

PROBLEMAS RESUELTOS DE ELECTROMAGNETISMO

Volumen II

MAGNETISMO

FONDO
EDITORIAL
ITM

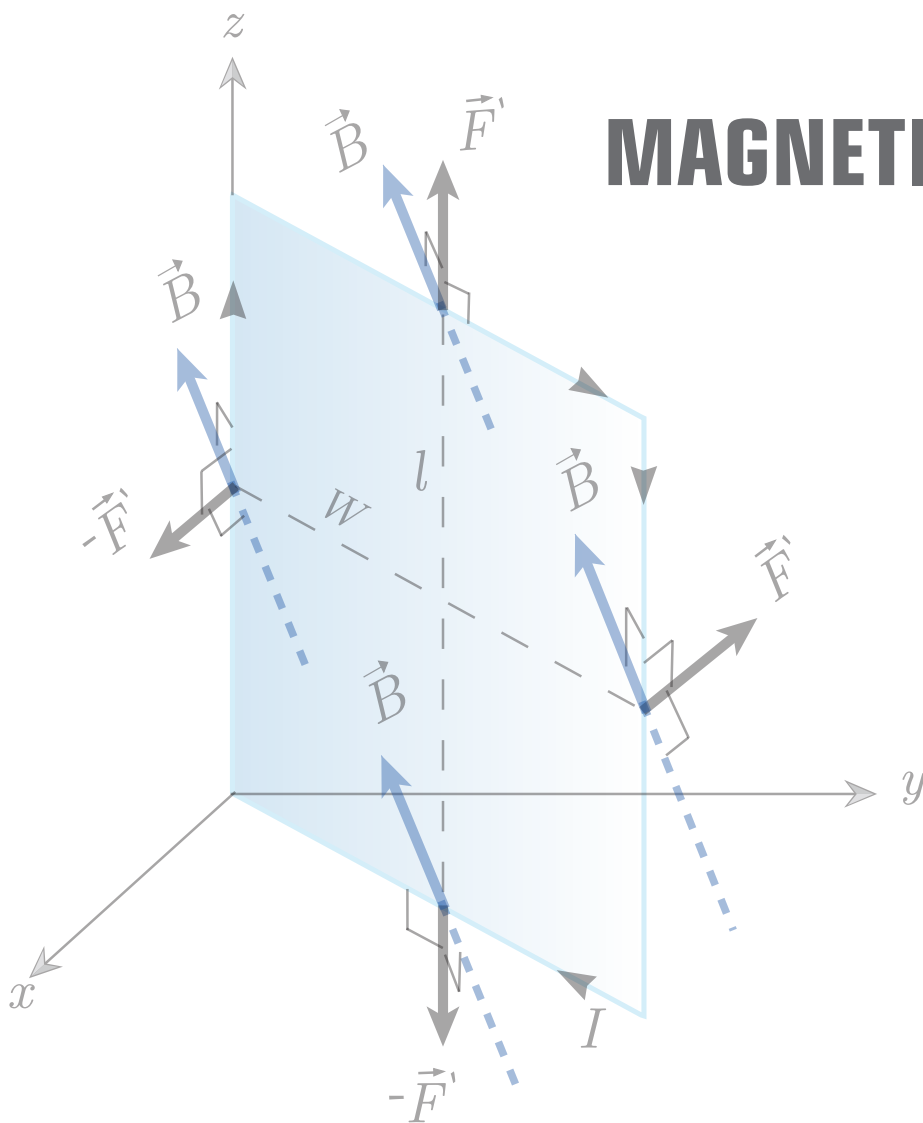


Lope Alberto Ciro López
Jorge David Garcés Gómez

PROBLEMAS RESUELTOS DE ELECTROMAGNETISMO

Volumen II

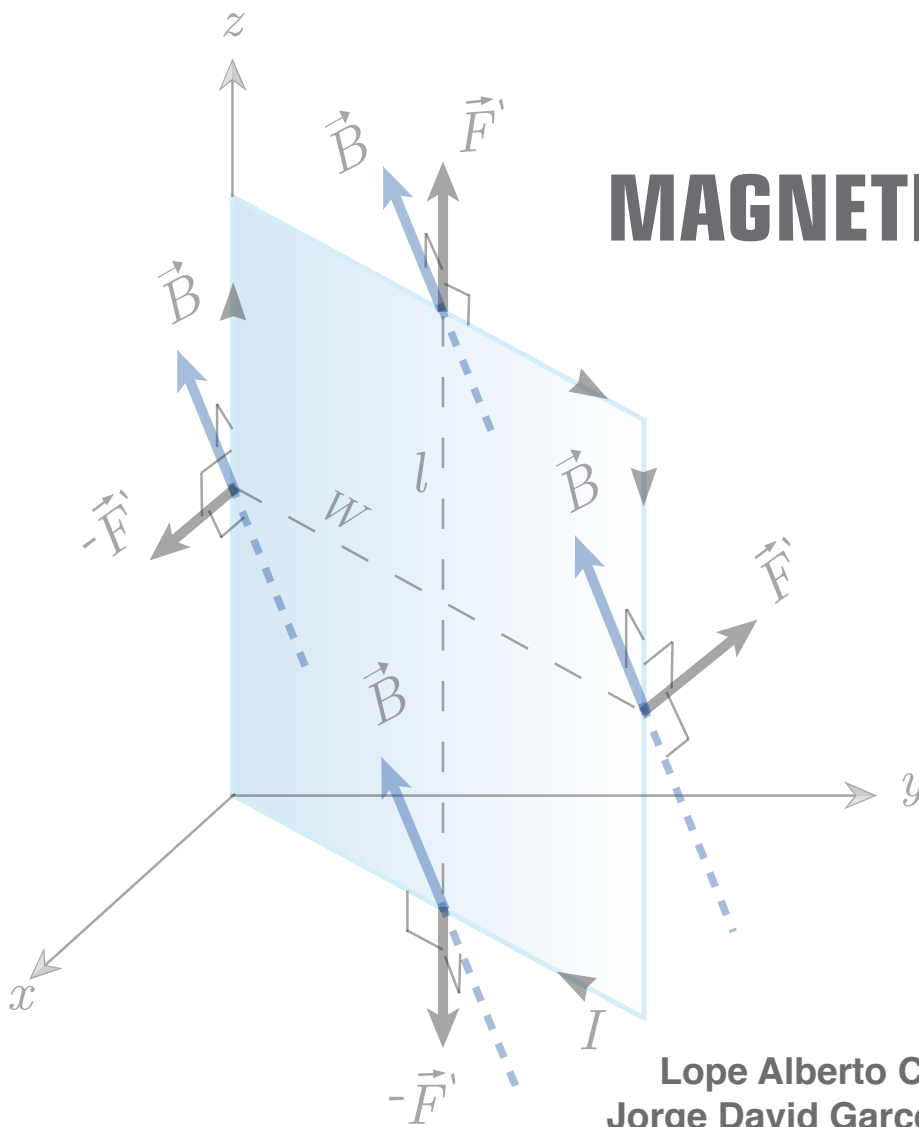
MAGNETISMO



PROBLEMAS RESUELTOS DE ELECTROMAGNETISMO

Volumen II

MAGNETISMO



Lope Alberto Ciro López
Jorge David Garcés Gómez

Ciro López, Lope Alberto.

Problemas resueltos de electromagnetismo. Volumen II Magnetismo / Lope Alberto Ciró López, Jorge David Garcés Gómez – 1a ed. – Medellín : Instituto Tecnológico Metropolitano, 2018.

193 p. – (Textos Académicos)

ISBN 978-958-5414-27-3

1. Electromagnetismo 2. Magnetismo I. Garcés Gómez, Jorge David II. Título III. Serie 537 SCDD Ed.21

Catalogación en la publicación - Biblioteca ITM

Problemas resueltos de Electromagnetismo. Volumen II Magnetismo

© Instituto Tecnológico Metropolitano

Edición: mayo 2018

ISBN: 978-958-5414-27-3

Publicación electrónica para consulta gratuita

Autores

LOPE ALBERTO CIRO LÓPEZ

JORGE DAVID GARCÉS GÓMEZ

Rectora

MARÍA VICTORIA MEJÍA OROZCO

Directora Editorial

SILVIA INÉS JIMÉNEZ GÓMEZ

Comité Editorial

JAIME ANDRÉS CANO SALAZAR, PHD.

YUDY ELENA GIRALDO PÉREZ, MSC.

SILVIA INÉS JIMÉNEZ GÓMEZ, MSC.

EDUARD EMIRO RODRÍGUEZ RAMÍREZ, MSC.

VIVIANA DÍAZ, ESP.

Corrección de textos

LILA MARÍA CORTÉS FONNEGRA

Secretaria Técnica

VIVIANA DÍAZ

Diagramación

JORGE DAVID GARCÉS GÓMEZ

Diseño carátula

ALFONSO TOBÓN BOTERO

Imagen de la carátula

Ireland, United Kingdom and Scandinavia. iss042e215971

Earth, Expedition 42, International Space Station

Galería de la Nasa

Editado en Medellín, Colombia

Sello editorial Fondo Editorial ITM

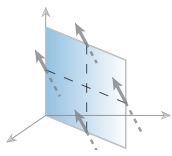
Instituto Tecnológico Metropolitano

Calle 73 No. 76A 354

Tel.: (574) 4405100 Ext. 5197 • 5382

fondoeditorial@itm.edu.co

Las opiniones, originales y citas del texto son de la responsabilidad de los autores. El ITM salva cualquier obligación derivada del libro que se publica. Por lo tanto, ella recaerá única y exclusivamente sobre los autores.



Prólogo

Este libro presenta una ayuda para el aprendizaje de la solución de problemas de campos magnéticos y afines. Se resuelven problemas relacionados con temas generales como la Ley de Biot Savart, Ley de Ampere, potenciales magnéticos escalar y vectorial, fuerza magnética sobre partículas cargadas, movimiento de partículas cargadas en presencia de campos magnéticos, corrientes lineales, superficiales y volumétricas, fuerza magnética sobre corrientes, momento magnético, torque magnético, campos magnéticos en la materia, condiciones de frontera y autoinductancia. Los desarrollos de las soluciones de los problemas son explícitos, no omiten pasos con el fin de guiar al estudiante hasta la solución final.

Este libro acompaña al estudiante que esté cursando asignaturas como Física de campos, Campos electromagnéticos, entre otras; la naturaleza de estos cursos requiere de otros previos como Cálculo diferencial, integral y vectorial en una, dos y tres variables.

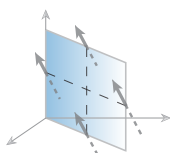
El formato del libro es bastante informal, puesto que lo que busca es brindar acompañamiento a los estudiantes en sus competencias para enfrentar las soluciones a problemas y situaciones particulares de la física del electromagnetismo. No es un libro donde se exponen los tópicos esenciales de la teoría de campos, ya que para ello hay suficientes libros en circulación; en cambio libros dedicados a ilustrar cómo se solucionan los problemas, son pocos.

El libro presenta un apéndice al final, donde se realiza la solución a ciertos pasos que apenas se citan en la solución formal de un determinado problema.

Damos agradecimientos en particular a los profesores Mauricio Velásquez catedrático del Instituto Tecnológico Metropolitano de Medellín y John Jairo Zuluaga profesor de la Universidad de Antioquia por sus contribuciones en la digitación de una parte del manuscrito y solución de algunos problemas respectivamente.

Serán bien recibidas todo tipo de sugerencias de profesores y estudiantes que tengan como fin mejorar la calidad del libro en cualquiera de sus aspectos.

Lope Alberto Ciro López
Jorge David Garcés Gómez



Contenido

3	PROBLEMAS DE MAGNETISMO	7
3.1	Campos magnetostáticos: Ley de Biot-Savart	8
3.2	Ley de Ampere	27
3.3	Potenciales magnéticos Escalar y Vectorial	41
3.4	Obtención del Potencial Vectorial Magnético a partir de la Ley de Biot-Savart	42
3.5	Fuerza magnética y movimiento de partículas cargadas en campos magnéticos	62
3.6	Elementos de corriente lineal, superficial y volumétrica	78
3.7	Fuerza magnética sobre un elemento de corriente	81
3.8	Fuerza entre corrientes	82
3.9	Momento magnético y torque magnético	108
3.10	Campos magnéticos en la materia	145
3.11	Condiciones de frontera en el magnetismo	161
3.12	Auto inductancia	172
	Solución de integrales	183
1.	$\int \csc \theta d\theta$	183
2.	$\int_0^{2\pi} \frac{\cos \phi d\phi}{\sqrt{y^2 + z^2 + R^2 - 2yR \operatorname{sen} \phi}}$	183
3.	$\int_0^{2\pi} \frac{\operatorname{sen} \phi d\phi}{(z^2 + 2R^2 - 2R^2 \cos \phi)^{3/2}}$	184
4.	$\int \frac{udu}{\sqrt{R^2 + r^2 - 2Rru}}$	185

Capítulo 3

PROBLEMAS DE
MAGNETISMO



3.1 Campos magnetostáticos: Ley de Biot-Savart

Problema 1

Una corriente infinita I_1 en dirección positiva del eje y y una corriente infinita I_2 en dirección negativa a lo largo del eje z , producen campos magnéticos en el espacio. Determinar el vector del campo magnético en un punto P de coordenadas (x_0, y_0, z_0) .

Solución 1

Sea \vec{H}_1 el campo magnético creado por la corriente I_1 en el punto P .

Sea \vec{H}_2 el campo magnético creado por la corriente I_2 en el punto P .

Las corrientes yacen en el plano $x = 0$, según lo indica la figura 3.1.

La expresión de Biot-Savart para el campo \vec{H} se escribe (en SI), así:

$$d\vec{H} = \frac{I d\vec{\ell} \times \vec{r}}{4\pi r^3}$$

Según la figura 3.2

$$\vec{r}_1 = (x_0 - 0) \hat{u}_x + (y_0 - y) \hat{u}_y + (z_0 - 0) \hat{u}_z$$

$$\vec{r}_2 = (x_0 - 0) \hat{u}_x + (y_0 - 0) \hat{u}_y + (z_0 - z) \hat{u}_z$$

$$d\vec{H}_1 = \frac{I_1 d\vec{\ell}_1 \times \vec{r}_1}{4\pi r_1^3}, \quad \text{con } I_1 d\vec{\ell}_1 = I_1 dy \hat{u}_y$$

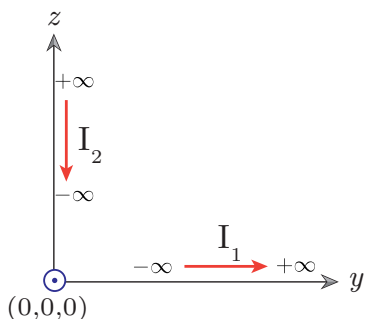


Figura 3.1. El eje x sale del plano del papel

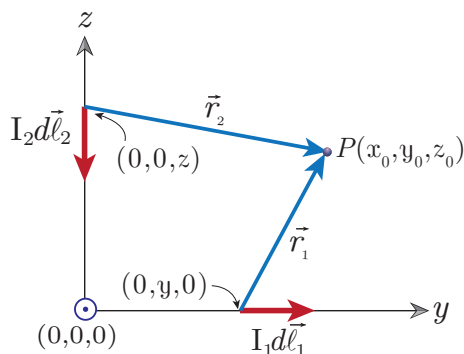


Figura 3.2. Cada corriente produce campo \vec{H} en P

$$I_1 d\vec{\ell}_1 \times \vec{r}_1 = I_1 dy \hat{u}_y \times (x_0 \hat{u}_x + (y_0 - y) \hat{u}_y + z_0 \hat{u}_z)$$

$$I_1 d\vec{\ell}_1 \times \vec{r}_1 = -x_0 I_1 dy \hat{u}_z + z_0 I_1 dy \hat{u}_x$$

$$d\vec{H}_1 = \frac{z_0 I_1 dy \hat{u}_x - x_0 I_1 dy \hat{u}_z}{4\pi (x_0^2 + (y_0 - y)^2 + z_0^2)^{3/2}}$$

$$\vec{H}_1 = \frac{z_0 I_1 \hat{u}_x}{4\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dy}{(x_0^2 + (y_0 - y)^2 + z_0^2)^{3/2}} - \frac{x_0 I_1 \hat{u}_z}{4\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dy}{(x_0^2 + (y_0 - y)^2 + z_0^2)^{3/2}}$$

$$\vec{H}_1 = \frac{I_1}{4\pi} (z_0 \hat{u}_x - x_0 \hat{u}_z) \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dy}{(x_0^2 + (y_0 - y)^2 + z_0^2)^{3/2}}$$

Esta expresión se puede escribir, sin alterar su valor, así:

$$\vec{H}_1 = \frac{I_1}{4\pi} (z_0 \hat{u}_x - x_0 \hat{u}_z) \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d(y - y_0)}{(x_0^2 + (y - y_0)^2 + z_0^2)^{3/2}}$$

La integral es de la forma $\int \frac{du}{(a^2 + u^2)^{3/2}} = \frac{u}{a^2 \sqrt{a^2 + u^2}}$,

donde $a^2 = x_0^2 + z_0^2$ y $u = y - y_0$

Ahora:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{du}{(a^2 + u^2)^{3/2}} = \frac{u}{a^2 \sqrt{a^2 + u^2}} \Big|_{-\infty}^{\infty} = \frac{1}{a^2} \left[\frac{u}{\sqrt{a^2 + u^2}} \Big|_{u \rightarrow \infty} - \frac{u}{\sqrt{a^2 + u^2}} \Big|_{u \rightarrow -\infty} \right]$$

Dividiendo el numerador y denominador del primer término del miembro de la derecha por u , y el segundo término por $|u| = -u$, se tiene

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{du}{(a^2 + u^2)^{3/2}} = \frac{1}{a^2} \left[\frac{1}{\sqrt{\left(\frac{a}{u}\right)^2 + 1}} \Big|_{u \rightarrow \infty} + \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{a}{-u}\right)^2 + 1}} \Big|_{u \rightarrow -\infty} \right] = \frac{2}{a^2}$$

Por lo tanto,

$$\vec{H}_1 = \frac{I_1}{4\pi} (z_0 \hat{u}_x - x_0 \hat{u}_z) \left(\frac{2}{x_0^2 + z_0^2} \right), \text{ o sea,}$$

$$\vec{H}_1 = \frac{I_1}{2\pi} \left(\frac{z_0 \hat{u}_x - x_0 \hat{u}_z}{x_0^2 + z_0^2} \right)$$

Ahora,

$$d\vec{H}_2 = \frac{I_2 d\vec{\ell}_2 \times \vec{r}_2}{4\pi r_2^3}$$

$$I_2 d\vec{\ell}_2 \times \vec{r}_2 = I_2 dz \hat{u}_z \times (x_0 \hat{u}_x + y_0 \hat{u}_y + (z_0 - z) \hat{u}_z)$$

$$I_2 d\vec{\ell}_2 \times \vec{r}_2 = x_0 I_2 dz \hat{u}_y - y_0 I_2 dz \hat{u}_x$$

$$d\vec{H}_2 = \frac{x_0 I_2 dz \hat{u}_y - y_0 I_2 dz \hat{u}_x}{4\pi (x_0^2 + y_0^2 + (z_0 - z)^2)^{3/2}}$$

$$\vec{H}_2 = \frac{I_2}{4\pi} (x_0 \hat{u}_y - y_0 \hat{u}_x) \int_{\infty}^{-\infty} \frac{dz}{(x_0^2 + y_0^2 + (z_0 - z)^2)^{3/2}}$$

También esta expresión se puede escribir sin alterar su valor, así:

$$\vec{H}_2 = \frac{I_2}{4\pi} (x_0 \hat{u}_y - y_0 \hat{u}_x) \int_{\infty}^{-\infty} \frac{d(z - z_0)}{(x_0^2 + y_0^2 + (z - z_0)^2)^{3/2}}$$

Nuevamente la integral es de la forma:

$$\int \frac{du}{(a^2 + u^2)^{3/2}} = \frac{u}{a^2 \sqrt{a^2 + u^2}},$$

donde $a^2 = x_0^2 + y_0^2$ y $u = z - z_0$

Entonces:

$$\int_{\infty}^{-\infty} \frac{du}{(a^2 + u^2)^{3/2}} = \frac{u}{a^2 \sqrt{a^2 + u^2}} \Big|_{\infty}^{-\infty}$$

$$= \frac{1}{a^2} \left[\frac{u}{\sqrt{a^2 + u^2}} \Big|_{u \rightarrow -\infty} - \frac{u}{\sqrt{a^2 + u^2}} \Big|_{u \rightarrow \infty} \right]$$

Por el mismo análisis hecho para la integral en la variable y , se puede expresar el siguiente resultado:

$$\int_{\infty}^{-\infty} \frac{du}{(a^2 + u^2)^{3/2}} = -\frac{2}{a^2}, \quad \text{por lo tanto,}$$

$$\vec{H}_2 = \frac{I_2}{4\pi} (x_0 \hat{u}_y - y_0 \hat{u}_x) \left(\frac{-2}{x_0^2 + y_0^2} \right), \text{ o sea,}$$

$$\vec{H}_2 = \frac{I_2}{2\pi} \left(\frac{-x_0 \hat{u}_y + y_0 \hat{u}_x}{x_0^2 + y_0^2} \right)$$

El campo total en el punto P es: $\vec{H} = \vec{H}_1 + \vec{H}_2$

$$\vec{H} = \frac{I_1}{2\pi} \left(\frac{z_0 \hat{u}_x - x_0 \hat{u}_z}{x_0^2 + z_0^2} \right) + \frac{I_2}{2\pi} \left(\frac{-x_0 \hat{u}_y + y_0 \hat{u}_x}{x_0^2 + y_0^2} \right)$$

Problema 2

Evaluar el campo \vec{H} en el punto $(-3, 4, 5)$ m producido por las corrientes $I_1 = 10$ A y $I_2 = 20$ A.

Solución 2

Al reemplazar los valores dados en la respuesta del problema anterior, tenemos:

$$\vec{H} = 0.743 \frac{\text{A}}{\text{m}} \hat{u}_x + 0.382 \frac{\text{A}}{\text{m}} \hat{u}_y + 0.140 \frac{\text{A}}{\text{m}} \hat{u}_z$$

Problema 3

Considere el segmento AB de la figura 3.3 como parte de un circuito eléctrico. Hallar el campo magnético \vec{H} en el punto P .

Solución 3

Este problema se resolverá sin acudir a sistemas de coordenadas. Se define solo una línea de referencia y con base en ella, se definen dos direcciones: dirección paralela a la línea y dirección perpendicular a la línea. La línea da la dirección de la corriente.

Sea \vec{r} el vector que une el elemento de corriente con el punto P .

$$d\vec{H} = \frac{Id\vec{\ell} \times \vec{r}}{4\pi r^3}$$

Sea \hat{u}_{\parallel} = vector unitario en la dirección de la corriente.

\hat{u}_{\perp} = vector unitario perpendicular a la línea de corriente que apunta a P .

$$\begin{aligned} Id\vec{\ell} &= Id\ell\hat{u}_{\parallel} \\ \vec{r} &= r_{\parallel}\hat{u}_{\parallel} + r_{\perp}\hat{u}_{\perp} \\ d\vec{H} &= \frac{Id\ell\hat{u}_{\parallel} \times (r_{\parallel}\hat{u}_{\parallel} + r_{\perp}\hat{u}_{\perp})}{4\pi r^3} \\ d\vec{H} &= \frac{r_{\perp}Id\ell(\hat{u}_{\parallel} \times \hat{u}_{\perp})}{4\pi r^3} \end{aligned}$$

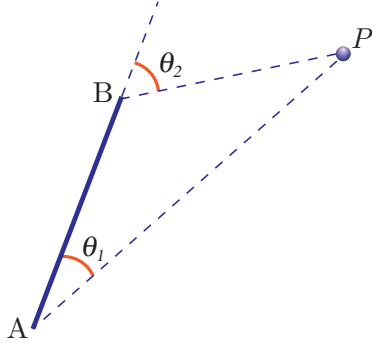


Figura 3.3. Cada porción de un circuito crea campo magnético

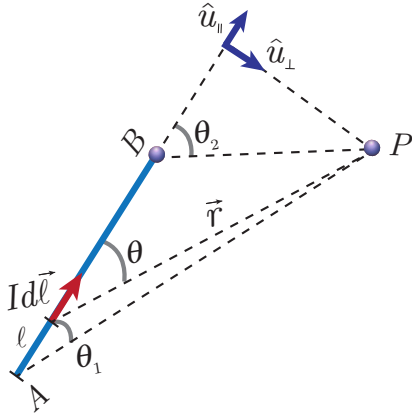


Figura 3.4. Direcciones perpendicular y paralela a la línea de corriente

Ahora,

$$\ell + r_{\parallel} = \text{cte}$$

$$\ell + r_{\perp} \cot \theta = \text{cte}$$

$$d\ell + r_{\perp} d(\cot \theta) = 0$$

$$d\ell - r_{\perp} \csc^2 \theta d\theta = 0$$

$$d\ell = r_{\perp} \csc^2 \theta d\theta$$

$$\text{De otro lado, } \sin \theta = \frac{r_{\perp}}{r} \quad \therefore \quad r = \frac{r_{\perp}}{\sin \theta} \Rightarrow r = r_{\perp} \csc \theta$$

$$d\vec{H} = \frac{I r_{\perp}^2 \csc^2 \theta d\theta (\hat{u}_{\parallel} \times \hat{u}_{\perp})}{4\pi r_{\perp}^3 \csc^3 \theta}$$

$$d\vec{H} = \frac{I \sin \theta (\hat{u}_{\parallel} \times \hat{u}_{\perp}) d\theta}{4\pi r_{\perp}}$$

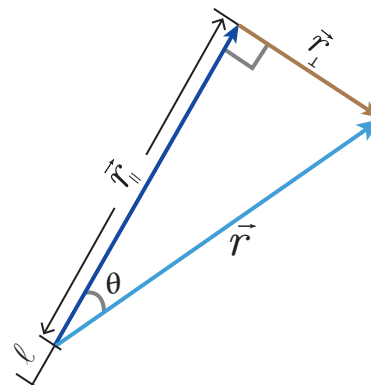


Figura 3.5. Componentes perpendicular y paralela del vector posición

Al hacer la integral, los vectores \hat{u}_{\parallel} y \hat{u}_{\perp} permanecen constantes, por lo tanto,

$$\vec{H} = \frac{I}{4\pi r_{\perp}} (\hat{u}_{\parallel} \times \hat{u}_{\perp}) \int_{\theta_1}^{\theta_2} \sin \theta d\theta$$

$$\int_{\theta_1}^{\theta_2} \sin \theta d\theta = -\cos \theta \Big|_{\theta_1}^{\theta_2} = \cos \theta_1 - \cos \theta_2$$

$$\vec{H} = \frac{I}{4\pi r_{\perp}} (\hat{u}_{\parallel} \times \hat{u}_{\perp}) (\cos \theta_1 - \cos \theta_2)$$

Esta es la expresión general para hallar el campo \vec{H} en un punto P del espacio.

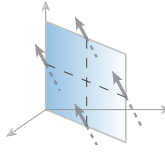
Problema 4

Resuelva el problema 3 para el caso de una corriente rectilínea infinita.

Solución 4

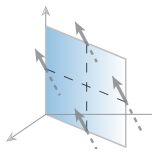
Si en la Figura 3.3 del problema 3, $\theta_1 = 0$ y $\theta_2 = \pi$, se obtiene una corriente infinita y reemplazando en el resultado, se tiene:

$$\vec{H} = \frac{I}{2\pi r_{\perp}} \hat{u}_{\parallel} \times \hat{u}_{\perp}$$



Referencias

- Alonso, M. y Finn, E.J.. *Física* (Spanish Edition). Madrid: Addison-Wesley. 2002.
- Bauer, W. y Westfall, G.D. (2011). *University Physics with Modern Physics* (2nd Edition). Nueva York: McGraw-Hill. 2014.
- Gettys, W. E., Keller, F.J. y Skove, M.J. (1989). *Física Clásica y Moderna* (Primera Edición). Madrid: McGraw-Hill. 1991.
- Griffiths, D.J.. *Introduction to Electrodynamics* (Third Edition). New Jersey: Pearson Addison Wesley. (1999).
- Halliday, D., Resnick, R. y Walker, J.. *Fundamentals of Physics* (10th edition). New Jersey: John Wiley. 2014.
- Kraus, J.D. y Fleisch, D.A. (1999). *Electromagnetismo con aplicaciones* (Quinta edición). Mexico: McGraw-Hill. 2000.
- Pocovi, M.C. y Collivadino, C. (2014). Traducción entre lenguajes simbólicos de distintas áreas del conocimiento: el caso del flujo del campo eléctrico. *Enseñanza de las Ciencias: Revista de Investigación y Experiencias Didácticas*, 32 (02), 53-68.
- Sadiku, M.N.O. *Elements of Electromagnetics*. (6th Edition). Nueva York: Oxford University Press. 2015.
- Sears, F.W., Zemansky, M.W., Young, H.D. y Fredman, R.A.. *Física Universitaria con Física Moderna* (13 Edición). México: Pearson Education. 2013.
- Serway, R.A. y Jewett, J.W.. *Física: Electricidad y Magnetismo* (9 Edición). México: Cengage Learning. 2016.



Figuras

3.1	El eje x sale del plano del papel	8
3.2	Cada corriente produce campo \vec{H} en P	8
3.3	Cada porción de un circuito crea campo magnético	11
3.4	Direcciones perpendicular y paralela a la línea de corriente	11
3.5	Componentes perpendicular y paralela del vector posición	12
3.6	La corriente I crea un campo magnético en el origen	13
3.7	Direcciones paralela y perpendicular a la línea de corriente	13
3.8	Espira cuadrada crea campo magnético en su centro	14
3.9	Campo magnético de uno de los lados de la espira	14
3.10	Geometría requerida para el calculo de \vec{H}	15
3.11	Direcciones paralela y perpendicular a la linea de corriente	15
3.12	Coordenadas cilíndricas de un punto	16
3.13	Campo magnético creado por un segmento de corriente	16
3.14	Campo magnético producido por un elemento de corriente	16
3.15	Componentes perpendicular y paralela del vector posición	17
3.16	Campo magnético en un punto del eje de una corriente circular	17
3.17	Campo magnético debido a un diferencial de corriente circular	18
3.18	Terna de vectores unitarios en coordenadas cilíndricas	18
3.19	Coordenadas polares de un punto	18
3.20	Solenoides de longitud L y radio R	19
3.21	Diferencial de corriente solenoidal	19
3.22	El campo magnético en P se debe a tres contribuciones	21
3.23	Campo magnético debido al diferencial de corriente superior	21
3.24	Campo magnético debido al diferencial de corriente circular	21
3.25	Campo magnético debido al diferencial de corriente inferior	22
3.26	Campo magnético debido al diferencial de corriente superficial	23
3.27	Los valores extremos de θ dependen de los valores extremos de x	24
3.28	El campo magnético es debido a la corriente filamentosa y a la corriente superficial	25
3.29	Trayectoria amperiana para hallar el campo magnético fuera del cilindro	27
3.30	Trayectoria amperiana para hallar el campo magnético dentro del cilindro	28
3.31	Campo magnético debido al diferencial de corriente superficial	30
3.32	Dos corrientes idénticas filamentosas, simétricas respecto al plano $y = 0$	32

3.33	Campo creado por la corriente ubicada en $(x, -a, 0)$	32
3.34	Campo creado por la corriente ubicada en $(x, a, 0)$	32
3.35	El cable coaxial produce campo magnético en a y b	33
3.36	El alambre conductor ejerce fuerzas sobre los sectores L del lazo	34
3.37	Diagrama que muestra la orientación de la corriente, el campo y la fuerza	35
3.38	Sección transversal de la corriente cilíndrica	36
3.39	Campo creado por la cavidad superior rellena	38
3.40	Campo creado por la cavidad inferior rellena	38
3.41	Circulación del campo magnético \vec{H}	39
3.42	Campo magnético debido a un diferencial de corriente	42
3.43	Potencial vectorial debido a una corriente de longitud L	44
3.44	Potencial vectorial debido a un diferencial de corriente circular	49
3.45	Diferencial de corriente en coordenadas polares	49
3.46	Potencial vectorial versus distancia, para una corriente rectilínea	54
3.47	Potencial vectorial debido a un dipolo magnético	55
3.48	Trayectoria helicoidal del protón en presencia de un campo uniforme \vec{B} en dirección z	65
3.49	La carga q se mueve entre los campos \vec{E} y \vec{B} cruzados 90°	68
3.50	Trayectoria de la carga q , cuando se mueve entre los campos \vec{E} y \vec{B} cruzados, con velocidad inicial $E/2B$	73
3.51	Esquema de un espectrometro de masas	74
3.52	Dispositivo para la medida de la relación carga - masa del electrón	76
3.53	Diferencial de corriente lineal	78
3.54	Geometría para definir el diferencial de corriente superficial	78
3.55	Diferencial de corriente a partir de \vec{K}	79
3.56	Geometría para definir el diferencial de corriente volumétrica	79
3.57	Diferencial de corriente a partir de \vec{J}	80
3.58	Dos corrientes filamentosas interactúan entre sí	82
3.59	Fuerzas entre dos corrientes filamentosas rectilíneas	83
3.60	Esquema que permite encontrar K y J	84
3.61	Esquema que permite encontrar K	85
3.62	Geometría para definir el elemento diferencial de corriente	86
3.63	Esquema para encontrar la fuerza sobre la espira cuadrada de corriente	87
3.64	La corriente I_1 produce fuerzas sobre las partes de la espira rectangular	89
3.65	Geometría que permite obtener la fuerza sobre la corriente semicircular	91
3.66	Dos corrientes paralelas coplanares, soportadas por cuerdas de longitud L	92
3.67	Diagrama que muestra que corrientes en la misma dirección se atraen	92
3.68	Dos corrientes paralelas con direcciones contrarias se repelen	92
3.69	Diagrama de fuerzas para la corriente de la derecha	92
3.70	Disposición geométrica de la espira rectangular ubicada en el plano $z = 0$	94
3.71	Disposición espacial de las tres corrientes	95
3.72	Dos corrientes rectilíneas paralelas en la misma dirección se atraen	95
3.73	Línea de transmisión trifásica	98

3.74	Fuerza sobre un elemento diferencial de corriente	99
3.75	Componentes rectangulares de un diferencial de espira	99
3.76	Dos lazos circulares paralelos coaxiales casi en contacto	100
3.77	Campo \vec{B} producido sobre la espira superior	100
3.78	Componentes x y y del campo \vec{B} sobre la espira superior	100
3.79	Coordenadas del diferencial de corriente del lazo inferior	101
3.80	Campos paralelo y perpendicular al plano $x - y$, que actúan sobre el lazo superior	101
3.81	El lazo superior experimenta una aceleración en dirección positiva de z	103
3.82	Diferencial de corriente en el hemisferio norte	104
3.83	Coordenadas del diferencial de corriente en el hemisferio sur	105
3.84	El campo magnético produce fuerza magnética sobre cada parte de la espira	108
3.85	Vista de la espira desde la parte superior sobre el eje z	109
3.86	El momento de dipolo magnético es perpendicular al plano de la espira	109
3.87	La corriente I_1 produce fuerza magnética sobre el segmento L que porta corriente I_2	110
3.88	Fuerza sobre el elemento de corriente en el alambre L	110
3.89	Esfera cargada que gira a un ritmo de ω alrededor de un eje que pasa por su centro	112
3.90	Momento de dipolo magnético de una corriente circular	112
3.91	Diferencial de superficie que permite definir el diferencial de corriente .	112
3.92	Corriente I_1 parcialmente rodeada por un lazo con corriente I_2	113
3.93	Fuerzas magnéticas sobre los sectores rectos del lazo	113
3.94	El campo de una pequeña barra imantada es equivalente al de un dipolo magnético	114
3.95	Bobina de N vueltas apoyada en un tubo de diametro D y longitud L	116
3.96	Fuerzas opuestas e iguales sobre los extremos de la bobina	116
3.97	Fuerzas opuestas e iguales sobre los sectores laterales de la bobina . . .	117
3.98	Posiciones de la espira para $I = I_0$ abajo e $I = 2I_0$ arriba	118
3.99	a) energía potencial en función de θ para $I = I_0$. b) energía potencial en función de θ para $I = 2I_0$	119
3.100	Dos dipolos magnéticos dispuestos coaxialmente y separados una gran distancia	120
3.101	La gran distancia entre los dipolos permite que $\cos \theta \approx 1$ y $\sin \theta \approx \tan \theta$	121
3.102	El peso de las masas ocasiona que $\vec{\mu}$ y \vec{B} no estén alineados	122
3.103	El torque magnético y el gravitacional proveen equilibrio a la espira de corriente	122
3.104	El trabajo realizado por el torque neto, cambia la energía potencial del sistema	123
3.105	Disposición de equilibrio del sistema, si se invirtiera el sentido de la corriente	123
3.106	Diagrama angular para definir la energía potencial de un dipolo magnético	124

3.107 Trabajo diferencial del torque magnético	125
3.108 Trabajo diferencial producido por un agente externo	125
3.109 Elementos para definir la fuerza sobre el diferencial de corriente	126
3.110 Espira general en el plano $x - y$ y un campo \vec{B} en el plano $x - y$	126
3.111 Imagen de la espira, vista anterior de abajo hacia arriba	127
3.112 La espira circular produce un torque magnético sobre la espira cuadrada	128
3.113 Espira cuadrada diminuta, ubicada en un campo \vec{B} no uniforme	129
3.114 Dipolo magnetico general en un campo \vec{B} no uniforme	132
3.115 Definición de los valores del símbolo de Levi - civita	133
3.116 Espira cuadrada en el plano $x - y$ y un campo \vec{B} lineal en x , con dirección en z	137
3.117 Loza simétrica respecto al plano $x - z$, momento de dipolo magnético y densidad de corriente J	139
3.118 Trayectoria amperiana para determinar el campo afuera de la loza	139
3.119 Trayectoria amperiana para determinar el campo dentro de la loza	140
3.120 Campo resultante debido a dos corrientes diferenciales	141
3.121 Fuerzas sobre las cargas de un dipolo eléctrico	142
3.122 Posición de las cargas de un dipolo en términos de la distancia que las separa	142
3.123 Orientación general de un dipolo eléctrico respecto a un campo eléctrico	143
3.124 La corriente debida a los electrones se asume en sentido contrario al movimiento de los mismos	145
3.125 Material paramagnético sin magnetización en ausencia de un campo magnético externo aplicado	146
3.126 Material paramagnético magnetizado en presencia de un campo magnético externo	146
3.127 Dominios orientados en diferentes direcciones, donde la magnetización neta es despreciable	146
3.128 Magnetización por variación del tamaño de los dominios	146
3.129 Magnetización por alineación de los dominios	146
3.130 Un momento de dipolo diferencial produce un campo vectorial en el punto P	147
3.131 Esfera uniformemente magnetizada con el vector paralelo al eje z	150
3.132 Ajustes a la figura 3.131 para facilitar la solución al problema	150
3.133 Cilindro muy largo con magnetización constante paralela al eje del cilindro	153
3.134 Cilindro muy largo con magnetización en direccion aximutal y circula- ción de \vec{B} dentro del cilindro	154
3.135 Circulación del campo \vec{B} fuera del cilindro	154
3.136 Densidad de corriente de magnetización en la superficie de la cavidad esférica	155
3.137 Densidad de corriente de magnetización en la superficie de la cavidad en forma de aguja	155

3.138	Densidad de corriente de magnetización en la superficie de la cavidad en forma de galleta	156
3.139	Densidad de corriente de magnetización superficial y volumétrica . . .	157
3.140	Lazo amperiano para definir la circulación de \vec{B}	157
3.141	Comportamiento radial de la magnetización	160
3.142	EL flujo a través de la superficie Gaussiana permite obtener la continuidad en la componente normal de \vec{B}	161
3.143	La circulación a lo largo del lazo amperiano permite obtener una relación importante entre las componentes tangenciales de \vec{H}	161
3.144	Placa de material infinito limitada por dos superficies planas que conducen corrientes en sentidos opuestos	165
3.145	Frontera que separa los dos medios y vectores unitarios en coordenadas cilíndricas	167
3.146	La interfaz plana que separa los dos medios, porta corriente cuyo sentido entra al plano del papel	169
3.147	Curva de magnetización de cierta aleación de hierro	171
3.148	El flujo a través del circuito depende de la corriente	172
3.149	a) flujo a través del circuito 2 debido a la corriente I_1 . b) flujo a través del circuito 1 debido a la corriente I_2	173
3.150	Los campos se refuerzan	173
3.151	Los campos se contrarrestan	173
3.152	a) Circulación del campo magnético dentro de un solenoide sección cuadrada. b) Esquema para definir la sección diferencial de la bobina cuadrada	174
3.153	Esquema para definir la sección diferencial de la bobina circular . . .	175
3.154	Campo magnético(escalado) dentro de un solenoide	178
3.155	Bobina y solenoide acoplados con inductancia mutua M_{21}	180
3.156	Bobinas acopladas con inductancia mutua M_{21}	181
3.157	Asignando a cada alambre la longitud ℓ , el área de flujo es $(3 - 2R)\ell$.	181

Lope Alberto Ciro López

Físico, Universidad de Antioquia, 1984. Magíster en Física, Universidad de Antioquia, 1991, y Doctor en Física de la Universidad de Antioquia, 2012; docente de la Facultad de Ciencias Exactas y Aplicadas ITM.

albertociro@itm.edu.co

Jorge David Garcés Gómez

Electromecánico, Instituto Tecnológico Metropolitano, 2017. Maestro en artes plásticas, Universidad Nacional de Colombia, 2013; Teólogo, Universidad Bautista, 2013 y Pedagogo, Universidad Autónoma Latinoamericana, 2013; docente de Matemáticas y Física CEP.

inaudax@gmail.com



La fuente tipográfica empleada es: Times New Roman
12 puntos en texto corrido.

Este libro surge de la necesidad de ilustrar cómo solucionar problemas modelo, y por ello ofrece a estudiantes de carreras como Física e Ingenierías una colección suficiente de problemas de electricidad y magnetismo resueltos de la manera más explícita posible, con el fin de acompañarlos en el logro de competencias tales como saber solucionar y saber explicar.

This work addresses the need to illustrate how to approach model problems by offering students of fields such as physics and engineering a sufficient collection of electricity and electromagnetism problems solved as explicitly as possible. The objective is to guide the learner to master skills such as solving and explaining.



Institución Universitaria
Acreditada en Alta Calidad

ISBN: 978-958-5414-27-3