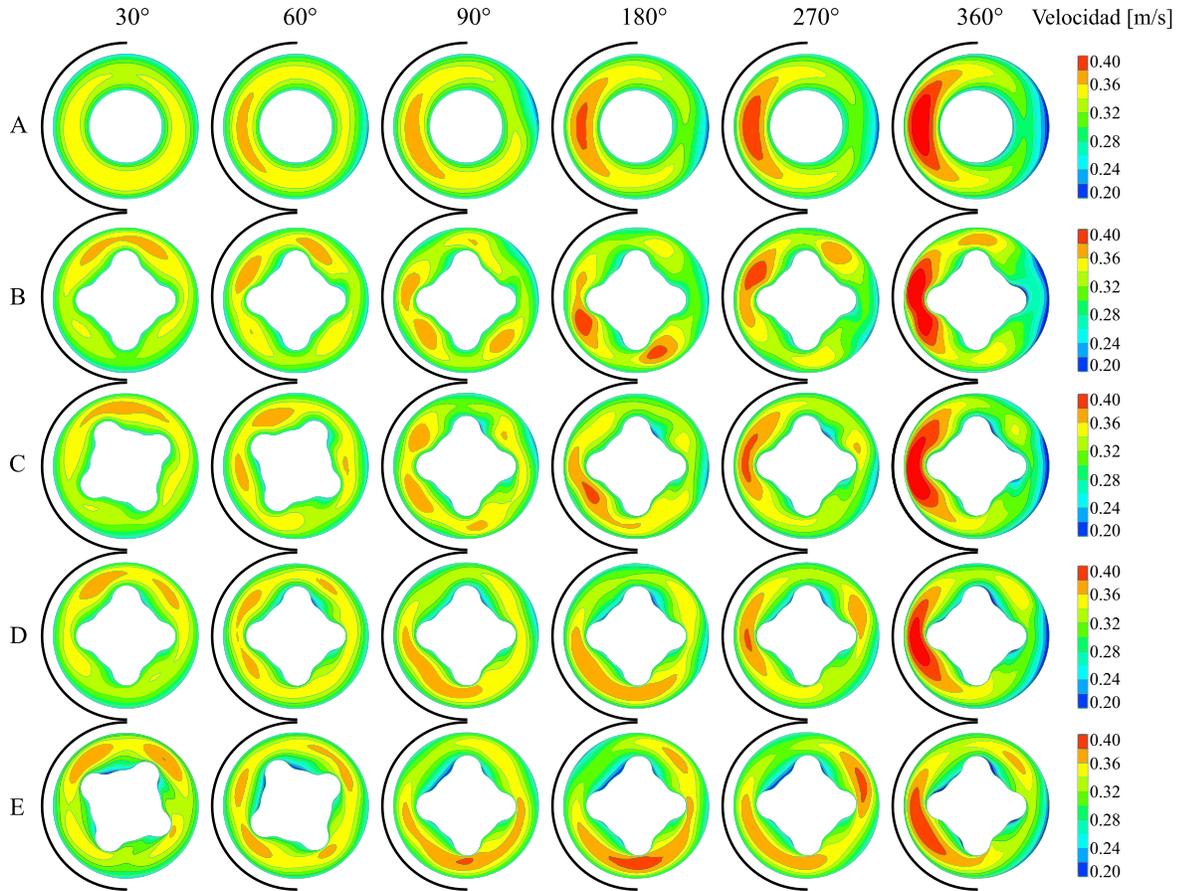
derecha indican el intervalo de temperatura para cada geometría, siendo el color rojo para mayor temperatura y el color azul para menor temperatura. Para la geometría A, el campo de temperatura varía hasta los 90° , después los 180° los campos de temperatura no muestran un cambio en sus contornos, este comportamiento es similar a los resultados reportados por [49].

Con respecto a la Figura 4-4, para las geometrías B, C, D y E hasta los 90° se aprecia una variación en los campos de temperatura, a partir de 180° se observan pequeñas variaciones en los campos, mostrando la formación de patrones de los contornos a partir de los 180° , similares a los de la Figura 4-3, corroborando nuevamente la idea de flujo completamente desarrollado. En las geometrías A, B, C y D la máxima temperatura se halla hacia el exterior del intercambiador de calor, esto se debe a que en el centro de las hélices formadas por los flujos secundarios el fluido no se mezcla, por lo tanto, no se transfiere calor hacia el resto del fluido. También por el movimiento del fluido en forma de hélice se produce un mayor contacto entre las partículas lo que aumenta la transferencia de calor por convección, esto se puede ver en la pérdida de temperatura que cada vez es menor a medida que avanza por el intercambiador de calor. En la geometría D y E desde los 180° los campos de temperatura tienen un comportamiento similar pero aún no se genera un patrón. Este comportamiento se debe al efecto de la torsión a lo largo del tubo, el cual es mayor para la geometría E.

En la Figura 4-5 se muestran los campos de velocidad para el fluido externo de las cinco geometrías del intercambiador de calor. Las geometrías están ordenadas por filas y columnas tal como en las Figuras anteriores, pero como el intercambiador de calor se encuentra a contraflujo los cortes del fluido interno no coincidirán con los del fluido externo excepto en el corte de 180° . Para la geometría A, el campo de velocidad varía hasta los 90° , después de los 180° los campos de velocidad no muestran un cambio en sus contornos, estos contornos son similares a los reportados por [49]. Para las geometrías B, C, D y E se tarda en apreciarse un patrón en los campos de velocidad, solo desde los 270° se observan pequeñas variaciones en los campos, pero esto no es suficiente para afirmar que hay un desarrollo de flujo. En la geometría A se forman patrones de los contornos a partir de los 180° , lo que demuestra un desarrollo total del flujo. En las geometrías B-E los flujos secundarios se encuentran más turbulentos, lo cual beneficia la transferencia de calor. Es posible que con un intercambiador de calor más largo se note un patrón más

pronunciado en los campos de velocidad, pero la comparación de los resultados no sería concordante con [49] quien solo estudio una vuelta del intercambiador de calor.

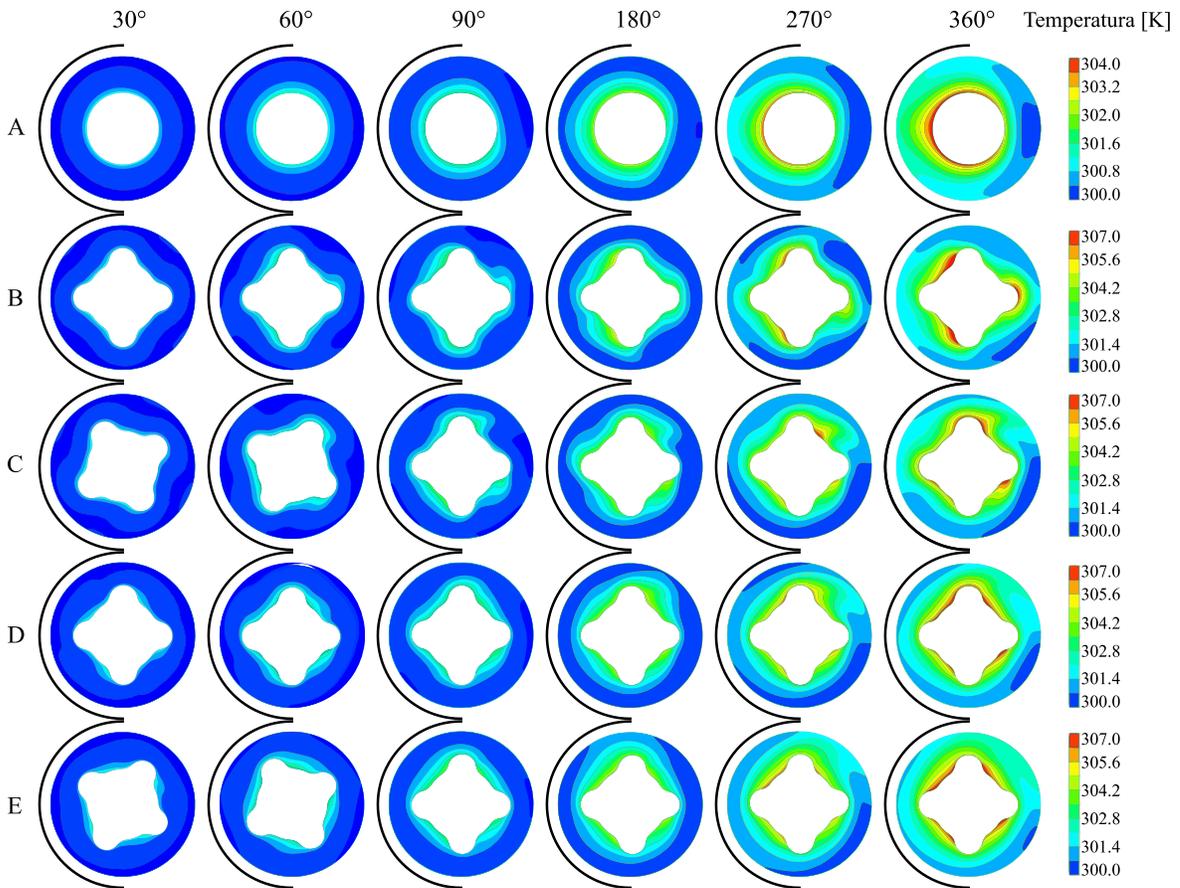
Figura 4-5: Campos de velocidad para los fluidos externos de los cinco intercambiadores de calor con $De = 1000$ para el tubo interno y con $De = 4411$ para el tubo externo. Fuente propia.



En la Figura 4-6 se muestran los campos de temperatura para el fluido externo de las cinco geometrías del intercambiador de calor. Las geometrías están ordenadas de tal manera que desde la fila A-E se muestra las mismas geometrías que la Figura 4-5, igualmente en las columnas. Para la geometría A, el campo de temperatura no varía mucho hasta los 90°, después los 180° los campos de temperatura muestran un cambio en sus contornos, este comportamiento es similar a los resultados reportados por [49]. Para las geometrías B, C, D y E hasta los 90° se aprecia una variación en los campos de temperatura, a partir de 180° se observan pequeñas variaciones en los campos mostrando un patrón. En todas las

geometrías la temperatura aumenta de forma uniforme siendo la temperatura casi igual en la mayoría del área de la sección, esto se debe a la forma en que se desplazan las partículas del fluido que cubren casi toda el área de esta sección como se muestra en la Figura 4-5. A 360° puede verse una distribución de temperatura cada vez más homogénea a medida que aumenta el torsionado, y dicha temperatura es cada vez mayor, lo que da la idea de que la transferencia de calor por convección debe ser mayor.

Figura 4-6: Campos de temperatura para los fluidos externos de los cinco intercambiadores de calor con $De = 1000$ para el tubo interno y con $De = 4411$ para el tubo externo. Fuente propia.

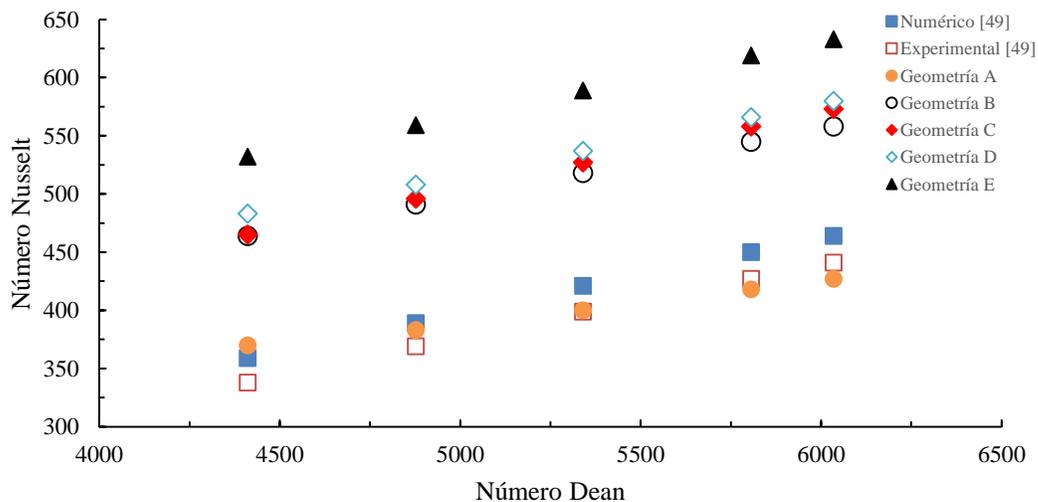


La Figura 4-7 muestra la gráfica del número Nusselt para el tubo externo versus el número Dean. En el eje horizontal se encuentra el número Dean calculado con la Ecuación (1.3), el eje vertical es el número Nusselt calculado con la Ecuación (3.1). Los cuadrados rellenos de color azul son los resultados numéricos de [49]; los cuadrados de borde rojo son los resultados experimentales de [49], en la Figura 4-7 se puede ver que el número Nusselt

aumenta con el incremento del número Dean para todas las geometrías, esto se debe a que al aumentar el número Dean la turbulencia es mayor y esto aumenta en contacto de las partículas de agua entre ellas y con las paredes calientes lo que aumenta la transferencia de calor por convección.

Se usaron los resultados numéricos y experimentales de [49] para validar los resultados obtenidos de la geometría A. Con la Ecuación (3.22) se calculó el error entre los resultados del número Nusselt de cada punto de la geometría A; con los resultados del número Nusselt de cada punto, numéricos y experimentales de [49]; encontrando un error entre el 1.5 - 8.0 % y 0.3 - 9.5 % respectivamente. Al ser el error de la validación menor al 10% se indica que la metodología de simulación propuesta es correcta para las demás simulaciones. Comparando los resultados del número Nusselt de cada punto de las geometrías B-E con los resultados del número Nusselt de cada punto de la geometría A; se encontró con la Ecuación (3.22) el porcentaje de aumento del número Nusselt.

Figura 4-7: Número Nusselt versus número Dean para el flujo externo del intercambiador, con $De = 1000$ para el tubo interno. Fuente propia.

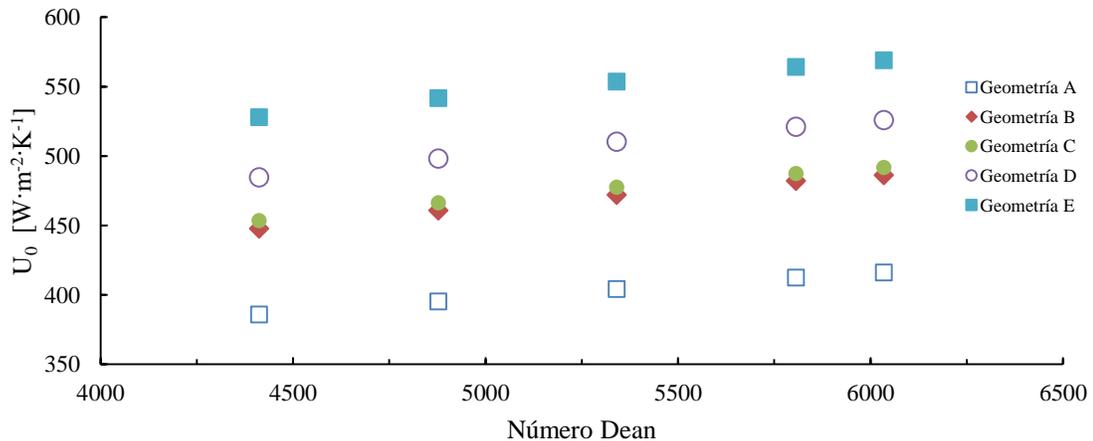


En la geometría B el número Nusselt aumenta entre 25.4% y 30.7%. Aunque el diámetro hidráulico del tubo interno es igual para las dos geometrías, el aumento de la transferencia de calor de la geometría B se debe al aumento del área de la transferencia de calor, cuando aumenta el área de la transferencia el flujo de calor es mayor y esto lleva al aumento de la transferencia de calor. Para la geometría C el aumento del número de Nusselt se da entre

25.7% y 34.2%, el área de transferencia de calor es igual que de la geometría B. El aumento de la transferencia de calor de la geometría C se debe al efecto del torsionado agregado a la geometría C. El aumento promedio del número Nusselt de la geometría C respecto a B es menor del 4%, por lo tanto, agregar el efecto de una vuelta de torsión no tiene efectos significativos en la transferencia de calor. La geometría D aumenta entre 30.5% y 35.8%, el aumento de la transferencia de calor de la geometría D se debe al efecto del torsionado agregado que es mayor al de la geometría C, sin embargo, el aumento promedio del número Nusselt es un 5% mayor al de la geometría B, el cual tampoco es un aumento significativo en la transferencia de calor. Por último, para la geometría E el aumento del número Nusselt está entre el 43.8% y 48.2%, el aumento de la transferencia de calor se debe al efecto del torsionado que es más acentuado que en las otras geometrías, este efecto de torsión favorece el contacto de las partículas de agua permitiendo que entre ellas se transfieran el calor de una forma más eficiente por el efecto de remolino.

Con la Ecuación (3.5) se halló el coeficiente global de transferencia de calor para el tubo externo de las geometrías A-E y se comparó en la Figura 4-8. En el eje horizontal se muestra el número Dean y en el eje vertical el coeficiente global de transferencia de calor del tubo externo. Se puede ver para todos los casos, que el coeficiente global de transferencia de calor aumenta con el incremento del número Dean de manera similar a [49]. También se muestra que el coeficiente global de transferencia de calor aumenta al aumentar el número de torsiones que se aplicó a las geometrías C-E.

Figura 4-8: Coeficiente global de transferencia de calor para el tubo externos versus número Dean con $De = 1000$ para el tubo interno. Fuente propia.



Las Figura 4-9 y Figura 4-10 muestran comparaciones entre el campo de velocidad (proyección tangencial del vector velocidad) a los 270° del presente estudio y los resultados reportados por Zachár en [5], en la primera columna de la Figura 4-9 están los resultados de Zachár para un tubo liso y para un tubo con corrugaciones helicoidales, los vectores de velocidad de Zachár se presentan con un número Dean de 1120, y los del tubo interno del presente estudio con Dean de 1000 en la Figura 4-9 y el tubo externo se presenta con un Dean de 4411 en la Figura 4-10. En ambas figuras el lado izquierdo indica la pared exterior del intercambiador de calor y el lado derecho indica el interior. Se observa que, para el tubo corrugado de Zachár la cantidad de flujos secundarios es más notoria, esto se debe a las bajas velocidades asociadas al régimen laminar en sus estudios, donde aún predominan los efectos de las fuerzas centrífugas causadas por el curvado del tubo. En la geometría E de la Figura 4-10 se observa una tendencia a formar remolinos masivos más completos que en las demás geometrías (A-D), este movimiento adicional es aumentado en función del número de torsiones, indicando que al aumentarlas se hace más notorio su efecto, predominando sobre los flujos secundarios asociados a la curvatura del tubo, mostrando más remolinos, los cuales aumentan aún más la mezcla del fluido, lo que es importante para mejorar la tasa de transferencia de calor por convección.

Figura 4-9: Vectores de velocidad del flujo interno proyectados tangencialmente. Fuente propia.

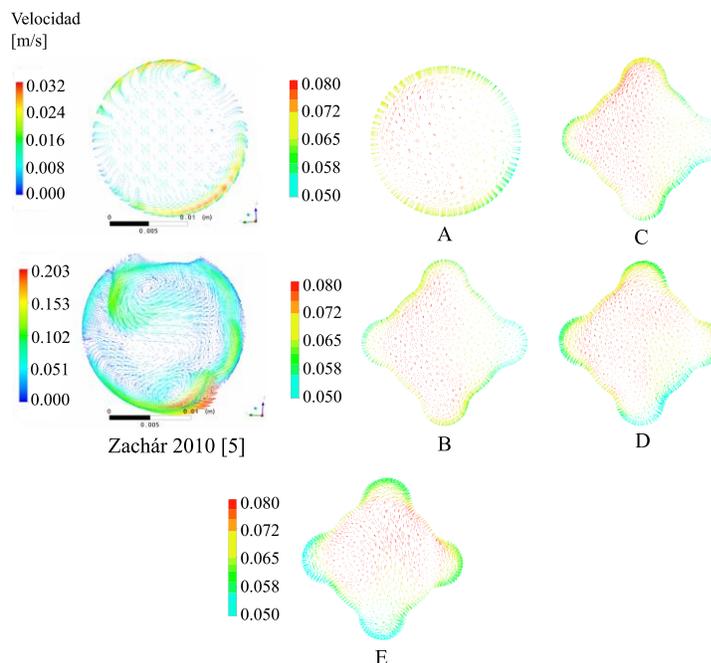
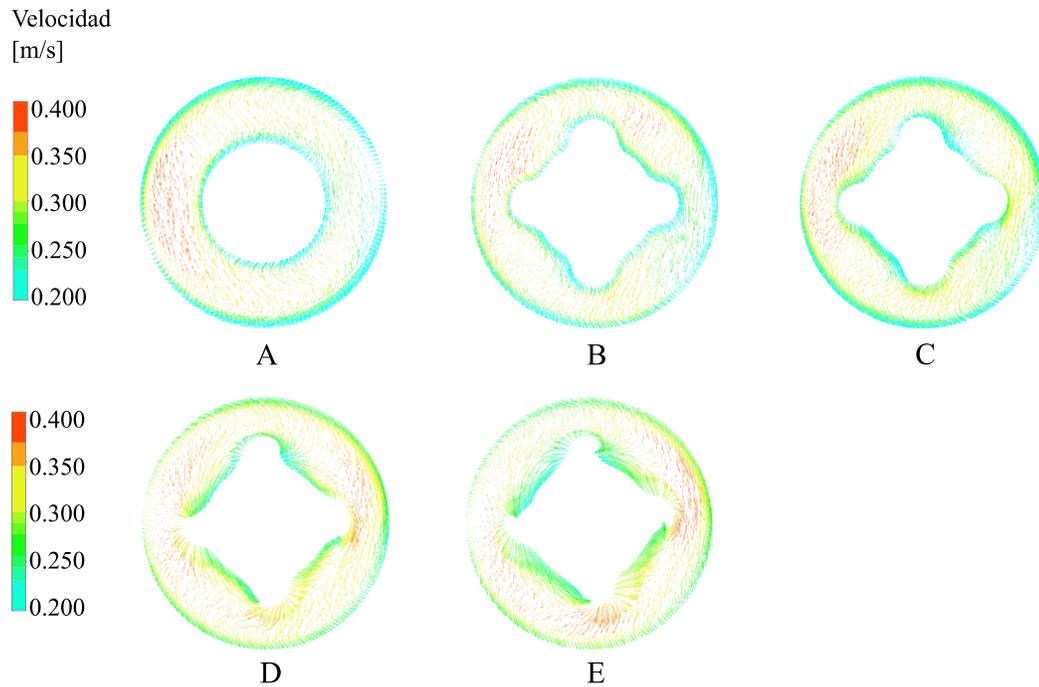
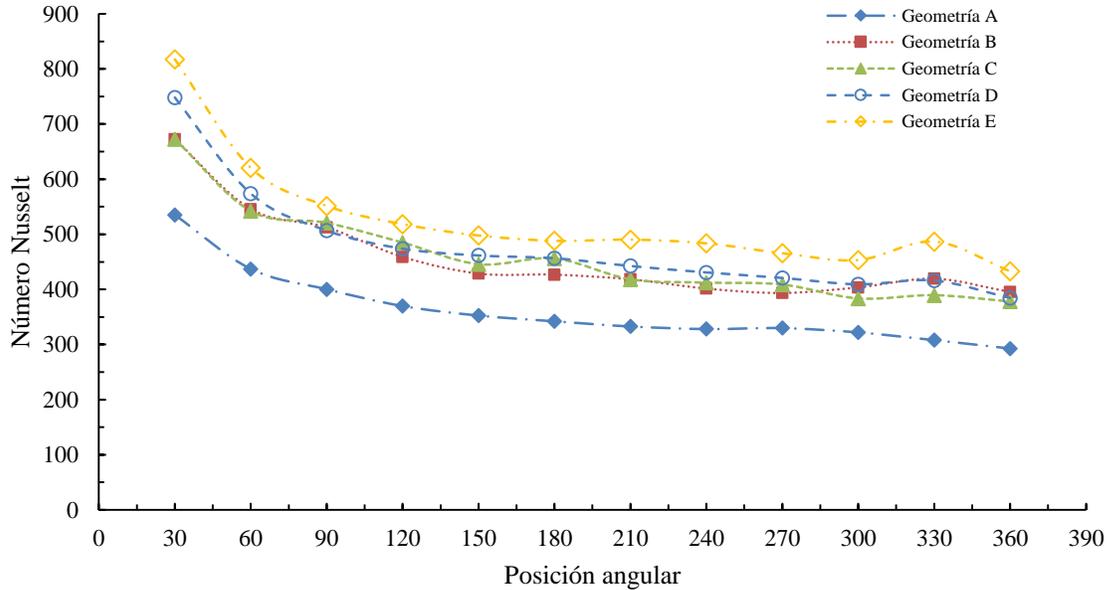


Figura 4-10: Vectores de velocidad del flujo externo proyectados tangencialmente.
Fuente propia.



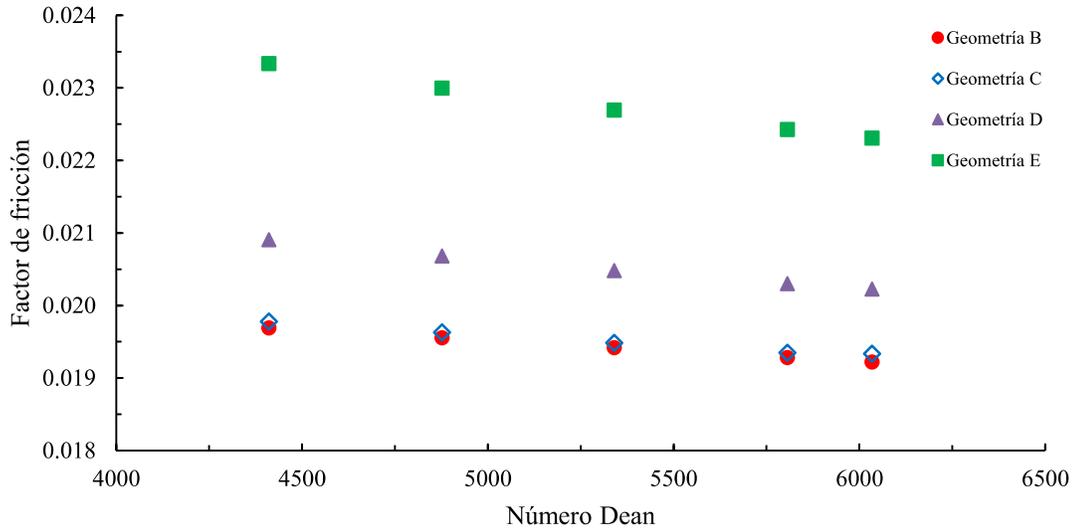
En la Figura 4-11 se puede apreciar el desarrollo del número de Nusselt promediado en diferentes ubicaciones a través del intercambiador de calor, estas simulaciones fueron llevadas a cabo en un Dean de 4411, se observa una disminución del número de Nusselt a través del intercambiador de calor hasta los 270° , a partir de ahí la variación del número Nusselt es menor del 10%, lo cual muestra que el número Nusselt se desarrolla al final de la primera vuelta del intercambiador de calor. Un comportamiento similar fue encontrado por Zachár [5] mostrando al final de la primer vuelta el comienzo de un comportamiento oscilatorio en el número Nusselt, este comportamiento oscilatorio es más fuerte en la geometría con 5 torsiones (Geometría E) que en el intercambiador curvado liso (Geometría A), esto se debe al flujo masivo en remolino provocado por las torsiones acentuadas en la geometría E, el cual predomina sobre los flujos secundarios causados por la mejora simple de curvado.

Figura 4-11: Desarrollo del número Nusselt a través de los intercambiadores de calor. Fuente propia.



La Figura 4-12 muestra el factor de fricción promedio de Darcy en función del número Dean, donde se observa una disminución del factor de fricción a medida que aumenta el número Dean. Al modificar la geometría B a la geometría C se incrementó el factor de fricción un 0.4%. La reducción del factor de fricción indica una reducción en la caída de presión ya que estas son directamente proporcionales. Esta reducción se puede deber al aumento del área transversal que es mayor en las geometrías modificadas que la del tubo liso circular. A medida que se aumentan las torsiones del tubo (geometrías D y E) el factor de fricción sigue aumentando un 6 y 17% para la geometría D y E respectivamente, mostrando que el incremento en las torsiones dificulta el paso del fluido a través del intercambiador. Sería interesante observar el comportamiento del factor de fricción cambiando el sentido de giro de las torsiones ya que éstas observándolas perpendicularmente a la entrada del fluido se encuentra en sentido horario, y la curva helicoidal del intercambiador de calor se encuentra en sentido antihorario, lo cual hace que los efectos del curvado y del torsionado sean contrarios.

Figura 4-12: Factor de fricción vs número Dean de los intercambiadores de calor. Fuente propia.



Por último, al presentar la correlación entre Nusselt y Dean y el parámetro del torsionado, Ecuación (4.7), se corrobora que el aumento del caudal y el número de torsiones conlleva a un aumento en la transferencia de calor al ver los valores positivos del coeficiente y el exponente de la correlación potencial. El \bar{R}^2 (coeficiente de determinación corregido) presentó un valor de 0,8868.

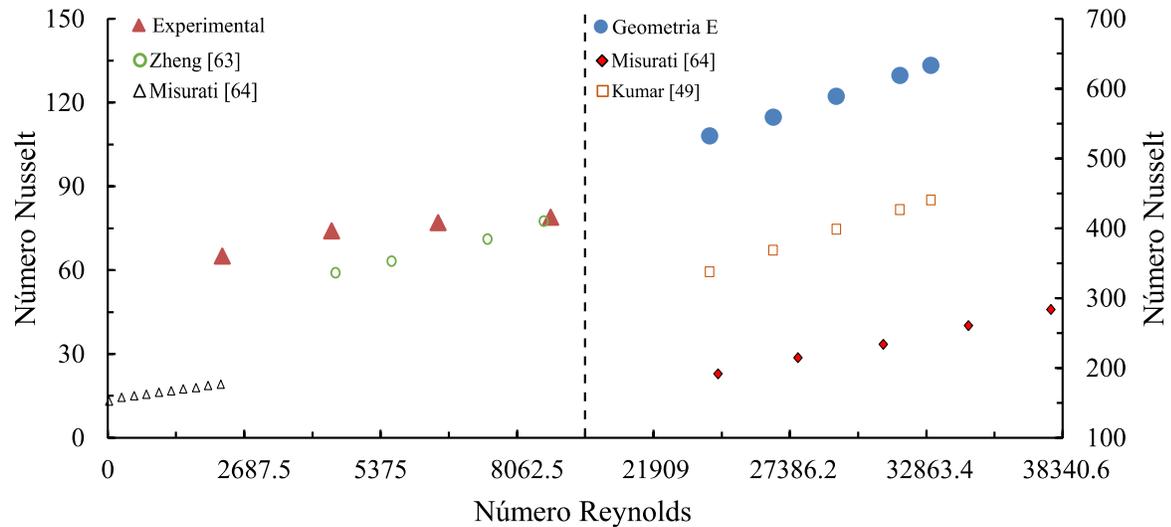
$$Nu = 28.88De^{0.6055}G^{0.0625}, \text{ para } 4411 < De < 6034 \quad (4.7)$$

4.3 Modelos de correlación

En la Figura 4-13 se resumen los resultados del presente estudio, experimentales en flujo laminar y numéricos en flujo turbulento de la geometría con mayor cantidad de torsiones que es la más similar al intercambiador de calor con tubo tipo tubo torsionado Turbotec® (Geometría E). Al tratarse de diferentes regímenes de flujo y geometrías diferentes ya que no se conoce la geometría exacta del intercambiador de calor experimental, fue necesario el uso de un eje secundario para mostrar los resultados juntos, pues los valores de Nusselt en régimen laminar para el intercambiador experimental son muy bajos, lo que indica que no resulta provechoso usar el intercambiador de calor de doble mejora pasiva en estos regímenes. Aun así en los dos regímenes laminar y turbulento, el intercambiador con tubo torsionado muestra una transferencia de calor mayor que los intercambiadores helicoidales

de [49],[63],[64]. Mientras el intercambiador numérico en régimen turbulento, su uso queda justificado con este estudio al mostrar el valor que alcanzan los números de Nusselt con la geometría de alta cantidad de torsiones. Ya se discutió la causa del incremento en la transferencia de calor asociada al curvado como mejora pasiva simple y al torsionado como segunda mejora pasiva, debido a que estos factores geométricos logran aumentar la permanencia de las partículas del fluido al intercambiador del calor y su interacción con las paredes y entre ellas.

Figura 4-13: Número Nusselt vs número Dean de los intercambiadores de calor. Fuente propia.



5. Conclusiones y recomendaciones

5.1 Conclusiones

El objetivo de este estudio fue obtener un modelo de correlación para el número Nusselt en intercambiadores de calor con tubo tipo Turbotec®, es decir con doble mejora pasiva por curvado y torsionado. Se realizaron pruebas experimentales en un modelo físico, con configuración en contraflujo y en régimen de flujo laminar. Además, utilizando el paquete comercial de dinámica de fluidos computacional Ansys CFX® se evaluó un intercambiador de calor curvado y torsionado en contraflujo, similar al intercambiador tipo Turbotec®. En el trabajo numérico se llevó a cabo con una mejora progresiva de la geometría agregando la doble mejora pasiva y se evaluó en régimen turbulento. Los experimentos y las simulaciones se realizaron usando diferentes tasas de flujo en el tubo externo, en el tubo interno el flujo se mantuvo constante.

Se compararon los resultados experimentales para el coeficiente global de transferencia de calor y el número Nusselt con los resultados reportados por Kumar et al. en [49] y Pan et al. en [55] respectivamente. Ambos autores estudiaron un intercambiador de calor helicoidal, se observó un aumento por encima del 200% en la transferencia de calor con respecto al referente Pan quien para un Reynolds de 2400 tiene un Nusselt de 42 en un intercambiador con mejora simple y para el presente estudio experimental en un Reynolds similar se obtuvo un Nusselt de 77 para un intercambiador con mejora doble. Se evidencia el aumento en la transferencia de calor para el intercambiador de calor con doble mejora pasiva en comparación con la mejora pasiva simple en régimen laminar. Se obtuvo la correlación del número Nusselt (Ecuación (4.1)) para el intercambiador de calor experimental en el rango de 840 a 3247 para un número Dean laminar. Para esta correlación no se tuvo en cuenta el número Prandtl ya que su variación fue menor al 5% por haber realizado todos los experimentos con el mismo fluido y un aumento de la temperatura promedio muy bajo; y este no influiría en la variación del número Nusselt. Las

pruebas para caudales más altos no se lograron ejecutar ya que el diseño del circuito frío no resultó apropiado para el intercambiador de calor instalado, tiene muy poca agua y no tiene la capacidad de bombeo suficiente. Los tanques no tienen la capacidad de volumen suficiente para que se alcance el estado estable, es decir antes de alcanzar el estado estable el tanque que alimenta al intercambiador de calor queda vacío, lo que impide continuar con la experimentación. Para poder realizar pruebas experimentales con los dos tanques es necesario instalar un intercambiador de calor que enfríe el agua una vez que salga del intercambiador de calor puesto a prueba.

La validación del modelo numérico se realizó con los resultados del número Nusselt experimental reportado en [49], con una diferencia menor al 10% mostrando un buen ajuste para la geometría A en las simulaciones ejecutadas. El tubo liso interno fue modificado para obtener un tubo torsionado tipo Turbotec®, a este se le modificó el número de torsiones y se halló el número Nusselt comparándolo con las demás geometrías. El tamaño del tubo externo fue el mismo para todas las geometrías. El número Nusselt fue más sensible al cambio del área transversal del tubo interno que al aumento del número de torsiones. Mostrando un aumento del 29% de la geometría “A” hacia la “B” esto es el aumento de un Nusselt de 400 a 527 en un Dean de 5340 y un aumento del 14% de la geometría “B” a la “E” un aumento de un Nusselt de 527 a 589 en un Dean de 5340. Esto se atribuye al aumento del área de transferencia de calor lo cual reduce la resistencia térmica del fluido. Al igual que el número Nusselt, el factor de fricción fue muy sensible al cambio del número de torsiones. Mostrando un aumento del 17% de la geometría “B” a la “E” mostrando un aumento en el factor de fricción de 0.019 a 0.022 en un Dean de 5340.

Los resultados experimentales en flujo laminar se correlacionaron (Ecuación (4.1)) con el número Dean, y durante el estudio numérico se tuvo en cuenta, adicionalmente, la torsión del tubo interno, en este estudio se obtuvo la correlación (Ecuación (4.7)) para el número Dean en un rango de 4411 – 6034 y entre 1 y 5 torsiones. Modificar el número Dean genera un mayor aumento del Nusselt que modificar las torsiones, esto obedece a que al ser el exponente del número Dean mayor que el exponente del número de torsiones presenta más incidencia, lo cual trae un crecimiento del número Nusselt más rápido al modificar el Número Dean.

5.2 Recomendaciones

El trabajo presentado proporciona las bases de la transferencia de calor y las características hidrodinámicas de un intercambiador de calor helicoidal con doble mejora pasiva con tubo tipo Turbotec®. Hay algunos aspectos donde se requiere una mayor investigación:

Los efectos del número de Prandtl en el número Nusselt deben estudiarse más a fondo utilizando diferentes fluidos o mezclas, lo que cambiaría las propiedades termo-dependientes que componen el número de Prandtl (calor específico, viscosidad dinámica y conductividad térmica). Se observó que era favorable para la transferencia de calor un mayor tamaño del tubo interno, sin embargo, es necesario realizar más investigaciones para determinar la influencia en los coeficientes de transferencia de calor para diferentes relaciones de los tubos, dirección de las torsiones, paso del intercambiador de calor y profundidad de las aletas. Se encontraron pocas investigaciones para la caída de presión lo que hace necesario llevar a cabo una investigación para el desarrollo de correlaciones para el coeficiente de fricción.

Para el banco experimental es necesario hacer un rediseño que incluya un volumen de agua más grande que logre mayor similitud con la aplicación convencional en piscinas o spas, o implementar un sistema de enfriamiento para la recirculación del agua de los tanques. El sistema de bomba de calor del banco experimental debe, igualmente, ser remplazado por uno de mayor capacidad, ya que la capacidad de refrigeración es de tan solo 4000 Btu/h y el intercambiador de calor fue diseñado para una capacidad de 95000 Btu/h. Además, es recomendable hacer una investigación experimental sobre la caída de presión en estos intercambiadores de calor para llevar a cabo un análisis de costo y beneficio con el fin de evaluar la rentabilidad.

A. Anexo: Propagación del error

Los modelos para hallar la incertidumbre se detallan a continuación:

Para sumas y diferencias, productos y cocientes, y potencias (ver Ecuaciones (5.1) a (5.3)).

$$q = x \pm y \quad (5.1)$$

$$q = \frac{xy}{z} \quad (5.2)$$

$$q = x^n \quad (5.3)$$

La incertidumbre para las expresiones anteriores se halla con las Ecuaciones (5.4) a (5.6).

$$\delta q \approx \sqrt{\delta x^2 + \delta y^2} \quad (5.4)$$

$$\delta q \approx \left[\sqrt{\left(\frac{\delta x}{|x|}\right)^2 + \left(\frac{\delta y}{|y|}\right)^2 + \left(\frac{\delta z}{|z|}\right)^2} \right] |q| \quad (5.5)$$

$$\delta q \approx \frac{|n| \delta x |q|}{|x|} \quad (5.6)$$

Para funciones de distintas variables.

$$\delta q \approx \sqrt{\left(\frac{\partial q}{\partial x} \delta x\right)^2 + \dots + \left(\frac{\partial q}{\partial z} \delta z\right)^2} \quad (5.7)$$

Si $q = |B|x$ donde B es conocido exactamente, entonces

$$\delta q \approx |B| \delta x \quad (5.8)$$

Aplicando las reglas para hallar las incertidumbres se encontraron las siguientes ecuaciones:

Para la temperatura promedio

$$\delta \bar{T}_m = \frac{\sqrt{\delta T_{e^2} + \delta T_{s^2}}}{|2|} \quad (5.9)$$

La temperatura del tubo

$$\delta T_p = \frac{\sqrt{\delta T_{e,o^2} + \delta T_{s,o^2} + \delta T_{e,i^2} + \delta T_{s,i^2}}}{|4|} \quad (5.10)$$

Se halló la incertidumbre para las propiedades termo-dependientes; densidad, calor específico, conductividad térmica y viscosidad dinámica.

$$\delta \rho = \sqrt{\left(|0,123161| \delta \bar{T}_m \right)^2 + \left(\frac{|2| \delta \bar{T}_m \left(|0,00131119 (\bar{T}_m^2)| \right)}{|\bar{T}_m|} \right)^2} + \left(\frac{|3| \delta \bar{T}_m \left(|0,0000121406 (\bar{T}_m^3)| \right)}{|\bar{T}_m|} \right)^2 \quad (5.11)$$

$$\delta C_p = \sqrt{\left(|0,694932| \delta \bar{T}_m \right)^2 + \left(\frac{|2| \delta \bar{T}_m \left(|0,00624126 (\bar{T}_m^2)| \right)}{|\bar{T}_m|} \right)^2} + \left(\frac{|3| \delta \bar{T}_m \left(|8,29448e-6 \bar{T}_m^3| \right)}{|\bar{T}_m|} \right)^2 \quad (5.12)$$

$$\delta \lambda = \sqrt{\left(|0,00196461| \delta \bar{T}_m \right)^2 + \left(\frac{|2| \delta \bar{T}_m \left(|9,77855e-6 \bar{T}_m^2| \right)}{|\bar{T}_m|} \right)^2} + \left(\frac{|3| \delta \bar{T}_m \left(|1,2432e-8 \bar{T}_m^3| \right)}{|\bar{T}_m|} \right)^2 \quad (5.13)$$

$$\delta \mu = \sqrt{\left(|0,0000410857| \delta \bar{T}_m \right)^2 + \left(\frac{|2| \delta \bar{T}_m \left(|4,64802e-7 \bar{T}_m^2| \right)}{|\bar{T}_m|} \right)^2} + \left(\frac{|3| \delta \bar{T}_m \left(|1,90559e-9 \bar{T}_m^3| \right)}{|\bar{T}_m|} \right)^2 \quad (5.14)$$

La incertidumbre en los números adimensionales Reynolds, Dean, Nusselt y Prandtl fue hallada con las siguientes ecuaciones

$$\delta Re = \left| \frac{0.00006309 \rho \nabla D_h}{A \mu} \right| \sqrt{\left(\frac{\delta \rho}{|\rho|} \right)^2 + \left(\frac{\delta \nabla}{|\nabla|} \right)^2 + \left(\frac{\delta \mu}{|\mu|} \right)^2} \quad (5.15)$$

$$\delta De = \delta Re \sqrt{\frac{D_h}{Db}} \quad (5.16)$$

$$\delta Nu = \left| \frac{0.00006309 D_h \nabla \rho C_p (T_s - T_e)}{A p \lambda (\bar{T}_p - \bar{T}_m)} \right| \sqrt{\left(\frac{\delta \nabla}{|\nabla|} \right)^2 + \left(\frac{\delta \rho}{|\rho|} \right)^2 + \left(\frac{\delta C_p}{|C_p|} \right)^2 + \left(\frac{\delta \lambda}{|\lambda|} \right)^2 + \left(\frac{\sqrt{\delta T_s^2 + \delta T_e^2}}{|T_s - T_e|} \right)^2 + \left(\frac{\sqrt{\delta \bar{T}_p^2 + \delta \bar{T}_m^2}}{|\bar{T}_p - \bar{T}_m|} \right)^2} \quad (5.17)$$

$$\delta Pr = \sqrt{\left(\frac{\delta \mu}{|\mu|} \right)^2 + \left(\frac{\delta C_p}{|C_p|} \right)^2 + \left(\frac{\delta \lambda}{|\lambda|} \right)^2} \quad (5.18)$$

Para el coeficiente global de transferencia de calor del fluido externo

$$\delta U_o = \left| \frac{\dot{Q}}{A p \Delta T_{LMTD}} \right| \sqrt{\left(\frac{\delta \dot{Q}}{|\dot{Q}|} \right)^2 + \left(\frac{\delta \Delta T_{LMTD}}{|\Delta T_{LMTD}|} \right)^2} \quad (5.19)$$

donde la incertidumbre en la tasa de transferencia de calor se halla

$$\delta \dot{Q} = 0.00006309 \sqrt{\left(\frac{\delta C_p}{|C_p|} \right)^2 + \left(\frac{\delta \rho}{|\rho|} \right)^2 + \left(\frac{\delta \nabla}{|\nabla|} \right)^2 + \left(\frac{\sqrt{\delta T_s^2 + \delta T_e^2}}{|T_s + T_e|} \right)^2} \quad (5.20)$$

La diferencia de temperatura media logarítmica

$$\delta \Delta T_{LMTD} = \left| \frac{\Delta T_1 - \Delta T_2}{\ln \left(\frac{\Delta T_1}{\Delta T_2} \right)} \right| \sqrt{\left(\frac{\sqrt{\delta \Delta T_1^2 + \delta \Delta T_2^2}}{|\Delta T_1 - \Delta T_2|} \right)^2 + \left(\frac{\sqrt{\delta \Delta T_1^2 + \delta \Delta T_2^2}}{\left| \ln \left(\frac{\Delta T_1}{\Delta T_2} \right) \right|} \right)^2} \quad (5.21)$$

$$\delta\Delta T1 = \sqrt{\delta T_{e,i}^2 - \delta T_{s,o}^2} \quad (5.22)$$

$$\delta\Delta T2 = \sqrt{\delta T_{s,i}^2 - \delta T_{e,o}^2} \quad (5.23)$$

B. Anexo: Desarrollo de correlaciones para el número Nusselt

Correlaciones Experimentales

El modelo de regresión no lineal de tipo potencial es aquel en que la función de ajuste es del tipo:

$$Y = aX^b \quad (5.24)$$

Para el caso de la correlación tiene:

$$Nu = aDe^x \quad (5.25)$$

Esta correlación se lleva a cabo dado que es posible correlacionar la variable independiente con la variable dependiente. Los datos obtenidos experimentalmente se reportan en la Tabla 5-1.

Tabla 5-1: Datos obtenidos en los experimentos. Fuente propia.

Nusselt promedio	Dean
65	840
74	1641
77	2420
79	3247

La forma de realizar esta correlación es la siguiente, dado el modelo potencial y para lograr una relación lineal debemos usar logaritmo en ambos lados de esta igualdad:

$$\log(Nu) = \log(aDe^x) \quad (5.26)$$

Por propiedades de los logaritmos, se puede obtener una expresión equivalente de la forma:

$$\log(Nu) = \log(a) + x \log(De) \quad (5.27)$$

Realizando las siguientes sustituciones:

$$\log(Nu) = Y ; \log(a) = \beta_0 ; \log(De) = X_1 ; x = \beta_1 \quad (5.28)$$

De esta manera, se obtiene la expresión:

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \varepsilon \quad (5.29)$$

Este sería el modelo lineal mediante el cual se puede obtener la función de ajuste adecuada. Donde β_j son los valores llamados coeficientes de regresión y ε es el error aleatorio. Para poder estimar los valores necesarios en la regresión lineal se hace necesario contar con una cantidad de datos mayor al número de variables. Estos se organizan en la Tabla 5-2.

Tabla 5-2: Estructura de los datos para la regresión lineal múltiple. Fuente propia.

Y	X ₁
1.8129	2.9242
1.8692	3.2151
1.8864	3.3838
1.8976	3.5114

Se puede observar que para cada valor asignado a las variable regresora (x_{1i}) se observa un valor de la variable dependiente y_i . Se puede entonces escribir el modelo de regresión lineal como:

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{1i} + \varepsilon_i = \beta_0 + \sum \beta_1 X_{1i} + \varepsilon_i, \quad i = 1, 2, 3, 4 \quad (5.30)$$

Cuando se despejan los errores, se elevan al cuadrado y se suman, se obtiene la siguiente función:

$$S = \sum_{i=1}^4 \varepsilon_i^2 = \sum_{i=1}^4 \left(y_i - \beta_0 - \sum \beta_1 x_{1i} \right)^2 \quad (5.31)$$

Esta función depende del parámetro β_1 . Los estimadores de mínimos cuadrados para β_1 se obtienen al minimizar los errores, es decir, minimizando S. Esto lo podemos lograr cuando derivamos a S con respecto al parámetro β_1 , ahora, esta ecuación es el estimadores de mínimos cuadrados $\hat{\beta}_1$. Para representar el procedimiento de estimación por mínimos cuadrados se utiliza una notación matricial. Se tiene que:

$$Y = X\beta + \varepsilon \quad (5.32)$$

Dónde:

$$Y = \begin{bmatrix} 1.8129 \\ 1.8692 \\ 1.8864 \\ 1.8976 \end{bmatrix}; X = \begin{bmatrix} 1.000 & 2.9242 \\ 1.000 & 3.2151 \\ 1.000 & 3.3838 \\ 1.000 & 3.5114 \end{bmatrix}; \beta = \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \end{bmatrix}; \varepsilon = \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \end{bmatrix} \quad (5.33)$$

Se hace necesario obtener el vector de los estimadores de mínimos cuadrados $\hat{\beta}$ que minimice:

$$\begin{aligned} S &= \sum_{i=1}^4 \varepsilon_i^2 = \varepsilon' \varepsilon = (Y - X\beta)' (Y - X\beta) = Y'Y - \beta' X'Y - Y'X\beta + \beta' X'X\beta \\ &= Y'Y - 2\beta' X'Y + \beta' X'X\beta \end{aligned} \quad (5.34)$$

Dadas estas expresiones se debe satisfacer la siguiente ecuación matricial:

$$\left. \frac{\partial S}{\partial \beta} \right|_{\hat{\beta}} = -2X'Y + 2X'X\hat{\beta} = 0 \quad (5.35)$$

De allí:

$$X'Y = X'X\hat{\beta} \quad (5.36)$$

Finalmente, la expresión que determina el estimador de mínimos cuadrados es:

$$\hat{\beta} = (X'X)^{-1} X'Y \quad (5.37)$$

Para el caso del presente proyecto se tiene que la transpuesta de la matriz X es:

$$X' = \begin{bmatrix} 1.000 & 1.000 & 1.000 & 1.000 \\ 2.9242 & 3.2151 & 3.3838 & 3.5114 \end{bmatrix} \quad (5.38)$$

Se tiene que la matriz $X'X$ está dada por:

$$X'X = \begin{bmatrix} 1.000 & 1.000 & 1.000 & 1.000 \\ 2.9242 & 3.2151 & 3.3838 & 3.5114 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1.000 & 2.9242 \\ 1.000 & 3.2152 \\ 1.000 & 3.3838 \\ 1.000 & 3.5114 \end{bmatrix} \quad (5.39)$$

$$= \begin{bmatrix} 4.000 & 13.0346 \\ 13.0346 & 42.669 \end{bmatrix}$$

Y la matriz $X'Y$ es:

$$X'Y = \begin{bmatrix} 1.000 & 1.000 & 1.000 & 1.000 \\ 2.9242 & 3.2151 & 3.3838 & 3.5114 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1.8129 \\ 1.8692 \\ 1.8864 \\ 1.8976 \end{bmatrix} \quad (5.40)$$

$$= \begin{bmatrix} 7.4662 \\ 24.3582 \end{bmatrix}$$

La matriz inversa de $X'X$ está dada por:

$$(X'X)^{-1} = \begin{bmatrix} 55.1878 & -16.8589 \\ -16.8589 & 5.1735 \end{bmatrix} \quad (5.41)$$

Por lo tanto:

$$\hat{\beta} = \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 55.1878 & -16.8589 \\ -16.8589 & 5.1735 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 7.4662 \\ 24.3582 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.3916 \\ 0.1457 \end{bmatrix} \quad (5.42)$$

Dados estos datos se aplicó las propiedades del logaritmo para llegar nuevamente a la primera ecuación (Este solo aplica para β_0 , ya que el otro es un valor exponencial del logaritmo y no necesita una conversión):

$$\log(\beta_0) = a ; a = 10^{\beta_0} \quad (5.43)$$

De tal manera se llegó a la siguiente correlación:

$$Nu = 24.6396De^{0.1457} \quad (5.44)$$

Con $\hat{\beta}$ el modelo ajustado que se obtiene es:

$$\hat{Y} = X \hat{\beta} \quad (5.45)$$

Al ajustar un modelo de regresión es importante disponer de alguna medida que permita medir la variación del ajuste. Esto se consigue con los coeficientes de correlación. En general cuando se ajusta un modelo estadístico, una medida de la variabilidad del ajuste es el coeficiente de determinación, definido por

$$R^2 = \frac{\sum_{i=1}^4 (\hat{Y}_i - \bar{Y})^2}{\sum_{i=1}^4 (Y_i - \bar{Y})^2} \quad (5.46)$$

Cuando se determina R^2 obtenemos el coeficiente de determinación con un valor de 0.9666, si R^2 se aproxima a 1 esto significa que las variables tienen una gran relación lineal entre sí.

Correlaciones numéricas

No se tuvo en cuenta el número Prandtl ya que su variación en las pruebas experimentales fue menor al 2% como se muestra en la Tabla 5-3.

Tabla 5-3: Número Prandtl obtenido en las simulaciones. Fuente propia.

Número Dean	Prandtl				
	Geometría A	Geometría B	Geometría C	Geometría D	Geometría E
4411	5.7610	5.7051	5.7028	5.6927	5.6773
4877	5.7690	5.7167	5.7146	5.7052	5.6910
5340	5.7760	5.7268	5.7249	5.7160	5.7030
5806	5.7820	5.7355	5.7339	5.7254	5.7135
6034	5.7845	5.7393	5.7384	5.7294	5.7177

El modelo de regresión no lineal de tipo potencial es aquel en que la función de ajuste es del tipo:

$$Y = aX^b \quad (5.47)$$

Para el caso de una correlación múltiple se podría tener:

$$Nu = aDe^x G^y \quad (5.48)$$

Esta correlación se lleva a cabo dado que es posible correlacionar cada una de las variables independientes con la variable dependiente. Los datos obtenidos numéricamente se reportan en la Tabla 5-4.

Tabla 5-4: Datos obtenidos en las simulaciones. Fuente propia.

Nusselt promedio	Dean	Torsiones
465	4411	1.000
496	4877	1.000
527	5340	1.000
558	5806	1.000
573	6034	1.000
483	4411	3.000

Tabla 5 4: (Continuación)

Nusselt promedio	Dean	Torsiones
508	4877	3.000
537	5340	3.000
566	5806	3.000
580	6034	3.000
532	4411	5.000
559	4877	5.000
589	5340	5.000
619	5806	5.000
633	6034	5.000

La forma de realizar esta correlación es la siguiente, dado el modelo potencial y para lograr una relación lineal debemos usar logaritmo en ambos lados de esta igualdad:

$$\log(Nu) = \log(aDe^x G^y) \quad (5.49)$$

Por propiedades de los logaritmos, se puede obtener una expresión equivalente de la forma:

$$\log(Nu) = \log(a) + x\log(De) + y\log(G) \quad (5.50)$$

Realizando las siguientes sustituciones:

$$\log(Nu) = Y ; \log(a) = \beta_0 ; \log(De) = X_1 ; \log(G) = X_2 ; \quad (5.51)$$

$$x = \beta_1 ; y = \beta_2$$

De esta manera, se obtiene la expresión:

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \varepsilon \quad (5.52)$$

Este sería el modelo lineal múltiple mediante el cual se puede obtener la función de ajuste adecuada. Donde β_j son los valores llamados coeficientes de regresión y ε es el error aleatorio. Para poder estimar los valores necesarios en la regresión lineal múltiple se hace

necesario contar con una cantidad de datos mayor al número de variables. Estos se organizan en la Tabla 5-5.

Tabla 5-5: Estructura de los datos para la regresión lineal múltiple. Fuente propia.

Y	X ₁	X ₂
2.6675	3.6445	0.0000
2.6955	3.6882	0.0000
2.7218	3.7275	0.0000
2.7466	3.7639	0.0000
2.7582	3.7806	0.0000
2.6839	3.6445	0.4771
2.7059	3.6882	0.4771
2.7300	3.7275	0.4771
2.7528	3.7639	0.4771
2.7634	3.7806	0.4771
2.7259	3.6445	0.6990
2.7474	3.6882	0.6990
2.7701	3.7275	0.6990
2.7917	3.7639	0.6990
2.8014	3.7806	0.6990

Se puede observar que para cada combinación de los valores asignados a las variables regresoras (x_{1i} , x_{2i}) se observa un valor de la variable dependiente y_i . Se puede entonces escribir el modelo de regresión lineal múltiple como:

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{1i} + \beta_2 X_{2i} + \dots + \varepsilon_i = \beta_0 + \sum_{j=1}^2 \beta_j X_{ji} + \varepsilon_i, \quad i = 1, 2, \dots, 15 \quad (5.53)$$

Cuando se despejan los errores, se elevan al cuadrado y se suman, se obtiene la siguiente función:

$$S = \sum_{i=1}^{15} \varepsilon_i^2 = \sum_{i=1}^{15} \left(y_i - \beta_0 - \sum_{j=1}^2 \beta_j x_{ji} \right)^2 \quad (5.54)$$

Esta función depende de los parámetros β_j . Los estimadores de mínimos cuadrados para β_j se obtienen al minimizar los errores, es decir, minimizando S. Esto lo podemos lograr cuando derivamos a S con respecto a cada parámetro β_j , ahora, estas 3 ecuaciones simultáneas son los estimadores de mínimos cuadrados $\hat{\beta}_j$. Para representar el procedimiento de estimación por mínimos cuadrados se utiliza una notación matricial. Se tiene que:

$$Y = X\beta + \varepsilon \quad (5.55)$$

Dónde:

$$Y = \begin{bmatrix} 2.6675 \\ 2.6955 \\ 2.7218 \\ 2.7466 \\ 2.7582 \\ 2.6839 \\ 2.7059 \\ 2.7300 \\ 2.7528 \\ 2.7634 \\ 2.7259 \\ 2.7474 \\ 2.7701 \\ 2.7917 \\ 2.8014 \end{bmatrix}; \quad X = \begin{bmatrix} 1 & 3.6445 & 0.0000 \\ 1 & 3.6882 & 0.0000 \\ 1 & 3.7275 & 0.0000 \\ 1 & 3.7639 & 0.0000 \\ 1 & 3.7806 & 0.0000 \\ 1 & 3.6445 & 0.4771 \\ 1 & 3.6882 & 0.4771 \\ 1 & 3.7275 & 0.4771 \\ 1 & 3.7639 & 0.4771 \\ 1 & 3.7806 & 0.4771 \\ 1 & 3.6445 & 0.6990 \\ 1 & 3.6882 & 0.6990 \\ 1 & 3.7275 & 0.6990 \\ 1 & 3.7639 & 0.6990 \\ 1 & 3.7806 & 0.6990 \end{bmatrix} \quad (5.56)$$

$$\beta = \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \beta_2 \end{bmatrix}; \quad \varepsilon = \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \end{bmatrix}$$

Se hace necesario obtener el vector de los estimadores de mínimos cuadrados $\hat{\beta}$ que minimice:

$$\begin{aligned}
 S &= \sum_{i=1}^{15} \varepsilon_i^2 = \varepsilon' \varepsilon = (Y - X\beta)'(Y - X\beta) = Y'Y - \beta'X'Y - Y'X\beta + \beta'X'X\beta \\
 &= Y'Y - 2\beta'X'Y + \beta'X'X\beta
 \end{aligned} \tag{5.57}$$

Dadas estas expresiones se debe satisfacer la siguiente ecuación matricial:

$$\left. \frac{\partial S}{\partial \beta} \right|_{\hat{\beta}} = -2X'Y + 2X'X\hat{\beta} = 0 \tag{5.58}$$

De allí:

$$X'Y = X'X\hat{\beta} \tag{5.59}$$

Finalmente, la expresión que determina el estimador de mínimos cuadrados es:

$$\hat{\beta} = (X'X)^{-1} X'Y \tag{5.60}$$

Para el caso del presente proyecto se tiene que la transpuesta de la matriz X es:

$$X' = \begin{bmatrix} 1.0000 & 1.0000 & 1.0000 & 1.0000 & 1.0000 \\ 3.6445 & 3.6882 & 3.7275 & 3.7639 & 3.7806 \\ 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 \end{bmatrix}$$

$$\begin{matrix} 1.0000 & 1.0000 & 1.0000 & 1.0000 & 1.0000 \\ 3.6445 & 3.6882 & 3.7275 & 3.7639 & 3.7806 \\ 0.4771 & 0.4771 & 0.4771 & 0.4771 & 0.4771 \end{matrix} \tag{5.61}$$

$$\begin{bmatrix} 1.0000 & 1.0000 & 1.0000 & 1.0000 & 1.0000 \\ 3.6445 & 3.6882 & 3.7275 & 3.7639 & 3.7806 \\ 0.6990 & 0.6990 & 0.6990 & 0.6990 & 0.6990 \end{bmatrix}$$

Se tiene que la matriz $X'X$ está dada por:

$$X'X = \begin{bmatrix} 15.0000 & 55.8141 & 5.8805 \\ 55.8141 & 207.7183 & 21.8808 \\ 5.8805 & 21.8808 & 3.5810 \end{bmatrix} \tag{5.62}$$

Y la matriz $X'Y$ es:

$$X'Y = \begin{bmatrix} 41.0621 \\ 152.8122 \\ 16.1774 \end{bmatrix} \quad (5.63)$$

La matriz inversa de $X'X$ está dada por:

$$(X'X)^{-1} = \begin{bmatrix} 373.5945 & -100.3529 & -0.3073 \\ -100.3529 & 26.9697 & 0.0000 \\ -0.3073 & 0.0000 & 0.7839 \end{bmatrix} \quad (5.64)$$

Por lo tanto:

$$\hat{\beta} = \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \beta_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 373.5945 & -100.3529 & -0.3073 \\ -100.3529 & 26.9697 & 0.0000 \\ -0.3073 & 0.0000 & 0.7839 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 41.0621 \\ 152.8122 \\ 16.1774 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.4601 \\ 0.6055 \\ 0.0625 \end{bmatrix} \quad (5.65)$$

Dados estos datos se aplicó las propiedades del logaritmo para llegar nuevamente a la primera ecuación (Este solo aplica para β_0 , ya que los otros son valores exponenciales del logaritmo y no necesitan una conversión):

$$\log(\beta_0) = a ; a = 10^{\beta_0} \quad (5.66)$$

De tal manera se llegó a la siguiente correlación:

$$Nu = 2.8845De^{0.6055} G^{0.0625} \quad (5.67)$$

Con $\hat{\beta}$ el modelo ajustado que se obtiene es:

$$\hat{Y} = X\hat{\beta} \quad (5.68)$$

Al momento de hacer inferencias sobre β o sobre el modelo, se necesita estimar el error estándar de la estimación σ . Teniendo en cuenta que los residuos están dados por:

$$\varepsilon = Y - \hat{Y} \quad (5.69)$$

La suma de los cuadrados del error viene dada por:

$$S_{CE} = \sum_{i=1}^5 \varepsilon_i^2 = \varepsilon'\varepsilon \quad (5.70)$$

Así, la expresión el error estándar de la estimación para Y es:

$$\sigma = \sqrt{\frac{S_{CE}}{n-3}} \quad (5.71)$$

Se divide entre n-3 ya que se usaron dos datos estimados (X_1 y X_2) para calcular σ .

Al ajustar un modelo de regresión múltiple es importante disponer de alguna medida que permita medir la variación del ajuste. Esto se consigue con los coeficientes de correlación múltiple. En general cuando se ajusta un modelo estadístico, una medida de la variabilidad del ajuste es el coeficiente de determinación, definido por

$$R^2 = \frac{\sum_{i=1}^{15} (\hat{Y}_i - \bar{Y})^2}{\sum_{i=1}^{15} (Y_i - \bar{Y})^2} \quad (5.72)$$

Si el modelo que se ajusta es un modelo de regresión lineal múltiple es conveniente utilizar el coeficiente de determinación corregido por el número de grados de libertad, \bar{R}^2 . Este coeficiente es similar al anterior, pero utiliza el cociente de varianzas en lugar del cociente de sumas de cuadrados.

$$\bar{R}^2 = 1 - \frac{\sigma^2}{\left(\frac{1}{n-1}\right) \sum_{i=1}^{15} (Y_i - \bar{Y})^2} \quad (5.73)$$

Cuando se determina \bar{R}^2 obtenemos el coeficiente de determinación corregido con un valor de 0.8868, si \bar{R}^2 se aproxima a 1 esto significa que las variables tienen una gran relación lineal entre sí.

Bibliografía

- [1] Health Protection NSW, "Public swimming pool and spa pool advisory document," 2013.
- [2] I. Turbotec Products, "Titanium Coaxial Heat Exchangers." [Online]. Available: www.turbotecproducts.com/documents/Brochures/TitaniumBrochure.pdf.
- [3] I. Turbotec Products, "POOL-SAFE.pdf," *Turbotec Products, Inc.* [Online]. Available: <http://www.turbotecproducts.com/documents/Brochures/POOL-SAFE.pdf>.
- [4] J. S. Jayakumar, S. M. Mahajani, J. C. Mandal, P. K. Vijayan, and R. Bhoi, "Experimental and CFD estimation of heat transfer in helically coiled heat exchangers," *Chem. Eng. Res. Des.*, vol. 86, no. 3, pp. 221–232, Mar. 2008.
- [5] A. Zachár, "Analysis of coiled-tube heat exchangers to improve heat transfer rate with spirally corrugated wall," *Int. J. Heat Mass Transf.*, vol. 53, no. 19–20, pp. 3928–3939, Sep. 2010.
- [6] S. Rainieri, F. Bozzoli, L. Cattani, and G. Pagliarini, "Compound convective heat transfer enhancement in helically coiled wall corrugated tubes," *Int. J. Heat Mass Transf.*, vol. 59, pp. 353–362, Apr. 2013.
- [7] P. Li, Z. Liu, W. Liu, and G. Chen, "Numerical study on heat transfer enhancement characteristics of tube inserted with centrally hollow narrow twisted tapes," *Int. J. Heat Mass Transf.*, vol. 88, pp. 481–491, Sep. 2015.
- [8] Y. A. (University of N. Cengel, *Transferencia de Calor y Masa*, Tercera Ed. México D.F.: McGRAW-HILL/INTERAMERICANA EDITORES, S.A. DE C.V, 2007.
- [9] W. R. Dean, "XVI. Note on the motion of fluid in a curved pipe," *London, Edinburgh, Dublin Philos. Mag. J. Sci.*, vol. 4, no. 20, pp. 208–223, Jul. 1927.
- [10] J. C. Kurnia, A. P. Sasmito, S. Akhtar, T. Shamim, and A. S. Mujumdar, "Numerical Investigation of Heat Transfer Performance of Various Coiled Square Tubes for Heat Exchanger Application," *Energy Procedia*, vol. 75, pp. 3168–3173, Aug. 2015.
- [11] A. García, J. P. Solano, P. G. Vicente, and A. Viedma, "The influence of artificial

- roughness shape on heat transfer enhancement: Corrugated tubes, dimpled tubes and wire coils,” *Appl. Therm. Eng.*, vol. 35, pp. 196–201, Mar. 2012.
- [12] S. Rainieri, F. Bozzoli, and G. Pagliarini, “Experimental investigation on the convective heat transfer in straight and coiled corrugated tubes for highly viscous fluids: Preliminary results,” *Int. J. Heat Mass Transf.*, vol. 55, no. 1–3, pp. 498–504, Jan. 2012.
- [13] Y. Li, J. Wu, H. Wang, L. Kou, and X. Tian, “Fluid Flow and Heat Transfer Characteristics in Helical Tubes Cooperating with Spiral Corrugation,” *Energy Procedia*, vol. 17, pp. 791–800, 2012.
- [14] M. Mozafari, M. A. Akhavan-Behabadi, H. Qobadi-Arfaee, and M. Fakoor-Pakdaman, “Condensation and pressure drop characteristics of R600a in a helical tube-in-tube heat exchanger at different inclination angles,” *Appl. Therm. Eng.*, vol. 90, pp. 571–578, Nov. 2015.
- [15] P. Promvonge, “Thermal augmentation in circular tube with twisted tape and wire coil turbulators,” *Energy Convers. Manag.*, vol. 49, no. 11, pp. 2949–2955, Nov. 2008.
- [16] S. Skullong, P. Promvonge, C. Thianpong, and M. Pimsarn, “Heat transfer and turbulent flow friction in a round tube with staggered-winglet perforated-tapes,” *Int. J. Heat Mass Transf.*, vol. 95, pp. 230–242, Apr. 2016.
- [17] P. G. Vicente, A. García, and A. Viedma, “Experimental investigation on heat transfer and frictional characteristics of spirally corrugated tubes in turbulent flow at different Prandtl numbers,” *Int. J. Heat Mass Transf.*, vol. 47, no. 4, pp. 671–681, Feb. 2004.
- [18] L. Liu, X. Ling, and H. Peng, “Analysis on flow and heat transfer characteristics of EGR helical baffled cooler with spiral corrugated tubes,” *Exp. Therm. Fluid Sci.*, vol. 44, pp. 275–284, Jan. 2013.
- [19] N. L. Vulchanov and V. D. Zimparov, “Stabilized turbulent fluid friction and heat transfer in circular tubes with internal sand type roughness at moderate Prandtl numbers,” *Int. J. Heat Mass Transf.*, vol. 32, no. 1, pp. 29–34, Jan. 1989.
- [20] J. S. Jayakumar, S. M. Mahajani, J. C. Mandal, K. N. Iyer, and P. K. Vijayan, “Thermal hydraulic characteristics of air–water two-phase flows in helical pipes,” *Chem. Eng. Res. Des.*, vol. 88, no. 4, pp. 501–512, Apr. 2010.

- [21] T. J. Rennie and V. G. S. Raghavan, "Effect of fluid thermal properties on the heat transfer characteristics in a double-pipe helical heat exchanger," *Int. J. Therm. Sci.*, vol. 45, no. 12, pp. 1158–1165, Dec. 2006.
- [22] A. Zachár, "Investigation of natural convection induced outer side heat transfer rate of coiled-tube heat exchangers," *Int. J. Heat Mass Transf.*, vol. 55, no. 25–26, pp. 7892–7901, Dec. 2012.
- [23] M. Colombo, A. Cammi, G. R. Guédon, F. Inzoli, and M. E. Ricotti, "CFD study of an air–water flow inside helically coiled pipes," *Prog. Nucl. Energy*, vol. 85, pp. 462–472, 2015.
- [24] G. Huminic and A. Huminic, "Heat transfer and entropy generation analyses of nanofluids in helically coiled tube-in-tube heat exchangers," *Int. Commun. Heat Mass Transf.*, vol. 71, pp. 118–125, Feb. 2016.
- [25] A. Zachár, "Investigation of a new tube-in-tube helical flow distributor design to improve temperature stratification inside hot water storage tanks operated with coiled-tube heat exchangers," *Int. J. Heat Mass Transf.*, vol. 63, pp. 150–161, Aug. 2013.
- [26] I. Di Piazza and M. Ciofalo, "Numerical prediction of turbulent flow and heat transfer in helically coiled pipes," *Int. J. Therm. Sci.*, vol. 49, no. 4, pp. 653–663, Apr. 2010.
- [27] D. G. Prabhanjan, G. S. V. Raghavan, and T. J. Rennie, "Comparison of heat transfer rates between a straight tube heat exchanger and a helically coiled heat exchanger," *Int. Commun. Heat Mass Transf.*, vol. 29, no. 2, pp. 185–191, Feb. 2002.
- [28] I. Conté and X. F. Peng, "Numerical and experimental investigations of heat transfer performance of rectangular coil heat exchangers," *Appl. Therm. Eng.*, vol. 29, no. 8–9, pp. 1799–1808, Jun. 2009.
- [29] Z. Zhao, X. Wang, D. Che, and Z. Cao, "Numerical studies on flow and heat transfer in membrane helical-coil heat exchanger and membrane serpentine-tube heat exchanger," *Int. Commun. Heat Mass Transf.*, vol. 38, no. 9, pp. 1189–1194, Nov. 2011.
- [30] R. Kharat, N. Bhardwaj, and R. S. Jha, "Development of heat transfer coefficient correlation for concentric helical coil heat exchanger," *Int. J. Therm. Sci.*, vol. 48, no. 12, pp. 2300–2308, Dec. 2009.

-
- [31] C. X. Lin and M. A. Ebadian, "The effects of inlet turbulence on the development of fluid flow and heat transfer in a helically coiled pipe," *Int. J. Heat Mass Transf.*, vol. 42, no. 4, pp. 739–751, 1999.
- [32] W. C. Lin, Y. M. Ferng, and C. C. Chieng, "Numerical computations on flow and heat transfer characteristics of a helically coiled heat exchanger using different turbulence models," *Nucl. Eng. Des.*, vol. 263, pp. 77–86, 2013.
- [33] S. Mirfendereski, A. Abbassi, and M. Saffar-Avval, "Experimental and numerical investigation of nanofluid heat transfer in helically coiled tubes at constant wall heat flux," *Adv. Powder Technol.*, vol. 26, no. 5, pp. 1483–1494, 2015.
- [34] S. S. Pawar and V. K. Sunnapwar, "Experimental and CFD investigation of convective heat transfer in helically coiled tube heat exchanger," *Chem. Eng. Res. Des.*, vol. 92, no. 11, pp. 2294–2312, Nov. 2014.
- [35] M. Rakhsha, F. Akbaridoust, A. Abbassi, and S.-A. Majid, "Experimental and numerical investigations of turbulent forced convection flow of nano-fluid in helical coiled tubes at constant surface temperature," *Powder Technol.*, vol. 283, pp. 178–189, 2015.
- [36] S. Vashisth and K. D. P. Nigam, "Prediction of flow profiles and interfacial phenomena for two-phase flow in coiled tubes," *Chem. Eng. Process. Process Intensif.*, vol. 48, no. 1, pp. 452–463, Jan. 2009.
- [37] M. Visaria and I. Mudawar, "Coiled-tube heat exchanger for High-Pressure Metal Hydride hydrogen storage systems – Part 1. Experimental study," *Int. J. Heat Mass Transf.*, vol. 55, no. 5–6, pp. 1782–1795, Feb. 2012.
- [38] M. Visaria and I. Mudawar, "Coiled-tube heat exchanger for high-pressure metal hydride hydrogen storage systems – Part 2. Computational model," *Int. J. Heat Mass Transf.*, vol. 55, no. 5–6, pp. 1796–1806, Feb. 2012.
- [39] K. Wang, X. Xu, Y. Wu, C. Liu, and C. Dang, "Numerical investigation on heat transfer of supercritical CO₂ in heated helically coiled tubes," *J. Supercrit. Fluids*, vol. 99, pp. 112–120, 2015.
- [40] S. Bhattacharyya and S. K. Saha, "Thermohydraulics of laminar flow through a circular tube having integral helical rib roughness and fitted with centre-cleared twisted-tape," *Exp. Therm. Fluid Sci.*, vol. 42, pp. 154–162, Oct. 2012.
- [41] V. Zimparov, "Enhancement of heat transfer by a combination of a single-start

- spirally corrugated tubes with a twisted tape," *Exp. Therm. Fluid Sci.*, vol. 25, no. 7, pp. 535–546, Jan. 2002.
- [42] V. Zimparov, "Prediction of friction factors and heat transfer coefficients for turbulent flow in corrugated tubes combined with twisted tape inserts. Part 2: heat transfer coefficients," *Int. J. Heat Mass Transf.*, vol. 47, no. 2, pp. 385–393, Jan. 2004.
- [43] V. Zimparov, "Prediction of friction factors and heat transfer coefficients for turbulent flow in corrugated tubes combined with twisted tape inserts. Part 1: friction factors," *Int. J. Heat Mass Transf.*, vol. 47, no. 3, pp. 589–599, Jan. 2004.
- [44] V. Zimparov, "Enhancement of heat transfer by a combination of three-start spirally corrugated tubes with a twisted tape," *Int. J. Heat Mass Transf.*, vol. 44, no. 3, pp. 551–574, Feb. 2001.
- [45] K. Wongcharee and S. Eiamsa-ard, "Heat transfer enhancement by using CuO/water nanofluid in corrugated tube equipped with twisted tape," *Int. Commun. Heat Mass Transf.*, vol. 39, no. 2, pp. 251–257, Feb. 2012.
- [46] J. Ardila and D. Hincapié, "Modelado Geométrico de Intercambiadores de Calor de Tubo en Espiral Helicoidal Torsionado," *Rev. Politécnica*, vol. 2351, pp. 55–64, 2014.
- [47] J. Ardila and D. Hincapie, "Spiral Tube Heat Exchanger," *UIS Ing.*, no. 2, pp. 1–2, 2012.
- [48] M. A. Khairul, A. Hossain, R. Saidur, and M. A. Alim, "Prediction of heat transfer performance of CuO/water nanofluids flow in spirally corrugated helically coiled heat exchanger using fuzzy logic technique," *Comput. Fluids*, vol. 100, pp. 123–129, Sep. 2014.
- [49] V. Kumar, S. Saini, M. Sharma, and K. D. P. Nigam, "Pressure drop and heat transfer study in tube-in-tube helical heat exchanger," *Chem. Eng. Sci.*, vol. 61, no. 13, pp. 4403–4416, Jul. 2006.
- [50] S. Wongwises and M. Polsongkram, "Condensation heat transfer and pressure drop of HFC-134a in a helically coiled concentric tube-in-tube heat exchanger," *Int. J. Heat Mass Transf.*, vol. 49, no. 23–24, pp. 4386–4398, Nov. 2006.
- [51] S. Wongwises and M. Polsongkram, "Evaporation heat transfer and pressure drop of HFC-134a in a helically coiled concentric tube-in-tube heat exchanger," *Int. J. Heat Mass Transf.*, vol. 49, no. 3–4, pp. 658–670, Feb. 2006.

-
- [52] C. Yildiz, Y. Biçer, and D. Pehlivan, "Heat transfer and pressure drop in a heat exchanger with a helical pipe containing inside springs," *Energy Convers. Manag.*, vol. 38, no. 6, pp. 619–624, 1997.
- [53] J. Ardila, D. Hincapié, and J. Casas, "Numerical models validation to correlations development for heat exchangers," *Actas Ing.*, vol. 1, pp. 164–168, 2015.
- [54] J. Ardila, D. Hincapié, and J. Casas, "Comparison and validation of turbulence models in the numerical study of heat exchangers," *TECCIENCIA*, vol. 10, no. 19, pp. 49–60, 2015.
- [55] C. Pan, Y. Zhou, and J. Wang, "CFD study of heat transfer for oscillating flow in helically coiled tube heat-exchanger," *Comput. Chem. Eng.*, vol. 69, pp. 59–65, Oct. 2014.
- [56] A. A. Townsend, *The Structure of Turbulent Shear Flow*, Second ed. New York: Cambridge University Press, 1976.
- [57] T. D. Canonsburg, "ANSYS Meshing User ' s Guide," *Knowl. Creat. Diffus. Util.*, vol. 15317, no. November, pp. 724–746, 2011.
- [58] I. ANSYS, "ANSYS® Academic Research," *ANSYS CFX-Solver Model. Guid.*, vol. 15317, no. November, pp. 724–746, 2013.
- [59] T. J. Rennie, "NUMERICAL AND EXPERIMENTAL STUDIES OF A DOUBLEPIPE HELICAL HE AT EXCHANGER," McGill University, 2004.
- [60] H. Ito, "Friction Factors for Turbulent Flow in Curved Pipes," *J. Basic Eng.*, vol. 81, pp. 123–134, 1959.
- [61] S. Srinivasan, S. Nadapurkar, and F. A. Holland, "Friction factors for coils," *Trans. Inst. Chem. Eng.*, vol. 48, pp. T156–T161, 1970.
- [62] C. C. Lin and L. A. Segel, *Mathematics Applied to Deterministic Problems in the Natural Sciences*. Society for Industrial and Applied Mathematics, 1988.
- [63] W. Zheng, H. Zhang, S. You, and T. Ye, "Numerical and experimental investigation of a helical coil heat exchanger for seawater-source heat pump in cold region," *Int. J. Heat Mass Transf.*, vol. 96, pp. 1–10, May 2016.
- [64] K. A. Misurati, Y. Quan, W. Gong, G. Xu, and Y. Yan, "Contrastive study of flow and heat transfer characteristics in a helically coiled tube under uniform heating and one-side heating," *Appl. Therm. Eng.*, vol. 114, pp. 77–84, Mar. 2017.