



Institución  
**Universitaria**  
Reacreditada en Alta Calidad

**80**  
Años

# **Evaluación Hidrodinámica y Estructural de Turbinas Tipo Propulsor con Diferentes Álabes para la Instalación en Tuberías**

**Oscar Darío Monsalve Cifuentes**

Institución Universitaria ITM

Facultad de Ingenierías

Medellín, Colombia

2024

# **Evaluación Hidrodinámica y Estructural de Turbinas Tipo Propulsor con Diferentes Álabes para la Instalación en Tuberías**

**Oscar Darío Monsalve Cifuentes**

Tesis de investigación presentada como requisito parcial para optar al título de:  
**Magíster en Gestión Energética Industrial**

Director:

Sebastián Vélez García, M.Sc.

Codirector:

Josept David Revuelta Acosta, Ph.D.

Línea de Investigación en Computación Avanzada y Diseño Digital –CADD–

Área de Investigación: Turbinas Hidráulicas

Grupo de Investigación de Materiales Avanzados y Energía – MATyER–

Institución Universitaria ITM

Facultad de Ingenierías

Medellín, Colombia

2024

# Dedicado a

*Mi familia. Ustedes son mi soporte.*

*Mis amigos. Que son los mejores.*

*Mis profesores. Ejemplos de vida.*



# Agradecimientos

Quiero agradecer en primer lugar a mis padres, Néstor y Piedad, y a mi hermano Andrés por todo el apoyo que en todos los sentidos me brindaron durante todo este proceso. De igual manera a toda mi familia por estar siempre presentes y pendientes.

Agradezco especialmente a mis asesores profesor Sebastián Vélez y profesor Josept Revuelta por la paciencia, comprensión, apoyo, consejos, y, sobre todo, la amistad tan grande que surgió de este proceso de aprendizaje. Sin su apoyo constante este trabajo no hubiera sido posible. A ellos también les dedico este trabajo y extendiendo mis agradecimientos más profundos.

También quiero agradecer al profesor Diego Hincapié por todo el apoyo, los consejos, las enseñanzas y la gestión realizada. Sin duda él siempre será un ejemplo para seguir como persona e investigador. También le agradezco al profesor Jonathan Graciano por introducirme en el hermoso mundo de la investigación, por todas las enseñanzas y consejos brindados. A ellos dos también les dedico este trabajo y les doy infinitas gracias.

Agradezco a mis amigos que siempre estuvieron alentándome, ayudándome, y especialmente, cuando estuvieron simplemente ahí, en las situaciones difíciles, para darme alientos, hacerme levantar la frente y salir adelante. No hay palabras para agradecerles.

Por último, agradezco a la línea de investigación de Computación Avanzada y Diseño Digital (CADD) por todo el apoyo brindado, por los espacios donde se fomenta la investigación, la realimentación constructiva y la amistad. También agradezco a cada una de las personas integrantes de esta línea de investigación por toda la ayuda brindada. Sin ellos tampoco hubiera sido posible culminar este proceso.



## Resumen

En los sistemas de tuberías de suministro y distribución de agua se presentan problemáticas relacionadas con las sobrepresiones y pérdidas por fugas de agua. Adicionalmente, el exceso de energía almacenada al interior de tuberías (exceso de presión) no se aprovecha debido a que se disipa a través de válvulas reguladoras de presión. De esta manera, tecnologías como el uso de turbinas al interior de tuberías han sido utilizadas como dispositivos que generen una caída de presión actuando como válvulas reguladoras de presión, y a su vez, posibilitando el aprovechamiento de la energía hidráulica para la generación de energía eléctrica. Por su parte, una de las turbinas hidráulicas utilizadas al interior de tuberías más eficiente es la turbina de propulsor, hecho que la convierte en un candidato apropiado para el aprovechamiento la energía almacenada al interior de tuberías. Sin embargo, existen diferentes tipos de álabes que se diferencian por sus características geométricas como la curvatura y el espesor, lo cual genera que la extracción de energía del fluido sea mayor o menor. Por lo tanto, el objetivo general de la investigación es determinar la influencia de tres geometrías diferentes de álabe para una turbina de eje axial tipo propulsor instaladas al interior de una tubería sobre los costos de manufactura, el rendimiento hidráulico y estructural. Lo anterior se logra con el desarrollo de cuatro etapas metodológicas: la primera corresponde al diseño de los diferentes tipos de álabes usando el método convencional unidimensional y la condición de vorticidad libre, los cuales son validados y comúnmente usados por la comunidad científica. En la segunda etapa se llevan a cabo simulaciones paramétricas fluido-estructura de una vía usando los programas de ANSYS como BladeGen para la generación de las geometrías de los álabes, TurboGrid para discretizar los volúmenes de control, CFX para realizar las simulaciones fluidodinámicas, y los módulos *Static-Structural*, *Modal*, y *Harmonic Response* para realizar las simulaciones estructurales estáticas, y los análisis modal y armónico, respectivamente. La tercera etapa se aplican matrices de selección morfológicas y de decisión para seleccionar el álabe más adecuado teniendo en cuenta costos de manufactura, el rendimiento hidráulico y el comportamiento estructural. En la cuarta etapa se construyó un prototipo de turbina con el álabe seleccionado con el fin de comprobar su funcionamiento al interior de una tubería, el cual se comprueba generando energía eléctrica acoplando mecánicamente un generador de corriente alterna al eje de la turbina. Por último, con el desarrollo de la investigación, se impacta a la comunidad científica con la publicación de un artículo científico en una revista internacional indexada.

**Palabras clave:** Turbinas en tuberías. Propulsor. Turbina axial. Fluidodinámica computacional. CFD. Análisis estructural. FEM.

## Abstract

In water supply and distribution piping systems there are issues related to overpressure and water leakage losses. Additionally, the excess energy stored inside pipes (excess pressure) is not used because it is dissipated through pressure-regulating valves. Thus, technologies such as the use of in-pipe turbines have been used as devices that generate a pressure drop acting as pressure regulating valves, and in turn, enabling the use of hydraulic energy for generating electricity. On the other hand, one of the most efficient hydraulic turbines used inside pipelines is the propeller-type turbine, which makes it an appropriate candidate for harnessing the energy stored inside pipes. However, different types of blades differ in their geometric characteristics, such as curvature and thickness, which generates a greater or lesser energy harvest from the fluid. Therefore, the general objective of the research is to determine the influence of three different blade geometries for a propeller-type axial turbine installed inside a pipeline on manufacturing costs and hydraulic and structural performance. This is achieved with the development of four methodological stages: the first stage corresponds to the design of the different types of blades using the conventional one-dimensional method and the free vorticity condition, which are validated and commonly used by the scientific community. In the second stage, one-way parametric fluid-structure simulations are carried out using ANSYS programs such as BladeGen for the generation of blade geometries, TurboGrid to discretize the control volumes, CFX to perform the fluid dynamic simulations, and the Static-Structural, Modal, and Harmonic Response modules to perform the static structural simulations, and the modal and harmonic analysis, respectively. In the third stage, morphological selection and decision matrices are applied to select the most suitable blade considering manufacturing costs, hydraulic performance, and structural behavior. In the fourth stage, a turbine prototype is built with the chosen turbine blade to test its operation inside a pipeline, which is tested by generating electric power by mechanically coupling an alternating current generator to the turbine shaft. Finally, with the development of the research, the scientific community is impacted publishing a scientific article in an indexed international journal.

**Keywords: In-Pipe Turbines. Propeller. Axial Turbine. Computational Fluid Dynamics. CFD. Structural Analysis. FEM.**

# Tabla de contenido

	Pág.
Dedicado a .....	III
Agradecimientos.....	V
Resumen.....	VII
Tabla de contenido .....	IX
Lista de figuras.....	XIII
Lista de tablas.....	XXI
Lista de símbolos y abreviaturas.....	XXIV
<b>Introducción .....</b>	<b>1</b>
<b>1. Turbinas hidráulicas: fundamentos.....</b>	<b>5</b>
1.1 Clasificación de las turbinas hidráulicas.....	6
1.2 Marco teórico de la dinámica de fluidos computacional.....	7
1.2.1 Ecuaciones de gobierno de los fluidos.....	7
1.2.2 Modelo de turbulencia $k - \omega$ SST.....	7
1.2.3 La ley logarítmica de la pared y capa límite .....	9
1.2.4 Principio de la fuerza de sustentación.....	12
1.2.5 Principio de la fuerza de arrastre .....	13
1.2.6 Límite de Betz para flujos libres.....	14
1.2.7 Límite de Betz para flujos obstruidos.....	16
1.2.8 Parámetros de rendimiento de las turbinas hidráulicas .....	17
1.2.9 Cuantificación de la incertidumbre de mallas en la fluidodinámica computacional ...	21
1.3 Marco teórico para análisis estructural numérico .....	24
1.3.1 Análisis estructural estático .....	25
1.3.2 Análisis modal de frecuencias .....	25
1.3.3 Análisis de respuesta harmónica.....	27
▪ Método de solución: modo de superposición.....	29
<b>2. Turbinas hidráulicas para instalación en tuberías .....</b>	<b>31</b>
2.1 Tipos de turbinas utilizadas .....	31
2.1.1 Turbinas de eje transversal .....	32
▪ Tipo Savonius.....	32
2.1.2 Turbinas de eje cruzado.....	33
▪ Tipo Darrieus esférica .....	33
▪ Tipo Darrieus esférica helicoidal .....	34
▪ Tipo Michell-Banki .....	35
2.1.3 Turbinas de eje horizontal .....	35
▪ Tipo axial contra rotante.....	35
▪ Tipo axial propulsor .....	36
2.2 Instalación de turbinas en tuberías.....	36
2.2.1 Sobrepresión en sistemas de distribución de agua y válvulas reguladoras de presión.	36

2.2.2	Viabilidad de la instalación de turbinas en tubería .....	38
2.2.3	Aplicaciones comerciales de turbinas en tuberías en sistemas eléctricos .....	39
2.3	Comparación de estudios numérico-experimentales de turbinas en tuberías .....	42
2.3.1	Comparación del desempeño hidráulico de turbinas en tuberías .....	42
2.3.2	Comparación de las simulaciones numéricas de turbinas en tuberías .....	47
<b>3.</b>	<b>Metodología .....</b>	<b>48</b>
3.1	Modelo tridimensional de tres tipos diferentes de álabes .....	48
3.1.1	Selección de parámetros para el diseño de turbinas tipo propulsor.....	49
3.1.2	Diseño del álabe sin curvatura y espesor constante .....	53
	▪ Triángulo de velocidades .....	53
	▪ Definición de magnitudes de los vectores de velocidad y ángulos del álabe .....	54
	▪ Metodología de diseño .....	56
3.1.3	Diseño del álabe con curvatura y espesor constante .....	61
	▪ Triángulo de velocidades .....	61
	▪ Definición de los ángulos del álabe .....	62
	▪ Metodología de diseño .....	63
3.1.4	Diseño del álabe con curvatura y espesor variable .....	69
	▪ Triángulo de velocidades .....	69
	▪ Definición de magnitudes de los vectores de velocidad y ángulos del álabe .....	71
	▪ Metodología de diseño .....	71
3.1.5	Generación de geometrías de álabes en BladeGen de ANSYS.....	76
	▪ Metodología para la transformación de coordenadas de álabes con curvatura .....	76
	▪ Proyección de perfiles del álabe en coordenadas bidimensionales cartesianas .....	79
	▪ Proyección de perfiles del álabe en coordenadas cilíndricas .....	82
	▪ Proyección de perfiles del álabe en coordenadas tridimensionales cartesianas.....	85
	▪ Proyección de perfiles del álabe en coordenadas meridionales .....	86
	▪ Generación de geometrías de álabes en BladeGen de ANSYS .....	90
3.2	Simulaciones fluido-estructura de una vía.....	94
3.2.1	Discretización y estudio de malla para el análisis fluidodinámico .....	99
	▪ Discretización de los volúmenes de control .....	99
	▪ Estudio de independencia de malla .....	102
3.2.2	Simulaciones paramétricas fluidodinámicas.....	112
	▪ Condiciones de frontera fluidodinámicas .....	112
	▪ Definición del estudio paramétrico.....	113
	▪ Preconfiguración de CFX.....	115
3.2.3	Simulaciones paramétricas estructurales estáticas .....	117
	▪ Definición de materiales.....	117
	▪ Preconfiguración del análisis estructural estático y condiciones de frontera .....	118
	▪ Discretización del sólido de los álabes y estudio de independencia de malla .....	121
	▪ Simulaciones estructurales para puntos críticos generados por $Q'$ y $N'$ .....	123
3.2.4	Simulaciones estructurales dinámicas .....	125
	▪ Análisis modal .....	126
	▪ Análisis de respuesta harmónica .....	128
3.3	Selección de la turbina a través de matrices de selección .....	131
3.3.1	Matriz de decisión .....	132
	▪ Aplicación de la matriz de decisión.....	133
3.3.2	Matriz de morfológica.....	135

▪ Selección de los métodos y estrategias de manufactura a través de una matriz de decisión 139	
3.4 Construcción del prototipo de la turbina.....	140
<b>4. Resultados.....</b>	<b>142</b>
4.1 Validación del modelo numérico.....	142
4.1.1 Geometría de la turbina de referencia para la validación .....	142
4.1.2 Estudio de independencia de malla.....	147
4.1.3 Configuración del solucionador fluidodinámico.....	155
▪ Condiciones de frontera.....	155
▪ Preconfiguración de CFX .....	158
4.1.4 Resultados del estudio de validación .....	160
▪ Análisis en estado estacionario .....	160
▪ Análisis en estado transitorio.....	163
4.2 Resultados fluido-estructura <i>FSI</i> para los tres tipos de álabes .....	172
4.2.1 Resultados fluidodinámicos.....	172
4.2.2 Resultados estructurales .....	194
▪ Análisis paramétrico estructural estático .....	194
▪ Análisis modal.....	215
▪ Análisis de respuesta harmónica.....	224
▪ Comparación de resultados estructurales con la literatura .....	236
4.3 Selección de la turbina a través de matrices de selección .....	237
4.3.1 Selección del tipo de álabe .....	237
4.3.2 Selección de los métodos y estrategias de manufactura .....	240
▪ Tiempo de manufactura .....	243
▪ Costo de la materia prima .....	246
▪ Costos de manufactura por remoción y adición de material .....	247
▪ Matriz de decisión aplicada a los métodos y estrategias de manufactura .....	248
4.4 Construcción del prototipo de la turbina.....	251
4.4.1 Fase de construcción de los componentes de la turbina .....	251
4.4.2 Fase de instalación y ensamble.....	253
4.4.3 Fase de pruebas y comprobación de funcionamiento.....	259
<b>5. Conclusiones y recomendaciones .....</b>	<b>263</b>
5.1 Conclusiones .....	263
5.1.1 Diseño y modelo tridimensional de los tres tipos de álabes .....	263
5.1.2 Simulaciones fluido-estructurales de una vía.....	264
5.1.3 Selección de la turbina a partir de matrices de selección .....	266
5.1.4 Construcción del prototipo de la turbina.....	267
5.2 Recomendaciones.....	267
5.3 Trabajos futuros.....	269
<b>A. Anexo: publicaciones.....</b>	<b>271</b>
<b>B. Anexo: Código (Python) generador de coordenadas meridionales de BladeGen para el álabe con curvatura y espesor constante (álabe circular) .....</b>	<b>272</b>
<b>C. Anexo: Código (Python) generador de coordenadas meridionales de BladeGen para el álabe con curvatura y espesor variable (Álabe MEL031) .....</b>	<b>281</b>

<b>D. Anexo: Código (Python) generador de resultados del método del Índice de Convergencia de Malla (GCI).....</b>	<b>296</b>
<b>E. Anexo: Planos mecánicos de la turbina manufacturada .....</b>	<b>302</b>
<b>Bibliografía.....</b>	<b>305</b>

## Lista de figuras

Figura 1-1. Sistema de micro generación hidráulica (hasta 5 kW). La energía mecánica de la turbina es convertida en energía eléctrica a través del generador síncrono de imanes permanentes para ser destinada a almacenamiento en baterías o inyección a la red de distribución eléctrica. Modificado de [23].....	5
Figura 1-2. Tipos de turbinas hidráulicas. (a) Turbinas de impulsión de izquierda a derecha: turbinas Pelton, Turgo y Michell-Banki. (b) Turbinas de reacción de izquierda a derecha: Francis, Kaplan y propulsor. Modificado de [27].....	6
Figura 1-3. Perfil de velocidad típico para una capa límite turbulenta. Modificado de [30]. .....	11
Figura 1-4. Representación de la fuerza de sustentación (mayor magnitud) y la fuerza de arrastre (menor magnitud) actuando en la dirección perpendicular a la velocidad del fluido en el perfil de un álabe. Modificado de [32]. .....	13
Figura 1-5. Representación de la fuerza de arrastre. (a) Cuando depende de diferencias de presiones (Velocidad del fluido es normal a la superficie del cuerpo). (b) Cuando depende del esfuerzo cortante en la pared (Velocidad del fluido es paralela a la superficie del cuerpo). Modificado de [32]. .....	14
Figura 1-6. Coeficiente de potencia $CP$ en función de la variación de la velocidad de punta de álabe $\lambda$ de distintos tipos de rotores. Modificado de [43], [44]. .....	15
Figura 1-7. Potencia máxima $P_{m\acute{a}x}$ en función del área de la sección transversal de la turbina $A$ . (Negro) Comportamiento físico real para $\varepsilon < 1$ . (Rojo) Valores para $\varepsilon > 1$ no tienen sentido físico debido a que $A > AC$ . .....	17
Figura 2-1. Turbinas de reacción de eje transversal y axial para instalación al interior de tuberías. (a) Tipo Esférica. Modificado de [68]. (b) Tipo Savonius. Modificado de [68]. (c) Tipo propulsor. ...	32
Figura 2-2. Esquema de un sistema de regulación de presión de una red de tuberías de acueducto. Se indica la ubicación recomendada para la instalación de una turbina hidráulica aguas arriba de las válvulas reguladoras de presión ( $PRV$ ) por medio de las iniciales “TH” (turbina hidráulica). Modificado de [84].....	37
Figura 3-1. Triángulo de velocidades para el diseño del álabe sin curvatura y espesor constante. .	53
Figura 3-2. Metodología para el montaje del álabe sin curvatura en la carcasa de la turbina. Reprinted from Publication title, Vol 34, K.V. Alexander, E.P. Giddens, A.M. Fuller, <i>Axial-flow turbines for low head microhydro systems</i> , 35-47., Copyright (2009), with permission from Elsevier. ....	57
Figura 3-3. Valores obtenidos para el ángulo de envolvimiento $\theta$ en el borde de ataque $\theta_{ba}$ y fuga $\theta_{bf}$ , y extensiones del álabe entre los radios interno $rh$ y externo $rt$ . .....	59
Figura 3-4. Modelado del álabe sin curvatura y espesor constante en SpaceClaim ®. ....	60

Figura 3-5. Modelo tridimensional de la turbina con álabe sin curvatura y espesor constante. (a) Vista lateral con las dimensiones generales. (b) Vista frontal con los diámetros interno y externo. (c) Vista tridimensional de la turbina. ....61

Figura 3-6. Triángulo de velocidades para el diseño del álabe con curvatura y espesor constante. .62

Figura 3-7. Visualización esquemática del diseño del álabe curvo con espesor constante. (a) Vista frontal de los puntos de diseño ubicados a lo largo de la coordenada  $r$  del álabe. (b) Parámetros geométricos que definen la geometría del álabe. Modificado de [83]. ....64

Figura 3-8. Proyección bidimensional cartesiana de las curvas que definen la geometría del álabe con curvatura y espesor constante desde el radio interior ( $P1$ ) hasta el radio exterior  $P5$  de la turbina. ....67

Figura 3-9. Proceso de modelado tridimensional con vistas isométricas para el álabe con curvatura y espesor constante. (a) Importación de curvas como función de  $f(x_i, y_i)$  al programa de modelado SpaceClaim ® de ANSYS. (b) Proyección de las curvas importadas a las superficies circulares para formar las curvas correspondientes a los puntos de diseño. Se muestra sólo para los casos de  $P1$  y  $P5$ . (c) Generación de la superficie que define el álabe a partir de las curvas proyectadas. (d) Extrusión de la superficie del álabe para obtener el sólido tridimensional con espesor  $t = 1.7 \text{ mm}$ . ....68

Figura 3-10. Modelo tridimensional de la turbina axial tipo propulsor de cinco álabes, donde  $D_h$ : diámetro de la carcasa.  $D_t$ : diámetro de la turbina. (a) Vista frontal. (b) Vista lateral. (c) Vista isométrica. ....69

Figura 3-11. Triángulos de velocidad para el diseño del álabe curvo con espesor variable. Modificado de [80]. ....70

Figura 3-12. Selección de los coeficientes de sustentación y arrastre del perfil MEL031 según su caracterización experimental [144]. (a) Obtención del coeficiente de sustentación  $C_L$ . (b) Obtención de la razón entre la sustentación y arrastre del perfil. ....74

Figura 3-13. Parámetros de la configuración de cascada de álabes. Modificado de [145]. ....75

Figura 3-14. Metodología para la transformación de coordenadas de los álabes con curvatura y espesor constante y con curvatura y espesor variable para la generación de sus modelos tridimensionales en BladeGen. ....78

Figura 3-15. Nomenclatura de un perfil aerodinámico asimétrico NACA de 4 dígitos. ....79

Figura 3-16. Proyección del perfil MEL031 en coordenadas cartesianas bidimensionales en el radio interior de la turbina  $r_h$ . ....82

Figura 3-17. Rotación del perfil MEL031 a la posición de trabajo para los radios interno $rh$ , medio $rmed$ y externo $rt$ de la turbina.....	84
Figura 3-18. Distribución de la cuerda $C$ (gráfica superior) y espesor $T$ (gráfica inferior) del perfil MEL031.....	85
Figura 3-19. Proyección tridimensional cartesiana para tres radios de la turbina del (a) álabe con curvatura y espesor constante, y (b) el álabe con curvatura y espesor variable. ....	87
Figura 3-20. Transformación de coordenadas cartesianas tridimensionales $x, y, z$ a coordenadas meridionales $m', \theta m$ . Modificado de [147]. ....	89
Figura 3-21. Coordenadas meridionales $m', \theta m$ en cada radio de diseño $rh, rmed, rt$ para (a) el álabe con curvatura y espesor constante, y (b) para el álabe con curvatura y espesor variable. ....	89
Figura 3-22. Geometría del álabe sin curvatura y espesor constante (álabe plano) y su obtención en BladeGen. ....	91
Figura 3-23. Geometría del álabe con curvatura y espesor constante (álabe circular) y su obtención en BladeGen.....	92
Figura 3-24. Geometría del álabe con curvatura y espesor variable (álabe MEL031) y su obtención en BladeGen.....	92
Figura 3-25. Vistas meridionales de los álabes (a) sin curvatura y espesor constante, (b) con curvatura y espesor constante, y (c) con curvatura y espesor variable.....	93
Figura 3-26. Metodología para ejecutar las simulaciones finales fluido-estructura ( <i>FSI</i> ).....	98
Figura 3-27. Flujo de información y conexión de los módulos de BladeGen, TurboGrid y CFX en el Workbench de ANSYS para realizar el estudio de independencia de malla. ....	100
Figura 3-28. Comparación de la refinación de las mallas fina, media y gruesa para los álabes en la zona del pasaje para los álabes (a) sin curvatura y espesor constante, (b) con curvatura y espesor constante, y (c) con curvatura y espesor variable. ....	102
Figura 3-29. Gráficos del estudio del <i>GCI</i> para los álabes (a)-(b) sin curvatura y espesor constante, (c)-(d) con curvatura y espesor constante, y (e)-(f) con curvatura y espesor variable.....	106
Figura 3-30. Mallas de refinación media <i>N2</i> utilizadas en las simulaciones finales fluidodinámicas para los álabes (a) sin curvatura y espesor constante, (b) con curvatura y espesor constante, (c) con curvatura y espesor variable. ....	108
Figura 3-31. Visualización del espaciado $tc$ creado en TurboGrid. (a) Vista $X - Y$ desde la entrada del fluido. (b) Vista tridimensional del álabe con una sección transversal de la malla. ....	109

Figura 3-32. Parámetros de calidad ortogonal y oblicuidad para las mallas de los álabes (a) sin curvatura y espesor constante, (b) con curvatura y espesor constante, y (c) con curvatura y espesor variable. ....	111
Figura 3-33. Condiciones de frontera utilizadas para la simulación paramétrica fluidodinámica para los tres tipos de álabes. ....	113
Figura 3-34. Flujo de información de las simulaciones fluidodinámicas a las estructurales estáticas en Workbench de ANSYS para conformar las simulaciones <i>FSI</i> .....	119
Figura 3-35. Ilustración del contorno de presión hidrodinámico importado al módulo estructural. Vista desde las superficies (a) de succión y (b) de presión del álabes. ....	120
Figura 3-36. Condiciones de frontera aplicadas a cada uno de los tres tipos de álabes para realizar las simulaciones paramétricas estructurales estáticas. ....	121
Figura 3-37. Estudio de convergencia de malla automatizado en el módulo estructural de ANSYS. (a) Herramienta de convergencia asociado a un resultado estructural. (b) Gráfico del cambio de la solución en función de la refinación de la malla. (c) Visualización de la malla refinada. (c) Estudio de malla con mayor número de iteraciones de refinación. ....	123
Figura 3-38. Flujo de información en Workbench de ANSYS para completar las simulaciones <i>FSI</i> con el análisis modal y el análisis de respuesta harmónica. ....	125
Figura 3-39. Árbol de configuración para (a) el primer módulo y (b) segundo módulo correspondientes al análisis modal. ....	126
Figura 3-40. Condiciones de frontera utilizadas en el análisis de respuesta harmónica. (a) Creación de las condiciones de carga mecánica de presión y fuerza, y generación de resultados. (b) Zonas de aplicación de las cargas mecánicas en el álabes.....	129
Figura 3-41. Metodología para determinar el álabes más adecuado evaluando su costo-beneficio a través de matrices de selección. ....	132
Figura 3-42. Estrategias de manufactura consideradas en la matriz morfológica. (a) Opciones modulares para el cuerpo (izquierda) (para bronce, aluminio o resina ABS-Like) y el álabes (derecha) (sólo resina ABS-Like). (b) Opción modular de los álabes para manufactura en bronce o aluminio y su cuerpo (bulbo) para cualquier material. (c) Opción monolítica para los materiales bronce, aluminio o resina ABS-Like. ....	137
Figura 3-43. Metodología seguida para la construcción y comprobación de funcionamiento del prototipo de una turbina tipo propulsor para instalación al interior de tuberías.....	141
Figura 4-1. Vistas de generación de geometría en BladeGen. Izquierda: geometría de la turbina para el caso de validación. (a) Vista meridional del volumen de control y del álabes. (b) Vista álabes a álabes	

ubicada en el radio interno de la turbina. (c) Coordenadas meridionales de la geometría del álabe  $m'$  vs.  $\theta, \beta$ . (d) Espesor constante del álabe de 1.7 mm..... 144

Figura 4-2. Coordenadas de la vista meridional  $Z, R$  del pasaje de flujo (volumen de control) utilizadas para el estudio de validación. .... 145

Figura 4-3. Definición de la distancia axial  $Ca$  del perfil meridional del álabe medida para cada lado del álabe con respecto al eje  $R$ . (a) Caso  $Ca/2$ . (b) Caso  $Ca$ . .... 146

Figura 4-4. Flujo de información entre los módulos de ANSYS para el estudio de malla. .... 148

Figura 4-5. Representación gráfica del método  $GCI$  aplicado al número de elementos de malla para la variable de respuesta del (a) torque  $T$  y (b) la cabeza de presión  $\Delta H$ . .... 151

Figura 4-6. Topología de bloques usada por TurboGrid alrededor del álabe (a) en el radio interno  $rh$  y (b) externo  $rt$  de la turbina..... 152

Figura 4-7.(a) Malla  $N2$  correspondiente a la fracción del volumen de control utilizada para el estudio de validación con un número de elementos de 678,911. (b) Malla superficial de las paredes de la turbina. (c) y (d). Visualización del dominio completo de la turbina. Como aclaración, para la simulación del estudio de validación sólo se utilizó la malla de la fracción del volumen de control. .... 153

Figura 4-8. Parámetros de calidad de la malla utilizada para el estudio de validación. (a) Calidad ortogonal. (b) Relación de aspecto. (c) Ángulo mínimo de elemento. (c) Oblicuidad. .... 155

Figura 4-9. Ubicación de las condiciones de frontera del volumen de control del estudio de validación..... 156

Figura 4-10. Casos evaluados para el espaciado entre la punta del álabe y la pared de la tubería. (a). Con espaciado. (b) Sin espaciado..... 160

Figura 4-11. Comparación de la eficiencia hidráulica obtenida a través de la metodología numérica para diferentes casos con respecto a la eficiencia experimental  $\eta_t, BEP$  obtenida de [18]. .... 161

Figura 4-12. Contornos de la distancia adimensional  $y^+$  del álabe para las superficies de (a) presión y (b) succión..... 162

Figura 4-13. Distribución de la distancia adimensional  $y^+$  en función de la distancia normalizada  $x/Ca$  del álabe desde el borde de ataque (0) hasta el borde de fuga (1) para las superficies de succión y presión..... 163

Figura 4-14. Representación gráfica del método  $GCI$  aplicado al tamaño del paso de tiempo  $\Delta t$  para el análisis transitorio. Las variables de respuesta son: (a) torque  $T$  y (b) la cabeza de presión  $\Delta H$ . .... 167

---

Figura 4-15. (a-b) Residuales de masa y momento y la energía cinética de turbulencia $\kappa$ y la frecuencia de turbulencia $\omega$ de las simulaciones en estado estacionario y transitorio. (c-d) Monitor de torque $T$ y presión de salida $P_{salida}$ para las simulaciones en estado estacionario y transitorio. ....	168
Figura 4-16. Eficiencia hidráulica numérica en estado transitorio en función del número de rotaciones totales de la turbina comparada con la eficiencia experimental en el <i>BEP</i> obtenida por Samora <i>et al.</i> , [18]. ....	170
Figura 4-17. Comparación de la distribución de (a) la distancia adimensional $y^+$ y (b) del coeficiente de presión $CP$ en las superficies de succión y presión del álabe entre los análisis estacionario y transitorio. ....	171
Figura 4-18. Relación entre el caudal $Q$ y la velocidad angular para los álabes (a) plano, (b) circular, y (c) MEL031. ....	173
Figura 4-19. Cabeza de presión $\Delta H$ en función del caudal $Q$ para los álabes (a) plano, (b) circular, y (c) MEL031. ....	174
Figura 4-20. $P_{mec}$ en función de $Q$ para los álabes (a) plano, (b) circular y (c) MEL031. ....	175
Figura 4-21. $\eta_t$ en función de $Q$ para los álabes (a) plano, (b) circular y (c) MEL031. ....	176
Figura 4-22. Punto de mejor eficiencia ( <i>BEP</i> ) para las curvas de eficiencia hidráulica $\eta_t$ , cabeza de presión $\Delta H$ , y potencia mecánica $P_{mec}$ en función del caudal $Q$ para los álabes (a) plano, (b) circular y (c) MEL031. ....	178
Figura 4-23. Eficiencia hidráulica $\eta_t$ en función de $Q$ y $N$ (izquierda), y $Q$ y $\Delta H$ (derecha) para los álabes (a) plano, (b) circular y (c) MEL031. ....	179
Figura 4-24. Contorno de la distancia adimensional $y^+$ sobre las paredes de los álabes (a) plano, (b) circular y (c) MEL031. ....	181
Figura 4-25. Distribución de $y^+$ $r_{rt} = 0.5$ en el mejor punto de eficiencia ( <i>BEP</i> ) sobre las superficies de succión y presión de los álabes (a) plano, (b) circular y (c) MEL031. ....	183
Figura 4-26. Distribución del coeficiente de presión $CP$ en el radio medio $r_{rt} = 0.5$ en el punto de mejor eficiencia ( <i>BEP</i> ) sobre las superficies de succión y presión de los álabes (a) plano, (b) circular y (c) MEL031. ....	185
Figura 4-27. Contorno de presión estática con vista en cascada álabe a álabe ubicado en $r_{rt} = 0.5$ para las condiciones del mejor punto de eficiencia ( <i>BEP</i> ) correspondientes a los álabes (a) plano, (b) circular y (c) MEL031. ....	187

Figura 4-28. Contorno de velocidad con vista en cascada álabe a álabe ubicado en $r/r_t = 0.5$ para las condiciones del mejor punto de eficiencia ( <i>BEP</i> ) correspondientes a los álabes (a) plano, (b) circular y (c) MEL031.....	189
Figura 4-29. Campo de vectores de velocidad para las condiciones del mejor punto de eficiencia ( <i>BEP</i> ) con vista general (izquierda) y detalle del borde de fuga (derecha) correspondientes a para los álabes (a) plano, (b) circular y (c) MEL031. ....	191
Figura 4-30. Contorno de energía cinética turbulenta con vista en cascada álabe a álabe ubicado en $r/r_t = 0.5$ para los álabes (a) plano, (b) circular y (c) MEL031.....	193
Figura 4-31. Esfuerzo máximo von Mises $\sigma_v, max$ en función del caudal $Q$ para diferentes velocidades angulares $N$ correspondientes a los álabes (a) plano, (b) circular y MEL031. ....	195
Figura 4-32. Deformación máxima $U_{max}$ en función del caudal $Q$ para diferentes velocidades angulares $N$ correspondientes a los álabes (a) plano, (b) circular y MEL031.....	196
Figura 4-33. Factor de seguridad mínimo en función del caudal $Q$ para diferentes velocidades angulares $N$ correspondientes a los álabes (a) plano, (b) circular y MEL031.....	197
Figura 4-34. Esfuerzo máximo von Mises $\sigma_v, max$ en función de $Q$ y $N$ (izquierda), y $Q$ y $\Delta H$ (derecha) para los álabes (a) plano, (b) circular y (c) MEL031. ....	199
Figura 4-35. Deformación máxima $U_{max}$ en función de $Q$ y $N$ (izquierda), y $Q$ y $\Delta H$ (derecha) para los álabes (a) plano, (b) circular y (c) MEL031.....	200
Figura 4-36. Factor de seguridad $F_s$ en función de $Q$ y $N$ (izquierda), y $Q$ y $\Delta H$ (derecha) para los álabes (a) plano, (b) circular y (c) MEL031. ....	202
Figura 4-37. Eficiencia hidráulica $\eta_t$ en función del caudal $Q$ y el factor de seguridad $F_s$ para los álabes (a) plano, (b) circular y (c) MEL031. ....	204
Figura 4-38. Esfuerzos von Mises promedios $\sigma_v$ (izquierda) y deformaciones totales promedio $U$ (derecha) para el material aluminio en función del caudal $Q$ y la velocidad angular $N$ correspondientes a los álabes (a) plano, (b) circular y (c) MEL031. ....	214
Figura 4-39. Modos de vibración y sus correspondientes frecuencias naturales $fN$ en función de los materiales bronce, resina ABS-Like y aluminio para los álabes (a) plano, (b) circular y (c) MEL031. ....	217
Figura 4-40. Diagramas Campbell correspondientes al álabe plano para los materiales (a) bronce, (b) resina ABS-Like y (c) aluminio. ....	221
Figura 4-41. Diagramas Campbell correspondientes al álabe circular para los materiales (a) bronce, (b) resina ABS-Like y (c) aluminio.....	222

Figura 4-42. Diagramas Campbell correspondientes al álabe MEL031 para los materiales (a) bronce, (b) resina ABS-Like y (c) aluminio.....	223
Figura 4-43. Función de respuesta frecuencial del álabe plano para la deformación direccional $U$ (superior) y el esfuerzo normal direccional $\sigma$ (inferior) correspondiente a los materiales (a) bronce, (b) resina ABS-Like, y (c) aluminio.....	225
Figura 4-44. Función de respuesta frecuencial del álabe circular para la deformación direccional $U$ (superior) y el esfuerzo normal direccional $\sigma$ (inferior) correspondiente a los materiales (a) bronce, (b) resina ABS-Like, y (c) aluminio.....	226
Figura 4-45. Función de respuesta frecuencial del álabe MEL031 para la deformación direccional $U$ (superior) y el esfuerzo normal direccional $\sigma$ (inferior) correspondiente a los materiales (a) bronce, (b) resina ABS-Like, y (c) aluminio.....	227
Figura 4-46. Manufactura de los álabes circulares modulares de la turbina. (a) Disposición de los 5 álabes en el área de impresión 3D. (b) Álabes manufacturados con resina ABS-Like. ....	252
Figura 4-47. Proceso general de manufactura del cuerpo pentagonal modular de la turbina. ....	253
Figura 4-48. Modelo CAD del banco hidráulico usado para la instalación del prototipo. ....	254
Figura 4-49. Adecuación del banco hidráulico y adición de tubería PVC de 3'' para cerrar el circuito del flujo del fluido, y ubicación del prototipo de la turbina. ....	255
Figura 4-50. (a) Codo de 90° de 3'' modificado para extraer el eje de la turbina. (b) Vista frontal y corte transversal con dimensiones de la modificación y materiales usados. ....	256
Figura 4-51. Implementación de un sello mecánico para sellar posibles fugas de agua. ....	257
Figura 4-52. Ensamble final del prototipo de la turbina. (a) Vista general del área de instalación. (b) Detalle del ensamble entre la turbina y el eje. (c) Detalle de acrílico y el método de sellado. ....	258
Figura 4-53. Montaje final y componentes usados para la comprobación del funcionamiento del prototipo de la turbina construida. ....	260
Figura 4-54. QR que direcciona al video que evidencia el funcionamiento del prototipo de la turbina construida. ....	261
Figura 4-55. Circuito de rectificación AC-DC utilizado para la salida de señal del motor paso a paso. ....	262

## Lista de tablas

	<b>Pág.</b>
Tabla 1-1. Influencia de la variación de la velocidad de punta de álabe $\lambda$ en aspectos técnicos y de diseño [48]. Donde $N$ es la velocidad angular de la turbina. ....	16
Tabla 2-1. Comparación del desempeño hidráulico de diferentes tipos de turbinas utilizadas al interior de tuberías. $\eta_t$ : eficiencia de la turbina, $D_t$ : diámetro externo de turbina, $D_{tubería}$ : diámetro interno de la tubería, $P_{mec}$ : potencia mecánica, Inv.: investigación, E: experimental, N: numérico. T: teórico, $V$ : velocidad del fluido, $m$ : flujo másico, $Q$ : caudal, $P$ : presión estática, mca: metros de columna de agua.....	45
Tabla 2-2. Parámetros de simulación fluidodinámica de turbinas al interior de tuberías de distintos estudios. ....	47
Tabla 3-1. Parámetros de diseño de turbinas axiales tipo propulsor usados por diferentes autores.	51
Tabla 3-2. Parámetros de diseño usados en para tres metodologías distintas de diseño de álabe....	52
Tabla 3-3. Valores numéricos de la constante de vorticidad $k$ , de las velocidades axial, tangencial y circunferencial, y ángulos requeridos para diseñar el álabe sin curvatura y espesor constante. ....	58
Tabla 3-4. Parámetros geométricos del álabe con curvatura y espesor constante para una constante de vorticidad libre $k = 0.0507 \text{ m}^2/\text{s}$ , y un ángulo de envolvimiento de $\theta = 72^\circ$ . ....	66
Tabla 3-5. Comparación de parámetros geométricos de los perfiles aerodinámicos MEL031 [144] y NACA4415 (XFOIL). ....	73
Tabla 3-6. Parámetros geométricos del álabe con curvatura y espesor variable para un perfil aerodinámico MEL031.....	76
Tabla 3-7. Parámetros de refinación de TurboGrid para el estudio de malla de los tres tipos de álabes. ....	101
Tabla 3-8. Resultados del Índice de Convergencia de Malla ( $GCI$ ) aplicado al número de elementos de la malla para los tres tipos de álabe. ....	104
Tabla 3-9. Definición del estudio paramétrico fluidodinámico correspondientes a las condiciones de frontera de la velocidad angular de la turbina $N$ y del flujo másico de salida $msal$ para cada tipo de álabe. ....	114
Tabla 3-10. Configuración del solucionador para los módulos CFX-Pre, CFX-Solver, y CFX-Post. ....	116
Tabla 3-11. Propiedades mecánicas de los materiales usados en las simulaciones estructurales. .	118
Tabla 3-12. Simulaciones estructurales para las condiciones fluidodinámicas críticas $N'$ , $Q'$ y los materiales adicionales correspondientes a la resina ABS-Like y bronce C51000.....	125

Tabla 3-13. Parámetros de entrada y salida correspondientes al primer módulo del análisis modal. .....	127
Tabla 3-14. Determinación del factor de ponderación (F.P) asociado al criterio de diseño (C.D).134	
Tabla 3-15. Matriz morfológica que determina la combinación entre las estrategias de manufactura y los diferentes materiales considerados. ....	138
Tabla 4-1. Parámetros de diseño de la turbina en el <i>BEP</i> para la validación del modelo numérico con respecto al estudio de Samora <i>et al.</i> , [18].....	143
Tabla 4-2. Casos para la longitud de la cuerda axial $C_a$ del álabe en función del radio de diseño $r_i$ .....	146
Tabla 4-3. Coordenadas cartesianas bidimensionales del álabe con curvatura y espesor constante para una constante de vorticidad libre $k = 0.2763 \text{ m}^2/\text{s}$ y un ángulo de envolvimiento de $\theta = 72^\circ$ . .....	147
Tabla 4-4. Coordenadas meridionales $\%m' \text{ vs. } \theta$ del álabe utilizadas para el estudio de validación. .....	147
Tabla 4-5. Valores numéricos de los factores de refinación utilizados en TurboGrid para el estudio de independencia de malla del estudio de validación. ....	149
Tabla 4-6. Resultados del Índice de Convergencia de Malla ( <i>GCI</i> ) aplicado al número de elementos de la malla. ....	150
Tabla 4-7. Condiciones de frontera aplicadas al volumen de control para la simulación fluidodinámica del estudio de validación. ....	158
Tabla 4-8. Configuración del solucionador para los módulos <i>CFX-Pre</i> , <i>CFX-Solver</i> , y <i>CFX-Post</i> . .....	159
Tabla 4-9. Parámetros para el estudio de la influencia del tamaño del paso de tiempo $\Delta t$ . ....	165
Tabla 4-10. Resultados del Índice de Convergencia de Malla ( <i>GCI</i> ) aplicado al tamaño del paso de tiempo $\Delta t$ . ....	166
Tabla 4-11. Parámetros para el estudio de la influencia del tiempo físico total de simulación $tT$ .169	
Tabla 4-12. Resultados estructurales correspondientes a los puntos críticos de operación en función del tipo de material y las condiciones fluidodinámicas $Q'$ y $N'$ . ....	207
Tabla 4-13. Contornos de esfuerzo von Mises $\sigma_v$ y deformación total $U$ en los puntos críticos de operación de máxima eficiencia hidráulica $\eta_t, \text{max}$ y esfuerzo máximo $\sigma_v, \text{max}$ correspondientes a los materiales de aluminio, bronce y resina ABS para los álabes plano, circular y MEL031. ....	210

---

Tabla 4-14. Compilación de los resultados de la respuesta armónica para los álabes plano, circular y MEL031 en combinación con los materiales bronce, resina ABS y aluminio. ....	230
Tabla 4-15. Contornos de $U$ y $\sigma v$ para correspondientes a las frecuencias $fH$ , $\max U$ y $fH$ , $\max \sigma$ para los álabes plano, circular y MEL031 en función de los materiales bronce, resina ABS y aluminio. ....	232
Tabla 4-16. Magnitudes de los criterios de diseño correspondientes a cada tipo de álabe. Los valores numéricos marcado en color verde son los criterios de diseño deseados $C.Ddeseado$ . ....	238
Tabla 4-17. Matriz de decisión para la selección del tipo de álabe. ....	240
Tabla 4-18. Matriz morfológica de las estrategias de manufactura (modular o monolítica) en función de los materiales resina ABS-Like, aluminio y bronce. ....	241
Tabla 4-19. Tiempos de manufactura por remoción de material (CNC) para las diferentes piezas modulares y monolíticas. ....	244
Tabla 4-20. Tiempos de manufactura para impresión 3D con resina ABS-Like por medio de estereolitografía para las diferentes piezas modulares y monolíticas. ....	245
Tabla 4-21. Parámetros de impresión y de curado para el proceso de manufactura de impresión 3D. ....	245
Tabla 4-22. Dimensiones de las opciones modulares y monolíticas de la turbina. ....	246
Tabla 4-23. Costos de la materia prima para los materiales bronce, aluminio y resina ABS-Like. ....	247
Tabla 4-24. Costo de manufactura de la impresora 3D y el centro de mecanizado CNC. ....	248
Tabla 4-25. Magnitudes de los criterios de diseño correspondientes a cada estrategia de manufactura. Los valores numéricos marcado en color verde son los criterios de diseño deseados $C.Ddeseado$ . ....	250
Tabla 4-26. Matriz de decisión aplicada a los métodos y estrategias de manufactura del álabe circular. ....	250
Tabla 4-27. Componentes utilizados en la comprobación del funcionamiento del prototipo de la turbina. ....	261
Tabla 4-28. Especificaciones técnicas del motor paso a paso 42BYGHW609 [171]. ....	261

# Lista de símbolos y abreviaturas

## Letras romanas

Letra romana	Definición	Unidad SI
$A$	Área característica	$m^2$
$C_M$	Costo de manufactura	\$
$C_{MP}$	Costo de la materia prima	\$
$C$	Cuerda del álabe MEL031	
$C_a$	Cuerda axial del álabe	$m$
$C_D$	Coefficiente de arrastre	–
$C_f$	Coefficiente de fricción superficial	–
$C_L$	Coefficiente de sustentación	–
$C_{P,max}$	Coefficiente de potencia máximo de 16/27 para flujos no obstruidos	–
$C_p$	Coefficiente de presión	–
$C_T$	Coefficiente de torque	–
$\{C_j\}$	Vector de contribución del modo de vibración	–
$[C]$	Matriz de amortiguación estructural	–
$D_t$	Díámetro externo de la turbina	$m$
$D_h$	Díámetro interno de la turbina	$m$
$D_{tubería}$	Díámetro interno de la tubería	$m$
$D_h/D_t$	Razón entre los diámetros interno y externo de la turbina	–
$e_a^{21}$	Error relativo aproximado medio-a-fino	–
$e_a^{32}$	Error relativo aproximado grueso-a-medio	–
$e_{ext}^{21}$	Error relativo extrapolado medio-a-fino	–
$e_{ext}^{32}$	Error relativo extrapolado grueso-a-medio	–
$F_s$	Factor de seguridad	–
$F_{s,min}$	Factor de seguridad mínimo	–
$F_1, F_2$	Funciones de mezcla del modelo de turbulencia $\kappa - \omega SST$	–
$\{F\}$	Vector de fuerza	$N$
$\{F^s\}$	Vector de carga del análisis modal	$N$
$\{F_{max}\}$	Amplitud de la fuerza	$N$
$\{F^r\}$	Vector de carga de reacción	$N$
$\{F^a\}$	Vector de carga total	$N$

Letra romana	Definición	Unidad SI
$\{F^{nd}\}$	Vector de carga nodal	$N$
$\{F^{ac}\}$	Vector de carga de aceleración	$m/s^2$
$\{F_e^{th}\}$	Vector de carga térmica	$K$
$\{F_e^{pr}\}$	Vector de carga de presión	$Pa$
$f$	Frecuencia natural enésima	$Hz$
$f_i$	Fuerza en coordenadas modales	$N$
$f_j$	Frecuencia natural rotacional del modo de vibración	$rad/s$
$f_{jc}$	Amplitud de fuerza compleja	$N$
$f_H$	Rango de frecuencia en el análisis harmónico	$Hz$
$f_{N,i}$	Frecuencia natural correspondiente a cada nodo de vibración	$Hz$
$f_\omega$	Frecuencia rotacional en el análisis modal	$Hz$
$g$	Constante gravitacional	$m/s^2$
$GCI_{fino}^{21}$	Índice de convergencia de la malla fina	—
$GCI_{medio}^{32}$	Índice de convergencia de la malla media	—
$GCI$	Constancia aproximada	—
$H$	Cabeza de presión disponible	$m$
$h$	Altura con respecto a una referencia inicial	$m$
$h_1$	Tamaño representativo de la malla fina	—
$h_2$	Tamaño representativo de la malla media	—
$h_3$	Tamaño representativo de la malla gruesa	—
$h_i^e$	Tamaño espacial representativo de la malla	—
$h_i^t$	Tamaño temporal representativo de la malla	—
$\Delta H$	Caída de presión	$m$
$i = \sqrt{-1}$	Unidad imaginaria	
$k$	Constante de vorticidad libre	$m^2/s$
$[K]$	Matriz de rigidez	$Nm^2$
$[K_e]$	Matriz de rigidez de cada elemento de malla	$Nm^2$
$L$	Longitud característica	$m$
$m', \theta_m$	Coordenadas meridionales	—, °
$\dot{m}$	Flujo másico	$kg/s$
$M$	Máxima curvatura del álabe MEL031	—
$M_{ef}$	Masa efectiva en el análisis modal	$kg$
$M_T$	Masa total en el análisis modal	$kg$
$[M]$	Matriz de masa total	$kg$

Letra romana	Definición	Unidad SI
$[M_e]$	Matriz de masa de cada elemento de malla	$kg$
$N$	Velocidad angular de la turbina	$rpm$
$NI$	Número de iteraciones totales de la simulación numérica	–
$N_R$	Número de rotaciones totales de la turbina	–
$N'$	Velocidad angular que genera las condiciones de operación críticas	$rpm$
$N_i$	Número de elementos de malla	–
$\hat{n}$	Vector unitario normal a la superficie	–
$Re$	Número de Reynolds	–
$R_1$	Volumen rotacional o pasaje	–
$R^2$	Coefficiente de determinación de regresión	–
$R_{\{\phi\}i}$	Número de modos de vibración con resonancia	–
$r$	Radio característico	$m$
$\vec{r}$	Vector posición	$m$
$r_c$	Radio al centro del arco del álabe circular	$m$
$r_i$	Radio de diseño del álabe	$m$
$r_{med}$	Radio medio del álabe	$m$
$r_t$	Radio exterior de la turbina	$m$
$r_h$	Radio interior de la turbina	$m$
$r_{21}$	Factor de refinación de malla medio-a-fino	–
$r_{32}$	Factor de refinación de malla medio-a-grueso	–
$r, \theta_c, z$	Coordenadas cilíndricas	$m$
$P$	Posición de la máxima curvatura del álabe MEL031	
$P_H$	Potencia hidráulica	$W$
$P_{mech}$	Potencia mecánica	$W$
$P, P_{est}$	Presión estática	$Pa$
$P_{tot}$	Presión total	$Pa$
$P_{din}$	Presión dinámica	$Pa$
$P_{max}$	Potencia máxima de la turbina	$W$
$P_\infty$	Presión del flujo libre	$Pa$
$P_{1,2,3,4,5}$	Puntos de diseño del álabe circular	–
$p$	Orden aparente del método $GCI$	–
$Q$	Caudal	$m^3/s$
$Q'$	Caudal que genera las condiciones de operación críticas	$m^3/s$
$S_M$	Fuentes de fuerzas externas	$N$

Letra romana	Definición	Unidad SI
$S^*$	Medida invariante de la tasa de deformación	$s^{-1}$
$T$	Torque	$Nm$
$t$	Tiempo	$s$
$t$	Espesor del álabe	$m$
$t$	Espaciado entre álabes	$m$
$t_t$	Tiempo físico total de la simulación numérica	$s$
$t_c$	Espaciado entre la pared externa del álabe y la pared de la tubería	$m$
$t_M$	Tiempo de manufactura	$s$
$\Delta t$	Tamaño del paso de tiempo	$s$
$\{u\}$	Vector de desplazamiento	$m$
$\{\dot{u}\}$	Vector de velocidad	$m/s$
$\{\ddot{u}\}$	Vector de aceleración	$m/s^2$
$\{u_c\}$	Vector de desplazamiento complejo	$m$
$u_{max}$	Amplitud del desplazamiento	$m$
$u^+$	Velocidad adimensional en la capa límite	—
$U$	Velocidad del fluido	$m/s$
$U$	Deformación total	$m$
$U_{max}$	Deformación total máxima	$m$
$\bar{U}$	Deformación total promedio	$m$
$V_\infty$	Velocidad del flujo libre	$m/s$
$\vec{V}$	Vector de velocidad perteneciente al triángulo de velocidades	$m/s$
$x, y$	Coordenadas cartesianas bidimensionales	$m$
$x, y, z$	Coordenadas cartesianas tridimensionales	$m$
$x_c$	Coordenada $x$ del centro del arco del álabe circular	$m$
$y_c$	Coordenada $y$ del centro del arco del álabe circular	$m$
$y_c$	Función de línea de curvatura media del álabe MEL031	—
$x_i$	Coordenada paramétrica en el eje $x$ del álabe circular	$m$
$y_i$	Coordenada paramétrica en el eje $y$ del álabe circular	$m$
$y_j$	Coordenada modal	—
$y_{jc}$	Amplitud compleja de la coordenada modal de cada modo	—
$y_P$	Distancia hasta el centroide del primer elemento de malla	$m$
$y_H$	Distancia total hasta el primer elemento de malla	$m$
$y_t$	Función de distribución del espesor del álabe MEL031	—
$y^+$	Distancia adimensional a la pared	—
$z$	Número de álabes de la turbina	—

## Letras griegas

Letra griega	Definición	Unidad SI
$\alpha_1$	Constante con valor de 5/9 del modelo de turbulencia $\kappa - \omega SST$	—
$\beta_1$	Ángulo del álabe en el borde de ataque	°
$\beta_2$	Ángulo del álabe en el borde de fuga	°
$\beta_\infty$	Ángulo medio del álabe MEL031	°
$\beta$	Ángulo de inclinación del álabe plano	°
$\beta$	Constante con valor de 0.075 del modelo de turbulencia $\kappa - \omega SST$	—
$\beta'$	Constante con valor de 0.09 del modelo de turbulencia $\kappa - \omega SST$	—
$\gamma$	Preso específico	$N/m^3$
$\delta$	Ángulo de ataque del álabe MEL031	°
$\varepsilon$	Razón de área barrida por la turbina	—
$\varepsilon$	Razón entre el coeficiente de arrastre y el de sustentación	—
$\varepsilon_{21}$	Diferencia entre la respuesta fluidodinámica media-a-fina	—
$\varepsilon_{32}$	Diferencia entre la respuesta fluidodinámica media-a-gruesa	—
$\eta_t$	Eficiencia hidráulica de la turbina	—
$\theta$	Ángulo de envolvimiento para los álabes plano y circular	°
$\theta$	Ángulo de posicionamiento del álabe MEL031	°
$\theta_R$	Ángulo de rotación de la turbina por cada iteración	°
$\sigma_\kappa$	Constante con valor de 2 del modelo de turbulencia $\kappa - \omega SST$	—
$\sigma_\omega$	Constante con valor de 2 del modelo de turbulencia $\kappa - \omega SST$	—
$\sigma_{\omega 2}$	Constante con valor de 1/0.856 del modelo de turbulencia $\kappa - \omega SST$	—
$\rho$	Densidad	$kg/m^3$
$\rho_\infty$	Densidad del flujo libre	$kg/m^3$
$\sigma$	Solidez del álabe	—
$\sigma$	Esfuerzo normal	$Pa$
$\sigma_{v,max}$	Esfuerzo von Mises máximo	$Pa$
$\bar{\sigma}_v$	Esfuerzo von Mises promedio	$Pa$
$\tau$	Tensor de esfuerzo	$Pa$
$\tau_W$	Esfuerzo cortante en la pared	$Pa$
$\phi_i$	Respuesta de la solución fluidodinámica	—
$\phi_{ext}^{21}$	Solución extrapolada media-a-fina	—
$\phi_{ext}^{32}$	Solución extrapolada gruesa-a-media	—

Letra griega	Definición	Unidad SI
$\{\phi\}_i$	Modo de vibración	—
$\Phi$	Ángulo de desplazamiento de fase	<i>rad</i>
$\Phi_j$	Modo de vibración coordenadas modales	—
$\kappa$	Energía cinética turbulenta	$m^2/s^2$
$\lambda$	Velocidad de punta de álabe	—
$\omega$	Frecuencia turbulenta	$s^{-1}$
$\mu$	Viscosidad dinámica	<i>Pa s</i>
$\mu_t$	Viscosidad de remolino	<i>Pa s</i>
$\mu_t$	Velocidad de fricción	<i>m/s</i>
$\xi_j$	Fracción de amortiguamiento crítico	—
$\psi$	Ángulo de montaje del álabe plano	°
$\Psi$	Desplazamiento de la fase de la fuerza	<i>rad</i>
$\omega$	Velocidad angular	<i>rad/s</i>
$\omega_i$	Frecuencia rotacional	<i>rad/s</i>
$\Omega$	Frecuencia rotacional impuesta	<i>rad/s</i>

## Subíndices

Subíndice	Definición
<i>a</i>	Componente axial
<i>abs</i>	Componente absoluta
<i>ba</i>	Borde de ataque
<i>bf</i>	Borde de fuga
<i>c</i>	Componente circunferencial
<i>c, h</i>	Componente circunferencial en el radio interior de la turbina
<i>c, t</i>	Componente circunferencial en el radio exterior de la turbina
<i>t, h</i>	Componente tangencial en el radio interior de la turbina
<i>t, t</i>	Componente tangencial en el radio exterior de la turbina
<i>e</i>	Elemento de malla
<i>ent</i>	Entrada
<i>i</i>	Elemento enésimo
<i>j</i>	Modo enésimo de vibración
<i>min</i>	Valor mínimo
<i>max</i>	Valor máximo

Subíndice	Definición
$r$	Componente radial
$rel$	Componente relativa
$sal$	Salida
$t$	Componente tangencial
$U$	Superficie superior del álabe MEL031
$L$	Superficie inferior del álabe MEL031
$1, h$	Ubicación en el borde de ataque en el radio interno de la turbina
$1, t$	Ubicación en el borde de ataque en el radio externo de la turbina
$2, h$	Ubicación en el borde de fuga en el radio interno de la turbina
$2, t$	Ubicación en el borde de fuga en el radio externo de la turbina
1	Entrada del fluido o indicación del borde de ataque del álabe
2	Salida del fluido o indicación del borde de fuga del álabe
$\infty$	Componente media del álabe MEL031

## Abreviaturas

Abreviatura	Definición
AC	<i>Alternating Current</i> (Corriente alterna)
ANSYS	Programa de simulación multifísico
ASME	<i>American Society of Mechanical Engineers</i> (Asociación Americana de Ingenieros mecánicos)
BEP	<i>Best Efficiency Point</i> (Mejor punto de eficiencia)
CNC	<i>Computer Numerical Control</i> (Control numérico computacional)
COP	Peso colombiano
$C.D$	Criterio de diseño
$C.D_{deseado}$	Valor deseado de un criterio de diseño específico
CFD	<i>Computational Fluid Dynamics</i> (Fluidodinámica computacional)
CAD	<i>Computer Aided Design</i> (Diseño asistido por computador)
CADD	Computación Avanzada y Diseño Digital
DC	<i>Direct Current</i> (Corriente directa)
E	Experimental
FSI	<i>Fluid-Structure Interaction</i> (Interacción fluido-estructura)
FEM	<i>Finite Element Method</i> (Método de elementos finitos)

---

<b>Abreviatura</b>	<b>Definición</b>
<i>F. P</i>	Factor de ponderación
<i>F. C</i>	Factor de calificación
<i>F. C. P</i>	Factor de calificación ponderado
GCI	<i>Grid Convergence Index</i> (Índice de convergencia de malla)
GDL	Grado de libertad
Inv.	Investigación
MEL031	Perfil aerodinámico japonés
N	Numérico
O	Punto de referencia
PAT	<i>Pump as Turbine</i> (Bomba como turbina)
PRV	<i>Pressure Regulating Valve</i> (Válvula reguladora de presión)
QHM	Caudal máximo horario
RANS	<i>Reynolds Averaged Navier-Stokes</i>
RAS 2000	Reglamento Técnico del Sector de Agua Potable y Saneamiento Básico
RMS	<i>Root Mean Square</i> (Media cuadrática)
SST	<i>Shear Stress Transport</i>
SSL	Línea de corriente espacial relativa
T	Teórico
TH	Turbina hidráulica
USD	Dólar estadounidense
URANS	<i>Unsteady Reynolds Averaged Navier-Stokes</i>
VRP	Válvula reguladora de presión

---



# Introducción

La generación de energía eléctrica, de la cual un 69.18 % pertenece a la generación hidroeléctrica en Colombia [1], el almacenamiento [2] y la distribución [3],[4] de agua, se han convertido en temas de investigación importante a lo largo de los años debido a que son necesidades básicas para la sociedad [5],[6]. En consecuencia, se han usado las turbinas hidráulicas no sólo para aprovechar fluentes de pequeños ríos [7], canales de irrigación [8], sistemas de drenaje fluvial y aguas residuales [9], sino también en los sistemas de tubería de distribución de agua, [10]–[12].

En los sistemas de tubería de suministro y distribución de agua se presentan dos problemáticas. La primera está relacionada con las sobrepresiones generadas en el sistema de tuberías, las cuales deben ser controladas. Sin embargo, esta acumulación de energía no se aprovecha, y en su lugar, se disipa con el uso de válvulas reguladoras de presión, [13]. La segunda problemática tiene que ver con las pérdidas por fugas en los sistemas de tuberías de suministro y transmisión de agua potable, debido a que la cantidad de agua desperdiciada incrementa de forma directamente proporcional con el incremento de la presión. Afortunadamente, dicho efecto se puede mitigar por medio de la instalación de sistemas de medición y monitoreo, lo cual algunas veces resulta inviable por la imposibilidad de alimentar eléctricamente en lugares remotos sistemas de medición y monitoreos que prevengan este problema, [14].

De esta manera, tecnologías como el uso de turbinas al interior de tuberías han sido utilizadas como dispositivos que generen una caída de presión actuando como válvulas reguladoras de presión, y a su vez, posibilitando el aprovechamiento de la energía hidráulica para la generación de energía eléctrica, la cual puede consumirse localmente, almacenarse o inyectarse directamente a la red de interconexión eléctrica, [15]–[17]. Dentro de los tipos de turbinas hidráulicas usadas se encuentran turbinas tipo Savonius, propulsor, Darrieus esférica, Michell-Banki, y de desplazamiento positivo. Dentro de ellas, la turbina axial tipo propulsor es una de las más eficientes hidráulicamente sin necesidad de realizar modificaciones mayores a la tubería en donde se instala [18]–[20]. Sin embargo, es importante ahondar más en la investigación de la influencia de los tipos de geometría de los álabes en la eficiencia hidráulica, el comportamiento estructural y los costos de manufactura para la turbina de eje axial tipo propulsor. Lo anterior se debe a que, hasta el mejor de los conocimientos, no se ha encontrado en la literatura una comparación directa entre la influencia de la geometría de los álabes en los aspectos anteriormente mencionados.

Por lo tanto, el objetivo general de la investigación es determinar la influencia de tres geometrías diferentes de álabe para una turbina de eje axial tipo propulsor para la instalación al interior de una tubería sobre los costos de manufactura, el rendimiento hidráulico y el comportamiento estructural. Lo anterior se desarrollará a través de simulaciones fluidodinámicas, estructurales y se estimará el costo de manufactura usando tres geometrías diferentes de álabes: el primero con espesor constante y sin curvatura, el segundo con espesor constante y con curvatura, y el tercero con espesor variable y con curvatura.

La investigación hidrodinámica, estructural y la metodología de selección de distintas geometrías de álabes, que varían en complejidad, con base en criterios de diseño técnicos y económicos de una turbina axial tipo propulsor para la instalación al interior de tuberías impactaría al sector energético y social debido a la capacidad de generación hidroeléctrica, y segundo, al sector público o privado que preste el servicio de agua potable debido a la posibilidad de alimentar eléctricamente sistemas de instrumentación y medición para monitorear pérdidas por fugas, y regular sobrepresiones al interior de los sistemas de tuberías.

### **Problema de investigación**

¿Qué influencia hidrodinámica, estructural y costos de manufactura tienen tres tipos de geometría de álabes de una turbina de eje axial tipo propulsor en el aprovechamiento de la energía hidráulica al interior de tuberías de agua?

### **Hipótesis**

Es posible determinar la influencia de tres diferentes geometrías de álabe en una turbina de eje axial tipo propulsor instaladas en tuberías simuladas computacionalmente, en el costo de manufactura, rendimiento hidráulico y comportamiento estructural de la turbina.

### **Objetivo general**

Determinar la influencia de tres geometrías diferentes de álabe para una turbina de eje axial tipo propulsor instaladas al interior de una tubería sobre los costos de manufactura, el rendimiento hidráulico y estructural.

**Objetivos específicos**

1. Obtener el modelo digital tridimensional de tres turbinas axiales de tipo propulsor empleando diferentes tipos de álabes
2. Evaluar numéricamente el comportamiento hidrodinámico y estructural de los tres modelos digitales de turbinas obtenidos
3. Determinar la turbina más adecuada para condiciones de trabajo específicas usando matrices de selección evaluando su relación costo-beneficio.
4. Construir un prototipo funcional de una turbina tipo propulsor para comprobar su funcionamiento al interior de una tubería

El presente trabajo fue dividido en cinco capítulos. En el capítulo 1 se reportan los fundamentos teóricos de las turbinas hidráulicas que se necesitaron para llevar a cabo la presente investigación. Allí se habló de la clasificación de las turbinas hidráulicas y se reportó el marco teórico con las ecuaciones utilizadas. En el capítulo 2 se llevó a cabo la revisión bibliográfica, específicamente para el tema de las turbinas hidráulicas para la instalación al interior de tuberías. Allí se reportaron los tipos de turbinas utilizadas para esta aplicación, se reportó la viabilidad y aplicaciones comerciales de las turbinas al interior de tuberías, y se identificaron cuáles son las turbinas que operan con mayor eficiencia, y se reportaron las metodologías numéricas más usadas. El capítulo 3 abordó la metodología seguida para el desarrollo del presente trabajo. En este capítulo se definió cómo dar cumplimiento a cada uno de los cuatro objetivos específicos planteados, es decir, la metodología para obtener los modelos tridimensionales de los tres tipos de álabes investigados, llevar a cabo las simulaciones fluido-estructura, aplicar las matrices de selección para seleccionar el tipo de álabe y los métodos y estrategias de manufactura, y la construcción del prototipo de la turbina seleccionada. Seguidamente, en el capítulo 4 se reportaron los resultados que ayudaron a responder la pregunta correspondiente al problema de investigación planteado anteriormente. Por último, en el capítulo 5 se concluye mencionando los resultados más relevantes de cada uno de los objetivos específicos, su cumplimiento y sus aportes; y a su vez, se plantean algunas recomendaciones y trabajos futuros que se identificaron a lo largo de la investigación.



# 1. Turbinas hidráulicas: fundamentos

Una turbina hidráulica es un dispositivo que convierte la energía cinética y potencial de un fluido en energía mecánica. Luego, a través de un generador, la energía mecánica se convierte en energía eléctrica [21],[22]. La Figura 1-1 muestra la estructura típica de un sistema de micro generación hidráulico, el cual está compuesto de una turbina hidráulica, un generador síncrono de imanes permanentes, y un equipo conversor electrónico de potencia que está compuesto de: un equipo de conversión de corriente alterna (*AC: Alternating Current*) a directa (*DC: Direct Current*), un controlador *DC-DC*, y un inversor (*DC/AC*). Por último, el destino final de la energía eléctrica puede ser un sistema de almacenamiento eléctrico (baterías) o la conexión del generador a la red de distribución eléctrica, [23].

El funcionamiento general comienza por el flujo del agua que genera un momento de rotación en la turbina hidráulica, cuyo eje está conectado directamente (con o sin sistema de transmisión) al eje del generador. Luego, si la energía eléctrica es almacenada en baterías, la señal trifásica del voltaje de salida del generador es convertido de *AC* a *DC* y regulado por rectificadores trifásicos en un voltaje *DC* constante. En contraste, si el destino final es inyectar la potencia eléctrica a la red de transmisión, el voltaje *DC* constante debe pasar por un inversor (*DC/AC*), [24].

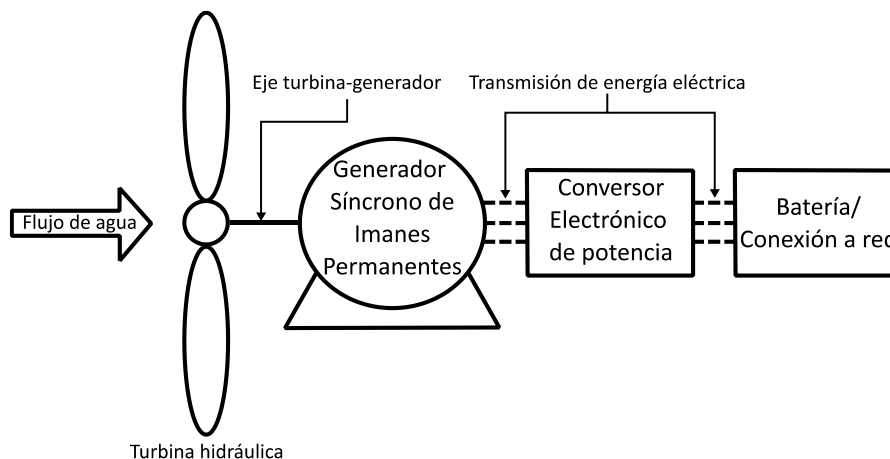


Figura 1-1. Sistema de micro generación hidráulica (hasta 5 kW). La energía mecánica de la turbina es convertida en energía eléctrica a través del generador síncrono de imanes permanentes para ser destinada a almacenamiento en baterías o inyección a la red de distribución eléctrica. Modificado de [23].

## 1.1 Clasificación de las turbinas hidráulicas

Las turbinas hidráulicas pueden ser clasificadas en dos grupos principales: turbinas de impulsión y de reacción. El grupo de impulsión incluye las turbinas como la Pelton, Turgo y Michell-Banki, Figura 1-2 (a). Para las turbinas de impulsión, el fluido es dirigido al rotor a través de una boquilla, y no existe caída de presión debido a estas operan a presión atmosférica. La energía cinética del fluido se transforma en energía mecánica, induciendo una rotación en el rotor de la turbina, [25]. Por otra parte, el grupo de reacción incluye las turbinas como la Francis, Kaplan, y propulsor de inclinación fija, Figura 1-2 (b). Las turbinas de reacción están completamente inmersas en el fluido, y los álabes de estas turbinas están diseñados para crear diferencias de presión, lo cual induce la rotación en la turbina debido a fuerzas de sustentación o de arrastre. La energía potencial del fluido es convertida en energía mecánica, [26].

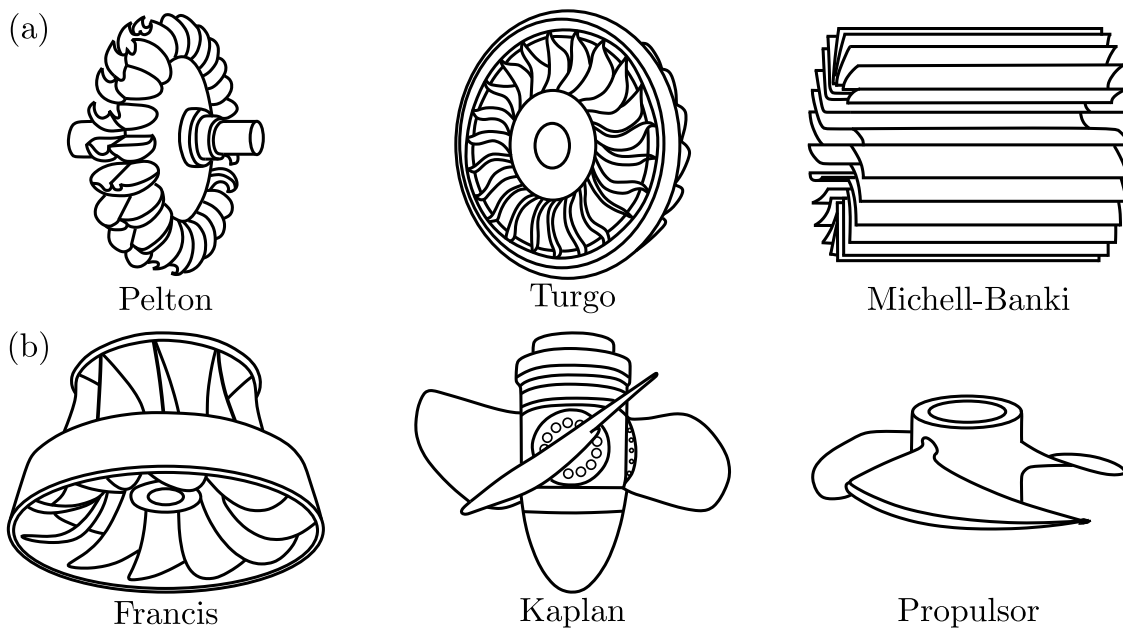


Figura 1-2. Tipos de turbinas hidráulicas. (a) Turbinas de impulsión de izquierda a derecha: turbinas Pelton, Turgo y Michell-Banki. (b) Turbinas de reacción de izquierda a derecha: Francis, Kaplan y propulsor. Modificado de [27].

## 1.2 Marco teórico de la dinámica de fluidos computacional

### 1.2.1 Ecuaciones de gobierno de los fluidos

El conjunto de ecuaciones que describe la dinámica del movimiento de los fluidos como su cantidad de movimiento, y las transferencias de calor y masa son conocidas como las ecuaciones de Navier- Stokes. Estas ecuaciones diferenciales parciales fueron derivadas a principios del siglo diecinueve y, hasta el día de hoy, no se conoce una solución analítica general. Sin embargo, dichas ecuaciones pueden ser discretizadas con el método de los volúmenes finitos y resueltas numéricamente por computadores, dando paso al uso de la herramienta de la fluidodinámica computacional, *CFD* por sus siglas en inglés (*Computational Fluid Dynamics*). Así, el conjunto de ecuaciones está dividido en la ecuación de continuidad (1) y la ecuación de momento (2) [28].

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho U) = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial (\rho U)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho U \otimes U) = -\nabla P + \nabla \cdot \tau + S_M \quad (2)$$

Donde  $\partial/\partial t$  representa el término transitorio dependiente del tiempo  $t$ ,  $\rho$  la densidad,  $U$  es la velocidad del fluido,  $P$  la presión estática,  $\tau$  el tensor de esfuerzo, y  $S_M$  representa las fuentes de fuerzas externas.  $\nabla$  es el gradiente de una función escalar la cual equivale a las derivadas parciales de la cantidad escalar por el vector unitario, por ejemplo, para un sistema coordenado cartesiano con vectores unitarios  $i, j, k$ ,  $\nabla \phi = \partial/\partial x i + \partial/\partial y j + \partial/\partial z k$ . Similarmente, el operador de divergencia  $\nabla \cdot$  es aplicado a un vector. Por último, el operador diádico (o producto de tensores)  $\otimes$  de dos vectores representa el producto de cada componente de los vectores.

### 1.2.2 Modelo de turbulencia $k - \omega SST$

Para poder resolver numéricamente las ecuaciones de Navier-Stokes sin generar grandes costos computacionales, se hace necesario el uso de un modelo de turbulencia. Para el presente trabajo, se utilizó el modelo de turbulencia  $k - \omega SST$  (*Shear Stress Transport*) formulado por Menter [29]. Este modelo de turbulencia es el más usado dentro del área de simulación numérica de turbomáquinas. Posteriormente, en la sección 2.3.2 se justifica la utilización de este modelo de

acuerdo con la revisión de la bibliografía. Adicionalmente, este modelo fue diseñado para ofrecer predicciones precisas de la cantidad de separación de flujo en gradientes de presión adversos.

En primer lugar, se define el modelo de turbulencia  $k - \omega$  que se compone de dos ecuaciones de transporte, a saber, la energía cinética turbulenta  $k$ , y la frecuencia turbulenta  $\omega$ , definidas por las ecuaciones (3) y (4), respectivamente.

$$\frac{\partial}{\partial x_j}(\rho U_i k) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + P_k - \beta' \rho k \omega \quad (3)$$

$$\frac{\partial}{\partial x_j}(\rho U_j \omega) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\omega} \right) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] + (1 - F_1) 2\rho \frac{1}{\sigma_{\omega 2} \omega} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j} + \alpha_1 \frac{\omega}{k} P_k - \beta \rho \omega^2 \quad (4)$$

Donde los subíndices  $i, j$  indican la suma de las componentes cartesianas, ya sea en dos o tres dimensiones,  $U_{i,j}$  la velocidad promedio,  $P_k$  es la tasa de producción de turbulencia, y  $F_1$  es una función de mezcla que se define en la Ec. (6). Sin embargo, el modelo de turbulencia  $k - \omega$  falla en predecir apropiadamente la separación del flujo en superficies lisas. Por lo tanto, una nueva definición de transporte de la viscosidad de remolino  $\mu_t$  es obtenida por el siguiente delimitador, permitiendo pasar del modelo  $k - \omega$  al modelo  $k - \omega SST$ :

$$\mu_t = \frac{\rho \alpha_1 k}{\max(\alpha_1 \omega, S^* F_2)} \quad (5)$$

Donde  $S^*$  medida invariante de la tasa de deformación.  $F_2$  es uno de los dos conjuntos de funciones de mezcla junto con  $F_1$  definidos por las ecuaciones (6) y (7), respectivamente. Las funciones de mezcla son fundamentales para el éxito del modelo de turbulencia  $k - \omega SST$ .

$$F_1 = \tanh \left( \left[ \min \left( \max \left( \frac{\sqrt{k}}{\beta' \omega y}, \frac{500\mu}{\rho \omega y^2} \right), \frac{4\rho k}{\max \left( \frac{2\rho}{\sigma_{\omega_2} \omega} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j}, 1 \times 10^{-10} \right) \sigma_{\omega_2} y^2} \right) \right]^4 \right) \quad (6)$$

$$F_2 = \tanh \left( \left[ \max \left( \frac{2\sqrt{k}}{\beta' \omega y}, \frac{500\mu}{\rho \omega y^2} \right) \right]^2 \right) \quad (7)$$

Donde  $y$  representa la distancia a la pared más cercana. Las siguientes constantes fueron definidas y afinadas por Menter [29] con base en datos experimentales:  $\beta' = 0.09$ ,  $\beta = 0.075$ ,  $\alpha_1 = 5/9$ ,  $\sigma_k = 2$ ,  $\sigma_\omega = 2$ ,  $\sigma_{\omega_2} = 1/0.856$ . Las anteriores constantes son utilizadas en desde la Ec. (3) hasta la Ec. (7).

### 1.2.3 La ley logarítmica de la pared y capa límite

La ley logarítmica de la pared describe el comportamiento de fluidos que se encuentran en el régimen turbulento cerca de fronteras sólidas. Medidas experimentales muestran que, tanto para flujos internos y externos, la velocidad en la dirección del fluido cerca de las paredes varía logarítmicamente en función de la distancia desde la superficie de la pared [30].

Con el objetivo de obtener una solución precisa de los fenómenos fluidodinámicos dentro de la capa límite cerca de las paredes, es necesario calcular la altura de la celda inicial de la malla, denotada como  $y_H$ . Para ello, se debe calcular el número de Reynolds  $Re$  que determina si un fluido se encuentra en un régimen laminar o turbulento. El número de Reynolds  $Re$ , definido por la ecuación (8), depende de la densidad del fluido  $\rho$ , la velocidad libre del fluido  $U$ , la longitud característica  $L$ , y la viscosidad dinámica  $\mu$ .

$$Re = \frac{\rho UL}{\mu} \quad (8)$$

La ecuación (9) presenta la correlación del coeficiente de fricción superficial  $c_f$  para un flujo turbulento totalmente desarrollado para una placa plana, introducida por Schlichting [31].

$$c_f = [2 \log_{10}(Re) - 0.65]^{-2.3} \text{ para } Re < 10^9 \quad (9)$$

Una vez conocido el coeficiente de fricción superficial, es posible calcular el esfuerzo cortante en la pared  $\tau_w$  y la velocidad de fricción  $u_t$ , definidos por (10) y (11), respectivamente.

$$\tau_w = \frac{1}{2} \rho U^2 c_f \quad (10)$$

$$u_t = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}} \quad (11)$$

La ecuación (12) define la altura desde la pared hasta el centroide de la primera celda de la malla numérica, conocida como  $y_p$ . Esta depende de la altura adimensional  $y^+$ , el cual es un parámetro que se debe satisfacer para los distintos modelos de turbulencia. Sin embargo, los programas para discretizar un volumen de control prefieren usar la distancia total de la primera celda. Por lo anterior, la ecuación (13) define la distancia total de la primera celda  $y_H$ .

$$y_p = \frac{y^+ \mu}{u_t \rho} \quad (12)$$

$$y_H = 2y_p \quad (13)$$

La Figura 1-3 permite visualizar el perfil de velocidad de un fluido cerca de una superficie cuya capa límite se encuentra en el régimen turbulento. En el eje horizontal se encuentra la distancia adimensional  $y^+$ , la cual se obtiene a partir de (12). El eje vertical está representado por la velocidad adimensional  $u^+$ , definida por (14).

$$u^+ = \frac{U}{u_t} \quad (14)$$

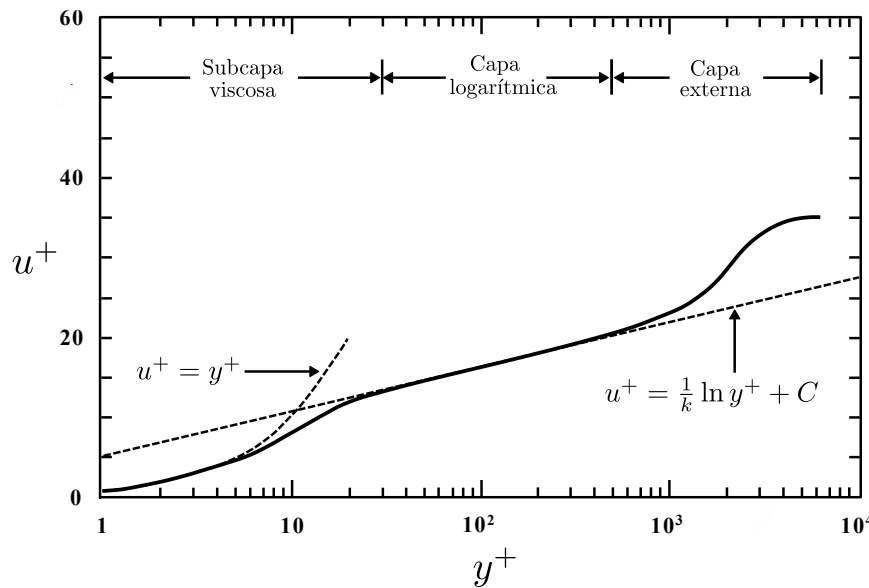


Figura 1-3. Perfil de velocidad típico para una capa límite turbulenta. Modificado de [30].

Allí se pueden discernir tres regiones que conforman la capa límite: la subcapa viscosa que está más próxima a la pared, donde los efectos viscosos son dominantes y la velocidad es aproximada a ser lineal; la capa logarítmica, en donde los efectos de turbulencia son significantes, pero aún no son dominantes; y, la capa externa o turbulenta, donde los efectos de la turbulencia dominan sobre los efectos de difusión (viscosidad). Por definición, la capa logarítmica es la porción de la capa límite donde la subcapa y la capa externa se superponen, y la ley de la pared representa con exactitud la velocidad [30],[32].

En la subcapa viscosa se asume que la velocidad del fluido sólo depende de  $\mu$ ,  $\rho$ , y  $y_p$ , por lo que se espera una relación para la velocidad adimensional  $u^+$ , también conocida como la ley de la pared normalizada, definida por (15).

$$u^+ = u_t f(y^+) \quad (15)$$

Por otro lado, en la capa logarítmica, se ha observado experimentalmente que la velocidad tiene una tendencia lineal cuando se relaciona con respecto a la distancia adimensional  $y^+$  en una escala logarítmica [30]. Dicha relación resulta en la ley logarítmica de la pared, definida por (16). Allí,  $k_k$  es la constante de Von Kármán, cuyo valor numérico para superficies lisas y rugosas es  $k_k \approx 0.41$ ;  $C$  es una constante adimensional de integración, para la cual algunas correlaciones indican que  $C \approx 5$  para superficies lisas [33].

$$\frac{U}{u_t} = \frac{1}{k_k} \ln \left( \frac{y^+ \mu}{u_t \rho} \right) + C \quad (16)$$

En contraste, en la capa externa, numerosos experimentos desarrollados por Darcy, Von Kármán, y Clauser, encontraron que los datos de velocidad se correlacionaban razonablemente bien con la ley de la ley externa de Clauser, definida por (17). Donde  $U_e$  es la velocidad en el borde de la pared en la capa límite, y  $g(\eta)$  es una función adimensional, la cual depende de  $y_p$  y del espesor característico de la capa límite  $\Delta$  [30].

$$U = U_e - u_t g(\eta), \quad \eta = \frac{y}{\Delta} \quad (17)$$

#### 1.2.4 Principio de la fuerza de sustentación

La fuerza de sustentación es una fuerza mecánica que se ejerce en un cuerpo que se mueve a través de un fluido, o viceversa. Esta fuerza es generada cuando el fluido es desviado o curvado por el cuerpo, ejerciéndose una fuerza perpendicular a la dirección del fluido. De esta manera, la desviación del fluido genera un aumento de la velocidad del mismo, produciendo diferencia de presiones en las superficies del cuerpo, [34]. La Figura 1-4 muestra un esquema de un fluido siendo desviado o curvado por el perfil de un álabe. Allí, se puede observar la dirección del fluido, las direcciones de las fuerzas de sustentación (en mayor magnitud) y arrastre (en menor magnitud), y los símbolos "+" y "-" que simbolizan cuando la presión es mayor a la atmosférica o menor, respectivamente.

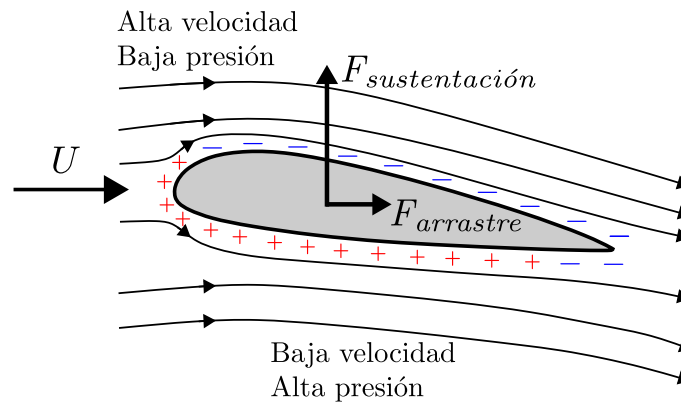


Figura 1-4. Representación de la fuerza de sustentación (mayor magnitud) y la fuerza de arrastre (menor magnitud) actuando en la dirección perpendicular a la velocidad del fluido en el perfil de un álabo. Modificado de [32].

### 1.2.5 Principio de la fuerza de arrastre

La fuerza de arrastre es una fuerza mecánica que experimenta un cuerpo a través del cual se mueve un fluido o viceversa. Esta fuerza depende sólo de la presión cuando la dirección del fluido es normal a una superficie, donde el esfuerzo cortante  $\tau_w$  en la pared del cuerpo no influye en la fuerza de arrastre, Figura 1-5 (a). Sin embargo, la fuerza de arrastre también se puede presentar de manera independiente cuando la dirección del fluido es paralela a la superficie del cuerpo, generándose una fuerza de arrastre debido al esfuerzo cortante  $\tau_w$  en las paredes del objeto, la cual es independiente de la presión, Figura 1-5 (b). Para los dos casos anteriormente mencionados, la fuerza de arrastre posee la misma dirección de la velocidad del fluido, [32],[35].

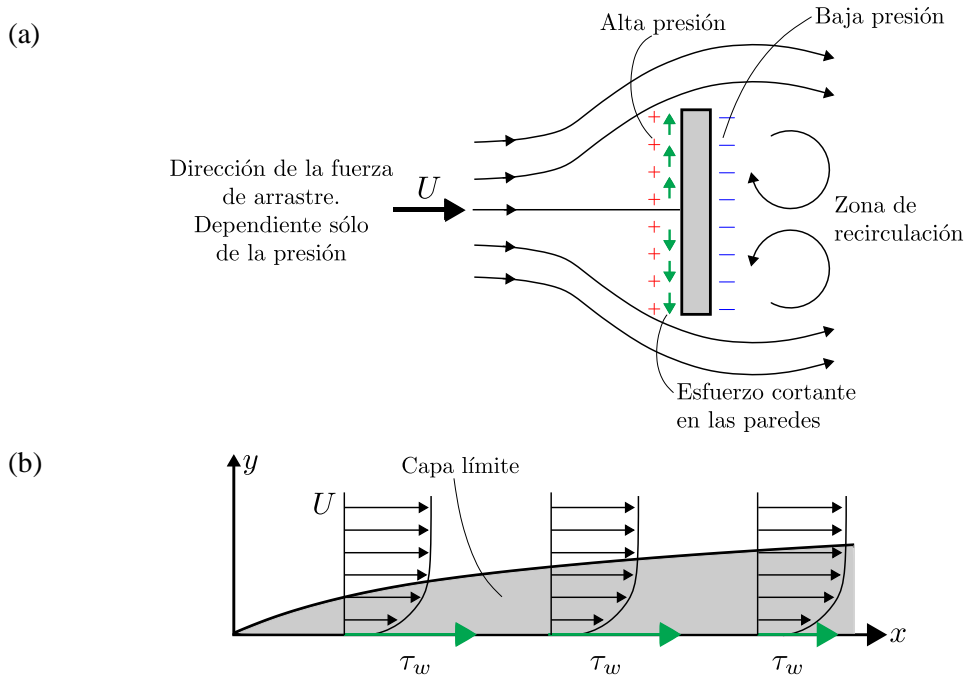


Figura 1-5. Representación de la fuerza de arrastre. (a) Cuando depende de diferencias de presiones (Velocidad del fluido es normal a la superficie del cuerpo). (b) Cuando depende del esfuerzo cortante en la pared (Velocidad del fluido es paralela a la superficie del cuerpo). Modificado de [32].

### 1.2.6 Límite de Betz para flujos libres

Desde principios del siglo XX, varios científicos de las escuelas de investigación aerodinámica británicas, alemanas y rusas hicieron las primeras contribuciones a la cuestión del máximo rendimiento teórico de una turbina eólica [36]. Este máximo teórico se le conoce hoy en día en la academia como el límite de Lanchester–Betz–Joukowsky, o en el vocabulario ingenieril como el límite de Betz [37]. El límite de Betz, a través de la idealización del funcionamiento de una turbina, plantea que no es posible superar un 59.3 % de eficiencia, es decir, el coeficiente de potencia máximo  $C_{P,máx} = 16/27 \approx 0.5926$  [38]. El planteamiento matemático del límite de Betz ha adquirido a través de los años distintos modelos matemáticos (teorías de momento y elemento de álabe), y consideraciones físicas (rotación de la estela, y efectos de la fuerza de arrastre), lo cual lleva al límite de Betz desde una perspectiva teórica a una más práctica y realista [39]–[42].

La Figura 1-6 muestra el rendimiento o coeficiente de potencia  $C_P$  de diferentes tipos de rotores en función de la velocidad de punta de álabe  $\lambda$ . De la gráfica se puede apreciar el límite de Betz con

una línea punteada gris, y la curva de color rojo teniendo en cuenta la rotación de la estela (*wake*) generada por el movimiento del rotor. Los demás tipos de rotores contemplan dispositivos antiguos (Molinos holandeses y americanos), y actuales (Rotor de 3 álabes, Darrieus, Savonius, propulsor).

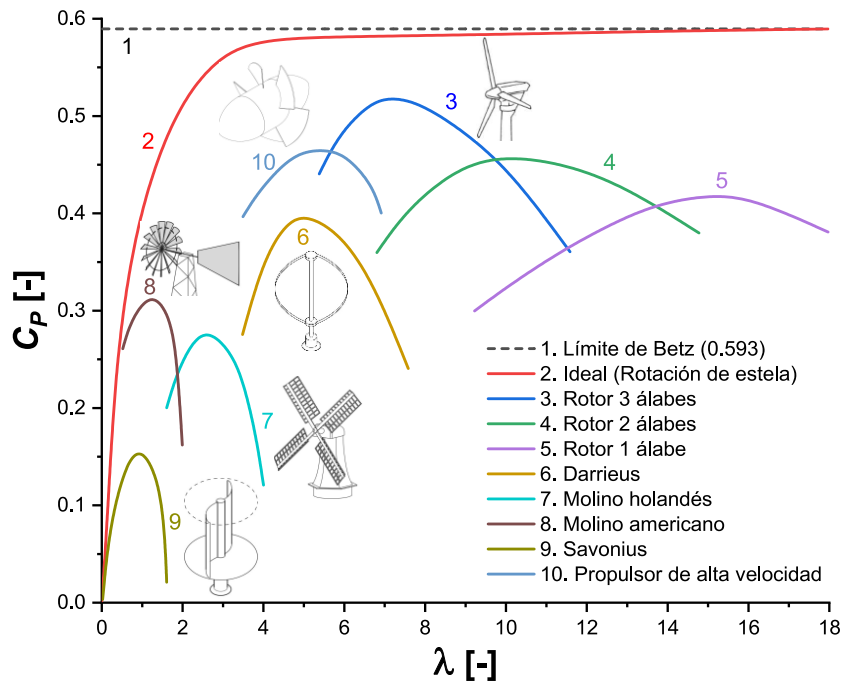


Figura 1-6. Coeficiente de potencia  $C_p$  en función de la variación de la velocidad de punta de álabe  $\lambda$  de distintos tipos de rotores. Modificado de [43], [44].

La variación de la velocidad de punta de álabe  $\lambda$  juega un papel importante, debido a que su correcta elección influye en el diseño y rendimiento de una turbina eólica o hidráulica [45]–[47]. La Tabla 1-1 describe algunos aspectos técnicos en los que influye la variación de  $\lambda$ . Para altos valores, implica una reducción en el costo de la producción debido a un menor espesor de los álabes. Sin embargo, los esfuerzos estructurales, el mantenimiento de la turbina y la contaminación auditiva aumentaría. Por otro lado, el proceso de autoarranque sería afectado negativamente debido a un desarrollo mínimo de torque para altos valores de  $\lambda$  [48].

Tabla 1-1. Influencia de la variación de la velocidad de punta de álabe  $\lambda$  en aspectos técnicos y de diseño [48]. Donde  $N$  es la velocidad angular de la turbina.

Velocidad de punta de álabe $\lambda$	Bajo	Alto
Magnitud de $\lambda$	Valores de $\lambda \leq 1, 2$ se consideran bajos.	Valores de $\lambda > 10$ se consideran altos.
Utilización	Bombas de agua, rotores Savonius, molinos tradicionales.	Turbinas de uno o dos álabes.
Torque	Incrementa.	Disminuye.
Eficiencia	Disminuye significativamente para $\lambda < 5$ debido a estela rotacional creada por altos torques [49].	No incrementa significativamente para $\lambda > 8$ .
Esfuerzo centrífugo	Disminuye.	Incrementa de la forma $N^2$ , [49].
Esfuerzo aerodinámico	Disminuye.	Incrementa de manera $\propto N$ , [49].
Área de solidez	Incrementa. Requiere múltiples álabes.	Disminuye significativamente.
Perfil del álabe	Grueso.	Significativamente delgado.
Aerodinámica	Simple.	Compleja.
Ruido	Disminuye.	Incrementa con $\approx 10^6$ , [49].

### 1.2.7 Límite de Betz para flujos obstruidos

Un flujo obstruido que actúa sobre una turbina se presenta en dos situaciones: la primera, cuando se utilizan dispositivos como difusores y toberas en canales o en ríos [50],[51]; la segunda, cuando la turbina es instalada al interior de tuberías o se utilizan dispositivos como deflectores [40],[52].

El límite de Betz para flujos obstruidos, en comparación con flujos abiertos (Ej. turbina eólica), puede ser superado [39],[43]. En consecuencia, distintos estudios teórico-experimentales han reportado un coeficiente de potencia  $C_p \geq 0.593$  para turbinas mareomotrices [53],[54], para turbinas instaladas al interior de tuberías [55], y para turbinas eólicas con uso de difusores [56].

La expresión teórica para la potencia máxima  $P_{m\acute{a}x}$  de una turbina en un medio obstruido (canal o tubería) está dado por la Ec. (18). Donde  $\varepsilon = A/A_c$  representa la razón entre el área barrida por la turbina  $A$ , y el área del canal o conducto  $A_c$  [57].

$$P_{m\acute{a}x} = \frac{16}{27}(1-\varepsilon)^{-2} \frac{1}{2} \rho A U^3 \quad (18)$$

El término  $(1 - \varepsilon)^{-2}$  contribuye al aumento del límite de Betz clásico, lo cual se debe a la influencia de las paredes del canal o conducto en el aumento de la caída de presión aguas abajo de la turbina [57]. La Figura 1-7 presenta el comportamiento de la potencia máxima en función del área  $A$  barrida por la turbina, y que a su vez hace parte del término  $(1 - \varepsilon)^{-2}$ . Es posible observar el aumento de la curva de color negro ( $\varepsilon < 1$ ) a medida que  $A$  aumenta hasta la asíntota de color azul, la cual representa la igualdad de áreas de la turbina y el conducto, de decir,  $A = A_C$ . También, se presenta la curva en color rojo para  $\varepsilon > 1$ . Sin embargo, esta curva no tiene sentido físico debido a que representa un área de la turbina mayor a la del conducto o canal,  $A > A_C$ .

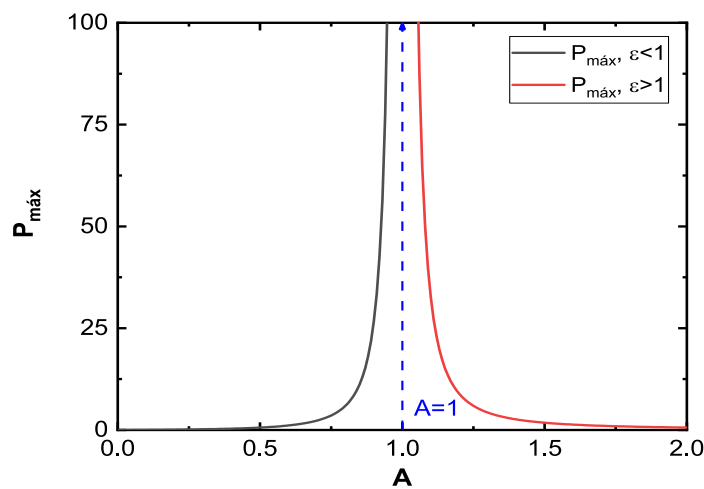


Figura 1-7. Potencia máxima  $P_{m\acute{a}x}$  en función del área de la sección transversal de la turbina  $A$ . (Negro) Comportamiento físico real para  $\varepsilon < 1$ . (Rojo) Valores para  $\varepsilon > 1$  no tienen sentido físico debido a que  $A > A_C$ .

### 1.2.8 Parámetros de rendimiento de las turbinas hidráulicas

En la presente sección se describen los parámetros de rendimiento de las turbinas hidráulicas, [32]. Por ejemplo, la presión es una variable muy importante dentro de los parámetros de rendimiento de una turbina hidráulica. Dos tipos de presiones están relacionadas en la ecuación de Bernoulli para fluidos incompresibles, la cual relaciona la velocidad y la presión de un fluido en dos puntos para los cuales la energía total permanece constante.

$$P_{est} + \frac{1}{2}\rho U^2 + \rho gh = const. \quad (19)$$

Donde  $P_{est}$  es la presión estática, también conocida como la presión hidrostática. Esta presión está presente cuando un fluido está estático (su velocidad es cero). El segundo término de la ecuación define a la presión dinámica ( $P_{din}$ ), la cual depende de la densidad del fluido  $\rho$  y de su velocidad  $U$ . El tercer término es la energía potencial del fluido que depende de la altura  $h$  con respecto a una referencia inicial.

Luego, a partir de la presión estática y dinámica, se define la presión total  $P_{tot}$ , también conocida como la presión de estancamiento. La presión total es la suma de las presiones estática y dinámica en casos donde se considere que la variación en la altura es despreciable, por ejemplo, en una turbina instalada en una tubería. Por lo tanto, la ecuación de Bernoulli se reduce a:

$$P_{tot} = P_{est} + P_{din} = P_{est} + \frac{1}{2}\rho U^2 \quad (20)$$

La diferencia de presión  $\Delta H$  generada por la turbina, llamada también como cabeza de presión, es definida por la ecuación (21). La cabeza de presión normalmente se reporta en metros de columna de agua (mca).

$$\Delta H = \frac{P_{tot,1} - P_{tot,2}}{\rho g} = \frac{P_{tot,1} - P_{tot,2}}{\gamma} \quad (21)$$

Donde en el numerador se relacionan las presiones totales en Pascales de dos puntos de referencia diferentes  $P_{tot,1}$  y  $P_{tot,2}$ . El punto 1 corresponde a la entrada del fluido a la turbina, y el punto 2 a la salida. Los manómetros que miden la presión estática se ubican en los puntos mencionados. En el denominador se encuentra el peso específico del fluido de trabajo ( $\gamma = \rho g$ ).

El torque de la turbina  $T$  es la energía resultante de la transformación de la energía hidráulica a energía mecánica por parte de la turbina. El torque es calculado numéricamente por el solucionador fluidodinámico CFX de ANSYS de la siguiente manera:

$$T = \left( \int_S \left[ \vec{r} \times \left( \bar{\tau} \cdot \hat{n} \right) \right] dS \right) \cdot \hat{a} \quad (22)$$

Donde  $S$  representa las superficies rotacionales (los álabes),  $\vec{r}$  es el vector posición,  $\bar{\tau}$  es el tensor de esfuerzo total (esfuerzos de presión y viscosos),  $\hat{n}$  es el vector unitario normal a la superficie rotacional, y  $\hat{a}$  es el vector unitario paralelo al eje de rotación [28].

La potencia mecánica  $P_{mech}$  de la turbina, también conocida como potencia del eje, se define en la ecuación (23).

$$P_{mech} = T\omega \quad (23)$$

Donde  $\omega$  es la velocidad angular en unidades de ( $rad/s$ ), y el torque  $T$  en ( $Nm$ ).

Cuando se diseña una turbina hidráulica, normalmente se asumen los parámetros como la cabeza de presión  $\Delta H$ , el caudal  $Q$ , la eficiencia de la turbina  $\eta_t$  y la velocidad angular  $\omega$ . Con algunos de los anteriores parámetros de diseño, es posible estimar la potencia mecánica de la turbina de la siguiente manera:

$$P_{mec} = Q\rho\omega k \quad (24)$$

Donde  $k$  es la constante de vorticidad libre, la cual tiene unidades de ( $m^2/s$ ). La definición de  $k$  se encuentra detallada en la sección 3.1.2, ecuación (72).

La potencia hidráulica  $P_H$  es la energía contenida por el fluido en movimiento, la cual es transformada por la turbina en energía mecánica. Esta se define por la ecuación (25).

$$P_H = Q\Delta H \rho g = \dot{m}\Delta Hg \quad (25)$$

Donde  $Q$  es el caudal,  $\Delta H$  la diferencia de presión o cabeza de presión generada por la turbina,  $\rho$  la densidad del fluido, y  $g$  la aceleración gravitacional. La potencia hidráulica puede ser reescrita en términos del flujo másico debido a que  $\dot{m} = Q\rho$ .

La eficiencia de la turbina  $\eta_t$  es la razón entre la potencia de salida y la potencia de entrada. La potencia de salida es la potencia mecánica  $P_{mec}$  y la de entrada es la potencia hidráulica  $P_H$ . De esta manera, utilizando las ecuaciones (23) y (25), se define la eficiencia de una turbina hidráulica.

$$\eta_t = \frac{P_{mec}}{P_H} = \frac{T\omega}{Q\Delta H \rho g} = \frac{T\omega}{\dot{m}\Delta H g} \quad (26)$$

Uno de los parámetros importantes para comparar el rendimiento hidrodinámico de un álabe es el coeficiente de presión  $C_p$  definido por (27). El coeficiente de presión representa la razón entre la diferencia de presión y la presión dinámica. De esta manera,  $P_{est}$  es la presión estática en la superficie del álabe,  $P_\infty$  es la presión del flujo libre,  $\rho_\infty$  y  $V_\infty$  son la densidad y velocidad del flujo libre, respectivamente. Cuando se habla de un parámetro de flujo libre, se refiere a aquella cantidad física que no se ve afectada por un cuerpo, por ejemplo, el álabe.

$$C_p = \frac{P_{est} - P_\infty}{\frac{1}{2}\rho_\infty V_\infty^2} \quad (27)$$

La razón entre el torque generado por el rotor y las fuerzas dinámicas que posee el fluido está representada con el coeficiente de torque adimensional  $C_T$ , definido por (28), donde  $T$  es el torque inducido el rotor de la turbina debido al flujo del fluido a través de ella.

$$C_T = \frac{T}{\frac{1}{2}\rho A U^2} \quad (28)$$

El parámetro de velocidad de punta de álabe  $\lambda$  es importante para el rendimiento de las turbinas. Este representa la relación entre la velocidad de los álabes en el radio  $r$ , y  $U$  la velocidad libre del fluido, Ec. (29).

$$\lambda = \frac{\omega r}{U} \quad (29)$$

### 1.2.9 Cuantificación de la incertidumbre de mallas en la fluidodinámica computacional

El Índice de Convergencia de Malla, *GCI* (*Grid Convergence Index*) por sus siglas en inglés, es usado en el presente estudio para cuantificar la incertidumbre (error introducido) de las mallas en el campo de la computación fluidodinámica. El método *GCI* fue propuesto por Roache [58], quien lo basó en la teoría generalizada de extrapolación de Richardson [59],[60]. El objetivo del método *GCI* es proporcionar un enfoque asintótico para cuantificar la incertidumbre de la malla causada por la discretización del volumen de control en elementos finitos en aplicaciones de computación fluidodinámica. La División de Ingeniería de Fluidos de la Sociedad Estadounidense de Ingenieros Mecánicos (*ASME*) estandarizó la aplicación del método *GCI* para fomentar su uso por parte de los investigadores [61]. Los siguientes pasos describen la aplicación del método *GCI* utilizado en el presente estudio:

1. El método *GCI* empieza por la definición de un tamaño representativo de la malla  $h_i$ . El tamaño representativo de la malla puede ser espacial ( $h_i^e$ ) si se aplica al número de elementos de la malla, o temporal ( $h_i^t$ ) si se aplica al tamaño del paso de tiempo  $\Delta t$  para un análisis en estado transitorio. El tamaño representativo espacial y temporal están definidos por las ecuaciones (30) y (31), respectivamente. Los tamaños representativos de la malla ya sean espaciales o temporales deben cumplir que  $h_1 < h_2 < h_3$ .

$$h_i^e = \left( \frac{1}{N_i} \right)^f \quad (30)$$

$$h_i^t = (\Delta t_i)^f \quad (31)$$

Donde  $N$  es el número elementos total, y  $\Delta t$  es el tamaño del paso de tiempo para un análisis en estado transitorio. El subíndice  $i$  representa las distintas mallas que varían su número total de elementos o el tamaño del paso de tiempo. Por ejemplo, los subíndices  $i = 1, 2, 3$  son las mallas de

tamaño fino, medio y grueso, respectivamente. Lo anterior quiere decir que para  $N$  los subíndices  $i = 1, 2, 3$  representan una malla que varía el número de elementos en orden descendente, respectivamente. Por otra parte, los subíndices  $i = 1, 2, 3$  para  $\Delta t$  corresponden a los tamaños del paso de tiempo en orden ascendente. Seguidamente, el valor numérico de  $f$  depende de las dimensiones del problema, es decir, si la simulación es bidimensional (2D),  $f = 1/2$ . Por el contrario, si la simulación es tridimensional (3D),  $f = 1/3$ .

2. Se calculan los factores de refinación de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} r_{21} &= \frac{h_2}{h_1} \\ r_{32} &= \frac{h_3}{h_2} \end{aligned} \quad (32)$$

Donde  $r_{21}$  y  $r_{32}$  son los factores de refinación medio-a-fino y grueso-a-medio, respectivamente. Según la recomendación de la ASME, se debe cumplir que  $r_{21}, r_{32} > 1.3$ .

3. El valor de respuesta de la solución fluidodinámica  $\phi_i$  es seleccionado para cada  $i$ -ésima malla. Por ejemplo, para una turbina hidráulica,  $\phi$  puede ser el torque y/o la diferencia de presión. Los valores de respuesta se utilizan para calcular la diferencia entre ellos así:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{21} &= \phi_2 - \phi_1 \\ \varepsilon_{32} &= \phi_3 - \phi_2 \end{aligned} \quad (33)$$

Luego, el orden aparente  $p$  es calculado usando las ecuaciones (34) a (36):

$$p = \frac{\left| \ln \left| \frac{\varepsilon_{32}}{\varepsilon_{21}} \right| + q(p) \right|}{\ln(r_{21})} \quad (34)$$

$$q(p) = \ln \left( \frac{r_{21}^p - s}{r_{32}^p - s} \right) \quad (35)$$

$$s = \operatorname{sgn} \left( \frac{\varepsilon_{32}}{\varepsilon_{21}} \right) \quad (36)$$

Por una parte, si  $r_{21} \neq r_{32}$ , entonces la ecuación (34) debe resolverse usando iteración de punto fijo, debido a que  $p$  está presente en ambos lados de la igualdad. Por otra parte, si  $r_{21} = r_{32}$ , entonces  $q(p) = 0$ , por lo que una solución iterativa no es requerida. El método del *GCI* es validado para los casos donde los factores de refinación  $r$  sean igual o diferentes. Adicionalmente, la razón de convergencia  $\varepsilon_{32}/\varepsilon_{21}$  indica si el método *GCI* puede continuar cuando una convergencia monótona es lograda ( $\varepsilon_{32}/\varepsilon_{21} > 0$ ), o no cuando una convergencia oscilatoria (no monótona) ocurre ( $\varepsilon_{32}/\varepsilon_{21} \leq 0$ ) [62]. Si una convergencia oscilatoria existe, cálculos adicionales deben realizarse [63]. Por otro lado, una solución divergente es lograda cuando es valor aparente  $p < 0$ , por lo cual el proceso no puede continuar. Por último, el valor absoluto en el numerador de la ecuación (34) es usado para asegurar la extrapolación hacia  $h = 0$  [64].

4. Calcular los valores de la solución extrapolada medio-a-fino  $\phi_{ext}^{21}$  y grueso-a-medio  $\phi_{ext}^{32}$ , también llamados valores de extrapolación de Richardson, definidos por la ecuación (37). Estos valores corresponden a la solución de la variable de respuesta cuando los elementos de la malla son infinitamente pequeños, es decir, cuando  $h_i \rightarrow 0$ .

$$\begin{aligned} \phi_{ext}^{21} &= \frac{r_{21}^p \phi_1 - \phi_2}{r_{21}^p - 1} \\ \phi_{ext}^{32} &= \frac{r_{32}^p \phi_2 - \phi_3}{r_{32}^p - 1} \end{aligned} \quad (37)$$

5. Los resultados del método *GCI* deben contener los valores de los errores relativos aproximados  $e_a^{21}, e_a^{32}$ , los errores relativos extrapolados  $e_{ext}^{21}, e_{ext}^{32}$ , y los índices de convergencia de malla  $GCI_{fino}^{21}, GCI_{medio}^{32}$ .

$$e_a^{21} = \left| \frac{\phi_1 - \phi_2}{\phi_1} \right|, e_a^{32} = \left| \frac{\phi_2 - \phi_3}{\phi_2} \right| \quad (38)$$

$$e_{ext}^{21} = \left| \frac{\phi_{ext}^{21} - \phi_1}{\phi_{ext}^{21}} \right|, e_{ext}^{32} = \left| \frac{\phi_{ext}^{32} - \phi_2}{\phi_{ext}^{32}} \right| \quad (39)$$

$$GCI_{fino}^{21} = \frac{F_s e_a^{21}}{r_{21}^p - 1}, GCI_{medio}^{32} = \frac{F_s e_a^{32}}{r_{32}^p - 1} \quad (40)$$

Donde  $F_s = 1.25$  es el factor de seguridad cuando es método del  $GCI$  es aplicado a 3 o más mallas. Sin embargo, si dos mallas son comparadas, el factor de seguridad debe ser  $F_s = 3.0$  [61].

6. Un resultado adicional puede reportarse si los factores de refinación son iguales, en otras palabras, constantes ( $r_{21} = r_{32} = r$ ). Si lo anterior se cumple, entonces la constancia aproximada  $GCI$  puede calcularse de la siguiente manera:

$$GCI = \frac{GCI_{medio}^{32}}{r^p GCI_{fino}^{21}} \cong 1 \Leftrightarrow r_{21} = r_{32} = r \quad (41)$$

El resultado de la constancia aproximada  $GCI$  debe ser aproximadamente igual a 1. Si es el caso, entonces la solución ha alcanzado el rango de convergencia asintótico y no es necesario un refinación adicional de la malla [58],[65].

### 1.3 Marco teórico para análisis estructural numérico

Las ecuaciones de gobierno reportadas en las siguientes secciones siguen la siguiente notación de matriz: las matrices se representan con dos corchetes, por ejemplo,  $[A]$  representaría a la matriz de  $A$  en todas sus componentes; por otra parte, los vectores se representan con dos llaves, es decir,  $\{B\}$ , lo cual representaría una cantidad vectorial  $B$  con todas sus componentes. Adicionalmente, se tomó referencia del manual de referencia de teoría de ANSYS Mechanical [66] para reportar las

ecuaciones de gobierno de los análisis estructural estático, modal de frecuencias, y de respuesta harmónica.

### 1.3.1 Análisis estructural estático

El método para el análisis estático es válido para todos los grados de libertad (GDL). Los efectos inerciales y de amortiguamiento son ignorados, exceptuando los campos de aceleración estáticos. De esta manera, las ecuaciones generales de equilibrio para el análisis estático estructural lineal son:

$$[K]\{u\} = \{F^a\} + \{F^r\} \quad (42)$$

$$[K] = \sum_{m=1}^N [K_e] \quad (43)$$

Donde  $[K]$  es la matriz de rigidez,  $\{u\}$  el vector de desplazamiento nodal,  $N$  el número de elementos,  $[K_e]$  la matriz de rigidez de cada elemento  $N$ , y  $\{F^r\}$  el vector de carga de reacción. Por otra parte,  $\{F^a\}$  es el vector de carga aplicado total definida como:

$$\{F^a\} = \{F^{nd}\} + \{F^{ac}\} + \sum_{m=1}^N \{F_e^{th}\} + \{F_e^{pr}\} \quad (44)$$

Donde  $\{F^{nd}\}$  es el vector de carga nodal aplicado,  $\{F^{ac}\} = -[M]\{a_c\}$  es el vector de carga de aceleración, donde a su vez  $[M] = \sum_{m=1}^N [M_e]$  representa la matriz de masa total que depende de la masa de cada elemento  $M_e$ .  $\{a_c\}$  es el vector de aceleración total. Por último,  $\{F_e^{th}\}$  y  $\{F_e^{pr}\}$  son los vectores de carga térmica y de presión del elemento de malla, respectivamente.

### 1.3.2 Análisis modal de frecuencias

El módulo de análisis modal (*Modal Analysis*) de ANSYS hace las siguientes suposiciones:

1. Válido para todos los grados de libertad concernientes a estructuras y fluidos.
2. La estructura posee efectos de masa y rigidez constantes.
3. Por defecto no se impone amortiguación, a excepción que el usuario la defina.

4. La estructura no posee cantidades que varían en el tiempo como fuerzas, desplazamientos, presiones, o temperaturas.

De esta manera, este tipo de análisis es usado para determinar las frecuencias naturales y los modos de vibración de una estructura. La ecuación de movimiento para un sistema no amortiguado, expresada usando la notación de matriz anterior mencionada, es definida como:

$$[M]\{\ddot{u}\} + [K]\{u\} = 0 \quad (45)$$

Donde  $\{\ddot{u}\}$  representa la aceleración y  $\{u\}$  el desplazamiento. Adicionalmente, se aclara que la matriz de rigidez de la estructura puede incluir condiciones de precarga asignadas por el usuario.

Para un sistema lineal, las vibraciones libres de la estructura serán armónicas de la siguiente forma:

$$\{u\} = \{\phi\}_i \cos(\omega_i t) \quad (46)$$

Donde  $\{\phi\}_i$  es el vector propio que representa el modo de vibración de la  $i$ -ésima frecuencia natural.  $\omega_i$  es la frecuencia rotacional  $i$ -ésima en rad/s.  $t$  es el tiempo. Teniendo en cuenta lo anterior, la Ec. (45) se convierte en:

$$([K] - \omega_i^2 [M])\{\phi\}_i = 0 \quad (47)$$

La igualdad anteriormente mostrada es satisfecha si  $\{\phi\}_i = 0$  o si  $\det([K] - \omega_i^2 [M]) = 0$ . La primera posibilidad es trivial, por lo tanto, se obtiene el siguiente problema de valor propio:

$$\det([K] - \omega_i^2 [M]) = 0 \quad (48)$$

El problema de valor propio anterior puede resolverse hasta los valores de  $n$  correspondientes a  $\omega^2$  y hasta  $n$  de los vectores propios  $\{\phi\}_i$ , los cuales satisfacen la Ec. (47). Donde  $n$  son el número de

grados de libertad de la estructura. Por último, en lugar de extraer las frecuencias naturales rotacionales  $\{\omega\}$  en rad/s, se extraen las frecuencias naturales ( $f$ ) en  $s^{-1}$  de la siguiente manera:

$$f_i = \frac{\omega_i}{2\pi} \quad (49)$$

### 1.3.3 Análisis de respuesta harmónica

El módulo de respuesta harmónica (*Harmonic Response*) de ANSYS hace las siguientes suposiciones:

1. Válido para grados de libertad estructurales, de fluidos, magnéticos y eléctricos. Los grados de libertad térmicos pueden estar presentes en un análisis de respuesta armónica de campo acoplado que utilice DOF estructurales.
2. Toda la estructura tiene efectos de rigidez, amortiguación y masa constantes o dependientes de la frecuencia.
3. Todas las cargas y desplazamientos varían sinusoidalmente a la misma frecuencia conocida (aunque no necesariamente en fase).

En primer lugar, se replantea la ecuación general de movimiento de un sistema estructural de la siguiente manera:

$$[M]\{\ddot{u}\} + [C]\{\dot{u}\} + [K]\{u\} = \{F^a\} \quad (50)$$

Donde se adicionó la matriz de amortiguación estructural  $[C]$  junto con la velocidad  $\{\dot{u}\}$ . Los demás parámetros fueron definidos en la descripción de la Ec. (42). Adicionalmente, se sabe que la presencia de amortiguamiento causa desplazamientos de fase. Por lo tanto, el desplazamiento puede ser definido como:

$$\{u\} = \{u_{max} e^{i\Phi}\} e^{i\Omega t} \quad (51)$$

Donde  $u_{max}$  es el desplazamiento máximo,  $i$  la unidad imaginaria,  $\Omega$  la frecuencia rotacional impuesta en rad/s,  $t$  el tiempo, y  $\Phi$  el desplazamiento de fase en radianes. Se aclara que  $u_{max}$  y  $\Phi$  puede ser diferentes para cada grado de libertad (GDL). La razón para el uso de notación compleja ( $e^{it}$ ) es que permite una descripción y solución compacta y eficaz del problema. De lo contrario, la Ec. (51) puede reescribirse como:

$$\{u\} = \{u_{max} (\cos \Phi + i \sin \Phi)\} e^{i\Omega t} \quad (52)$$

Donde  $u_{max} \cos \Phi$  o  $u_1$  es el vector real de desplazamiento. Por otro lado,  $u_{max} i \sin \Phi$  o  $u_2$  es el vector imaginario de desplazamiento.

El vector de fuerza puede ser especificado análogamente al desplazamiento, lo cual se muestra en las siguientes ecuaciones:

$$\{F\} = \{F_{max} e^{i\Psi}\} e^{i\Omega t} \quad (53)$$

$$\{F\} = \{F_{max} (\cos \Psi + i \sin \Psi)\} e^{i\Omega t} \quad (54)$$

$$\{F\} = (\{F_1\} + i\{F_2\}) e^{i\Omega t} \quad (55)$$

Donde  $F_{max}$  es la amplitud de la fuerza,  $\Psi$  es el desplazamiento de la fase de la fuerza en radianes, y  $\{F_1\} = F_{max} \cos \Psi$  y  $\{F_2\} = F_{max} i \sin \Psi$  son los vectores de la fuerza real e imaginaria, respectivamente.

Sustituyendo las ecuaciones (52) y (54) en su forma compacta haciendo uso de  $u_1, u_2$  y  $F_1, F_2$ , respectivamente, en la ecuación general de movimiento (50), se obtiene lo siguiente:

$$([K] - \Omega^2 [M] + i\Omega [C])(\{u_1\} + i\{u_2\}) = \{F_1\} + i\{F_2\} \quad (56)$$

Para esta ecuación se eliminó la dependencia del tiempo  $t$  dada por el término  $e^{i\Omega t}$  debido a que se encontraba en ambos lados de la igualdad.

- Método de solución: modo de superposición

Los métodos más usados para solucionar la Ec. (56) son: el método de solución completo, y el método de superposición de modos. Para el presente trabajo, se eligió usar el método de superposición de nodos debido a que es más rápido y computacionalmente menos intenso que el método de solución completo [67].

El método de superposición de modos usa las frecuencias naturales y los modos de vibración para calcular la respuesta de la estructura en función a una función de entrada que varía sinusoidalmente. Este método impone las siguientes suposiciones:

1. No se permiten desplazamientos armónicos impuestos no nulos.
2. No existen matrices de amortiguación de elementos. Sin embargo, existen varios tipos de amortiguación del sistema.

Por lo tanto, la ecuación de movimiento presentada en la Ec. (50) se convierte a forma modal de la siguiente manera:

$$\ddot{y}_j + 2\omega_j\xi_j\dot{y}_j + \omega_j^2 y_j = f_j \quad (57)$$

Donde  $y_j$  es la coordenada modal,  $\omega_j$  la frecuencia natural rotacional del modo  $j$ ,  $\xi_j$  la fracción de amortiguamiento crítico para el modo  $j$ , y  $f_j$  la fuerza en las coordenadas modales.

El vector de carga que es convertido a coordenadas modal es dado por:

$$\{F\} = \{F^{nd}\} + s\{F^s\} \quad (58)$$

Donde  $\{F^{nd}\}$  es el vector nodal de fuerza,  $s$  el factor de escala del vector de carga, y  $\{F^s\}$  es el vector de carga del análisis modal.

Para una vibración sinusoidal estacionaria,  $f_j$  tiene la siguiente forma:

$$f_j = f_{jc} e^{i\Omega t} \quad (59)$$

Donde  $f_{jc}$  corresponde a la amplitud de fuerza compleja y  $\Omega$  es la frecuencia rotacional impuesta. Por otra parte, para que la Ec. (57) sea verdadera en todo momento,  $y_j$  debe tener una forma similar a la expresión de  $f_j$ , por lo tanto, se define lo siguiente:

$$y_j = y_{jc} e^{i\Omega t} \quad (60)$$

Donde  $y_{jc}$  es la amplitud compleja de la coordenada modal para el modo  $j$ . Luego, diferenciando la Ec. (60) y sustituyendo dicho resultado junto con la Ec. (59) en la Ec. (57) queda:

$$-\Omega^2 y_{jc} e^{i\Omega t} + 2\omega_j \xi_j (i\Omega y_{jc} e^{i\Omega t}) + \omega_j^2 y_{jc} e^{i\Omega t} = f_{jc} e^{i\Omega t} \quad (61)$$

Luego, agrupando los coeficiente de  $y_{jc}$ , y dividiendo por  $(e^{i\Omega t})$ , y despejando para  $y_{jc}$  queda:

$$y_{jc} = \frac{f_{jc}}{(\omega_j^2 - \Omega^2) + i(2\omega_j \Omega \xi_j)} \quad (62)$$

La contribución de cada modo es:

$$\{C_j\} = \{\Phi_j\} y_{jc} \quad (63)$$

Donde  $\{C_j\}$  es la contribución del modo  $j$ , y  $\{\Phi_j\}$  corresponde al modo de vibración para el modo  $j$ . Finalmente, el parámetro de salida principal del análisis de respuesta harmónica corresponde a los desplazamientos complejos obtenidos de la siguiente manera:

$$\{u_c\} = \sum_{j=1}^n \{C_j\} \quad (64)$$

Donde  $\{u_c\}$  es el vector de los desplazamientos complejos. Sin embargo, una forma de la solución que ocasionalmente resulta más útil son la amplitud y la fase de la respuesta estructural. Para lo anterior, se utiliza la notación compleja  $z = x + iy = Ae^{i\Phi}$ , donde  $x$  y  $y$  representan los valores reales e imaginario, respectivamente. De manera que la amplitud y el ángulo de fase son:

$$\begin{aligned} \{u\} &= \{u_{max}e^{i\Phi}\} e^{i\Omega t} \\ \Phi &= \tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right) \end{aligned} \quad (65)$$

Donde  $\{u\}$  es la amplitud y  $\Phi$  el ángulo de fase.

## 2. Turbinas hidráulicas para instalación en tuberías

### 2.1 Tipos de turbinas utilizadas

Las turbinas de impulsión no son apropiadas para su integración al interior de tuberías debido a que generalmente son usadas en ambientes abiertos a la atmósfera, [27]. Por lo tanto, las turbinas de reacción son usadas al interior de tuberías. Dentro de una gran variedad de turbinas de reacción utilizadas para la instalación al interior de tuberías, la Figura 2-1 muestra tres ejemplos del tipo mencionado de turbinas. En la figura (a) se presenta una turbina de eje vertical esférica (eje transversal a la dirección de flujo), y la figura (b) una turbina de eje transversal tipo Savonius. En ambas imágenes, se puede observar algunas partes importantes de las turbinas como los álabes, el eje de rotación, la dirección de rotación  $\omega$ , la tubería, y la velocidad  $U$  del fluido. Sin embargo, la disposición de turbinas de eje transversal no es el único que existe, también pueden encontrarse turbinas de eje axial (axial a la dirección del flujo) como la turbina tipo propulsor presentada a través de la figura (c).

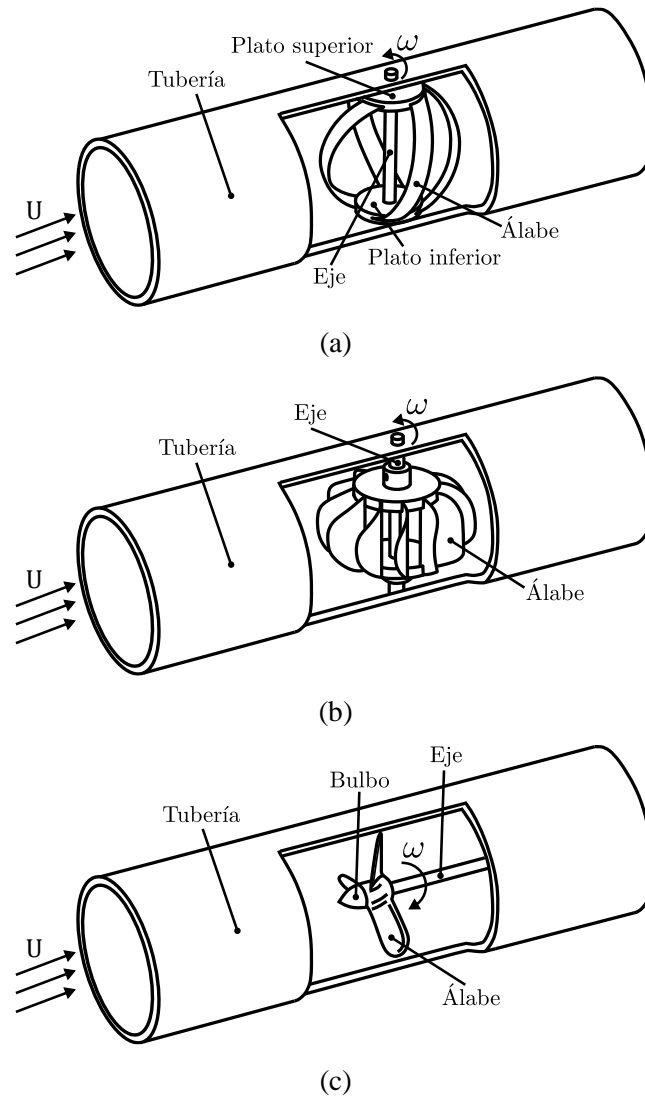


Figura 2-1. Turbinas de reacción de eje transversal y axial para instalación al interior de tuberías. (a) Tipo Esférica. Modificado de [68]. (b) Tipo Savonius. Modificado de [68]. (c) Tipo propulsor.

### 2.1.1 Turbinas de eje transversal

- Tipo Savonius

Chen *et al.*, [69] investigó una turbina hidrocínética de eje vertical diseñada para una tubería de 100 mm de diámetro con el objetivo de alimentar la potencia eléctrica consumida por un sistema de monitoreo instalado en la tubería. Las turbinas se diseñaron con base en dos principios de funcionamiento: fuerza de sustentación y arrastre. La investigación concluyó varios aspectos

---

importantes: la turbina basada en fuerza de sustentación produjo una potencia numérica máxima de 3.14 W con un diámetro de 66 mm. Por el contrario, los resultados experimentales no detectaron generación de potencia eléctrica para esta turbina. Se confirmó la relación directa entre el diámetro y el número de álabes de la turbina basada en fuerza de arrastre, con la potencia generada, y que adicionalmente las turbinas basadas en fuerza de arrastre pueden ser más apropiadas para espacios confinados. De esta manera, el diseño de una turbina de 12 álabes hueca de 92 mm de diámetro, es decir, sin un eje transversal, produjo una potencia máxima de 88 W con una caída de presión de 4.85 m, con la ayuda de un bloque, el cual tiene un área de paso de fluido de forma elíptica, que direcciona el fluido dentro de la tubería. Lo anterior es debido a que las turbinas que poseían un eje transversal produjeron una potencia eléctrica menor.

Prasetyo *et al.*, [70] investigaron experimentalmente el efecto de parámetros geométricos de una turbina tipo Savonius para la instalación en una tubería de 76.2 mm de diámetro. El objetivo del trabajo fue utilizar un deflector para determinar su ángulo óptimo de desviación para mejorar el rendimiento de la turbina. Lo anterior se logró a través de la manufactura aditiva de la turbina, y la utilización de diferentes ángulos para el deflector. Los resultados mostraron que para un caudal de 10.67 l/s, el ángulo óptimo para el deflector fue de 30°, produciendo una potencia mecánica de 18.0 W, a una relación de velocidad de punta (TSR) de 1.12, con un coeficiente de potencia de 0.127. En contraste, la turbina sin el deflector generó 9.77 W de potencia mecánica, a un TSR 0.93, y un coeficiente de potencia de 0.09. Por lo tanto, se concluyó que el deflector incrementó la potencia mecánica generada en un 85%.

## 2.1.2 Turbinas de eje cruzado

- Tipo Darrieus esférica

Bachant & Wosnik [71] investigaron dos tipos de turbinas de flujo cruzado de eje vertical, las cuales fueron una turbina tipo Gorlov de 1 m diámetro, y una turbina esférica de 1.14 m de diámetro. El objetivo de la investigación fue comparar las características de rendimiento de las turbinas anteriormente mencionadas en un canal de prueba hidrodinámico utilizando olas periódicas uniformes y una malla generadora de turbulencia para estimar los parámetros ideales de operación por medio de técnicas *PIV* (*Particle Image Velocimetry*). Por último, fue concluido que la turbina tipo Gorlov fue más efectiva que la turbina esférica para aprovechar la energía del fluido en el canal de prueba, con coeficientes de potencia de 28 y 21%, respectivamente. Este resultado es esperado

debido a que la turbina esférica está diseñada para una operación a mayores obstrucciones del fluido, como en tuberías. También se encontró que la turbina Gorlov convirtió más efectivamente la energía del fluido con olas periódicas, con reducción en la relación de velocidad de punta, y que la turbulencia del fluido aguas arriba prolonga el estado de estancamiento de los álabes.

Vidya & Surendar [72] diseñaron y fabricaron un tipo de turbina esférica para una tubería de 2 y 3 pulgadas de diámetro. Se usó material compuesto (plástico reforzado con fibra de vidrio) para la manufactura de esta por medio de moldes, con el propósito de reducir el momento de inercia y maximizar la velocidad de rotación. La prueba experimental se realizó para diferentes velocidades y presiones, donde se encontró una variación para la velocidad rotacional de la turbina entre 180 y 250 rpm debido al aumento en la velocidad del fluido, produciendo un voltaje en corriente directa de 1.56 y 4.56 V, respectivamente.

Por otra parte, previos estudios numéricos para turbinas esféricas basadas en sustentación para instalación en tuberías fueron llevadas a cabo por Oladosu & Koya [73], donde se evaluaron caudales de 323 y 140  $[m^3/h]$  definiendo el material de los álabes de la turbina de acero inoxidable y aluminio, para una tubería de 250 mm de diámetro. Los resultados mostraron que la generación eléctrica para los caudales de 323 y 140  $m^3/h$  con los álabes de aluminio fue de 415 y 1663 W, respectivamente; mientras que para los mismos caudales con los álabes de acero inoxidable fue de 242 y 1080 W. Adicionalmente, el porcentaje de caída de presión para los caudales anteriormente mencionados fue de 1.94% y 9.70%.

- Tipo Darrieus esférica helicoidal

Mutlu & Çakan [74] llevaron a cabo un estudio numérico-experimental acerca de las turbinas tipo Darrieus, Gorlov, y de Lucid Energy. Su objetivo principal fue comparar la influencia del tipo de turbina, el perfil del álabe, y el ángulo de torsión de álabe. Para lograr lo anterior, se llevó a cabo una simulación *CFD (Computational Fluid Dynamics)* transitoria, la cual utilizó el método de múltiples marcos de referencia rotantes junto con el método de malla deslizante, tomando en consideración parámetros de calidad de malla, como el parámetro  $y^+$ . Con base en los resultados, la turbina que mejor rendimiento ofreció teniendo en cuenta un balance entre el torque producido y la inducción de caída de presión, fue la turbina tipo Gorlov con un ángulo de torsión de álabe de 20°, produciendo una potencia mecánica de 6.6 W. En contraste, la turbina Lucid® obtuvo los resultados

---

más altos de torque y potencia mecánica, produciendo valores de 6.9 W y 0.044Nm, respectivamente. Por último, los resultados numéricos y experimentales se compararon con valores muy cercanos, validando la metodología del estudio.

- Tipo Michell-Banki

Jiyun *et al.*, [75] realizaron una investigación adicional sobre una turbina de flujo cruzado para ser instalada junto con bloques direccionadores de fluido en una tubería de distribución de agua potable. Este trabajo tuvo como objetivo investigar el efecto del ángulo de apertura de entrada al rotor, el cual caracteriza el ángulo entre el bloque guía y el bloque convertidor, para incrementar el rendimiento de la turbina. Los resultados indicaron que, un ángulo pequeño de entrada al rotor puede convertir una cantidad más alta de cabeza de presión en energía cinética del fluido a través del bloque direccionador, derivándose en una potencia de salida mayor. Adicionalmente, se encontró que la variación de este ángulo tiene una influencia leve en la potencia de salida de la primera etapa del rotor, pero tiene un impacto significativo en la segunda etapa. Es decir, que, el incremento en este ángulo reduce en la potencia generada en la segunda etapa. Por último, se encontró un balance para este ángulo, siendo este de  $105^\circ$ , el cual contribuyó a producir una potencia numérica de 1565 W con una eficiencia máxima numérica de 42.6%. De esta manera, los resultados mejoraron con respecto a las investigaciones anteriores llevadas a cabo por los mismos autores.

### 2.1.3 Turbinas de eje horizontal

- Tipo axial contra rotante

La disposición de los álabes de los rotores de una turbina contra rotante permite que ambos rotores giren en sentidos opuestos debido al paso del fluido a través de la turbina. Lo anterior permite ejercer los torques generados por los dos rotores en un solo eje. Los estudios de Sonohata *et al.* y Shigemitsu *et al.* [76],[77] se centraron en el diseño de un prototipo de turbina de 64 y 58 mm de diámetro y al estudio numérico-experimental del fluido interno a través de la turbina. Se obtuvieron eficiencias numéricas de alrededor del 70% y se determinó que el rotor frontal tiende ser el más eficiente debido a la separación del fluido en la entrada del rotor posterior. Por otro lado, Melly *et al.* [78] diseñaron un generador hermético de imanes permanentes a partir de las propiedades mecánicas de una turbina contra rotante, donde se logró una refrigeración adecuada del generador y una eficiencia total del 62%.

- Tipo axial propulsor

Las turbinas axiales de tipo propulsor han sido investigadas en diferentes estudios para su uso al interior de tuberías. Dentro de estos estudios, resalta el hecho del interés por turbinas pequeñas para la pico generación con un rango de diámetros entre los 69 y 500 mm. Nishi *et al.*, [79] realizaron estudios numérico-experimentales sobre el uso de difusores en una turbina hidrocínética de tres álabes, logrando importantes conclusiones acerca de la generación eléctrica, donde se relaciona la geometría del difusor, la velocidad de punta de álabes, la velocidad del fluido y la presión a través de la turbina. También, propusieron un método de diseño y mejora para una turbina axial de 69.1 mm de diámetro, en el cual se logró una eficiencia hidráulica experimental de 65% [80]. Por último, estudiaron la estructura interna del flujo transitorio para la turbina axial de 69.1 mm, donde lograron describir a través de simulación numérica *CFD* los fenómenos hidrodinámicos responsables del aumento de la eficiencia experimental hidráulica de 65% a un 76.8% [81].

Similarmente, los trabajos de Ramos *et al.* [18] propusieron un método de diseño y manufactura e investigación numérica de las propiedades hidrodinámicas de un prototipo de turbina de baja presión de 5 álabes [82],[83]. Con la misma turbina anteriormente mencionada, Samora *et al.* realizaron un estudio numérico-experimental, en donde se validó el método numérico, se obtuvieron resultados a partir de las leyes de afinidad de las turbomáquinas para turbinas de diámetros mayores, y la turbina investigada logró una eficiencia experimental hidráulica de 63.75%.

## 2.2 Instalación de turbinas en tuberías

### 2.2.1 Sobrepresión en sistemas de distribución de agua y válvulas reguladoras de presión

Hakimi-Khiabani & Omar [84] investigaron el potencial de utilizar una turbina de eje axial al interior de las tuberías de alta presión en una de las cámaras de control de alta presión del sistema de acueducto de la ciudad de Cape Town, Sudáfrica. De acuerdo con datos periódicos registrados del caudal y la presión, se determinó la potencia eléctrica teórica durante un año de operación de la

turbina. Adicionalmente, la Figura 2-2 presenta el esquema de regulación de alta presión de un sistema de tuberías de 700 mm de diámetro. El color rojo representa la zona de alta presión y el color azul representa la zona de baja presión, la cual es dirigida a los usuarios finales. Allí se aprecian válvulas de aire, de compuerta, reguladoras de presión (*PRV: Pressure Reducing Valves*), y de filtro. Por último, el estudio recomendó un punto específico para la instalación de la turbina, el cual se indica con las iniciales de turbina hidráulica “TH” en el diagrama. Esta posición se debe a que la turbina podría reemplazar una de las válvulas reguladoras de presión que se encuentran aguas debajo de las tuberías.

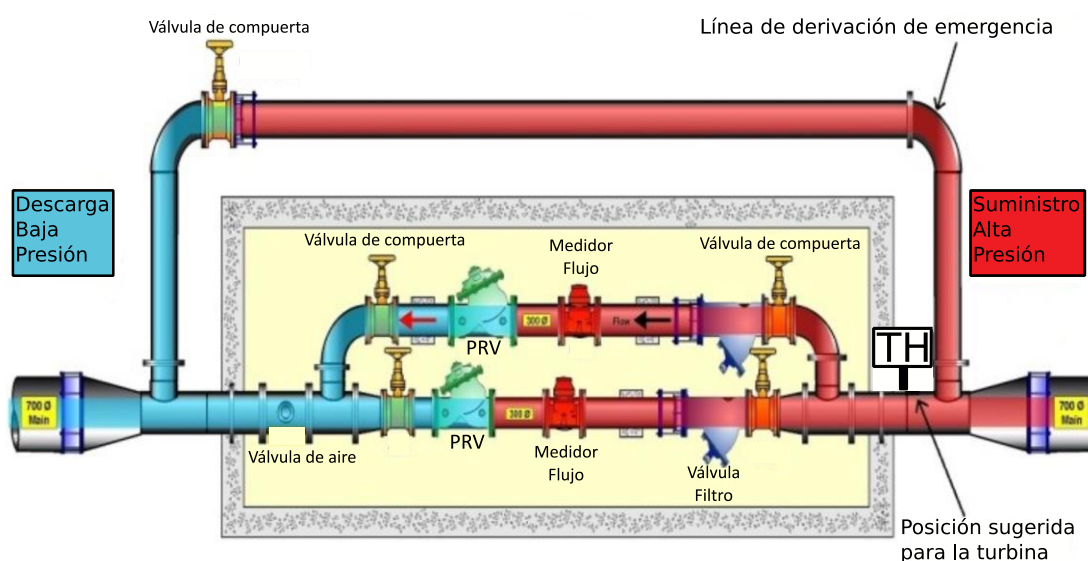


Figura 2-2. Esquema de un sistema de regulación de presión de una red de tuberías de acueducto. Se indica la ubicación recomendada para la instalación de una turbina hidráulica aguas arriba de las válvulas reguladoras de presión (*PRV*) por medio de las iniciales “TH” (turbina hidráulica). Modificado de [84].

La pérdida diaria de agua en sistemas de tuberías de distribución de agua puede ser del orden del 40 al 50%. Por otro lado, las fugas de agua, por grandes o pequeñas que sean, tienen una repercusión negativa en la presión del sistema de tuberías, derivando en un inconveniente para los sistemas hidráulicos de aprovechamiento de energía. Por lo tanto, diferentes métodos matemáticos han sido propuestos para estimar y ubicar las pérdidas y fugas de agua en una red de tuberías [85],[86]. Otros estudios se centraron en reducir las pérdidas de agua a través de la optimización y la adecuada operación de válvulas de cierre y reguladoras de presión [87],[88], mientras que las pérdidas de agua

fueron también abordadas en función de los niveles de los tanques de almacenamiento de las redes de distribución [89].

El uso combinado de bombas como turbinas y válvulas reguladoras ha demostrado ser una potencial fuente de ingresos, debido a que en casos de redes de tuberías de distribución reales se calculó un periodo de retorno de 2.5 años, posibilitando incluso el reemplazo de la mayoría de válvulas de regulación de presión, y su vez permitiendo generación micro eléctrica por bomba (20 kW) [90]. Finalmente, el estudio de Fayzul *et al.* mostró que a un mayor número de depósitos de almacenamiento ofrece mayor distribución uniforme en la presión a través del sistema de tuberías, lo que a su vez permite almacenar el exceso de energía potencial para luego ser convertida en las turbinas en energía mecánica y eléctrica [13].

### **2.2.2 Viabilidad de la instalación de turbinas en tubería**

Uchiyama *et al.*, [91] llevaron a cabo una investigación de factibilidad acerca de un tipo de turbina de flujo axial hueca para su instalación en un sistema de tuberías de aguas residuales. El objetivo del trabajo fue determinar la posibilidad de la utilización de una turbina axial para la generación de energía eléctrica. Para lograr este objetivo, se realizó una investigación detallada durante un año del sistema de tubería, donde se determinó el rango y la variación del caudal del sistema y la precipitación mensual. Adicionalmente, se realizaron estudios experimentales para determinar la eficiencia de la turbina en condiciones de trabajo reales, considerando el material externo proveniente de aguas negras. Los resultados demostraron que, la eficiencia de la turbina es reducida en presencia de material externo. Por último, se concluyó que, la turbina puede mantener una eficiencia relativamente alta cuando se utiliza un rotor con álabes redondeados en sus puntas, junto con unos álabes guía que tienen una geometría cónica en su punta. La eficiencia máxima de la turbina sin material externo es de 18.6% para una velocidad rotacional de 496 rpm.

Se ha abordado la determinación de la mejor ubicación de turbinas al interior de tuberías de suministro de agua por medio de algoritmos de optimización, considerando factores como producción de energía, calidad del servicio de suministro de agua, y el valor presente económico. Los lugares más favorables para la instalación de turbinas son aquellos puntos que posean los mayores flujos volumétricos. Desde el punto de vista económico, y si es posible, es beneficioso reemplazar las válvulas reguladoras de presión (*PRVs*) por turbinas, y en el caso estudiado, se

---

encontró que una configuración de dos turbinas dentro de una misma cámara subterránea es la opción más rentable, así la producción de energía eléctrica no sea la más alta [92].

Estudios de Ramos *et al.* [93] dentro del tópico de la viabilidad de instalación de dispositivos al interior de tuberías han encontrado como solución alternativa y sostenible el uso de microturbinas o bombas operando como turbina (*PAT: Pump as Turbine*) cuando reemplazan o trabajan en paralelo con las válvulas reguladoras de presión [15]. Los rangos de potencia, presión y caudal varían entre 28 a 40 kW, 0.6 a 20 m, y 6 a 200 l/s, respectivamente para diferentes tipos de turbinas. La conclusión más llamativa reside en el hecho de la eliminación de sistemas de control y monitores de las válvulas de presión para disipar la energía potencial al interior de las tuberías.

Casini M. [94] realizó una reseña acerca de los diferentes tipos de sistemas hidráulicos para la generación de energía al interior de tuberías, y los comparó con sistemas renovables tradicionales como la energía solar y eólica. Concluyó que la utilización de turbinas en sistemas de tuberías urbanos, industriales o de drenaje de agua representa ventajas en términos de la cantidad de energía producida, y la continuidad del suministro de esta sin problemas de integración arquitectural o dependencia en las condiciones climáticas. En adición a generar energía limpia, la mejoría en la administración de las redes de suministro de agua, y la posibilidad de monitorear y optimizar las sobrepresiones y caudales son los beneficios que representan los sistemas hidráulicos de generación de energía.

### **2.2.3 Aplicaciones comerciales de turbinas en tuberías en sistemas eléctricos**

Antes y durante la implementación de turbinas al interior de tuberías, surgen preguntas como cuáles son los desafíos existentes, cuáles son las limitaciones técnicas o regulatorias, qué beneficios surgen y cuál es la viabilidad económica, y qué impactos ambientales genera la utilización de turbinas al interior de tuberías, especialmente en entornos comerciales o industriales. Así, en esta subsección se abordan algunas consideraciones con respecto a las anteriores preguntas con base en dos perspectivas: un caso local y uno internacional.

En primer lugar, el caso local corresponde al proyecto piloto “Propuesta de adaptación del sistema de bombeo de la estación planta de potabilización Caldas – Tanque Paraíso para generación de energía” [95] desarrollado por las Empresas Públicas de Medellín (EPM) en la ciudad de Medellín

y el municipio de Caldas, ambos en Colombia. El objetivo del proyecto consistió en proponer las adecuaciones necesarias para la implementación de un sistema de generación de energía eléctrica a través de bombas operadas como turbinas (*PAT*) en el sistema de bombeo de agua potable. Los principales desafíos encontrados fueron la determinación de las condiciones operacionales reales del sistema de distribución de agua, lo cual requirió un registro de datos cada 5 minutos por un periodo de 4 meses, derivando en una muestra de 32966 datos. Allí se registraron variables como el caudal, presiones estáticas, velocidad del fluido, y torques de arranque máximo y nominal de las *PAT*. Con respecto a las limitaciones técnicas, se debía respetar y garantizar en todo momento un caudal de 60 l/s, lo cual implicó disminuir el diámetro del impulsor de la bomba para que operase en el punto de mejor eficiencia. De lo contrario, el caudal no se aseguraba en el valor requerido, lo cual también impone un reto en la operación de este tipo de sistemas. Adicionalmente, la limitación técnica de mantener un caudal específico durante la operación de la turbina también implica una limitación regulatoria, la cual no sólo aplica para el caudal, sino también para la presión de operación. Lo anterior se debe a que gran parte de los tramos de tuberías de distribución de Medellín dependen de la conducción por gravedad del fluido. Por ejemplo, según el Reglamento Técnico del Sector de Agua Potable y Saneamiento Básico de Colombia (RAS 2000) [96], las presiones estáticas mínimas permitidas en una red de distribución son de 10 y 15 metros de columna de agua (m.c.a) para los niveles de complejidad del sistema bajo a medio y medio alto a alto, respectivamente. Mientras que la presión estática máxima para una red de distribución es de 60 m.c.a. El caudal mínimo o máximo dependen de la demanda de los usuarios, para lo cual se considera que el caudal de diseño de la red corresponde al caudal máximo horario (QMH).

Con respecto a los beneficios del proyecto anterior, el uso de turbinas al interior de tuberías genera reducciones de costos por autogeneración de energía y generación de ingresos por venta de excedentes de energía. Por ejemplo, con la implementación de este sistema se podría ahorrar COP\$194'000,000 considerando sólo 18 horas de operación por día con una inversión en adecuaciones de COP\$320'000,000. De acuerdo con lo anterior, el retorno sobre la inversión (RSI) es de aproximadamente 1.7 años, lo cual podría ser un periodo de inversión aceptable para la compañía.

Por último, con respecto al tema medioambiental, debido a que las turbinas al interior de tuberías utilizan la infraestructura ya construida para su instalación, no generan emisiones o contribuciones a la acumulación de gases de efecto invernadero, y que además se puede utilizar la energía eléctrica

---

generada para implementar y alimentar eléctricamente sistemas de monitoreo de fugas de agua e integridad estructural de la tubería, hace que estos sistemas sean, no solo completamente amigables con el medio ambiente, sino que traen beneficios para el sistema de tuberías de una red de distribución de agua [97].

El caso internacional hace referencia a las compañías *Northwest Pipe* y *Lucid Energy Technologies* desarrollaron la patente US 7,959,411 B2 del 2011 nombrada “*In-Pipe Hydro-Electric Power System and Turbine*” [98], donde describen un sistema-turbina para la generación hidroeléctrica y su instalación en líneas de tuberías cilíndricas de distribución de agua potable. De esta manera, el propósito de la patente fue aprovechar el exceso de energía que almacenan los sistemas de tuberías a través de una turbina basada en sustentación, donde la rotación de ésta se debe a la fuerza sustentadora, la cual es generada por el fluido que fluye transversalmente a través de la geometría de los álabes de la turbina. Por último, un generador es acoplado al eje de la turbina, para desarrollar la conversión de energía mecánica a energía eléctrica. La compañía *Lucid Energy*, según reporte [99], instaló comercialmente en el año 2013 por primera vez la patente desarrollada por [98] en la ciudad de Riverside, California, EE.UU. Esta turbina esférica fue diseñada para ser instalada al interior de tuberías de 1520 mm de diámetro, y una potencia media de salida de 20 kW por turbina. La turbina opera para una presión total máxima de 120 psi, y produce una energía eléctrica entre 50 y 60 MWh por año. Según el reporte de *Lucid Energy*, este sistema de generación hidroeléctrica ha sido certificado por los estándares ANSI/NSF para su uso en sistemas de tubería de agua potable, determinando a su vez que se trata de un sistema de extracción hidroeléctrica amigable e inofensivo para cualquier ecosistema. Este último al estar avalado para su uso en redes de agua potable, garantiza que el agua que está en contacto con la turbina es apta para el consumo humano.

Un segundo reporte de *Lucid Energy Technologies* [100], se llevó a cabo la segunda instalación comercial de su turbina esférica y su sistema de generación de energía eléctrica en el año 2016. Este sistema está compuesto por cuatro turbinas esféricas de 42” de diámetro, ubicadas en serie y aguas arriba de las válvulas reguladoras de presión a través de la tubería, separadas por 4 diámetros de turbina entre sí. El sistema genera 200 kW de potencia eléctrica, para una presión de trabajo de 150 psi, pudiendo abastecer aproximadamente 100 hogares.

Adicionalmente, se han desarrollado proyectos donde las áreas de la investigación y la industria se unen para implementar turbinas al interior de tuberías. Por ejemplo, *Porkumaran et al.* [101]

realizaron una simulación y un montaje experimental de una micro planta de generación eléctrica. El objetivo del trabajo fue diseñar un sistema de micro generación eléctrica para electrificar una zona rural a través de una turbina esférica de flujo cruzado. Esto se logró por medio de la utilización de LabVIEW para desarrollar la simulación de la planta de generación, junto con un montaje experimental para determinar los parámetros de trabajo del sistema. Los resultados demostraron que, el sistema de electrificación usando LabVIEW puede actuar como una unidad autónoma, rectificando y transformando la energía eléctrica producida para ser almacenada en baterías, o para ser inyectada en la red de interconexión local. Últimamente, la potencia generada puede ser suficiente para abastecer a pequeñas maquinarias y refrigerados, ayudando a la comunidad para su desarrollo económico.

Otro ejemplo corresponde al estudio de Saoutieff *et al.* [17], en el cual se realizó un reporte de la caracterización de una turbina de flujo axial tipo propulsor de 40 mm de diámetro para su inserción en tuberías para el sostenimiento de la demanda eléctrica de sensores. El objetivo del trabajo fue evaluar experimentalmente la potencia eléctrica generada por la turbina axial, con base en la variación del flujo volumétrico del agua, con un perfil de álabes NACA 2515, con un ángulo de ataque de  $6^\circ$ . Los resultados mostraron que se generó una potencia de 490 mW para un caudal máximo de  $9 \text{ m}^3/\text{h}$  a una relación de velocidad de puntas de  $\lambda = 1$ , y con una caída de presión menor a 50 mbar; siendo suficiente potencia para sostener la demanda eléctrica de los sensores. Adicionalmente, se encontró que la potencia generada no fue afectada por cambios de temperatura en el agua, en un rango de  $(50 \leq T \leq 90)^\circ\text{C}$ . Por último, se evidenció que el uso continuo durante 4 meses generó suciedad en rotor, sin embargo, la potencia generada tampoco fue afectada.

## **2.3 Comparación de estudios numérico-experimentales de turbinas en tuberías**

### **2.3.1 Comparación del desempeño hidráulico de turbinas en tuberías**

Con el propósito de realizar un análisis comparativo del desempeño de diversos tipos de turbinas empleadas al interior de tuberías, se presenta de acuerdo con diversas investigaciones, los tipos de turbinas empleadas dentro de los grupos de eje axial, eje cruzado, eje transversal, y de desplazamiento positivo, de forma descendente según su eficiencia hidráulica. Adicionalmente, en la Tabla 2-1 se pueden apreciar el tipo de investigación realizada (sea numérica, experimental,

---

teórica o una combinación de varias de ellas), las eficiencias máximas alcanzadas ( $\eta_t$ ), las características geométricas principales como diámetros de turbina  $D_t$  y tubería  $D_{tubería}$ , las potencias mecánicas alcanzadas ( $P_{mec}$ ), las condiciones operativas y su respectivo objeto de investigación.

Con base en la información presentada, es posible apreciar que las mayores eficiencias para la aplicación de turbinas en tuberías son alcanzadas en el caso de las de tipo propulsor, eficiencias que solo alcanzan a ser comparables con las obtenidas por las de tipo Michell-Banki al emplear instalación de toberas convergentes-divergentes. Sin embargo, si las turbinas Michell-Banki operan con los direccionadores de flujo, los cuales son implementados de formas más recurrente, las eficiencias de estas disminuyen sustancialmente [19],[75].

Comparando el funcionamiento de las turbinas tipo propulsor con respecto a los demás tipos de turbinas, existen algunas diferencias fundamentales de funcionamiento, y, por ende, se explica por qué las de tipo propulsor tienden a ser más eficientes. Por ejemplo, las turbinas tipo Michell-Banki extraen la energía del fluido en dos etapas debido a la geometría de su rodete. Este hecho genera un tipo de clasificación específico para la turbina Michell-Banki llamado “turbina de dos etapas de impulsión parcial” [102]. Lo anterior se debe a que en la primera etapa de transferencia de energía el álabe puede estar totalmente sumergido en el fluido, por lo que se generan diferencias de presión que ayudan a inducir la rotación en el rodete [102]. Sin embargo, debido al espacio que existe entre ambas etapas y que éste está expuesto a presión atmosférica, la segunda etapa es de tipo impulsión donde la transferencia de energía se produce a presión constante. Por lo tanto, el fluido está en contacto directo con el aire y a su vez puede colisionar con el eje de la turbina, lo cual genera pérdidas hidráulicas. Adicionalmente, existe otra pérdida hidráulica generada cuando el fluido entra a la primera etapa, la cual es generada por el efecto de bloqueo de los álabes hacia el fluido. Esto resulta en una disminución de la capacidad de extracción de energía debido a que hay fugas del fluido, lo cual reduce la extracción de energía en segunda etapa. Por otra parte, si se considera que la turbina Michell-Banki se encuentra al interior de una tubería, los álabes de la mitad del rodete se deben cubrir con respecto al fluido para que estos no retornen en contra de su dirección y consecuentemente disminuyan el torque producido. En contraste, todo lo anterior no sucede en la turbina tipo propulsor, debido a que esta última se encuentra en todo momento sumergida en el fluido, por lo cual la transferencia de energía sucede netamente a través de diferencias de presión, lo cual la convierte una turbina de reacción pura. De esta manera, no existen pérdidas hidráulicas adicionales por fuga del

fluido, bloqueo ni por reducción de la capacidad de extracción de energía debido a que sólo tiene una etapa de transferencia de energía o que se deba cubrir una parte del rodete.

Una situación similar ocurre para las turbinas tipo Savonius y tipo Darrieus en todas sus variaciones (recta, esférica, o helicoidal). Con respecto a las Savonius, su principio de funcionamiento se basa en la fuerza de arrastre ejercida sobre sus álabes. Lo anterior implica que cuando estas últimas se instalan al interior de tuberías, se debe cubrir el álabe que retorna en contra de la dirección del fluido para evitar que genere un contra torque. Sin embargo, el álabe que retorna no contribuye a la producción de torque en el eje de la turbina [103]. Por otro lado, las turbinas tipo H-Darrieus se caracterizan por poseer bajas magnitudes de solidez (0.1 a 0.4) [104], lo cual implica que la relación entre el área cubierta por los álabes con respecto al área que ocupa el fluido a la entrada de la turbina es baja. Realizando una comparación de acuerdo con lo anteriormente expuesto, todos los álabes pertenecientes a la turbina tipo propulsor participan en la producción de torque en el eje de la turbina y ninguno de ellos produce contra torques, a diferencia de las Savonius, lo cual implica finalmente que la eficiencia producida por la turbina tipo propulsor es mayor. Adicionalmente, estas últimas poseen valores de solidez mayores (0.6 a 1.04) [105] a los de las turbinas tipo H-Darrieus, lo cual implica que el fluido podría actuar sobre una superficie mayor de los álabes, produciendo así mayor fuerza de sustentación, y, por ende, mayor eficiencia [106].

Por último, Ramos *et al.*, [93] realizaron una investigación numérico-experimental para comparar las diferentes alternativas de generación pico eléctrica utilizando diferentes tipos de turbinas a través de la caracterización fluidodinámica. Las diferentes turbinas evaluadas fueron bombas como turbina de desplazamiento positivo y radial, y tipo propulsor con y sin carcasa. El estudio concluyó que para la turbina tipo propulsor, se identificó un comportamiento favorable de las variables que impactan el desempeño hidrodinámico de las turbinas como la variación de las líneas de flujo de la velocidad, la presión total, la intensidad de turbulencia, y el esfuerzo cortante en la pared. Por ejemplo, en la región del rodete de la turbina tipo propulsor, los perfiles de velocidad y los campos de presión resultaron más uniformes en comparación con las demás turbinas. Por otro lado, considerando las magnitudes de la intensidad de turbulencia y el esfuerzo cortante en la pared, se determinó que la turbina tipo propulsor tuvo uno de los valores mayores de eficiencia hidráulica y mayor potencial de generación de potencia mecánica. Por lo tanto, con lo anterior se explican las razones por las cuales la turbina tipo propulsor es más eficiente entre las turbinas utilizadas al interior de tuberías. De esta manera, se justifica la selección de la turbina tipo propulsor.

Tabla 2-1. Comparación del desempeño hidráulico de diferentes tipos de turbinas utilizadas al interior de tuberías.  $\eta_t$ : eficiencia de la turbina,  $D_t$ : diámetro externo de turbina,  $D_{tubería}$ : diámetro interno de la tubería,  $P_{mec}$ : potencia mecánica, Inv.: investigación, E: experimental, N: numérico. T: teórico,  $V$ : velocidad del fluido,  $\dot{m}$ : flujo másico,  $Q$ : caudal,  $P$ : presión estática, mca: metros de columna de agua.

Ref.	Tipo de turbina	Tipo de Inv.	$\eta_t$ (%)	$D_t$ (mm)	$D_{tubería}$ (mm)	$P_{mec}$ (kW)	Condiciones operativas	Objetivo de la investigación
<b>Eje axial</b>								
[80],[81]	Propulsor	E-N	76.8	69.1	70.3	0.1	Entrada $\dot{m} = 7.74 \text{ kg/s}$ Salida $P = 0 \text{ Pa}$	Diseño y optimización de álabes
[76]	Propulsor contra rotante	N	70.8	66	68	0.4	Entrada $Q = 0.01224 \text{ m}^3/\text{s}$ Salida $P = 0 \text{ Pa}$	Diseño de turbina y análisis de flujo interno
[107]	Propulsor contra rotante	E-N	64.7	58	60	0.095	Entrada $Q = 0.00555 \text{ m}^3/\text{s}$ Salida $P = 0 \text{ Pa}$	Influencia de geometría de álabe y bulbo en la eficiencia hidráulica
[18]	Propulsor	E-N	64	84.8	85	0.33	Entrada $Q = 0.00444 \text{ m}^3/\text{s}$ . 10 mca. Salida $P = 0 \text{ Pa}$	Determinación de relaciones fluidodinámicas y cavitación
[83]	Propulsor	E-N	51	100	100.2	0.108	Entrada $Q = 0.005 \text{ m}^3/\text{s}$ Salida $P = 0 \text{ Pa}$	Diseño de álabe y evaluación del rendimiento fluidodinámico
[17]	Propulsor	E	–	40	42	0.5	Entrada $Q = 0.0025 \text{ m}^3/\text{s}$ Salida $P = 0 \text{ Pa}$	Determinación de la potencia eléctrica de salida
<b>Eje cruzado</b>								
[19]	Michell-Banki (Tobera convergente-divergente)	N	79.2	234	Geometría optimizada no cilíndrica	–	Entrada $Q = 0.1 \text{ m}^3/\text{s}$ Salida $P = 0 \text{ Pa}$	Análisis estructural de los álabes
[20]	Michell-Banki (Tobera convergente-divergente)	E-N	74.6	134	Geometría optimizada no cilíndrica	3.8	Entrada $Q = 0.0307 \text{ m}^3/\text{s}$ Salida $P = 0 \text{ Pa}$	Diseño de la turbina y efecto de la velocidad rotacional en el rendimiento
[75],[108]–[110]	Michell-Banki (Direccionador de flujo)	E-N	42.4	98	250	0.15	Entrada $V = 1.5 \text{ m/s}$ . Salida $P = 0 \text{ Pa}$	Diseño de turbina e incidencia de la geometría del deflector.

Ref.	Tipo de turbina	Tipo de Inv.	$\eta_t$ (%)	$D_t$ (mm)	$D_{tubería}$ (mm)	$P_{mec}$ (kW)	Condiciones operativas	Objetivo de la investigación
[68]	Darrieus esférica	E-N	40	183.6	200	0.048	Entrada V=1.29 m/s. Salida P=0 Pa	Incidencia de parámetros geométricos en la eficiencia hidráulica
[111]	Gorlov y Darrieus esférica	E	28, 21	1000, 1140	Canal abierto	–	Velocidad del canal V=1.3 m/s	Determinación de la eficiencia hidráulica en un canal abierto
[112]	Darrieus esférico helicoidal	E-N-T	26	92	100	–	Entrada $Q = 0.0254 \text{ m}^3/\text{s}$ . Salida $P = 0 \text{ Pa}$	Efecto de distintos parámetros geométricos en el rendimiento hidráulico de la turbina
[113]	Darrieus esférica	N	22	820	1016	33	Entrada V=7.3 m/s. Salida P=0 Pa	Efecto de la distancia entre pared y álabe en la eficiencia de la turbina
[71],[98],[100]	Darrieus esférica	E	–	–	600, 1050, 1500	18, 50, 100	Entrada $P = 8 - 10 \text{ bar}$	Diseño e implementación de sistemas de turbinas para la generación hidroeléctrica
[74]	Darrieus recta, esférica, y Gorlov	E-N	–	30, 45, 30	50	0.0055, 0.0069, 0.0066	Entrada V=3 m/s. Salida P=0 Pa	Determinación de parámetros fluidodinámicos y rendimiento de la turbina
<b>Eje transversal</b>								
[68]	Savonius (curvatura constante)	E-N	45	180	200	0.09	Entrada V=7.3 m/s. Salida P=0 Pa	Incidencia de parámetros geométricos en la eficiencia hidráulica
[114]– [116],[116]	Savonius (curvatura variable)	E-N	28	92	100	0.05	Entrada $Q = 0.01 \text{ m}^3/\text{s}$ . Salida $P = 0 \text{ Pa}$	Diseño de turbina, incidencia del número de álabes y del deflector en la eficiencia, y cavitación
[69]	Savonius (curvatura constante)	E-N	–	92	100	0.08	Entrada V=1.5 m/s. Salida P=0 Pa	Incidencia de la geometría de la turbina y el deflector en la eficiencia hidráulica
<b>Desplazamiento positivo</b>								
[117]	Desplazamiento positivo de lóbulos	E-N	66	118	120	7.15	$P$ de entrada: 0-16 bar. $P$ de salida 0 Pa	Efecto del espaciado axial y radial entre los álabes y la tubería en la eficiencia hidráulica

### 2.3.2 Comparación de las simulaciones numéricas de turbinas en tuberías

La Tabla 2-2 compila información de parámetros importantes para la simulación computacional fluidodinámica de diferentes estudios de turbinas al interior de tuberías como el tipo de turbina investigada, el régimen de la simulación, el modelo de turbulencia usado para modelar las ecuaciones gobernantes de los fluidos, y la distancia adimensional de la pared  $y^+$ . Según la información presentada, la mayoría de las simulaciones de los estudios utilizan un régimen transitorio, el modelo de turbulencia  $k - \omega$  SST, un  $y^+ < 10$  y el módulo de simulación fluidodinámica CFX de ANSYS. Por lo anterior, para el desarrollo de las simulaciones fluidodinámicas, y siguiendo las recomendaciones de los estudios presentados por la Tabla 2-2, se seleccionó el modelo de turbulencia  $k - \omega$  SST.

Tabla 2-2. Parámetros de simulación fluidodinámica de turbinas al interior de tuberías de distintos estudios.

Ref.	Tipo de turbina	Régimen	Modelo de turbulencia	$y^+$ usado [-]	Software
[118]	Propulsor (Montaje Kaplan)	Transitorio	$k - \omega$ SST	$0 < y^+ < 10$	NUMECA FINE/ Open
[119]	Savonius	Transitorio	$k - \omega$ SST	–	FLUENT
[120]	Propulsor	Transitorio	SAS-SST SBES	$0 < y^+ < 10$	ANSYS-CFX
[121]	Propulsor	Transitorio	$k - \omega$ SST SAS-SST	$1.4 < y^+ < 4.8$	ANSYS-CFX
[122]	Propulsor (Montaje Kaplan)	Transitorio	URANS $k - \varepsilon$	$30 < y^+ < 160$	ANSYS-CFX
[123]	Propulsor	Estacionario	$k - \omega$ SST	–	ANSYS-CFX

## 3. Metodología

### 3.1 Modelo tridimensional de tres tipos diferentes de álabes

Uno de los objetivos específicos del presente trabajo es obtener el modelo tridimensional de tres tipos diferentes de álabes aplicando diferentes metodologías de diseño. Para lograr lo anterior, en la sección 3.1.1 se describe la selección de los parámetros iniciales de diseño que fueron utilizados para los tres tipos de álabes. Allí se realizó una revisión en la literatura sobre los parámetros de diseño utilizados para turbinas axiales tipo propulsor y la consideración de las condiciones de trabajo que puede proporcionar el Banco Hidráulico para futuras pruebas de prototipos. Posteriormente, en las secciones 3.1.2, 3.1.3, y 3.1.4 se muestran las tres metodologías diferentes de diseño para los álabes sin curvatura y espesor constante, con curvatura y espesor constante, y con curvatura y espesor variable, respectivamente. En estas secciones se muestra el triángulo de velocidades, las ecuaciones características de los álabes, y la metodología para la obtención de la geometría.

Antes de dar paso a la metodología para el diseño de los álabes, se mencionan cuáles son las ventajas y desventajas de cada tipo de álabe. En primer lugar, desde el punto de vista del diseño matemático y manufactura, la complejidad es creciente en el siguiente orden para los diferentes tipos de álabes: sin curvatura y con espesor constante (álabe plano), con curvatura y espesor constante (álabe circular), y con curvatura y espesor variable (álabe MEL031). Lo anterior se debe a que los parámetros de diseño y consideraciones técnicas aumentan para estos álabes en el orden mostrado. Además, el álabe plano podría ser fabricado a partir de una lámina metálica, la cual podría ser incluso cortada y preparada a través de un proceso manual. Esto provee una ventaja al álabe recto para ser construido reduciendo costos asociados y finalmente usarlo en una turbina, por ejemplo, por usuarios que no necesariamente posean conocimientos avanzados sobre el procedimiento matemático para el diseño y su manufactura. Por su parte, los álabes que poseen curvatura sí necesitan un proceso de manufactura avanzado por las curvas complejas que resultan del diseño matemático, lo cual aumentaría los costos de manufactura, ya sea con el uso de técnicas de remoción o adición de material.

Adicionalmente, desde la perspectiva de la eficiencia hidráulica y el desempeño mecánico, se espera que se obtengan magnitudes favorables en orden descendente para los álabes MEL031, circular y

plano. Lo anterior se debe a que el álabe MEL031 y el circular poseen curvatura, lo cual puede generar mayores fuerzas de sustentación, lo cual afecta positivamente a la eficiencia hidráulica. Con respecto al desempeño mecánico, los álabes con curvatura MEL031 y circular, a diferencia del álabe recto, pueden tener la ventaja de minimizar los esfuerzos en el material debido a su espesor y curvatura. Lo anterior se debe a que, a menores cambios abruptos de geometría, los concentradores de esfuerzo se ven reducidos. Otra razón adicional, es que la curvatura de un álabe direcciona de mejor manera el fluido en comparación con una geometría recta.

### 3.1.1 Selección de parámetros para el diseño de turbinas tipo propulsor

La Tabla 3-1 presenta una compilación de los parámetros seleccionados por distintos autores para el diseño de álabes de turbinas axiales tipo propulsor. Allí se pueden apreciar los parámetros iniciales de diseño como el caudal  $Q$ , la cabeza de presión disponible  $H$ , la eficiencia hidráulica de la turbina  $\eta_t$ , la velocidad angular de la turbina  $N$ , la potencia mecánica de la turbina  $P_{mec}$ , el diámetro exterior de la turbina  $D_t$ , la razón entre los diámetros interno y externo  $D_h/D_t$ , y el número de álabes  $z$ . De acuerdo con la tabla, se identificó que las turbinas tipo propulsor poseen un margen de aplicación extenso con relación a las condiciones de trabajo asumidas, debido a que los parámetros de diseño varían en un rango amplio de valores. Por último, se reportaron las magnitudes mínimas y máximas de los parámetros usados para el diseño de las turbinas tipo propulsor usando la letra que representa los parámetros, y entre paréntesis los valores mínimos y máximos, por ejemplo,  $f(\text{mínimo}; \text{máximo})$ :  $Q(1.2; 332.5 \times 10^3) \text{ l/s}$ ,  $H(0.12; 16.1) \text{ m}$ ,  $\eta_t(50; 100) \%$ ,  $N(150; 2460) \text{ rpm}$ ,  $P_{mec}(5.2; 49 \times 10^6) \text{ W}$ ,  $D_t(58; 6200) \text{ mm}$ ,  $D_h/D_t(0.30; 0.69)$ ,  $z(3; 7)$ .

La variación de los parámetros de diseño, de manera general, podría afectar el rendimiento de una turbina tipo propulsor. En primer lugar, se aclara que la variación de los parámetros geométricos afecta en primera instancia a la geometría del álabe, y que, en segunda instancia, la geometría del álabe repercute en el rendimiento hidráulico de la turbina. Lo anterior se debe a que la aplicación de los métodos de diseños y la solución de los triángulos de velocidad inducen cambios en los ángulos del álabe ubicados en los bordes de ataque y fuga. En segundo lugar, los parámetros fluidodinámicos de diseño como  $Q, H, N, \eta_t$  poseen una influencia en la geometría de los tres tipos de álabes considerados en el presente trabajo. Por ejemplo, el aumento de  $Q$  cambia la inclinación de los álabes con respecto al eje axial de la turbina. De manera que, si se aumenta el caudal de diseño, los álabes tienden a tener una menor inclinación. De esta manera, la inclinación del álabe es directamente

proporcional a la caída de presión generada por la turbina debido a la obstrucción que generan los álabes al fluido. Por tanto, lo anterior tendría un efecto negativo en la eficiencia hidráulica de la turbina, debido a que esta última es inversamente proporcional a la caída de presión. Por otra parte, la variación de la cabeza disponible  $H$  afecta la distancia axial de los álabes de la forma descrita a continuación: se identificó en el transcurso de esta investigación que  $H$  es inversamente proporcional a la distancia axial para los álabes que poseen curvatura, y directamente proporcional para el álabe sin curvatura. Para el álabe sin curvatura, el efecto del incremento de la distancia axial del álabe podría tener un impacto positivo en la eficiencia hidráulica de la turbina debido a que existe un área mayor con la cual el fluido estaría interactuando, generando así mayor fuerza de sustentación. Sin embargo, este hecho dependería del número de Reynolds del fluido porque el esfuerzo cortante en la pared del álabe sería directamente proporcional con el aumento de la superficie, lo cual podría generar pérdidas hidráulicas adicionales por fricción. Con respecto a la variación de los parámetros de diseño  $N, \eta_t, D_t/D_h, z$ , se identificó que su variación afecta al parámetro geométrico de la solidez, definido más adelante en la Ec. (99). Por lo cual, la eficiencia de la turbina puede verse afectada positivamente por la solidez hasta un punto de inflexión máximo, para eventualmente comenzar a afectarla negativamente. Lo anterior se debe a que el incremento de la solidez de un álabe para una turbina tipo propulsor genera que la extracción de la energía del fluido sea mayor debido a que los álabes estarían cubriendo un área mayor con respecto al área del fluido, por tanto, existe más interacción de los álabes con el fluido. Otra razón se debe a que el aumento de la solidez genera un mejor direccionamiento del fluido cuando pasa a través de la turbina, incrementando su velocidad, y, por tanto, creando mayores magnitudes de fuerza de sustentación. Sin embargo, existe un punto de inflexión en el cual las ocurrencias de estos fenómenos pueden ser negativos para la eficiencia, pudiendo llegar a reducirla.

Para finalizar, se debe tener en cuenta que es complicado saber con precisión cuál sería la influencia en el rendimiento final de la turbina en proceso de diseño. Además, los parámetros de diseño se seleccionan principalmente de acuerdo con las disponibilidades y condiciones hidráulicas que existan para la instalación de la turbina hidráulica. Lo anterior genera que los mejores parámetros de diseño de una turbina no necesariamente correspondan a aquellos que son propios de una aplicación hidráulica, y que, a su vez, si se identifican y utilizan aquellos mejores parámetros, existe la posibilidad que la turbina no se desempeñe de manera aceptable para cambios en las condiciones de trabajo a las que es sometida. Por lo tanto, el proceso de selección de los parámetros de diseño es

crítico para el rendimiento de una turbina hidráulica y debe ser un diseño iterativo para obtener el mejor rendimiento posible considerando cambios en las condiciones operacionales de la turbina.

Tabla 3-1. Parámetros de diseño de turbinas axiales tipo propulsor usados por diferentes autores.

Año	Ref.	$Q$ (l/s)	$H$ (m)	$\eta_t$ (%)	$N$ (rpm)	$P_{mec}$ (W)	$D_t$ (mm)	$D_h/D_t$	$z$
1996	[124]	72	2	72	1560	1000	149	0.403	4
2009	[125]	32	4.31	74.7	1500	1000	131	0.643	4
2009	[126]	75	1.75	75	1000	962.8	200	0.30	5
2011	[127]	75.50	1.75	65	900	850	200	0.42	6
2012	[128]	25	2	78	1500	255	130	0.55	4
2013	[83]	4	0.12	100	300	108	100	0.5	5
2013	[129]	$11.2 \times 10^3$	3.5	80	200	249.2	400	0.30	4
2016	[80]	7.8	1.5	65.9	2460	75.5	68.1	0.443	4
2018	[130]	4.82	1.3	60	2300	37	58	0.5	4
2019	[131]	250	2	80	450	3000	380	0.40	4
2019	[132]	11.40	2	60	1500	134	88	0.68	6
2019	[133]	1800	3.1	71	760	$39 \times 10^3$	566	0.32	3
2021	[12]	4.44	0.37	70	1000	10	84	0.69	7
2021	[134]	1.2	5	90	-	5.2	600	0.35	5
2021	[135]	$10.66 \times 10^3$	3.5	50	250	-	1680	0.402	4
2022	[136], [137]	3000	3	55	150	$10 \times 10^3$	400	0.30	4

La Tabla 3-2 reporta los parámetros de diseño usados para generar los tres tipos de álabes propuestos en el presente trabajo. En la tabla se especifican los parámetros de dimensionamiento de la turbina y la tubería, y los parámetros hidráulicos de diseño asumidos. En primer lugar, se definió el diámetro interno de la tubería  $D_{tubería}$ , el cual corresponde a una tubería comercial de PVC de 3 pulgadas con cédula 40. Se asumió un espaciado entre las paredes del álabe y la tubería de  $t_c = 0.1$  mm. Esto con la intención de maximizar la eficiencia de la turbina, así como lo demuestra la investigación de Tran *et al.*, [138]. Una vez definido el espaciado  $t_c$ , se determinó el diámetro exterior de la turbina  $D_t$ . El diámetro exterior de la turbina  $D_t$  se considera como un parámetro de restricción debido a que la tubería disponible para la instalación del prototipo de la turbina es de 3 pulgadas. Esta tubería hace parte del banco de pruebas hidráulico del Laboratorio de Simulación, Modelado y Prototipos la línea de investigación Computación Avanzada y Diseño Digital ubicado en Parque i, ITM. Luego, asumió la relación entre el diámetro interior y exterior de la turbina  $D_h/D_t = 0.6$ , con lo cual se obtuvo el diámetro interior de la turbina  $D_h$ . También, se asume un espesor del álabe  $t$  de 1.7 mm, de acuerdo

la sugerencia de [18]. El número de álabes  $z = 5$  fue definido de acuerdo con los resultados obtenidos en una investigación propia previa realizada [139].

Con respecto a los parámetros hidráulicos de diseño como el caudal  $Q$ , la cabeza de presión  $H$ , la eficiencia hidráulica de la turbina  $\eta_t$ , y la velocidad angular de la turbina  $N$ . La potencia mecánica de la turbina  $P_{mec}$  fue calculada de acuerdo con la ecuación (24), por lo que no es un parámetro de diseño asumido, pero sí un parámetro de rendimiento que se espera obtener. Con el fin de comparar los resultados fluidodinámicos y estructurales entre las tres geometrías de los álabes que se diseñaron en este trabajo, se garantizó que los parámetros de diseño adoptados permanecieran iguales para la aplicación de las diferentes metodologías de diseño. Adicionalmente, la selección de los parámetros de diseño fue basado de manera que estos satisficieran ciertas restricciones matemáticas para la metodología del diseño del álabe sin curvatura y espesor constante (ver sección 3.1.2, Ec. (74)), y que fueron acordes a los parámetros de diseño usados en previas investigaciones, ver la Tabla 3-1.

Tabla 3-2. Parámetros de diseño usados en para tres metodologías distintas de diseño de álabe.

Parámetro de diseño	Magnitud	Unidad	Descripción
<b>Parámetros de dimensionamiento de la turbina y la tubería</b>			
$D_{tubería}$	75.3	<i>mm</i>	Diámetro interno de la tubería (3 pulgadas, cédula 40).
$t_c$	0.1	<i>mm</i>	Espaciado entre las paredes del álabe y la tubería.
$D_t$	75.1	<i>mm</i>	Diámetro externo de la turbina.
$D_h/D_t$	0.6	—	Razón entre el diámetro interno y externo de la turbina.
$D_h$	45.06	<i>mm</i>	Diámetro interno de la turbina.
$t$	1.7	<i>mm</i>	Espesor del álabe.
$z$	5	—	Número de álabes de la turbina.
<b>Parámetros hidráulicos</b>			
$Q$	15	<i>l/s</i>	Flujo volumétrico.
$H$	3	<i>m</i>	Cabeza de presión disponible.
$\eta_t$	65	%	Eficiencia hidráulica de la turbina.
$N$	3600	<i>rpm</i>	Velocidad angular de la turbina.
$P_{mec}$	286	<i>W</i>	Potencia mecánica teórica de la turbina.

### 3.1.2 Diseño del álabe sin curvatura y espesor constante

- Triángulo de velocidades

La Figura 3-1 presenta el triángulo de velocidades utilizado para definir las expresiones matemáticas de los ángulos  $\beta_1$  y  $\beta_2$  que definen la geometría del álabe de una turbina axial tipo propulsor [140]. A pesar de que la metodología descrita en la presente sección comprende el diseño del álabe sin curvatura, el álabe en el diagrama se representa con una geometría curva. Lo anterior se debe a que la metodología del diseño del álabe sin curvatura es una simplificación de la metodología para un álabe curvo, la cual se describe en la siguiente subsección. En el diagrama se aprecia la dirección del fluido de arriba abajo desde el borde de ataque en dirección al borde de fuga, y la rotación de derecha a izquierda del álabe. Adicionalmente, los vectores que componen los triángulos de velocidades ubicados en el borde de ataque y fuga están representados por un vector de velocidad  $\vec{V}$  de la siguiente manera:  $\vec{V}_t$  es la velocidad tangencial del álabe (se encuentra en ambos triángulos),  $\vec{V}_a$  es la velocidad axial del fluido,  $\vec{V}_c$  es la velocidad circunferencial en el borde de ataque,  $\vec{V}_{1,rel}$  y  $\vec{V}_{2,rel}$  son las velocidades relativas del borde de ataque y fuga, respectivamente;  $\vec{V}_{1,abs}$  y  $\vec{V}_{2,abs}$  son las velocidades absolutas del borde de ataque y fuga, respectivamente. Por último, los ángulos  $\beta_1$  y  $\beta_2$  relacionan la separación angular de las velocidades tangencial  $\vec{V}_t$  y relativas  $\vec{V}_{1,rel}$ ,  $\vec{V}_{2,rel}$  en el borde de ataque y fuga, respectivamente.

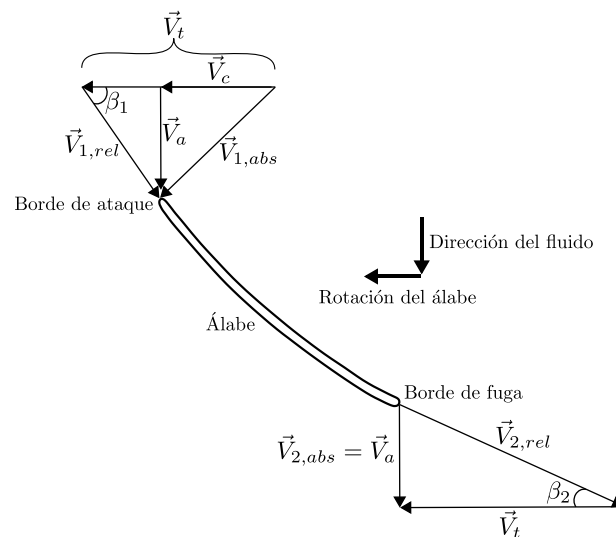


Figura 3-1. Triángulo de velocidades para el diseño del álabe sin curvatura y espesor constante.

- Definición de magnitudes de los vectores de velocidad y ángulos del álabe

La metodología para el diseño del álabe sin curvatura y espesor constante fue introducida por [125]. Esta metodología asume que el comportamiento del fluido que se acerca al bordo de ataque del álabe es “libre de vórtice”. Lo anterior implica que el producto de la velocidad circunferencial y el radio de la turbina es constante ( $rV_c = k$ ). También implica que la componente de la velocidad radial es cero ( $V_r = 0$ ), y que la velocidad axial  $V_a$  es constante a través de su tránsito por la turbina, [140] (Pág. 218, sección 6.3). La suposición de un flujo libre de vórtice satisface la teoría de equilibrio radial ampliamente usada para el diseño de turbinas y compresores para fluidos incompresibles. Esta teoría establece que las fuerzas de presión en una partícula de fluido se equilibran con las fuerzas centrífugas, [140] (Pág. 215, sección 6.2).

Previo a la determinación de los ángulos  $\beta_1$  y  $\beta_2$ , se definió la magnitud de los vectores de la velocidad axial  $|\vec{V}_a|$  y circunferencial  $|\vec{V}_c|$ , de acuerdo con la Figura 3-1. En primer lugar, la velocidad axial se determinó utilizando la definición de la ecuación de continuidad para fluidos incompresibles, la cual define el caudal  $Q$ , la velocidad axial  $V_a$  y el área transversal  $A$ ,  $Q = V_a A$ . La ecuación (66) presenta la magnitud de la velocidad axial  $|\vec{V}_a|$  en términos del caudal  $Q$ , y el área  $A$ . El término  $A$  está representado por el área anular de la turbina, la cual está definida en términos del radio exterior e interior de la turbina  $r_t$  y  $r_h$ , respectivamente.

$$|\vec{V}_a| = \frac{Q}{A} = \frac{Q}{\pi(r_t^2 - r_h^2)} \quad (66)$$

La magnitud de la velocidad tangencial  $|\vec{V}_t|$  está definida por el producto entre la velocidad angular  $\omega$  ( $rad/s$ ) y el radio de la turbina  $r$ , definido por la Ec. (67).

$$|\vec{V}_t| = \omega r \quad (67)$$

La velocidad circunferencial es definida a partir de la relación de vorticidad libre por la Ec. (68), [140] (Pág. 218). Donde  $k$  ( $m^2/s$ ) representa la constante de vorticidad libre, y  $r$  cualquier coordenada radial de la turbina desde el radio interior  $r_h$  hasta el exterior  $r_t$ .

$$V_c = \frac{k}{r} \quad (68)$$

La constante de vorticidad libre  $k$  fue reescrita por [125] haciendo uso de dos definiciones para la potencia mecánica de la turbina, definidas por la ecuaciones (69) y (70). Donde  $N$  ( $rpm$ ) es la velocidad rotacional de la turbina. También se usó la definición para el torque de la turbina  $T$ , Ec. (71), aplicando la ley de momento de la cantidad de movimiento, [140] (Pág. 9). Los términos  $\dot{m}$ ,  $H$ , y  $g$ , representan el flujo másico, la cabeza hidráulica, y la aceleración de la gravedad, respectivamente.

$$P_{mec} = NT \left( \frac{2\pi}{60} \right) \quad (69)$$

$$P_{mec} = \dot{m} g H \eta_t \quad (70)$$

$$T = k \dot{m} \quad (71)$$

Usando las ecuaciones (69), (70), (71) y se obtuvo la definición para la constante de vorticidad libre  $k$ .

$$k = \frac{gH\eta_t}{N} \left( \frac{60}{2\pi} \right) \quad (72)$$

Por lo tanto, sustituyendo la Ec. (72) en (68), se obtuvo la magnitud del vector de la velocidad circunferencial  $|\vec{V}_c|$ , definida por la Ec. (73).

$$|\vec{V}_c| = \frac{gH\eta_t}{rN} \left( \frac{60}{2\pi} \right) \quad (73)$$

Una vez las magnitudes de las velocidades axial y circunferencial son conocidas, se definieron los ángulos  $\beta_1$  y  $\beta_2$  de acuerdo con la Figura 3-1. La Ec. (74) define al ángulo  $\beta_1$  para el borde de ataque en cualquier posición radial  $r$ . Allí se relaciona la velocidad axial en el numerador  $|\vec{V}_a|$ , y la resta de las magnitudes de las velocidades tangencial  $|\vec{V}_t|$ , y circunferencial  $|\vec{V}_c|$ . Seguidamente, el denominador de la expresión para  $\beta_1$  posee una restricción que obliga a la magnitud de la velocidad

tangencial ser mayor a la velocidad circunferencial, es decir,  $|\vec{V}_t| > |\vec{V}_c|$ . La anterior restricción debe cumplirse para evitar la obtención de ángulos negativos para  $\beta_1$ .

$$\beta_1 = \tan^{-1} \left( \frac{|\vec{V}_a|}{|\vec{V}_t| - |\vec{V}_c|} \right) = \tan^{-1} \left( \frac{|\vec{V}_a|}{\omega r - |\vec{V}_c|} \right), \quad \omega r > |\vec{V}_c| \quad (74)$$

La Ec. (75) define el ángulo  $\beta_2$  para el borde de fuga en cualquier posición radial  $r$ . Allí se relacionan las magnitudes de la velocidad axial  $|\vec{V}_a|$  y la velocidad tangencial  $|\vec{V}_t|$ . En esta ecuación puede verse que no se considera la componente circunferencial de la velocidad debido a la asunción de que el fluido no tiene rotación ( $V_c = 0$ ).

$$\beta_2 = \tan^{-1} \left( \frac{|\vec{V}_a|}{|\vec{V}_t| - 0} \right) = \tan^{-1} \left( \frac{|\vec{V}_a|}{\omega r} \right) \quad (75)$$

- Metodología de diseño

En esta sección se reporta el procedimiento usado por [125] para obtener un álabe sin curvatura y espesor constante a partir de las definiciones de las magnitudes derivadas del triángulo de velocidad mostrado en la Figura 3-1. De esta manera, la Figura 3-2 muestra la ubicación del álabe sin curvatura sobre el cilindro que representa el cuerpo de la turbina llamado carcasa. Se puede observar que el álabe sin curvatura está unido a la carcasa de acuerdo con un ángulo de montaje  $\psi$  medido con respecto al plano horizontal. También se puede observar el punto de referencia “O”, el cual está ubicado sobre la coordenada radial  $r_h$  en el borde de ataque del álabe. El ángulo de envolvimiento del álabe representado por  $\theta$  se define con respecto al punto de referencia “O”, el cual adquiere valores positivos de acuerdo con la dirección de la flecha que lo define (sentido horario). Adicionalmente, se puede observar el ángulo de inclinación  $\beta$ , el cual adquiere los valores de los ángulos  $\beta_1$  y  $\beta_2$  definidos por las Ec. (74) y (75). Sin embargo, el ángulo de inclinación  $\beta$  simultáneamente está definido por la Ec. (76), en donde se aprecia su definición en términos de los ángulos de envolvimiento  $\theta$  y de montaje  $\psi$ . A partir de esta relación se puede confirmar que si el

ángulo de envolvimiento  $\theta = 0$ , entonces el ángulo de inclinación del álabe  $\beta = \psi$ . Y a su vez, independientemente de los valores que tome el ángulo de montaje  $\psi$ , si  $|\theta| \rightarrow 90^\circ$ , entonces  $\beta = 0$ .

$$\beta = \tan^{-1}[\tan(\psi) \cos(\theta)] \quad (76)$$

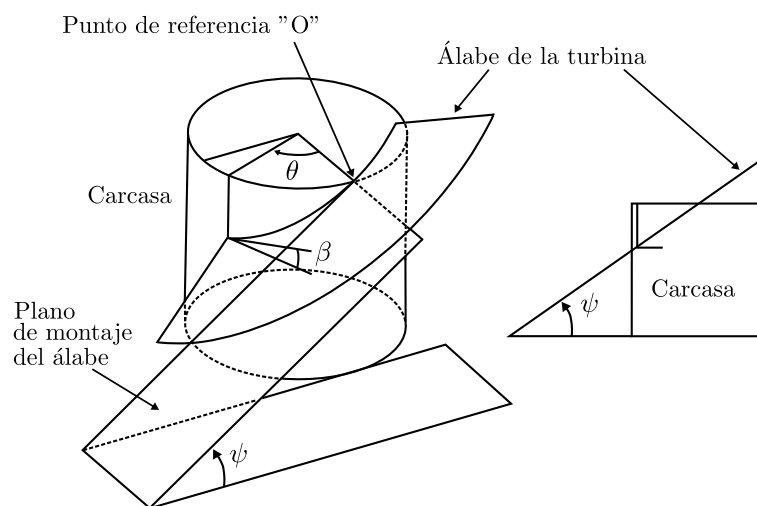


Figura 3-2. Metodología para el montaje del álabe sin curvatura en la carcasa de la turbina. Reprinted from Publication title, Vol 34, K.V. Alexander, E.P. Giddens, A.M. Fuller, *Axial-flow turbines for low head microhydro systems*, 35-47., Copyright (2009), with permission from Elsevier.

El trabajo de [125] encontró experimentalmente que cuando el ángulo de montaje  $\psi$  era igual al ángulo  $\beta_{1,t}$  requerido en el borde de ataque ubicado la coordenada radial  $r_t$ , se obtenían los mayores valores para la eficiencia hidráulica. De manera que, para el diseño del álabe sin curvatura para el presente trabajo, también se asumió la igualdad mencionada definida en la Ec. (77).

$$\psi = \beta_{1,t} \quad (77)$$

Seguidamente, el objetivo de esta metodología es conocer los valores para el ángulo de envolvimiento  $\theta$  que satisfacen los ángulos del álabe  $\beta_1$  y  $\beta_2$  para cualquier posición radial  $r$ , y el ángulo de montaje  $\psi$  asumido. Por lo tanto, la Ec. (78) define el ángulo de envolvimiento  $\theta$  derivado de la Ec. (76).

$$\theta = \cos^{-1} \left( \frac{\tan(\beta)}{\tan(\psi)} \right) \quad (78)$$

A continuación, con los parámetros de diseño asumidos en el presente trabajo, (ver Tabla 3-2), se calcularon todas las magnitudes necesarias para utilizar la Ec. (78). Dichas magnitudes se reportan en la Tabla 3-3. Allí se pueden observar los valores numéricos de la constante de vorticidad libre  $k$ , y de las magnitudes de la velocidad axial  $|\vec{V}_a|$ , y la velocidad circunferencial en el diámetro interior y exterior de la turbina  $|\vec{V}_{c,h}|$ ,  $|\vec{V}_{c,t}|$ , respectivamente. También, se pueden observar los valores numéricos para la velocidad tangencial en el radio interno y externo de la turbina  $|\vec{V}_{t,h}|$ ,  $|\vec{V}_{t,t}|$ , respectivamente. Se comprobó que los parámetros de diseño asumidos cumplieran la restricción  $|\vec{V}_{t,h}| > |\vec{V}_{c,h}|$ . Es decir, en la coordenada radial de la carcasa  $r_h$ , la velocidad tangencial debe ser mayor a la velocidad circunferencial. Seguidamente, se calcularon los ángulos del álabe en el borde de ataque en el radio interior y exterior  $\beta_{1,h}$ ,  $\beta_{1,t}$ , respectivamente; y en el borde de fuga en el radio interior y exterior  $\beta_{2,h}$ ,  $\beta_{2,t}$ , respectivamente.

Tabla 3-3. Valores numéricos de la constante de vorticidad  $k$ , de las velocidades axial, tangencial y circunferencial, y ángulos requeridos para diseñar el álabe sin curvatura y espesor constante.

Parámetro	Valor numérico	Unidad
$k$	0.0507	$m^2/s$
$ \vec{V}_a $	5.26	$m/s$
$ \vec{V}_{c,h} $	2.25	$m/s$
$ \vec{V}_{c,t} $	1.35	$m/s$
$ \vec{V}_{t,h} $	8.52	$m/s$
$ \vec{V}_{t,t} $	14.19	$m/s$
$\beta_{1,h}$	40.01	°
$\beta_{1,t} = \psi$	22.28	°
$\beta_{2,h}$	31.72	°
$\beta_{2,t}$	20.34	°

Los ángulos del álabe  $\beta_{1,h}$ ,  $\beta_{1,t}$ ,  $\beta_{2,h}$ ,  $\beta_{2,t}$  fueron sustituidos en el término  $\beta$  de la Ec. (78) para obtener los valores numéricos del ángulo de envolvimiento  $\theta$ . Así, una de las consecuencias de

seleccionar el ángulo de montaje  $\psi = \beta_{1,t}$ , ver Ec. (77), es que sólo es posible obtener los ángulos de envolvimiento  $\theta$  en el radio exterior de la turbina  $r_t$ . De esta manera, se obtuvieron dos valores del ángulo de envolvimiento  $\theta$  en el radio exterior  $r_t$  en las esquinas del álabe. Lo anterior se puede visualizar en la Figura 3-3, donde se muestra una vista frontal de la carcasa de la turbina definida por el radio interno  $r_h$ , y el álabe. Los valores obtenidos para  $\theta$  están representados por puntos rojos ubicados sobre el radio exterior  $r_t$  en las esquinas del álabe en el borde de ataque y fuga. El ángulo de envolvimiento obtenido en el borde de ataque fue de  $\theta_{ba} = 0^\circ$ , y en el borde de fuga de  $\theta_{bf} = 25.17^\circ$ . Una vez ubicados los valores de  $\theta$ , se procedió con la creación de extensiones que unieron el álabe entre el radio interior y exterior. Estas extensiones están representadas por líneas rectas punteadas en la figura. La extensión realizada en el borde de ataque es perpendicular al punto de referencia "O", y la extensión en el borde de fuga es colineal a la separación angular  $\theta_{bf} = 25.17^\circ$ .

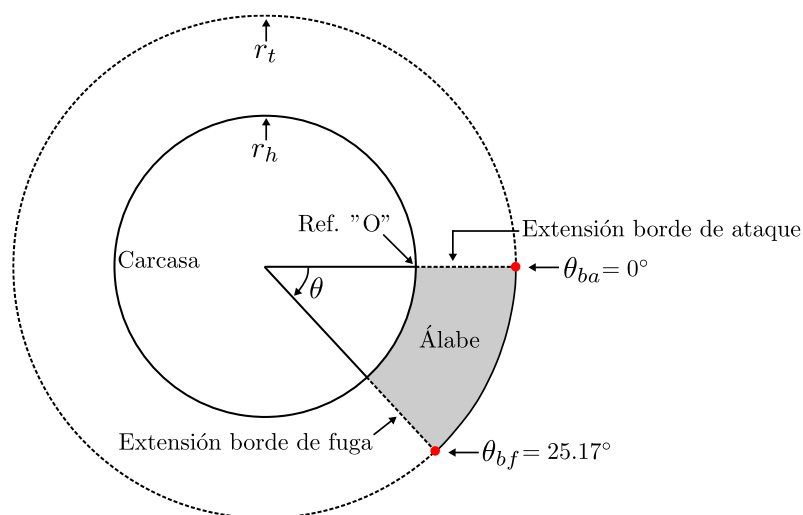


Figura 3-3. Valores obtenidos para el ángulo de envolvimiento  $\theta$  en el borde de ataque  $\theta_{ba}$  y fuga  $\theta_{bf}$ , y extensiones del álabe entre los radios interno  $r_h$  y externo  $r_t$ .

La geometría tridimensional de la turbina se obtuvo en el programa de modelado SpaceClaim® de ANSYS. En la Figura 3-4 se puede observar una vista tridimensional de la metodología usada para crear el álabe de la turbina. Allí se puede observar la carcasa de la turbina con radio  $r_h$  y un anillo exterior con radio  $r_t$ , entre los cuales se creó la superficie del álabe. También se puede observar el plano de montaje con una inclinación  $\psi$ , y la ubicación de las esquinas del álabe con ángulos  $\theta_{ba}$ ,  $\theta_{bf}$

en el radio exterior  $r_t$ . Usando el plano de montaje, se cortó la geometría de la carcasa y el anillo exterior para ubicar las esquinas de la superficie del álabe.

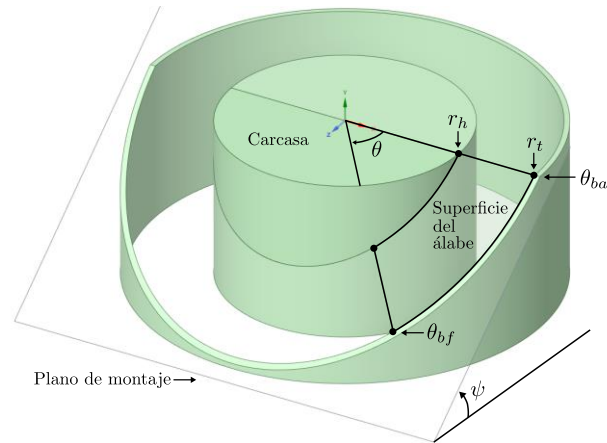


Figura 3-4. Modelado del álabe sin curvatura y espesor constante en SpaceClaim ®.

La Figura 3-5 (a) muestra una vista lateral del modelado completo de la turbina. Allí se puede visualizar las dimensionales generales de la carcasa de la turbina, las cuales están definidas por el radio de los bulbos de entrada y de salida de  $R22.59 \text{ mm}$ . La distancia entre el comienzo de ambos bulbos y el sólido donde se ubican los álabes es de  $21.4 \text{ mm}$ . También se visualiza el espesor de los álabes de  $t = 1.7 \text{ mm}$ . En la figura (b) se muestra una vista frontal de la turbina, en donde se visualiza el diámetro interior  $D_h = 45.18 \text{ mm}$ , y el diámetro exterior  $D_t = 75.3 \text{ mm}$ . La figura (c) muestra una vista tridimensional del modelado geométrico, donde se visualizan los 5 álabes sin curvatura y espesor constante.

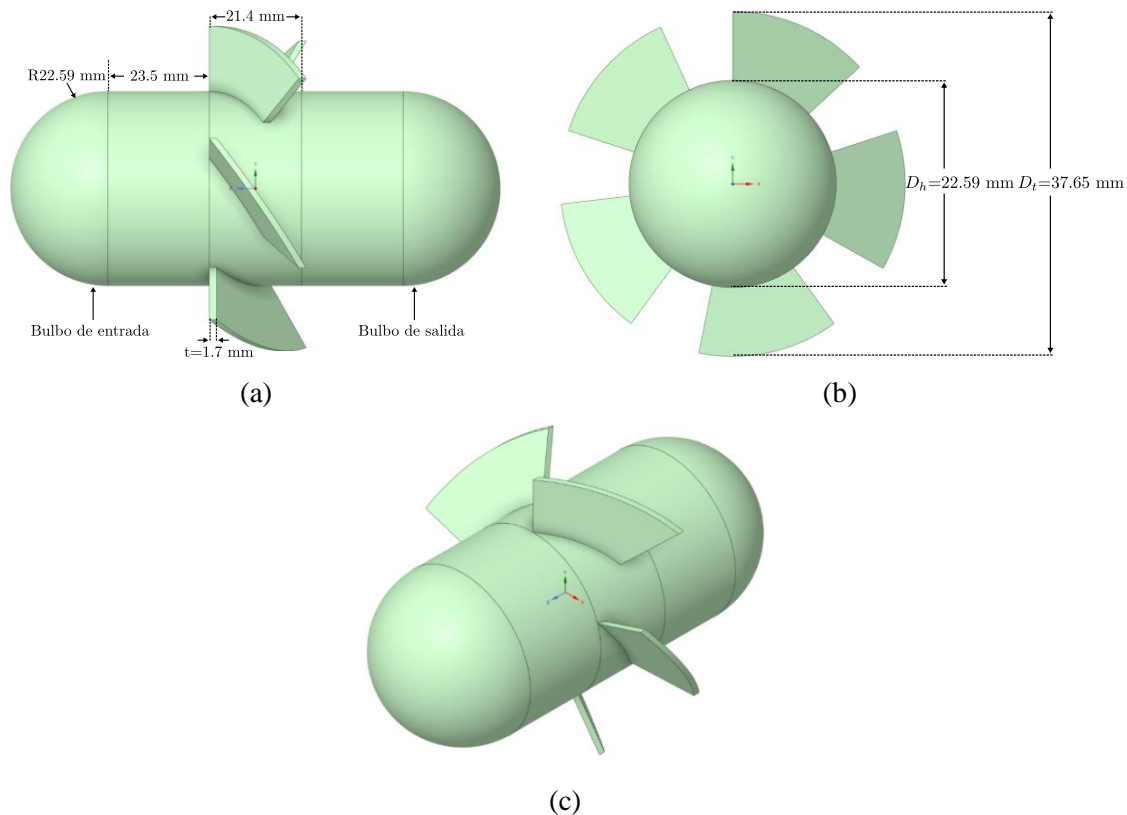


Figura 3-5. Modelo tridimensional de la turbina con álabes sin curvatura y espesor constante. (a) Vista lateral con las dimensiones generales. (b) Vista frontal con los diámetros interno y externo. (c) Vista tridimensional de la turbina.

### 3.1.3 Diseño del álabes con curvatura y espesor constante

- Triángulo de velocidades

A diferencia del triángulo de velocidades para el diseño del álabes sin curvatura (Sección 3.1.2), el estudio de Ramos *et al.*, [83] considerado en esta sección para el diseño del álabes con curvatura, asumió el flujo “libre de vórtice” en el borde de fuga del álabes. Esto implica que el producto entre la velocidad circunferencial y el radio de la turbina es constante en el borde de fuga, ver Ec. (68). De esta manera, la Figura 3-6 presenta el triángulo de velocidades para la turbina axial tipo propulsor con álabes curvos y espesor constante. En el diagrama se aprecia la dirección del fluido de arriba hacia abajo desde el borde de ataque en dirección al borde de fuga, y la rotación de derecha a izquierda del álabes. Tanto en el borde de ataque como en el de fuga, se presentan los vectores de velocidad axial  $\vec{V}_a$  definido en la Ec. (66), la velocidad tangencial  $\vec{V}_t$  definido en la Ec. (67). En el

borde de fuga está presente la velocidad circunferencial definido en la Ec. (73), y la velocidad absoluta  $\vec{V}_{2,abs}$ . Por último, se definen los ángulos del álabe  $\beta_1$  y  $\beta_2$  con respecto al vector de la velocidad tangencial  $\vec{V}_t$  y las velocidades relativas  $\vec{V}_{1,rel}$  y  $\vec{V}_{2,rel}$  para el borde de ataque y de fuga, respectivamente.

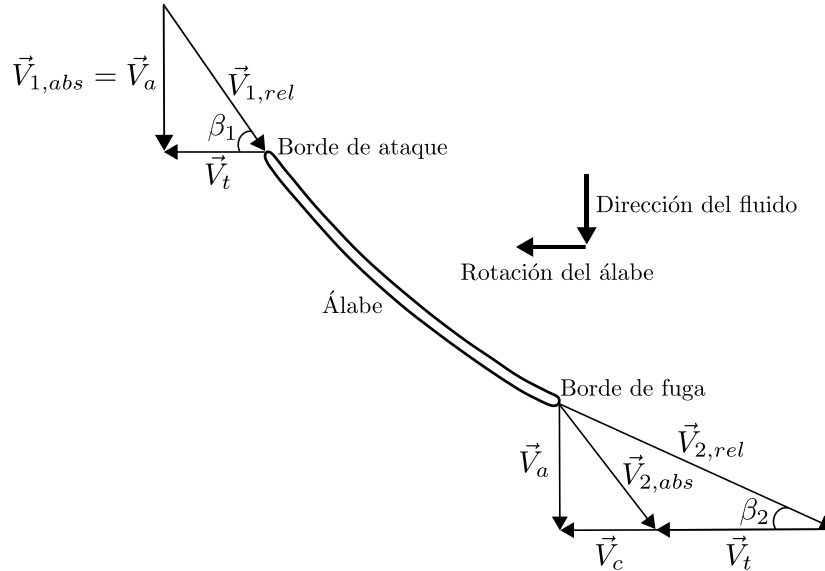


Figura 3-6. Triángulo de velocidades para el diseño del álabe con curvatura y espesor constante.

- Definición de los ángulos del álabe

El ángulo  $\beta_1$  para el álabe con curvatura y espesor constante está definido en la Ec. (79) por las magnitudes de los vectores de la velocidad axial  $|\vec{V}_a|$  y tangencial  $|\vec{V}_t|$ .

$$\beta_1 = \tan^{-1} \left( \frac{|\vec{V}_a|}{|\vec{V}_t|} \right) = \tan^{-1} \left( \frac{|\vec{V}_a|}{\omega r} \right) \quad (79)$$

El ángulo  $\beta_2$  se define en la Ec. (80) a partir de las magnitudes de los vectores de la velocidad axial  $|\vec{V}_a|$ , y la suma de la velocidad circunferencial  $|\vec{V}_c|$ , y tangencial  $|\vec{V}_t|$ .

$$\beta_2 = \tan^{-1} \left( \frac{|\vec{V}_a|}{|\vec{V}_c| + |\vec{V}_t|} \right) = \tan^{-1} \left( \frac{|\vec{V}_a|}{|\vec{V}_c| + \omega r} \right) \quad (80)$$

- Metodología de diseño

La metodología mostrada en la presente sección fue implementada por [83]. Esta metodología utiliza puntos coordenados en un plano bidimensional para la construcción geométrica del álabe. La Figura 3-7 (a) muestra una vista frontal en el plano  $xz$  de un esquemático de la turbina. La circunferencia interior con radio  $r_h$  llamada “carcasa” representa la ubicación física donde se unen los álaves con el cuerpo de la turbina. La circunferencia exterior con radio  $r_t$  llamada “punta de álabe” representa la extensión final física del álabe. El área anular  $A$  ubicada entre la carcasa y la punta del álabe, también llamada como el área barrida por la turbina, es el área por la cual circula el fluido a través de la turbina. Adicionalmente, también se puede observar la ubicación de los puntos de diseño ( $P_1, P_2, P_3, P_4$  y  $P_5$ ) a lo largo de la coordenada radial  $r$  de uno de los álaves. En ángulo de envolvimiento  $\theta$  define la amplitud del álabe junto con la longitud horizontal  $L$ . Adicionalmente, los puntos de diseño están definidos con base en los parámetros geométricos del álabe mostrados en la Figura 3-7 (b) a través de un marco de referencia bidimensional en el plano  $xy$ . Se puede observar el álabe en color rojo, el cual posee una geometría basada en los arcos definidos por los puntos de diseño mostrados en la figura (a). Los parámetros geométricos del arco son los siguientes:  $x_1$  representa el borde de ataque del álabe (entrada del fluido),  $x_2$  representa el borde de fuga del álabe (salida del fluido), y  $L$  la distancia horizontal entre  $x_1$  y  $x_2$ . Los ángulos  $\beta_1, \beta_2$  son los ángulos de ataque y fuga del álabe. Las coordenadas  $x_c, y_c$  son el centro del arco. La longitud  $r_c$  es el radio del arco que representa la distancia desde el centro del arco ubicado en  $(x_c, y_c)$  hasta el álabe. Por último,  $C_a$  es la cuerda axial del álabe medida desde el eje  $x$  hasta el borde de fuga. Esta longitud es importante para el diseño de la turbina debido a que define la inclinación del álabe cuando se une con la carcasa de la turbina en el radio  $r_h$ .

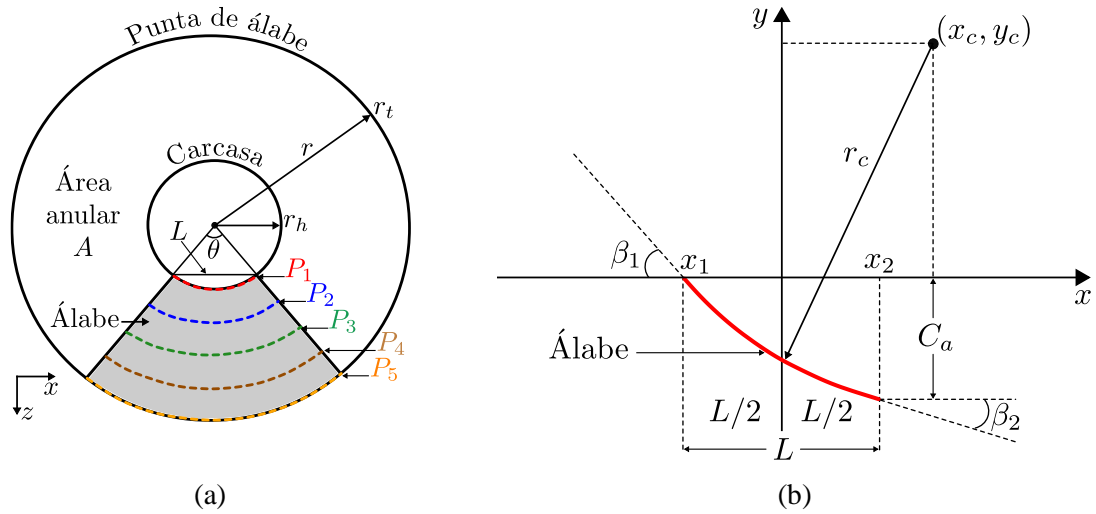


Figura 3-7. Visualización esquemática del diseño del álabe curvo con espesor constante. (a) Vista frontal de los puntos de diseño ubicados a lo largo de la coordenada  $r$  del álabe. (b) Parámetros geométricos que definen la geometría del álabe. Modificado de [83].

A continuación, se presentan las ecuaciones que definen los parámetros geométricos descritos en la Figura 3-7. Estas ecuaciones fueron derivadas en este trabajo, debido a que en la metodología presentada por Ramos *et al.*, [83] no fueron reportadas. En primer lugar, el diseño del álabe se realiza en los puntos de diseño  $P_1, P_2, P_3, P_4$  y  $P_5$ , desde el radio interior  $r_h$  hasta el externo  $r_t$ . El paso de incremento  $r_{paso}$  y la coordenada en  $r$  de cada punto de diseño  $P$  está dado por la Ec.(81).

$$\begin{aligned}
 r_{paso} &= \frac{r_t - r_h}{4} \\
 P_1 &= r_h \\
 P_2 &= r_h + r_{paso} \\
 P_n &= P_{n-1} + r_{paso} \\
 &\vdots \\
 P_5 &= r_t
 \end{aligned} \tag{81}$$

La longitud  $L$  es definida por la Ec. (82). Allí se relaciona el radio interior  $r_h$ , y el ángulo de envolvimiento  $\theta$ . De esta manera, las coordenadas  $x_1$  y  $x_2$  están definidas en la Ec. (83).

$$L = 2P_n \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \quad (82)$$

$$\begin{aligned} x_1 &= -L/2 \\ x_2 &= L/2 \end{aligned} \quad (83)$$

El radio  $r_c$  que define la distancia del centro del arco hasta el álabe es función de la longitud  $L$  y los ángulos del álabe  $\beta_1, \beta_2$ , ver Ec.(84).

$$r_c = \frac{L}{\frac{\sin(90 - \beta_1)}{\tan(90 - \beta_1)} - \sin(\beta_2)} \quad (84)$$

El centro del arco descrito por las coordenadas  $x_c$  y  $y_c$  se definen en la Ec. (85). Allí se relacionan el radio del arco  $r_c$ , la longitud  $L$  y los ángulos del álabe  $\beta_1$  y  $\beta_2$ .

$$\begin{aligned} x_c &= \frac{L}{2} + r_c \sin(\beta_2) \\ y_c &= r_c \sin(90 - \beta_1) \end{aligned} \quad (85)$$

La cuerda o longitud axial del álabe  $C_a$  se define en la Ec. (86). En la Figura 3-7 (b) se puede visualizar geoméricamente a  $C_a$ .

$$C_a = r_c \cos(\beta_2) - y_c \quad (86)$$

Para obtener la geometría del álabe con curvatura y espesor constante, se utilizaron los parámetros de diseño reportados en la Tabla 3-2. En primero lugar, se utilizó la constante de vorticidad libre  $k = 3.35 \times 10^{-2} m^2/s$ , ver Ec. (72), y se utilizó un ángulo de envolvimiento  $\theta = 72^\circ$ . Luego, se

utilizaron las ecuaciones (79) hasta (85) para obtener los parámetros geométricos del álabe, los cuales son resumidos en la Tabla 3-4. En la tabla se puede observar los puntos de diseño  $P_1$  hasta  $P_5$ , la coordenada radial  $r$  correspondiente a cada punto  $P$ , los ángulos del álabe  $\beta_1$  y  $\beta_2$ , la longitud  $L$  del álabe que define la distancia horizontal entre las coordenadas  $x_1$  y  $x_2$  que representan la ubicación del borde de ataque y fuga del álabe, respectivamente; el radio del arco  $r_c$  que define la geometría curva del álabe, y las coordenadas del centro del arco  $x_c$  y  $y_c$ .

Tabla 3-4. Parámetros geométricos del álabe con curvatura y espesor constante para una constante de vorticidad libre  $k = 0.0507 \text{ m}^2/\text{s}$ , y un ángulo de envolvimiento de  $\theta = 72^\circ$ .

Punto de diseño $P_i$	Parámetros geométricos del álabe con curvatura y espesor constante								
	$r$ (mm)	$\beta_1$ ( $^\circ$ )	$\beta_2$ ( $^\circ$ )	$L$ (mm)	$x_1$ (mm)	$x_2$ (mm)	$r_c$ (mm)	$x_c$ (mm)	$y_c$ (mm)
$P_1$	22.59	31.72	26.06	26.56	-13.28	13.28	307.34	148.29	261.44
$P_2$	26.36	27.91	23.93	30.98	-15.49	15.49	495.67	216.53	438.02
$P_3$	30.12	24.87	21.98	35.41	-17.70	17.70	765.68	304.28	694.69
$P_4$	33.89	22.39	20.24	39.83	-19.92	19.92	1140.02	414.35	1054.06
$P_5$	37.65	20.34	18.71	44.26	-22.13	22.13	1644.34	549.55	1541.76

Las curvas que describen la geometría del álabe fueron generadas a partir de la Ec. (87) y Ec. (88), las cuales describen la ecuación de la circunferencia no centrada. Con la Ec. (87) se obtuvo la coordenada  $y_i$  de la circunferencia, y allí se relacionan los parámetros geométricos que describen el centro y el radio del arco ( $x_c, y_c, r_c$ ). Con la Ec. (88) se obtuvo la coordenada  $x_i$  de la circunferencia, y se relacionan las coordenadas de entrada y salida del fluido al álabe ( $x_1, x_2$ ). El subíndice "i" representa un punto enésimo de parametrización de las coordenadas  $x, y$ . Adicionalmente, se utilizan los parámetros  $n_p$  y  $n_q$  que cumplen la función de parametrizar las curvas en puntos enésimos.

$$y_i = y_c - \sqrt{r_c^2 - (x_i - x_c)^2} \quad (87)$$

$$x_i = x_2 + \frac{n_p}{n_q}(x_1 - x_2), \quad (40 \leq n_p \leq 0) \wedge n_q = 40 \quad (88)$$

La Figura 3-8 muestra las curvas generadas con las ecuaciones (87) y (88) que caracterizan la geometría con curvatura del álabe. Las curvas están nombradas con los puntos de diseño  $P_1, P_2, P_3, P_4$ , y  $P_5$ , y pueden ser relacionadas con las curvas presentadas en la Figura 3-7 (a).

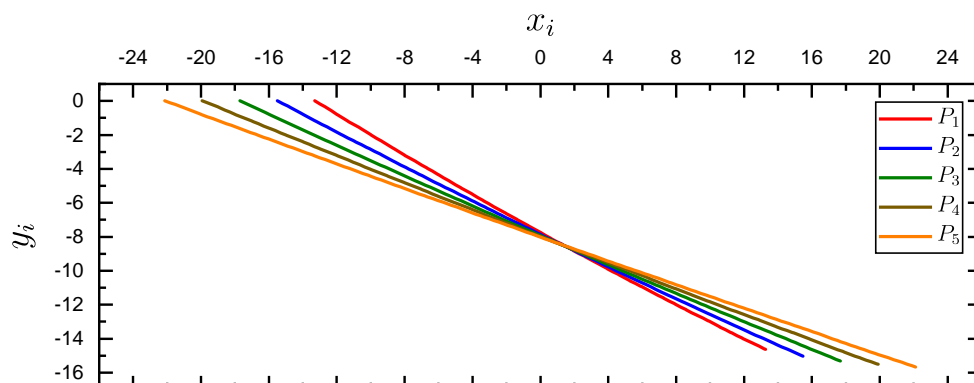


Figura 3-8. Proyección bidimensional cartesiana de las curvas que definen la geometría del álabe con curvatura y espesor constante desde el radio interior ( $P_1$ ) hasta el radio exterior ( $P_5$ ) de la turbina.

La Figura 3-9 muestra el proceso del modelado con vistas isométricas del álabe con curvatura y espesor constante en SpaceClaim® de ANSYS. En primer lugar, se importaron las curvas generadas por las ecuaciones (87) y (88) a SpaceClaim®, ver figura (a). Estas curvas son las mostradas desde una vista lateral por la Figura 3-8. Luego, las curvas fueron proyectadas en las superficies circulares, las cuales representaban los puntos de diseño  $P_1$  a  $P_5$ , ver figura (b). Allí se puede visualizar sólo la proyección de las curvas para los puntos de diseño  $P_1$  y  $P_5$ . La proyección de las curvas en las superficies circulares fue necesaria para cumplir el perfil circular de las curvas mostrado en la Figura 3-7 (a). Seguidamente, se creó la superficie que define el álabe a partir de las curvas usando la herramienta “Blend” en SpaceClaim®, ver figura (c). Por último, se extruyó la superficie del álabe con un espesor de  $t = 1.7 \text{ mm}$  para obtener el sólido del álabe, con el cual se realizó un patrón circular para generar los cuatro álabes restantes, ver figura (d).

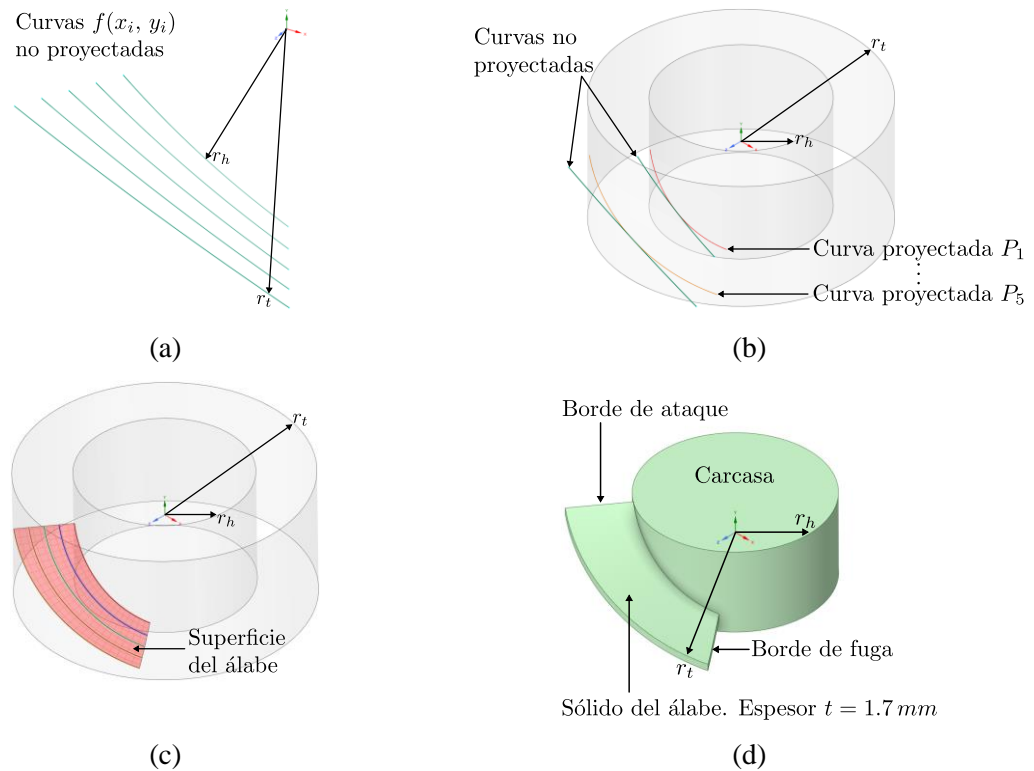


Figura 3-9. Proceso de modelado tridimensional con vistas isométricas para el álabe con curvatura y espesor constante. (a) Importación de curvas como función de  $f(x_i, y_i)$  al programa de modelado SpaceClaim® de ANSYS. (b) Proyección de las curvas importadas a las superficies circulares para formar las curvas correspondientes a los puntos de diseño. Se muestra sólo para los casos de  $P_1$  y  $P_5$ . (c) Generación de la superficie que define el álabe a partir de las curvas proyectadas. (d) Extrusión de la superficie del álabe para obtener el sólido tridimensional con espesor  $t = 1.7\text{ mm}$ .

La Figura 3-10 muestra el modelo tridimensional de la turbina axial obtenido en el módulo de diseño digital SpaceClaim® de ANSYS. La figura (a) muestra una vista lateral de la turbina, donde se observa la velocidad del fluido  $U$  de izquierda a derecha. También se definen las dimensiones generales de la turbina, como el espesor  $t$  del álabe. La figura (b) presenta una vista frontal, donde se aprecia la dirección de rotación horaria de la turbina, y los diámetros interno y externo  $D_h, D_t$ , respectivamente. La figura (c) muestra una vista tridimensional de la turbina.

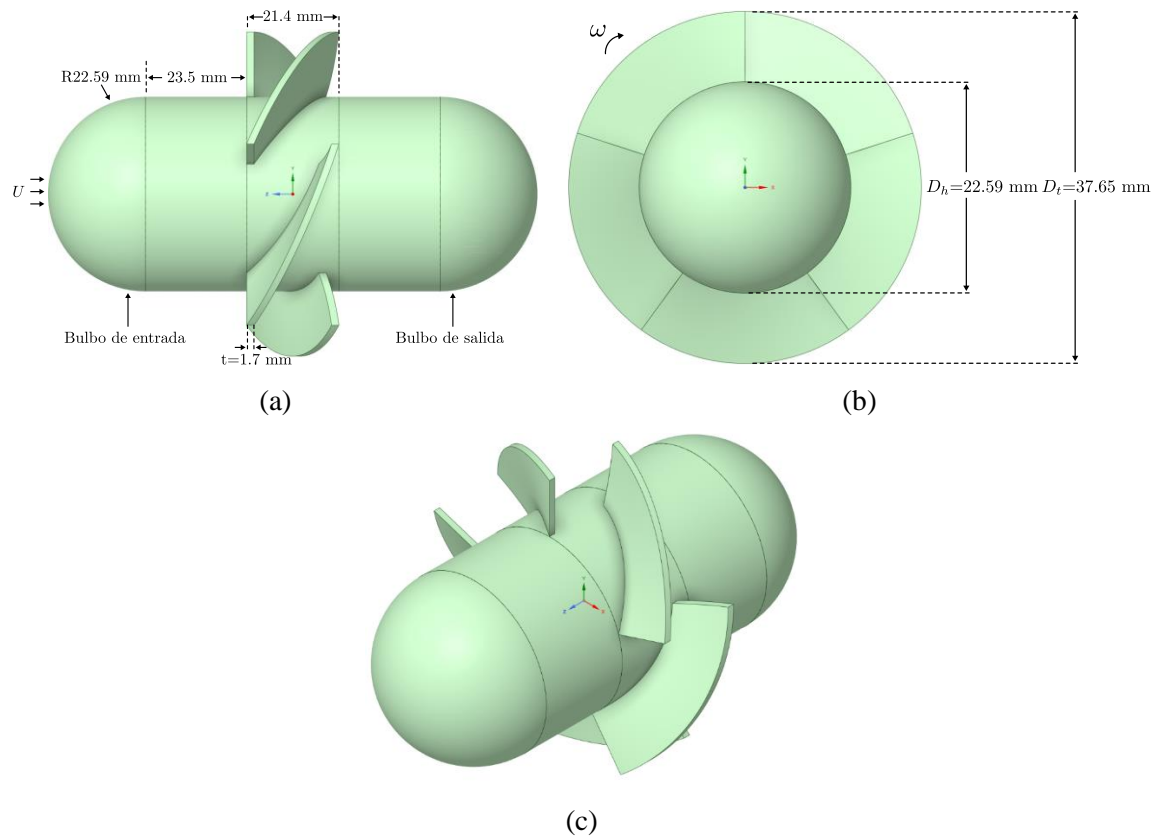


Figura 3-10. Modelo tridimensional de la turbina axial tipo propulsor de cinco álabes, donde  $D_h$ : diámetro de la carcasa.  $D_t$ : diámetro de la turbina. (a) Vista frontal. (b) Vista lateral. (c) Vista isométrica.

### 3.1.4 Diseño del álabe con curvatura y espesor variable

- Triángulo de velocidades

La metodología de diseño usada para el diseño de este tipo de álabe la propuso Nishi *et al.*, [80]. Asociada a esta metodología, la Figura 3-11 presenta el triángulo de velocidades correspondiente al álabe con curvatura y espesor variable. Allí se presentan los vectores de velocidad absolutos ( $\vec{V}_{abs}$ ) y relativos ( $\vec{V}_{rel}$ ) para los bordes de ataque y fuga, los cuales se representaron con los subíndices 1 y 2, respectivamente. Es decir, el triángulo en color azul corresponde al borde de ataque y en rojo al borde de fuga. Al igual que en la metodología del álabe sin curvatura y espesor constante (sección 3.1.2), se asumió que la condición del flujo “libre de vórtice” se ubica en el borde de fuga del álabe. Esto implica que la velocidad circunferencial en el borde de fuga es cero ( $\vec{V}_c = 0$ ). Sin embargo, la

componente circunferencial de la velocidad está presente en el borde de ataque ( $\vec{V}_{1,c}$ ). La componente tangencial ( $\vec{V}_t$ ) y axial ( $\vec{V}_a$ ) de la velocidad poseen la misma magnitud para el borde de ataque y de fuga. Del triángulo de velocidades es posible determinar los ángulos del álabe en los bordes de ataque y fuga,  $\beta_1$  y  $\beta_2$ , respectivamente. Estos ángulos son medidos con respecto a la horizontal. Una vez son determinados las magnitudes de las componentes de la velocidad, y los ángulos del álabe, es posible definir las magnitudes medias correspondientes a estas cantidades. Ellas son las velocidades medias absoluta ( $\vec{V}_{\infty,abs}$ ) y relativa ( $\vec{V}_{\infty,rel}$ ), y el ángulo medio del álabe ( $\beta_{\infty}$ ). Como se puede observar, el triángulo de velocidades medio del álabe (color negro) se construye a partir de la ubicación de la velocidad relativa media ( $\vec{V}_{\infty,rel}$ ) a un ángulo de ataque  $\delta$  medido desde la línea de la cuerda del álabe. Para este estudio, y de acuerdo con la metodología de Nishi *et al.*, [141][80], se asumió un ángulo de ataque de  $\delta = 2^\circ$ . Por último, el ángulo de posicionamiento  $\theta$  define la posición del álabe entre la línea de la cuerda y la horizontal. Por lo tanto, el ángulo de posicionamiento depende del ángulo medio y el ángulo de ataque, es decir,  $\theta = \beta_{\infty} - \delta$ . La longitud en línea recta desde punta a punta del álabe se denomina la cuerda "C", cuya definición se proporciona más adelante en el texto.

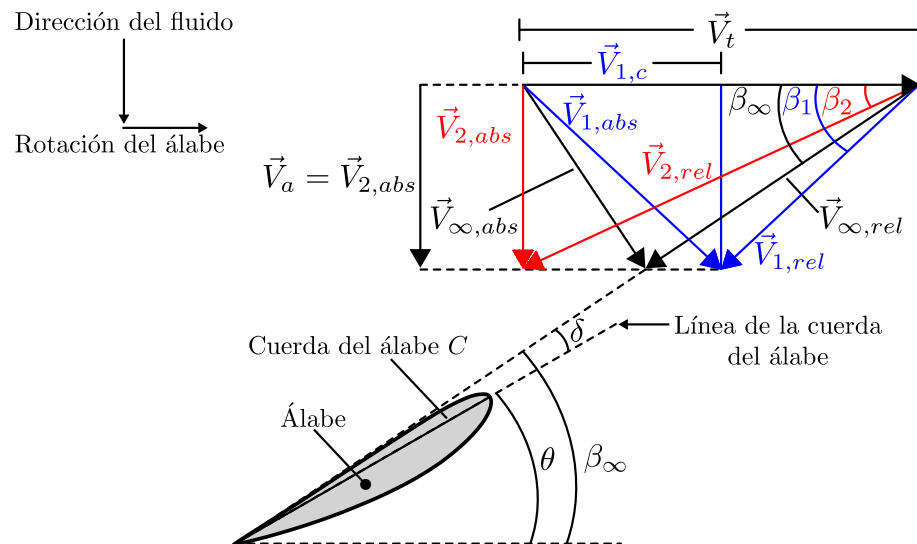


Figura 3-11. Triángulos de velocidad para el diseño del álabe curvo con espesor variable. Modificado de [80].

- Definición de magnitudes de los vectores de velocidad y ángulos del álabe

En un principio, se definió la magnitud de la velocidad axial  $\vec{V}_a$  en la Ec. (89). Esta magnitud depende del caudal de diseño  $Q$ , del diámetro exterior  $D_t$  y de los radios interior y exterior de la turbina  $r_h, r_t$ , respectivamente. Como aclaración, la Ec. (89) es equivalente a las reportadas para calcular la velocidad axial en las anteriores metodologías de diseño (secciones 3.1.2 y 3.1.3).

$$|\vec{V}_a| = \frac{4Q}{\pi D_t^2 \left[ 1 - (r_h/r_t)^2 \right]} \quad (89)$$

De acuerdo con la Figura 3-11, la definición del ángulo  $\beta_1$  y  $\beta_2$  relaciona las siguientes velocidades: axial (ya definida en la Ec. (89)), tangencial y circunferencial, las cuales están definidas en las ecuaciones (67) y (73), respectivamente. De esta manera, los ángulos del álabe son:

$$\tan(\beta_1) = \frac{|\vec{V}_a|}{|\vec{V}_t| - |V_{1,c}|} \quad (90)$$

$$\tan(\beta_2) = \frac{|\vec{V}_a|}{|\vec{V}_t|} \quad (91)$$

- Metodología de diseño

El diseño comienza con la determinación de los puntos de diseño del álabe. La definición de estos puntos de diseño  $P_i$  se encuentra en la Ec. (81). Para cada punto de diseño se determinan los ángulos del álabe  $\beta_1$  y  $\beta_2$ . Luego, se calcula el ángulo medio del álabe  $\beta_\infty$  [142] definido por la Ec. (92). También, para cada punto de diseño  $P_i$  se determina el ángulo de posicionamiento del álabe  $\theta$  de acuerdo con la Ec. (93), donde el ángulo de ataque asumido es  $\delta = 2^\circ$ .

$$\beta_\infty = \tan^{-1} \left\{ \frac{1}{2} \left[ \tan(\beta_1) + \tan(\beta_2) \right] \right\} \quad (92)$$

$$\theta = \beta_\infty - \delta \quad (93)$$

La cuerda del álabe  $C$ , la cual se puede observar geoméricamente en la Figura 3-11, debe ser determinada para cada punto de diseño  $P_i$ .  $C$  está definida por la Ec. (94):

$$C = \frac{2gt\eta_t H}{C_L |\vec{V}_t| |\vec{V}_{\infty,rel}| [1 - \varepsilon \cot(\beta_\infty)]} \quad (94)$$

Donde  $g$  es la aceleración gravitacional,  $\eta_t$  y  $H$  son los parámetros de diseño iniciales de la eficiencia hidráulica de la turbina y la cabeza de presión, respectivamente. La magnitud del vector de velocidad tangencial  $|\vec{V}_t|$  es utilizada, la cual está definida por la Ec. (67).  $|\vec{V}_{\infty,rel}|$  es la magnitud del vector de velocidad relativa media.  $t$  es el “pitch” y  $C_L$  el coeficiente de sustentación del álabe. Por último,  $\varepsilon$  es la razón entre el coeficiente de arrastre y sustentación, es decir,  $C_D/C_L$ . A continuación, se definen los parámetros desconocidos hasta el momento utilizados para determinar  $C$ .

En primer lugar, y de acuerdo con el triángulo de velocidad para el borde de ataque presentado en la Figura 3-11, la velocidad relativa media se define como:

$$|\vec{V}_{\infty,rel}| = \frac{|\vec{V}_a|}{\sin(\beta_\infty)} \quad (95)$$

Donde  $|\vec{V}_a|$  es la magnitud de la velocidad axial, y  $\beta_\infty$  el ángulo de la velocidad relativa media. Adicionalmente, la ecuación de la cuerda del álabe  $C$  utiliza el espaciado entre álabes o “pitch”  $t$ , el cual relaciona el radio de diseño del álabe  $r_i$  y el número de álabes “ $z$ ” de la turbina, dado por la Ec. (96).

$$t = \frac{2\pi r_i}{z} \quad (96)$$

El coeficiente de sustentación  $C_L$  también es requerido para determinar la cuerda del álabe  $C$ . El coeficiente de sustentación está asociado al perfil aerodinámico seleccionado para diseñar el álabe. Para este estudio, se seleccionó el perfil aerodinámico denominado “MEL031”, utilizado por Nishi *et al.* [80] como el perfil aerodinámico para la turbina axial tipo propulsor. El perfil MEL031 es similar al NACA4415, sin embargo, algunos investigadores japoneses han realizado modificaciones

para mejorar su rendimiento [143]. La Tabla 3-5 muestra los parámetros de los perfiles MEL031 y NACA4415. Allí se puede apreciar que las diferencias son sutiles en cuanto a sus parámetros, pero las curvas finales que definen las superficies inferior y superior son suficientemente diferentes para generar diferencias en su rendimiento aerodinámico.

Tabla 3-5. Comparación de parámetros geométricos de los perfiles aerodinámicos MEL031 [144] y NACA4415 (XFOIL).

<b>Perfil</b>	<b>Curvatura máxima</b> <b><math>M</math></b>	<b>Ubicación de la máxima curvatura</b> <b><math>P</math></b>	<b>Espesor máximo</b> <b><math>t_{max}</math></b>	<b>Ubicación del espesor máximo</b>	<b>Curvatura del borde de ataque</b>
MEL031	0.04	0.42	0.15	0.3	0.024
NACA4415	0.04	0.402	0.150043	0.3	0.02475

El coeficiente de sustentación  $C_L$  se seleccionó a partir de datos experimentales del perfil aerodinámico MEL031, los cuales se presentan en la Figura 3-12. La gráfica de la figura (a) fue digitalizada para obtener el valor numérico del coeficiente de sustentación  $C_L$ . Las líneas rojas representan la ubicación aproximada para la obtención de este dato. El valor del coeficiente de sustentación  $C_L$  se seleccionó para un número de Reynolds de  $Re = 1 \times 10^5$  debido a que en el estudio de Nishi *et al.*, [80] se determinó que número de Reynold bajo es común para este tipo de perfiles aerodinámicos. Así, el valor determinado para el coeficiente de sustentación del perfil MEL031 fue de  $C_L \cong 0.57692$ . Por otra parte, debido a que los valores numéricos del coeficiente de arrastre  $C_D$  presentados en la figura (a) son pequeños, puede existir un error significativo en el proceso de digitalización para obtener su valor numérico. Por lo cual, para determinar el coeficiente de arrastre, se usó los datos experimentales de la razón de la sustentación-arrastre del perfil ( $C_L/C_D$ ) reportados en la Figura 3-12 (b). Allí se tomó de referencia el número de Reynolds  $Re = 1 \times 10^5$ , dando como resultado una relación  $C_L/C_D \cong 59$ . Por lo tanto, el coeficiente de arrastre se calculó como  $C_D = C_L/59$ , arrojando un resultado de  $C_D \cong 0.00977831$ . Por último, el parámetro  $\varepsilon$  que está presente en la definición de la cuerda del álabe dada por la Ec. (94) corresponde a la relación entre el coeficiente de arrastre y sustentación. De esta manera,  $\varepsilon$  está definido por la Ec. (97) y su valor numérico para el presente trabajo es:

$$\varepsilon = \frac{C_D}{C_L} = 0.0169492 \quad (97)$$

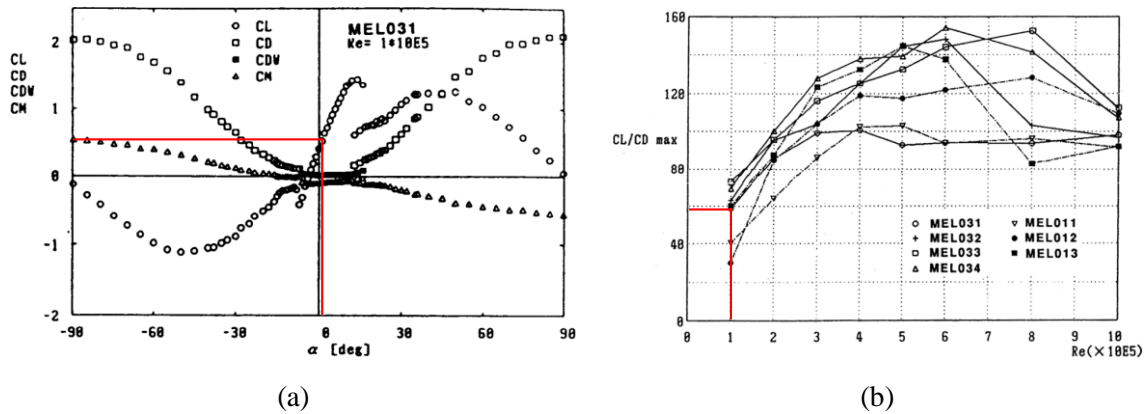


Figura 3-12. Selección de los coeficientes de sustentación y arrastre del perfil MEL031 según su caracterización experimental [144]. (a) Obtención del coeficiente de sustentación  $C_L$ . (b) Obtención de la razón entre la sustentación y arrastre del perfil.

La visualización de un perfil aerodinámico por medio de la cascada de álabes es útil para visualizar algunos parámetros geométricos de importancia. Como referencia, en la Figura 3-13 se pueden observar el ángulo de posicionamiento del álabes  $\theta$ , el ángulo de ataque  $\delta$  y el ángulo medio de la velocidad relativa  $\beta_\infty$ . La cuerda del álabes  $C$  se puede visualizar, sin embargo, también es importante conocer la cuerda axial  $C_a$ , la cual corresponde a la longitud en la dirección axial del álabes. La cuerda axial será necesitada para la obtención de la geometría del perfil MEL031 dentro del programa BladeGen de ANSYS. De la Figura 3-13, la distancia axial está definida como:

$$C_a = C \sin(90 - \theta) \quad (98)$$

Con respecto a las características que definen un perfil aerodinámico, se muestra la ubicación del *camber* máximo  $P$  medido desde el borde de ataque del perfil, y el espesor máximo  $t_{max}$ . Adicionalmente, se puede observar geoméricamente el espaciado o *pitch*  $t$ , y el ancho de la garganta entre los álabes  $O$ . La diferencia entre estas dos distancias es que el espaciado  $t$  se mide en la dirección tangencial (izquierda a derecha), mientras que la distancia de la garganta  $O$  se mide en una dirección normal a las superficies de los álabes contiguos en la configuración de cascada. Adicionalmente, un parámetro geométrico de importancia es la solidez  $\sigma$  del álabes, el cual corresponde a la relación entre la cuerda del álabes y el espaciado. La solidez es importante para propósitos de comparación entre distintas geometrías de álabes, y es definido por la Ec. (99). La solidez incrementa con la reducción del espaciado  $t$ , de manera que los álabes llenan más el fluido

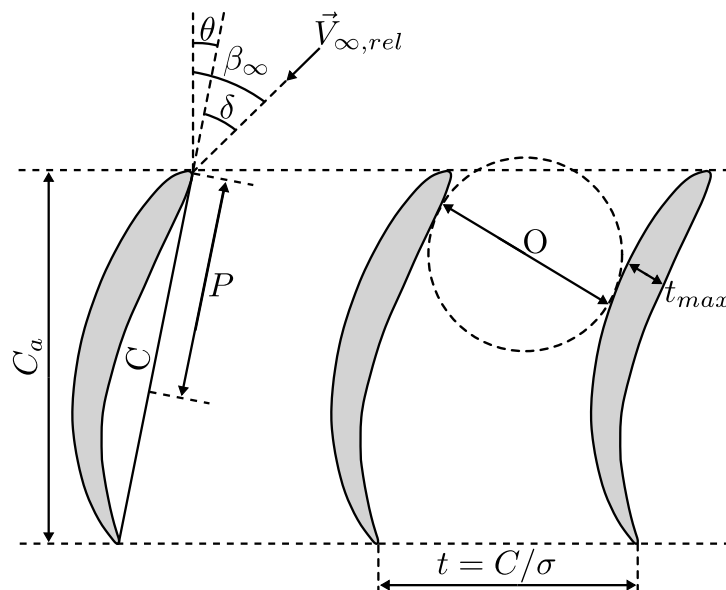


Figura 3-13. Parámetros de la configuración de cascada de álaves. Modificado de [145].

anular que pasa a través de la turbina, generando más bloqueo percibido por el fluido. En general, a medida que la solidez incrementa, el flujo tiende a ser direccionado de mejor manera por los álaves.

$$\sigma = \frac{C}{t} \quad (99)$$

La Tabla 3-6 muestra los parámetros geométricos del álabe con curvatura y espesor variable para un perfil aerodinámico MEL031. Estos parámetros geométricos fueron obtenidos para las condiciones de diseño iniciales presentadas en la Tabla 3-2. Para cada punto de diseño  $P_i$ , los parámetros geométricos obtenidos, en su respectivo orden, fueron la velocidad tangencial  $|\vec{v}_t|$  y circunferencial en el borde de ataque  $|\vec{v}_{1,c}|$ , los ángulos del álabe en el borde de ataque  $\beta_1$  y fuga  $\beta_2$ , el ángulo de la velocidad relativa media  $\beta_\infty$ , el ángulo de posicionamiento  $\theta$ , la velocidad relativa media  $|\vec{v}_{\infty,rel}|$ , la cuerda del álabe  $C$ , la solidez  $\sigma$ , y la cuerda axial  $C_a$ . En comparación con la metodología aplicada por Nishi *et al.*, [80], se obtuvo un mismo comportamiento creciente para la cuerda del álabe  $C$  y decreciente para la solidez  $\sigma$  desde el radio interior hasta el radio exterior de la turbina. Esta coincidencia indica una aplicación consistente de la metodología de diseño.

Tabla 3-6. Parámetros geométricos del álabe con curvatura y espesor variable para un perfil aerodinámico MEL031.

$P_i$	$r_i$ (mm)	$ \vec{V}_t $ (m/s)	$ \vec{V}_{1,c} $ (m/s)	$\beta_1$ (°)	$\beta_2$ (°)	$\beta_\infty$ (°)	$\theta$ (°)	$ \vec{V}_{\infty,rel} $ (m/s)	$C$ (mm)	$\sigma$ (-)	$C_a$ (mm)
$P_1$	22.59	8.52	2.25	40.01	31.72	36.08	34.08	6.51	34.75	1.22	28.78
$P_2$	26.36	9.94	1.93	33.31	27.91	30.68	28.68	6.12	37.18	1.12	32.62
$P_3$	30.12	11.35	1.68	28.56	24.87	26.74	24.74	5.89	38.81	1.03	35.25
$P_4$	33.89	12.77	1.50	25.02	22.39	23.72	21.72	5.75	40.00	0.94	37.16
$P_5$	37.65	14.19	1.35	22.28	20.34	21.32	19.32	5.65	40.90	0.86	38.60

### 3.1.5 Generación de geometrías de álabes en BladeGen de ANSYS

En esta sección se presenta la metodología usada para crear las geometrías de los tres tipos de álabes propuestos en el presente trabajo usando el programa BladeGen de ANSYS. Este último es un programa especializado para generar geometrías de álabes para diferentes tipos de turbomáquinas como compresores, ventiladores, bombas y turbinas. La razón para usar BladeGen en lugar de generar las geometrías de los álabes usando un programa CAD convencional es debido a la capacidad y control avanzado de BladeGen para generar dichas geometrías. Entre estas capacidades existe la posibilidad de manipular paramétricamente la vista meridional de la turbomáquina, los ángulos que definen las superficies de los álabes y su espesor. Además, los modelos tridimensionales creados en BladeGen permiten ser discretizados o mallados en la herramienta TurboGrid de ANSYS. TurboGrid es un módulo de mallado automatizado que genera mallas hexaédricas de alta calidad que permite un control avanzado en la refinación de áreas específicas de una turbomáquina. Estas áreas específicas pueden ser por ejemplo el espaciado del álabe en los diámetros interno y externo de la turbina, direccionadores de flujo, entre otros. Por estas razones, las geometrías de los tres diferentes tipos de álabes propuestos en este trabajo fueron generadas en BladeGen. A continuación, se muestra la metodología usada para lograr lo anterior.

- Metodología para la transformación de coordenadas de álabes con curvatura

El potencial de BladeGen yace en su capacidad de generar modelos tridimensionales de álabes a partir de coordenadas bidimensionales. Sin embargo, el trabajo del diseñador es generar aquellas coordenadas bidimensionales de acuerdo con la geometría de álabe deseado. Lo anterior implica un proceso de transformación de coordenadas. Como aclaración, esta metodología no se aplicó para el

---

álabe más sencillo que corresponde al álabe sin curvatura y espesor constante. Lo anterior se debe a que este álabe es recto, es decir, carece de curvatura. Por lo tanto, la obtención de este álabe en BladeGen no requiere de una transformación de coordenadas para crear el modelo tridimensional. De manera que la metodología que se describe a continuación sólo se aplicará a los álabes que poseen curvatura. Más adelante se muestra la obtención directa en BladeGen del álabe recto (sin curvatura y espesor constante) sin necesidad de realizar transformaciones de coordenadas.

La Figura 3-14 muestra un diagrama de flujo del proceso de transformación de coordenadas para generar la geometría tridimensional de los álabes con curvatura y espesor constante, y con curvatura y espesor variable en BladeGen. Esta metodología fue utilizada previamente por Yanza [146] para modelar perfiles circulares y NACA para una turbina axial tipo propulsor. La metodología comienza con la proyección del perfil del álabe en un plano bidimensional en coordenadas cartesianas  $(x, y)$ . Para ello, se debe poseer previamente las magnitudes de las velocidades de los triángulos de velocidades, y las ecuaciones características del álabe que generan su geometría. Adicionalmente, se definen previamente los parámetros de diseño de la turbina que son la cabeza de presión  $H$ , el caudal  $Q$ , la velocidad angular  $N$ , la eficiencia hidráulica  $\eta_t$ , el radio interno y externo de la turbina  $r_h, r_t$ , respectivamente, y el número de álabes  $z$ . En la segunda etapa, se transforman las coordenadas bidimensionales de los álabes a coordenadas tridimensionales cilíndricas  $(r, \theta_c, z)$ . Este proceso es necesario debido a que los álabes deben estar proyectados en una superficie cilíndrica para cada radio de diseño  $r_i$ . De esta manera, el álabe en el radio exterior  $r_t$  describe una trayectoria circular que es necesaria para que la turbina pueda ser instalada al interior de una tubería. En la tercera etapa, se realiza una segunda transformación a coordenadas tridimensionales en el espacio cartesiano  $(x, y, z)$ . En la cuarta etapa, se hace uso de las coordenadas tridimensionales cartesianas para ser transformadas por tercera vez a las coordenadas bidimensionales meridionales que utiliza BladeGen. Estas coordenadas son la componente meridional  $m'$  y el ángulo de envolvimiento  $\theta_m$ . En la quinta etapa, se realiza una interpolación con las coordenadas meridionales obtenidas en la cuarta etapa para evaluar  $\theta_m$  en posiciones específicas para  $m'$  en valores de 0, 0.25, 0.5, 0.75, 1. Seguidamente, se revisa que el coeficiente de determinación  $R^2$  sea mayor a 0.95 para asegurar una interpolación aceptable. Si lo anterior no se cumple, se repite la quinta etapa y se aumenta el grado del polinomio de interpolación. Por último, las coordenadas meridionales obtenidas son importadas al programa de BladeGen para generar la geometría del álabe en cuestión.

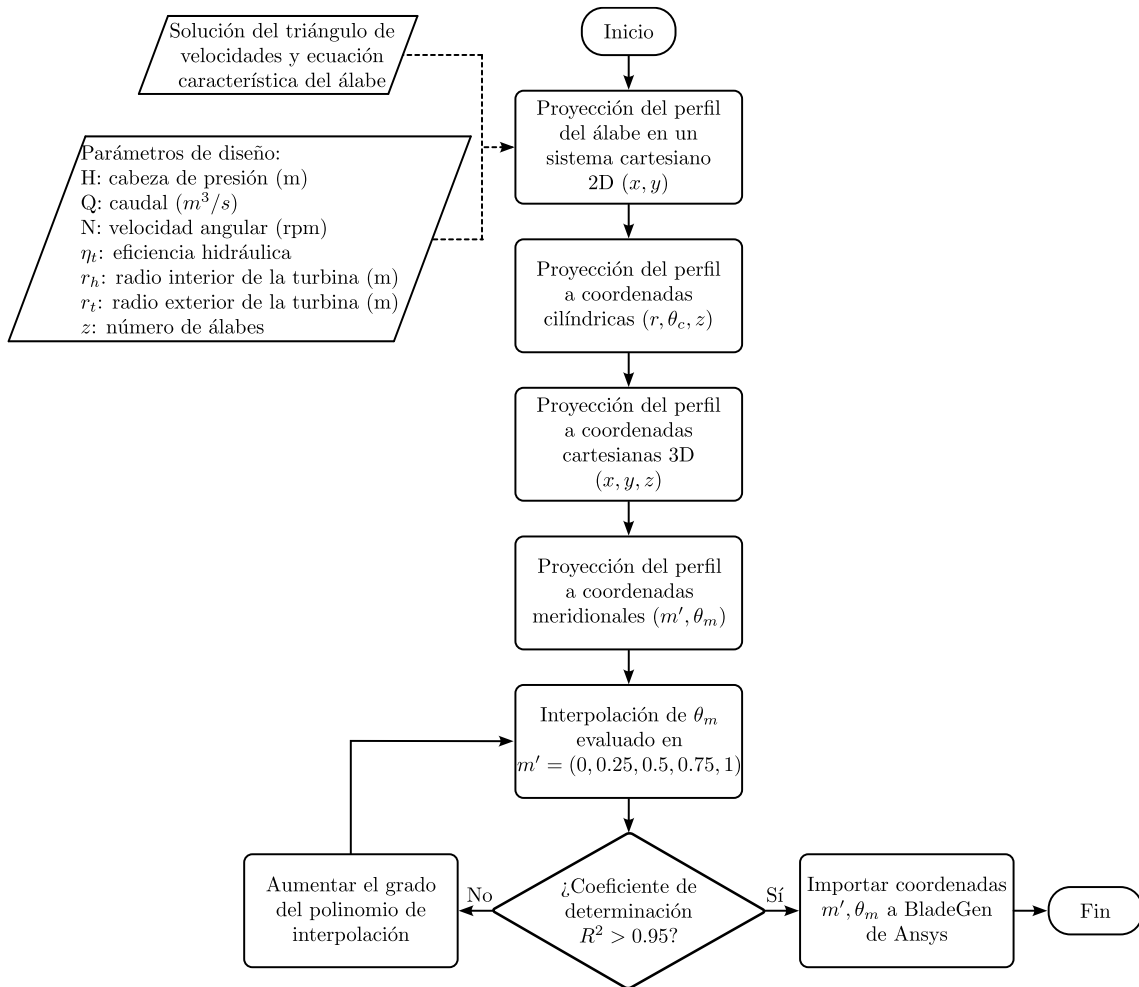


Figura 3-14. Metodología para la transformación de coordenadas de los álabes con curvatura y espesor constante y con curvatura y espesor variable para la generación de sus modelos tridimensionales en BladeGen.

En las siguientes subsecciones se describirá en detalle el proceso mostrado en la Figura 3-14. Para cada bloque del diagrama, iniciando en la proyección del perfil en un sistema cartesiano bidimensional, se muestra el proceso seguido para cada tipo de álabe en el siguiente orden: primero se aborda el álabe con curvatura y espesor constante, y luego se continúa con el álabe con curvatura y espesor variable

- Proyección de perfiles del álabe en coordenadas bidimensionales cartesianas

#### *Álabe con curvatura y espesor constante*

La proyección de este perfil a coordenadas cartesianas bidimensionales se realizó utilizando las ecuaciones (81) - (88) definidas en la sección 3.1.3 en la subsección de metodología de diseño. Estas ecuaciones derivan en la proyección de una circunferencia no centrada. Adicionalmente, en la Figura 3-8 se puede visualizar dicha proyección.

#### *Álabe con curvatura y espesor variable*

La proyección de este álabe se realiza de acuerdo con la definición de los perfiles aerodinámicos asimétricos NACA de 4 dígitos. Lo anterior se debe a que el perfil utilizado en el presente trabajo (MEL031) fue modificado a partir de la definición matemática de dichos perfiles. De esta manera, la Figura 3-15 muestra la nomenclatura de un perfil NACA de 4 dígitos. Los parámetros geométricos que definen la geometría de estos perfiles aerodinámicos son la máxima curvatura  $M$ , la posición de la máxima curvatura  $P$  (en la coordenada  $x$ ), y el máximo espesor  $XX$  (en la coordenada  $y$ ). Por lo tanto, un perfil NACA es representado con la nomenclatura " $MPXX$ ".  $M$  es la máxima curvatura dividida por 100 o  $0.01C$ ,  $P$  es la posición de la máxima curvatura dividido por 10 o  $0.1C$ , y  $XX$  es el espesor máximo dividido por 100 o  $0.01C$ . Por ejemplo, el perfil NACA 4415 describe un perfil con un 4 % de la cuerda  $C$  como la máxima curvatura, un 4 % de la cuerda  $C$  como la posición de la máxima curvatura, y un 15 % de la cuerda  $C$  como el máximo espesor.

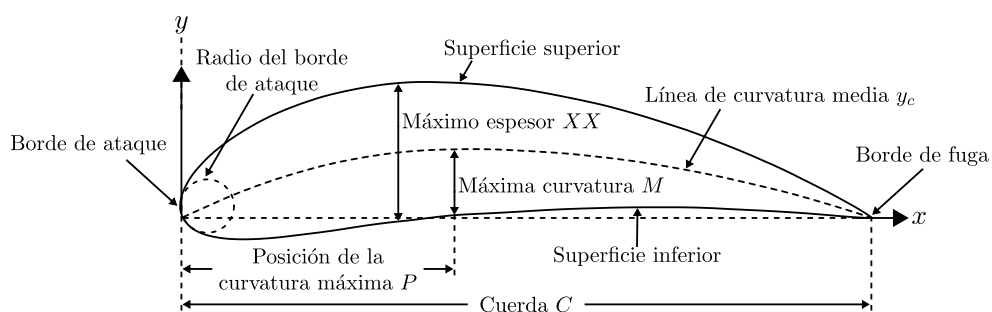


Figura 3-15. Nomenclatura de un perfil aerodinámico asimétrico NACA de 4 dígitos.

De esta manera, un perfil NACA de 4 dígitos es generado a partir de una línea de curvatura media  $y_c$  y una distribución de espesor  $y_t$  perpendicular a la línea de curvatura media.

media  $y_c$  es una función definida por tramos continua, la cual se divide en la posición de la máxima curvatura  $P$ :

$$y_c = \begin{cases} \frac{M}{P^2}(2P - x^2), & 0 \leq x < P \\ \frac{M}{(1-P)^2}(1 - 2P + 2Px - x^2), & P \leq x \leq 1 \end{cases} \quad (100)$$

Donde  $M$  y  $P$  son la máxima curvatura y la posición de la máxima curvatura, respectivamente. La variable  $x$  es un valor dado en el cual se evalúa la función de la línea de curvatura media  $y_c$ , el cual se define más adelante. Adicionalmente, la función de distribución del espesor  $y_t$  está definida como:

$$y_t = \frac{T}{0.2} \left( a_0 \sqrt{x} + a_1 x + a_2 x^2 + a_3 x^3 + a_4 x^4 \right) \quad (101)$$

Donde  $T$  es el máximo espesor referido en la Figura 3-15 como "XX", y los coeficientes que acompañan a la variable  $x$  son:  $a_0 = 0.2969$ ,  $a_1 = -0.126$ ,  $a_2 = -0.3516$ ,  $a_3 = 0.2843$ ,  $a_4 = -0.1015$ . Con los anteriores coeficientes se genera un perfil abierto en el borde de fuga. Si se desea cerrar el borde de fuga, es decir que las superficies superior e inferior coincidan en este punto, se debe utilizar  $a_4 = -0.1036$ .

Seguidamente, para obtener las superficies superior e inferior del perfil, se debe calcular el gradiente de la función de la línea de curvatura medio de la siguiente manera:

$$\frac{dy_c}{dx} = \begin{cases} \frac{2M}{P^2}(P - x), & 0 \leq x < P \\ \frac{2M}{(1-P)^2}(P - x), & P \leq x \leq 1 \end{cases} \quad (102)$$

Con el gradiente anterior, se determina el ángulo  $\theta$  con el cuál se orientan las superficies superior e inferior:

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{dy_c}{dx}\right) \quad (103)$$

Luego, las superficies superior e inferior están dadas por las siguientes coordenadas cartesianas bidimensionales en las ecuaciones (104) y (105), respectivamente:

$$\begin{aligned} x_U &= x - y_t \sin(\theta) \\ y_U &= y_c + y_t \cos(\theta) \end{aligned} \quad (104)$$

$$\begin{aligned} x_L &= x + y_t \sin(\theta) \\ y_L &= y_c - y_t \cos(\theta) \end{aligned} \quad (105)$$

Donde  $x_U, y_U$  son las coordenadas correspondientes a la superficie superior, y  $x_L, y_L$  a la superficie inferior.

Por último, la variable  $x$  utilizada desde la ecuación (100) hasta la (105) se define con una distribución no uniforme. Lo anterior con el fin de agrupar una mayor cantidad de puntos en los bordes de ataque y fuga para generar las funciones de curvatura media  $y_t$  y la distribución de espesor  $y_t$ .  $x$  se calcula como:

$$x = \frac{1 - \cos(\beta)}{2}, \quad 0 \leq \beta \leq \pi \quad (106)$$

Donde  $\beta$  es el intervalo de valores que utiliza la función coseno para generar la agrupación de puntos. Así, los valores numéricos de  $\beta$  se definen con 100 elementos para el intervalo dado.

Para visualizar un ejemplo de las curvas generadas por las ecuaciones anteriormente mostradas, en la Figura 3-16 se presenta la proyección cartesiana bidimensional de las curvas que definen el perfil MEL031 en el radio interior de la turbina  $r_h$ . Allí se puede observar la línea de curvatura media  $y_c$  y las superficies superior e inferior correspondientes a la función  $y_t$ . También se puede visualizar la

acumulación de puntos cerca a los bordes de ataque y de fuga del perfil, lo cual permite capturar la curvatura en estas zonas con mayor precisión. Cabe aclarar que la proyección bidimensional del perfil se realiza por lo menos para dos radios de diseño adicionales, por ejemplo, en el radio medio  $r_{med}$  y el radio exterior de la turbina  $r_t$ . Estas proyecciones adicionales se mostrarán en los siguientes pasos del presente proceso de generación de geometría.

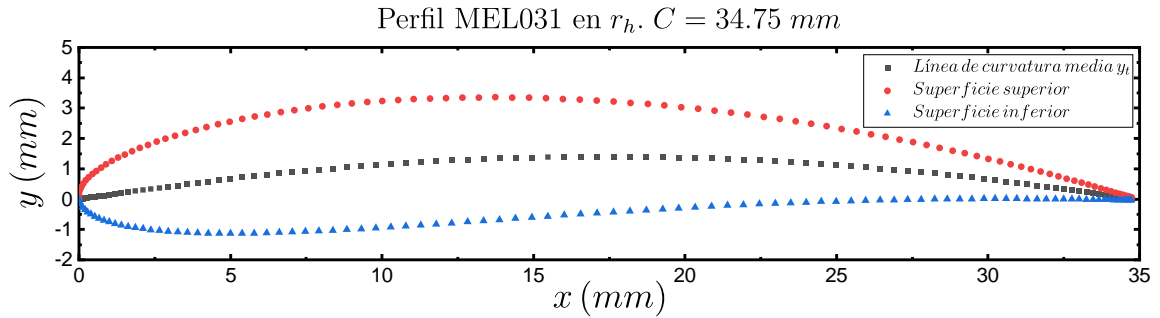


Figura 3-16. Proyección del perfil MEL031 en coordenadas cartesianas bidimensionales en el radio interior de la turbina  $r_h$ .

- Proyección de perfiles del álabe en coordenadas cilíndricas

En esta subsección se presentan las ecuaciones usadas para realizar la transformación de los perfiles del álabe de coordenadas cartesianas bidimensionales  $(x, y)$  a coordenadas cilíndricas  $(r, \theta, z)$ . Para ambos perfiles, la coordenada  $r$  correspondiente a las coordenadas cilíndricas equivale al radio de diseño  $r_i$  que toma valores del radio interior  $r_h$ , el radio medio  $r_{med}$  y el radio exterior de la turbina  $r_t$ . De esta manera, la ecuación (107) define la coordenada  $r$  para ambos perfiles, la cual puede tomar tres valores de radio de diseño, y la ecuación (108) define el radio medio  $r_{med}$ .

$$r = r_i, \quad r_i = r_h \vee r_{med} \vee r_t \quad (107)$$

$$r_{med} = \frac{r_h + r_t}{2} \quad (108)$$

A continuación, se define la coordenada angular  $\theta$  y la longitudinal  $z$  para ambos álabes:

*Álabe con curvatura y espesor constante*

La coordenada angular  $\theta_c$  se calcula a partir de la ecuación de la longitud de un arco:

$$\theta_c = \frac{x_i}{r_i} \quad (109)$$

Donde  $x_i$  es la coordenada cartesiana horizontal del álabe definida por la ecuación (88).

Seguidamente, la coordenada  $z$  es definida como:

$$z = y_i \quad (110)$$

Donde  $y_i$  corresponde a la coordenada cartesiana vertical del álabe definida en la ecuación (87)

#### *Álabe con curvatura y espesor variable*

Previo a la transformación de coordenadas cartesianas bidimensionales  $(x, y)$  a las cilíndricas faltantes  $(\theta_c, z)$ , el diseño del perfil MEL031 requiere de una rotación para orientar el álabe a la posición de trabajo correcta. Esta rotación se realiza con respecto al ángulo de posicionamiento  $\theta$  definido en los triángulos de velocidad en la Figura 3-11. Se aclara que las coordenadas de interés corresponden a la función de la línea de curvatura media  $y_c$ . Esto quiere decir que las coordenadas de la función  $y_c$  son sometidas al proceso de transformación de coordenadas. Por lo tanto, las curvas de las superficies superior e inferior sólo se grafican con el propósito de suplir una explicación detallada. De esta manera, la obtención las coordenadas bidimensionales cartesianas aplicando la rotación deseada se realizó de acuerdo con el ángulo de inclinación  $\Gamma = 270^\circ - \theta$ , donde  $\theta$  es definido por la Ec. (93). Así, la rotación de la línea de curvatura media  $y_c$  se realiza con:

$$x_c' = x_L \cos(\Gamma) - y_c \sin(\Gamma) \quad (111)$$

$$y_c' = x_L \sin(\Gamma) + y_c \cos(\Gamma) \quad (112)$$

Donde  $x_c', y_c'$  son las coordenadas bidimensionales de la línea de curvatura media con la rotación aplicada. A pesar de que las coordenadas de las superficies superior e inferior del perfil no se transforman, se presentan las ecuaciones para realizar dicha rotación para estas superficies. De esta

manera, las ecuaciones (113) y (114) permiten rotar a la posición de trabajo la superficie superior, y las ecuaciones (115) y (116) la superficie inferior:

$$x_U' = x_U \cos(\Gamma) - y_U \sin(\Gamma) \quad (113)$$

$$y_U' = x_U \sin(\Gamma) + y_U \cos(\Gamma) \quad (114)$$

$$x_L' = x_L \cos(\Gamma) - y_L \sin(\Gamma) \quad (115)$$

$$y_L' = x_L \sin(\Gamma) + y_L \cos(\Gamma) \quad (116)$$

La Figura 3-17 muestra los perfiles MEL031 para los radios interior  $r_h$ , medio  $r_{med}$  y exterior  $r_t$  de la turbina una vez la rotación fue realizada para ubicarlos en la posición de trabajo correcta. En líneas continuas se puede observar las superficies superiores e inferiores, y en líneas discontinuas las funciones de curvatura media  $y_t$  para cada radio de diseño.

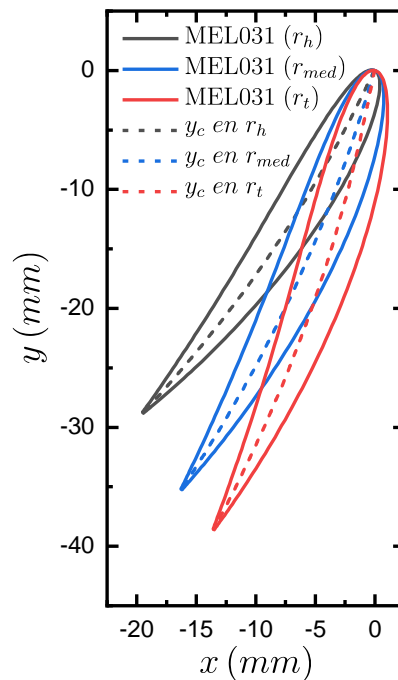


Figura 3-17. Rotación del perfil MEL031 a la posición de trabajo para los radios interno  $r_h$ , medio  $r_{med}$  y externo  $r_t$  de la turbina.

Seguidamente, las coordenadas cartesianas bidimensionales de las funciones de curvatura media  $y_t$  para cada radio de diseño se transforman para obtener las coordenadas cilíndricas restantes:

$$\theta_c = \frac{x_c'}{r_i} \quad (117)$$

$$z = y_c' \quad (118)$$

Si se quiere visualizar la transformación de las coordenadas para las superficies superior e inferior, es posible aplicar las ecuaciones anteriores para dichas superficies. Por último, la Figura 3-18 muestra la distribución de la cuerda  $C$  (gráfica superior) y del espesor  $T$  (gráfica inferior) del perfil MEL031. La cuerda  $C$  está en función de la distancia radial adimensional  $r/r_t$ , donde los valores de  $r/r_t = 0,0,5,1,0$  corresponden a los radios de diseño de la turbina de  $r_t, r_{med}, r_t$ , respectivamente. Por el contrario, el espesor  $T$  está en función de la distancia adimensional de la cuerda  $x/C$ , la cual varía desde  $x/C = 0$  (borde de ataque) hasta  $x/C = 1$  (borde de fuga) del perfil.

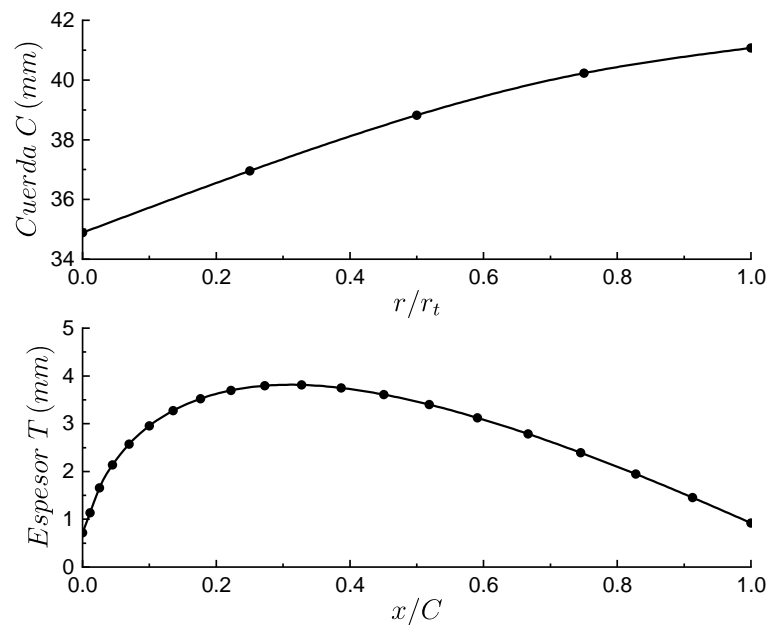


Figura 3-18. Distribución de la cuerda  $C$  (gráfica superior) y espesor  $T$  (gráfica inferior) del perfil MEL031.

- Proyección de perfiles del álabe en coordenadas tridimensionales cartesianas

El siguiente paso es transformar las coordenadas cilíndricas  $(r, \theta_c, z)$  a coordenadas cartesianas tridimensionales  $(x, y, z)$ . Las ecuaciones utilizadas para realizar dicha transformación aplican para los dos tipos de álabes. Así, la transformación a coordenadas cartesianas tridimensionales se realiza de la siguiente manera:

$$x = r_i \cos(\theta_c) \quad (119)$$

$$y = r_i \sin(\theta_c) \quad (120)$$

$$z = z \quad (121)$$

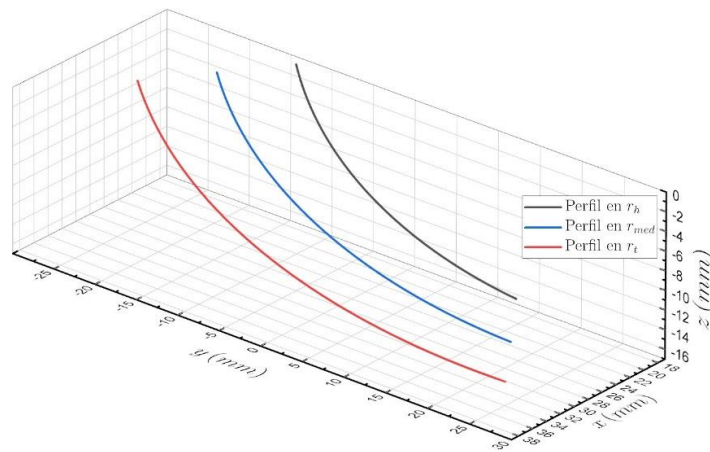
Donde  $r_i$  son los radios de diseños definidos en la Ec. (107),  $\theta_c$  es la coordenada angular cilíndrica definida previa e individualmente para ambos álabes, y la coordenada vertical cartesiana  $z$  es igual a la coordenada vertical cilíndrica  $z$  individualmente para ambos álabes.

La Figura 3-19 (a) y (b) muestran las proyecciones tridimensionales de los perfiles con curvatura y espesor constante, y el perfil con curvatura y espesor variable, respectivamente. Cada perfil está proyectado para cada radio de diseño de la turbina  $r_i = (r_h, r_{med}, r_t)$ . Debido a que el perfil mostrado en la figura (a) posee espesor constante, sólo la línea media del perfil se necesita para obtener su geometría, como se muestra en la imagen. Similarmente, el perfil mostrado en la figura (b) posee líneas discontinuas que corresponden a las líneas de curvatura media que son utilizadas para obtener la geometría del álabe. Sin embargo, para visualizar de mejor manera el perfil MEL031 mostrado en la figura (b), las superficies superiores e inferiores mostradas con líneas continuas son también graficadas.

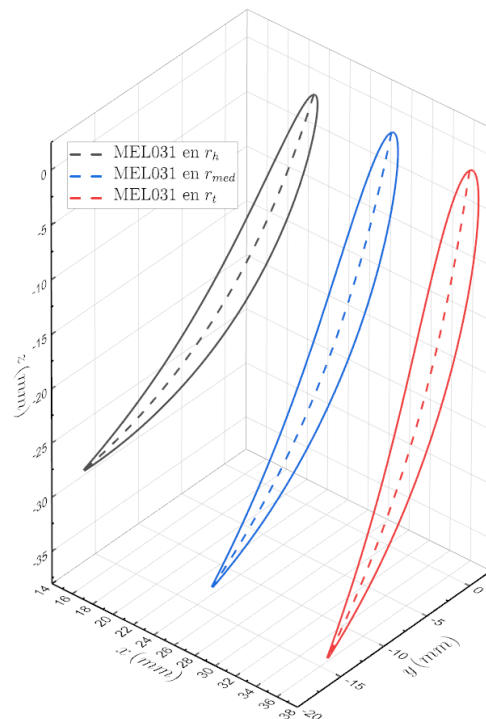
- Proyección de perfiles del álabe en coordenadas meridionales

Las coordenadas meridionales corresponden a un sistema de referencia curvo utilizado por BladeGen de ANSYS para generar geometrías de álabes para distintas turbomáquinas. Para describir de mejor manera este sistema coordenado, se presenta la explicación de Chen *et al.*, [147]. Debido a que el autor investigó una turbina Francis en el estudio citado, la descripción gráfica está basada en esta turbomáquina específicamente. Sin embargo, las ecuaciones utilizadas para obtener las coordenadas meridionales aplican para toda turbomáquina. De esta manera, en la Figura 3-20 se puede observar el sistema coordenado cartesiano tridimensional  $(x, y, z)$  y el sistema meridional curvo  $(m', \theta_m)$ .

Este último es derivado de la intersección de dos superficies que representan la trayectoria del fluido de trabajo ( $S1$ ) y el álabe de una turbomáquina, que para este caso corresponde al de una turbina Francis ( $S2$ ). La superficie  $S2$  está definida entre las fronteras superior e inferior correspondientes a la corona y la banda del rodete de la turbina Francis, respectivamente; y entre la entrada y salida del fluido.



(a)



(b)

Figura 3-19. Proyección tridimensional cartesiana para tres radios de la turbina del (a) álabe con curvatura y espesor constante, y (b) el álabe con curvatura y espesor variable.

La intersección entre estas dos superficies genera una curva representada en color rojo, la cual recibe el nombre de “línea de corriente espacial relativa”, “SSL por sus siglas en inglés. Con respecto a las coordenadas meridionales, el eje de la coordenada  $\theta_m$  denota la dirección azimutal en el plano horizontal, mientras que la coordenada  $m'$  corresponde a la línea generatriz de la superficie S1 en el plano vertical. Adicionalmente, a lo largo de la curva SSL se definen los nodos  $i$  en los cuales se realiza la transformación de coordenadas cartesianas  $(x, y, z)$  a meridionales  $(m', \theta_m)$  utilizando las siguientes ecuaciones:

$$r_i^2 = x_i^2 + y_i^2 \quad (122)$$

$$z_i = z_i \quad (123)$$

$$m'_i = m'_{i-1} + \frac{\sqrt{\Delta z_i^2 + \Delta r_i^2}}{r_i} \quad (124)$$

$$\theta_{m_i} = \tan^{-1}\left(\frac{x_i}{y_i}\right) - \tan^{-1}\left(\frac{x_0}{y_0}\right) \quad (125)$$

Donde en cada nodo  $i$ -ésimo se encuentran las coordenadas cartesianas  $(x_i, y_i, z_i)$  y las meridionales  $(m'_i, \theta_{m_i})$ ,  $x_0, y_0$  son las coordenadas del origen de la curva SSL, y  $\Delta z_i = z_i - z_{i-1}$  y  $\Delta r_i = r_i - r_{i-1}$  son los intervalos entre los nodos adyacentes en la dirección axial y radial, respectivamente.

Por último, las coordenadas meridionales obtenidas  $(m', \theta_m)$  para los dos tipos de álabes se les aplica una regresión polinómica para evaluar el valor de  $\theta_m$  para las siguientes posiciones de  $m' = (0, 0.325, 0.5, 0.75, 1.0)$ . Lo anterior teniendo en cuenta que el grado del polinomio depende del coeficiente de determinación que satisfaga  $R^2 > 0.95$ . Si  $R^2$  no cumple esta restricción, entonces el grado del polinomio de interpolación se aumenta. Una vez se conoce a  $\theta_m$  para los valores de  $m'$  anteriormente mencionadas, se procede a importar estas coordenadas meridionales al programa BladeGen de ANSYS. Para visualizar la variación de las coordenadas meridionales para los dos tipos de álabes, se procede a graficar en la Figura 3-21 dichas coordenadas. En la figura (a) y (b) se observan las coordenadas meridionales para el álabe con curvatura y espesor constante, y para el álabe con curvatura y espesor variable, respectivamente. Nótese que los valores máximos de la

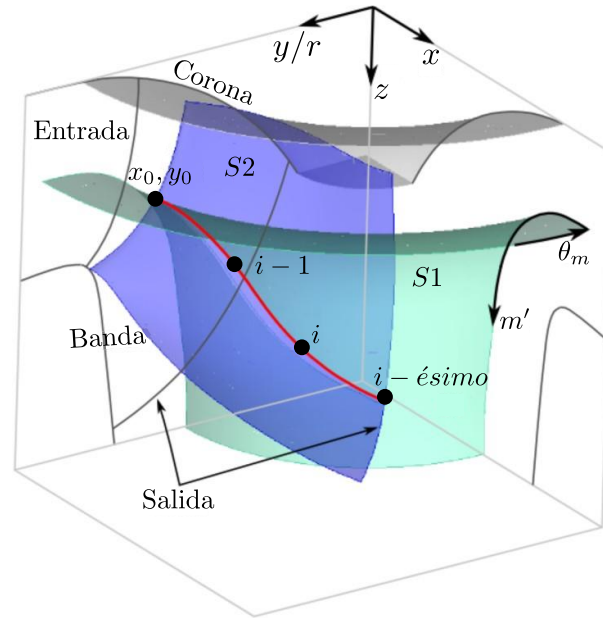


Figura 3-20. Transformación de coordenadas cartesianas tridimensionales  $(x, y, z)$  a coordenadas meridionales  $(m', \theta_m)$ . Modificado de [147].

coordenada  $\theta_m$  en la figura (a) corresponden a  $72^\circ$ , lo cual es una condición de diseño para el álabe con curvatura y espesor constante. En contraste, lo anterior no necesariamente se cumple para los valores máximos de  $\theta$  mostrados en la figura (b) correspondientes al álabe con curvatura y espesor variable. Lo anterior se debe a que los ángulos de diseño de este álabe difieren significativamente con respecto a los ángulos obtenidos para el álabe con curvatura y espesor constante.

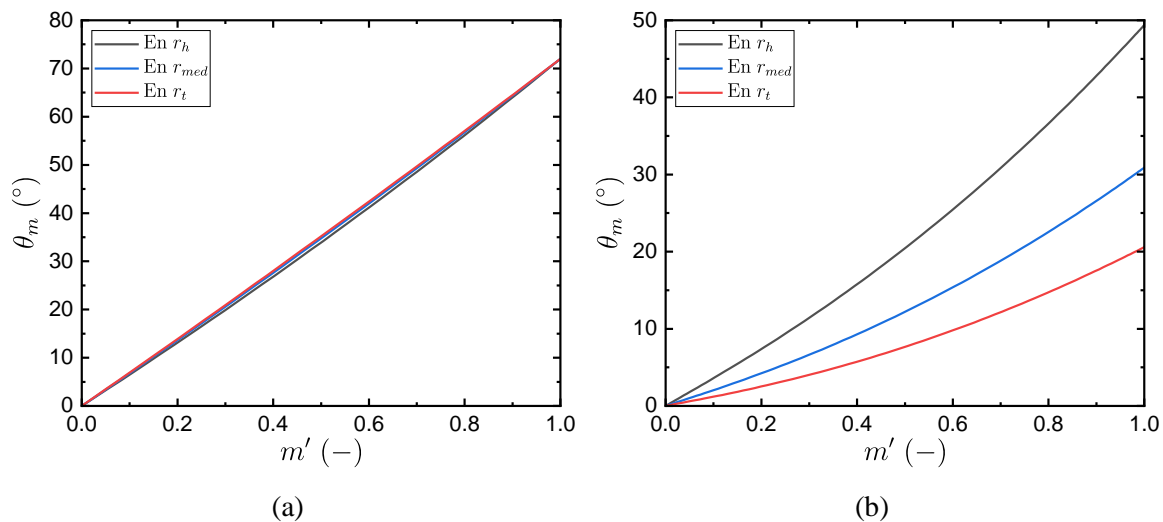


Figura 3-21. Coordenadas meridionales  $(m', \theta_m)$  en cada radio de diseño  $(r_h, r_{med}, r_t)$  para (a) el álabe con curvatura y espesor constante, y (b) para el álabe con curvatura y espesor variable.

- Generación de geometrías de álabes en BladeGen de ANSYS

En la presente subsección se presentan las geometrías obtenidas de los tres tipos de álabes en BladeGen de ANSYS. En primer lugar, se presenta el álabe sin curvatura y espesor constante en la Figura 3-22, luego el álabe con curvatura y espesor constante en la Figura 3-23, y, por último, el álabe con curvatura y espesor variable en la Figura 3-24. Para cada figura se muestra a la izquierda de la imagen el modelo tridimensional obtenido, donde se puede visualizar la entrada y salida del fluido, la simplificación del bulbo frontal que será evaluada en el estudio de validación presentado más adelante en el presente trabajo, y el álabe de cada turbina. Para cada geometría, se presenta en el apartado (a) la vista meridional del álabe que define los límites desde el borde de ataque hasta el borde de fuga, y su vez, en volumen de control de la turbina. La vista meridional es discutida más adelante para cada álabe. En el apartado (b), se observa la vista de álabe a álabe, o la configuración en cascada. En esta vista se pueden observar dos álabes y apreciar su curvatura, si aplica, o su espesor. Seguidamente, el apartado (c) posee gran importancia en la obtención de la geometría del álabe debido a que allí se insertan las coordenadas meridionales obtenidas en el proceso de transformación de coordenadas anteriormente descrito. En este apartado se puede visualizar el eje  $x$  y  $y$  que corresponden a las coordenadas  $m'$  y  $\theta_m$ , respectivamente. Adicionalmente, se puede observar la función del ángulo  $\beta$ , el cual corresponde a la inclinación del álabe con respecto a la dirección axial del flujo. Como aclaración, en el apartado (c) sólo se modifica las coordenadas  $m', \theta_m$  debido a que el ángulo  $\beta$  es calculado automáticamente de acuerdo con las coordenadas meridionales anteriormente mencionadas. En el último apartado (d), se define el espesor del álabe, ya sea como una función constante (Figura 3-22 y Figura 3-23), o como una función variable (Figura 3-24). Para los álabes con espesor constante, se definió un espesor de 1.7 mm de acuerdo con los estudios previos de Samora *et al.*, [18] y Ramos *et al.*, [83].

Con respecto a la obtención de la geometría del álabe sin curvatura y espesor constante mostrado en la Figura 3-22, se explica a continuación la razón por la cual no se realizó la transformación de coordenadas descrito en la sección 3.1.5 para este álabe en específico y su proceso de obtención de geometría. En primer lugar, la razón principal por la cual no es necesario realizar la transformación de coordenadas para obtener las coordenadas meridionales correspondientes a este álabe, es debido a que las funciones del ángulo  $\theta_m$  y  $\beta$  son funciones lineales para cada radio de diseño de la turbina ( $r_h, r_{med}, r_t$ ). Por lo tanto, las coordenadas meridionales  $m', \theta_m$  pueden ser ajustadas en el apartado (c) con facilidad y precisión. Sin embargo, este ajuste no es aleatorio, sino que se basa en los

resultados obtenidos del proceso de solución del triángulo de velocidades y metodología de diseño para este álabe descritos en la sección 3.1.2. De esta manera, los parámetros tenidos en cuenta para ajustar las coordenadas meridionales de este álabe son los ángulos  $\psi$  y  $\theta_{bf}$ , definidos en las ecuaciones (77) y (78), respectivamente. El ángulo  $\psi$  corresponde a la inclinación del álabe y es equivalente al ángulo  $\beta$  en BladeGen mostrado en el apartado (c) de la Figura 3-22. Obsérvese que este ángulo permanece constante con respecto a la variación de  $m'$ . Por lo tanto, se tiene que  $\psi = \beta$  para todos los radios de diseño en BladeGen ( $r_h, r_{med}, r_t$ ). El segundo parámetro tenido en cuenta es el ángulo de envolvimiento  $\theta_{bf}$  correspondiente al borde de fuga, el cual puede ser visualizado en la Figura 3-3. En BladeGen, este ángulo corresponde al valor máximo de la coordenada  $\theta_m$ , de manera que  $\theta_{bf} = \theta_{m,max}$  ubicado en el radio externo de la turbina  $r_t$ . Este ángulo puede ser visualizado en el apartado (c) de la Figura 3-22, cuyo valor es  $\theta_{m,max} = 25.17^\circ$ . Una vez estos ángulos son garantizados en BladeGen, específicamente en el apartado (c), la geometría del álabe sin curvatura y espesor constante es obtenida.

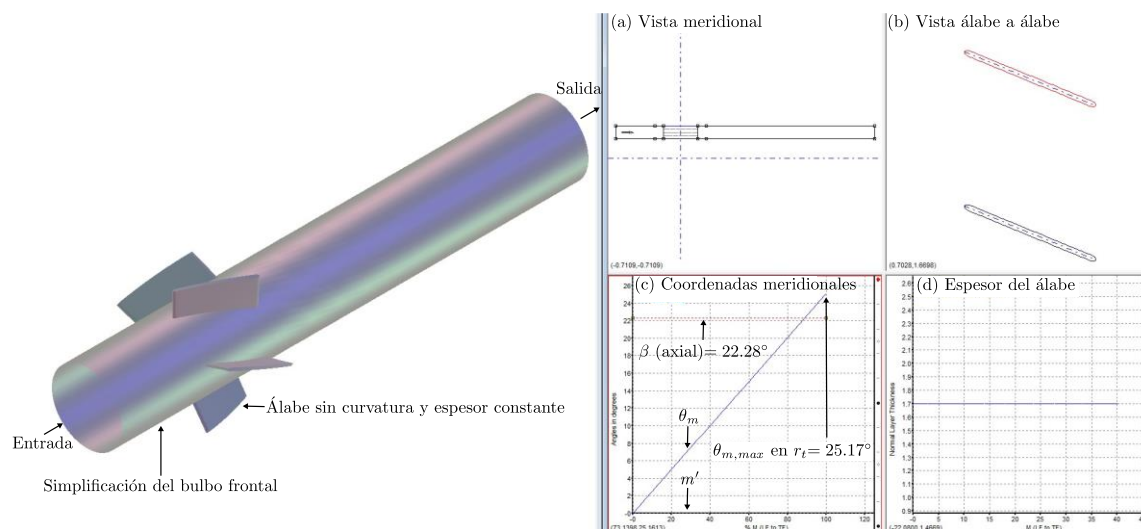


Figura 3-22. Geometría del álabe sin curvatura y espesor constante (álabe plano) y su obtención en BladeGen.

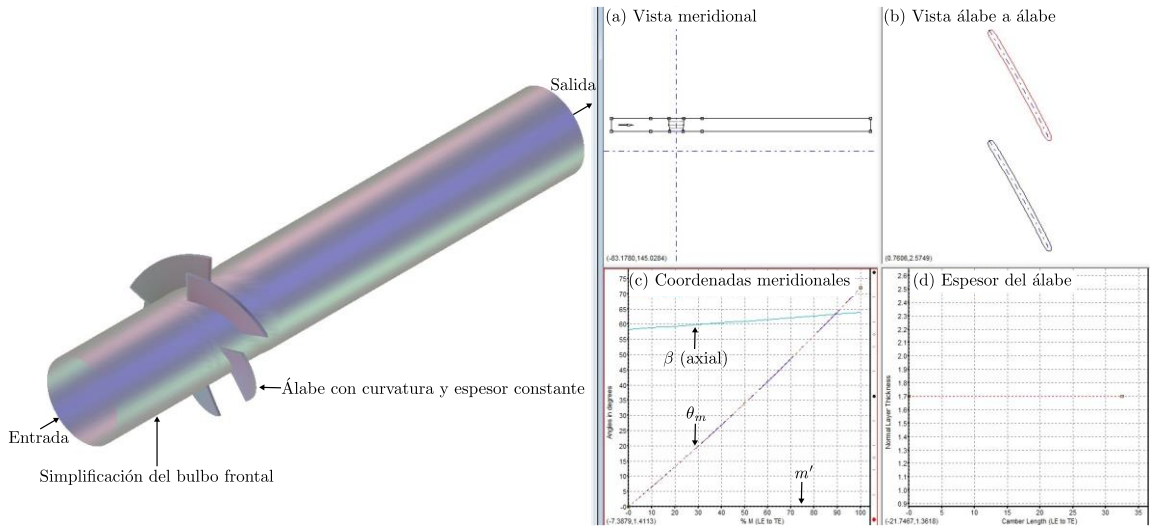


Figura 3-23. Geometría del álabe con curvatura y espesor constante (álabe circular) y su obtención en BladeGen.

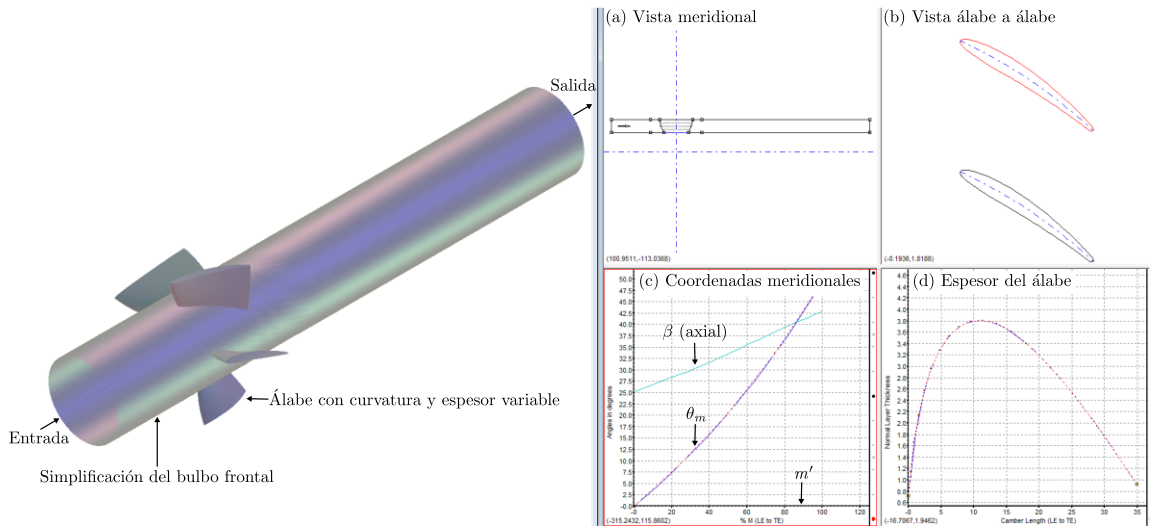


Figura 3-24. Geometría del álabe con curvatura y espesor variable (álabe MEL031) y su obtención en BladeGen.

Adicionalmente, la Figura 3-25 (a), (b), y (c) muestra las vistas meridionales en detalle de los álabes sin curvatura y espesor constante, con curvatura y espesor constante, y con curvatura y espesor variable, respectivamente. La vista meridional posee un sistema coordinado  $(z, R)$  que corresponden a la dirección axial y la radial, respectivamente. Por su parte, el eje  $z$  representa el eje de rotación de la turbomáquina y con respecto a este se definen las coordenadas de entrada y salida del fluido, así

como los límites en la dirección horizontal del álabe correspondientes al borde de ataque y fuga. Con respecto al eje  $R$  se definen los radios que definen el volumen de control de la turbina y la geometría del álabe. Para cada uno de los distintos álaves, la entrada del fluido se definió a un diámetro de turbina  $D_t$  de distancia con respecto al eje  $R$ , y la salida a  $3D_t$ . Lo anterior con el propósito de asegurar un fluido desarrollado desde la entrada hasta el álabe, y para evitar afectaciones en la medida de la presión en la salida. Para el álabe sin curvatura y espesor constante mostrado en la figura (a), se definió una distancia axial del álabe de  $C_a = 40.2$  mm, la cual garantizó los ángulos del álabe mencionados anteriormente en la Figura 3-22. Por metodología de diseño, nótese que los límites que definen el álabe en la dirección axial ( $z$ ), es decir, el borde de ataque y fuga, son líneas rectas. En contraste, para los álaves con curvatura y espesor constante, y con curvatura y espesor variable mostrados las figuras (b) y (c), respectivamente, se puede observar que la distancia axial  $C_a$  varía con respecto al radio de diseño de la turbina ( $r_h, r_{medio}, r_t$ ). Las distancias axiales para los álaves de las figuras (b) y (c) están definidos por las ecuaciones (86) y (98), respectivamente.

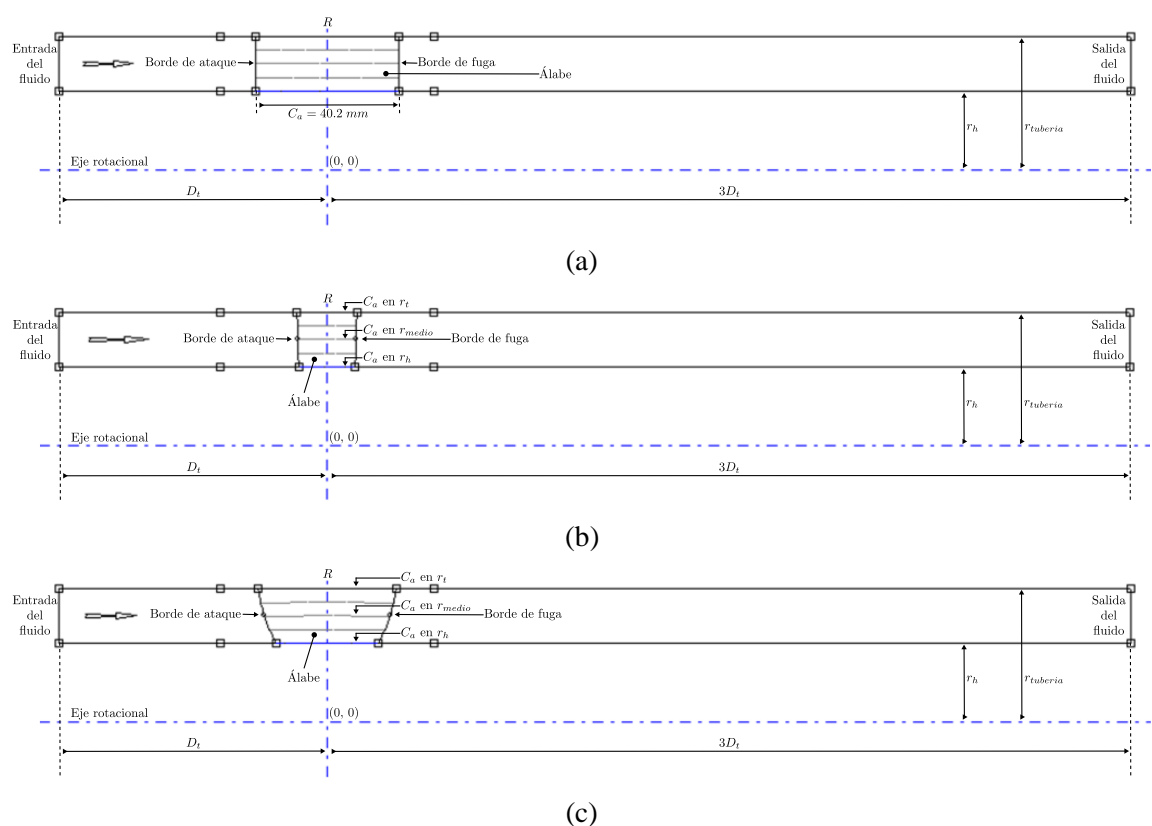


Figura 3-25. Vistas meridionales de los álaves (a) sin curvatura y espesor constante, (b) con curvatura y espesor constante, y (c) con curvatura y espesor variable.

### 3.2 Simulaciones fluido-estructura de una vía

En la presente sección se presenta la metodología seguida para desarrollar las simulaciones fluidodinámicas y estructurales conocidas como simulaciones de interacción fluido-estructura, (*FSI: Fluid-Structure Interaction*), por sus siglas en inglés. Para el presente trabajo, el tipo de simulación *FSI* desarrollada es de una vía, es decir, sólo se calcula el efecto del fluido sobre la estructura de los álabes (una vía), y no el efecto simultáneo del fluido sobre la estructura, y la estructura perturbada sobre el fluido (dos vías). Lo anterior se debe a que la interacción fluido-estructura de dos vías está por fuera del alcance del presente trabajo, además de ser computacionalmente más exigente que la simulación fluido-estructura de una vía, para lo cual no se posee la capacidad computacional. De esta manera, la Figura 3-26 muestra la metodología general seguida para realizar las simulaciones fluido-estructura de una vía. La metodología se dividió en 4 fases principales; para cada una de ellas, se evaluaron los 3 tipos de álabes correspondientes al álabe sin curvatura y espesor constante, el álabe con curvatura y espesor constante, y el álabe con curvatura y espesor variable. Las cuatro fases de la metodología son: la primera consistió en la discretización de los volúmenes de control y el estudio de malla (cuantificación de la incertidumbre de la malla) para los tres tipos de álabes, cuya obtención se describe en la sección 3.1; la segunda corresponde a las simulaciones paramétricas fluidodinámicas a través de la fluidodinámica computacional (*CFD*) para los tres tipos de álabes; en la tercera fase se desarrollan las simulaciones paramétricas estructurales estáticas; y por último, la cuarta fase engloba las simulaciones estructurales dinámicas, las cuales corresponden al análisis modal y respuesta armónica. A continuación, se describe de manera general cada fase de la metodología.

Con respecto a la primera fase, las geometrías de los tres tipos de álabes junto con los volúmenes de control obtenidos en BladeGen se discretizan en el módulo de mallado TurboGrid de ANSYS. En TurboGrid fue generado el espaciado ( $t_c$ ) entre la pared externa del álabe (en el radio  $r_t$ ) y la pared de la tubería (en el radio  $r_{tubería}$ ). Este espaciado es esencial para tener en cuenta las pérdidas generadas por los vórtices de la punta de álabe, y así no sobreestimar la eficiencia hidráulica de la turbina. Luego, se transfieren las mallas al solucionador fluidodinámico CFX donde se simula una condición de trabajo para obtener los resultados de torque  $T$  y la caída de presión  $\Delta H$  generados por la turbina. Con estos resultados, se procedió a realizar el estudio de malla aplicando la metodología del Índice de Convergencia de Malla *GCI* utilizando las ecuaciones definidas en la sección 1.2.9. Los resultados del estudio de malla son los índices de convergencia para las mallas finas y medias

---

$GCI_{fino}^{21}$  y  $GCI_{medio}^{32}$ , respectivamente. Por un lado, si los índices de convergencia de malla son mayores al 5%, entonces se debe refinar estructuralmente las mallas para realizar nuevamente la simulación CFD y obtener nuevas soluciones para  $T$  y  $\Delta H$ . Por el contrario, si los índices de convergencia de malla son menores al 5%, entonces se considera que la solución fluidodinámica es independiente de la malla, por lo cual realizar iteraciones adicionales para refinar la malla no cambia las soluciones de interés significativamente. En la sección 3.2.1 se describe en detalle la primera fase mencionada anteriormente.

Una vez se seleccionan las mallas finales para los tres tipos de álabes, se procede con la segunda fase. En esta corresponde a las simulaciones fluidodinámicas CFD paramétricas finales en CFX para los tres tipos de álabes, cuyas ecuaciones de gobierno se presentan en las secciones 1.2.1 y 1.2.2. Por una parte, los parámetros variables de entrada son el caudal  $Q$  del fluido de trabajo, que este caso es agua a temperatura ambiente, y la velocidad angular de la turbina  $N$ . El caudal varía en un rango de  $(4 \leq Q \leq 26) l/s$  con pasos de  $2 l/s$ . Este rango corresponde a la capacidad del banco de pruebas hidráulicas disponible en el ITM. Por su parte, la velocidad angular varía en dos rangos: el primero corresponde a  $(0 \leq N \leq 100) rpm$  con pasos de  $25 rpm$ , y el segundo es  $(100 < N \leq 2000) rpm$  con pasos de  $250 rpm$ . El primer rango para  $N$  se implementó para capturar con más detalle la variación del rendimiento de la turbina para bajas velocidades angulares, mientras que el segundo fue utilizado para cubrir un rango amplio para la velocidad angular sin generar una cantidad innecesaria de puntos de trabajo. Por otra parte, los parámetros de salida son las presiones totales de entrada y salida  $P_{tot,en}$  y  $P_{tot,sal}$ , respectivamente, y el torque de la turbina  $T$ . Adicionalmente, se generaron contornos de presión estática y total, velocidad, energía cinética turbulenta, y la distancia adimensional  $y^+$  sobre la pared de los álabes y la tubería. Las simulaciones fluidodinámicas para los tres tipos de álabes sumaron en total 450 puntos de simulación diferentes, lo cual correspondió a una cantidad importante de datos para caracterizar el comportamiento fluidodinámico de los distintos tipos de álabes evaluados. En la sección 3.2.2 se describe en detalle la segunda fase mencionada anteriormente.

En la tercera fase se realizaron las simulaciones paramétricas estructurales estáticas. Para ello, se importó el contorno de presión sobre la pared de los tres tipos de álabes desde la solución del módulo fluidodinámico CFX al módulo estructural estático de ANSYS. Este último aborda las ecuaciones de gobierno estructurales a través del método de elementos finitos (FEM). Adicionalmente, los parámetros de salida de las simulaciones estáticas estructurales fueron el esfuerzo von Mises máximo

$\sigma_{v,max}$  y promedio  $\overline{\sigma_v}$ , la deformación total máxima  $U_{max}$  y promedio  $\overline{U}$ , y el factor de seguridad mínimo  $F_{s,min}$ . Durante las simulaciones estructurales estáticas de la tercera fase, se asignó a los tres tipos de álabes el material aluminio. Lo anterior se debe que el aluminio es un material de interés para la manufactura de álabes por sus características mecánicas aptas para cargas fluidodinámicas y por su baja densidad en comparación con otros metales. De esta manera, el siguiente paso consistió en identificar las condiciones fluidodinámicas de trabajo correspondientes al caudal y la velocidad angular, renombradas como  $Q'$  y  $N'$ , respectivamente, que generan los resultados del máximo esfuerzo  $\sigma_{v,max}$ , deformación  $U_{max}$ , los factores de seguridad mínimos  $F_{s,min}$ , y las eficiencias hidráulicas de la turbina máximas  $\eta_{t,max}$ . Lo anterior con el propósito de configurar simulaciones paramétricas estructurales estáticas adicionales, las cuales tuvieron como parámetros de entrada dos materiales adicionales. Estos materiales fueron el bronce y la resina ABS-Like. Por su parte, el bronce puede ser una alternativa con respecto al aluminio por sus características mecánicas superiores debido a que puede ofrecer mayor resistencia al desgaste, mayor resistencia mecánica y mejor tolerancia a cargas y tensiones elevadas. Por otro lado, la resina ABS-Like también puede ser una alternativa a los dos anteriores materiales debido a que es utilizado por impresoras de resina 3D, lo cual puede facilitar procesos de manufactura, y adicionalmente, la resina también posee propiedades mecánicas aceptables para cargas fluidodinámicas típicas de turbomáquinas. Lo anterior con el propósito de evaluar las condiciones fluidodinámicas de trabajo ( $Q'$ ,  $N'$ ) más importantes desde el punto de vista estructural y rendimiento hidrodinámico, y comparar dichas condiciones para los materiales anteriormente mencionados. Por último, los parámetros de salida estructurales de esta simulación son los mismos que los mencionados en la segunda fase. En la sección 3.2.3 se describe en detalle la tercera fase mencionada anteriormente.

La última y cuarta fase corresponde a las simulaciones estructurales dinámicas que abarca el análisis modal y la respuesta armónica. En primer lugar, en el análisis modal se realizan dos tipos de simulaciones variando el material del álabe para el aluminio, bronce y resina ABS-Like para las condiciones fluidodinámicas que generan los máximos valores de la eficiencia hidráulica de la turbina  $\eta_{t,max}$ . En el primer tipo de simulación se calculan los modos y frecuencias naturales de la estructura de los álabes sin cargas mecánicas, y en el segundo tipo se imponen las cargas mecánicas calculadas en el módulo de análisis estructural estático para calcular los modos y sus frecuencias naturales correspondientes. Luego, con las mismas cargas mecánicas aplicadas en el segundo tipo de simulación, se calcula la variación de las frecuencias naturales de los modos en función de la

---

velocidad rotacional de la turbina en un rango de  $(0 \leq N \leq 2000)$  rpm con pasos de 500 rpm. De esta manera, se determinó la relación entre las frecuencias naturales y la velocidad rotacional de la estructura, cuyo resultado se presenta en el llamado “diagrama de Campbell”. Para lograr lo anterior, el parámetro que determina la cantidad de modos a calcular es la relación entre la masa efectiva y la masa total ( $M_{ef}/M_T$ ) de acuerdo con la importancia de cada modo correspondiente a su frecuencia natural. Si  $M_{ef}/M_T \leq 0.8$  para los seis grados de libertad (6 GDL), tanto traslacionales ( $x, y, z$ ) como rotacionales ( $Rx, Ry, Rz$ ), entonces se debe aumentar la cantidad de modos a calcular en el análisis modal, y, por ende, se debe volver a realizar el análisis modal. Por el contrario, si  $M_{ef}/M_T > 0.8$ , entonces se considera que una cantidad suficiente de modos han sido calculados para determinar los modos de vibración más significativos de la estructura. De esta manera, los parámetros de salida, y, por tanto, los resultados del análisis modal son los modos y sus frecuencias naturales con y sin cargas mecánicas, el diagrama de Campbell, y los contornos de esfuerzo y deformación de los tres tipos de álabes correspondientes a los modos más significativos.

Para el análisis de la respuesta armónica, se aplican como condiciones de frontera las cargas mecánicas de la máxima presión hidrodinámica determinada en el análisis estructural estático correspondiente a cada álabe sobre su superficie, y una fuerza correspondiente al peso de este último. De esta manera, se simulan estas cargas mecánicas que varían sinusoidalmente de manera armónica para evaluar efectos de fatiga sobre la estructura para las condiciones hidrodinámicas ( $Q', N'$ ) que generan los valores máximos de la eficiencia hidráulica  $\eta_{t,max}$ . Así, los parámetros de salida, y por ende los resultados de este análisis armónico, son la respuesta frecuencial de la deformación total  $U$  en las direcciones  $x, y, z$ , y el esfuerzo normal  $\sigma$  en las direcciones  $x, y, z$ , y los contornos de esfuerzo von Mises y deformación total correspondientes a los picos de frecuencias máximos identificados en las respuestas frecuenciales de la estructura. En la sección 3.2.4 se describe en detalle la cuarta fase mencionada anteriormente. De esta manera, se completa el análisis fluido- estructura (FSI) de una vía para los tres tipos de álabes propuestos en el presente trabajo. A continuación, se presentan los detalles de cada una de las fases anteriormente mencionadas en la metodología presentada en la Figura 3-26.

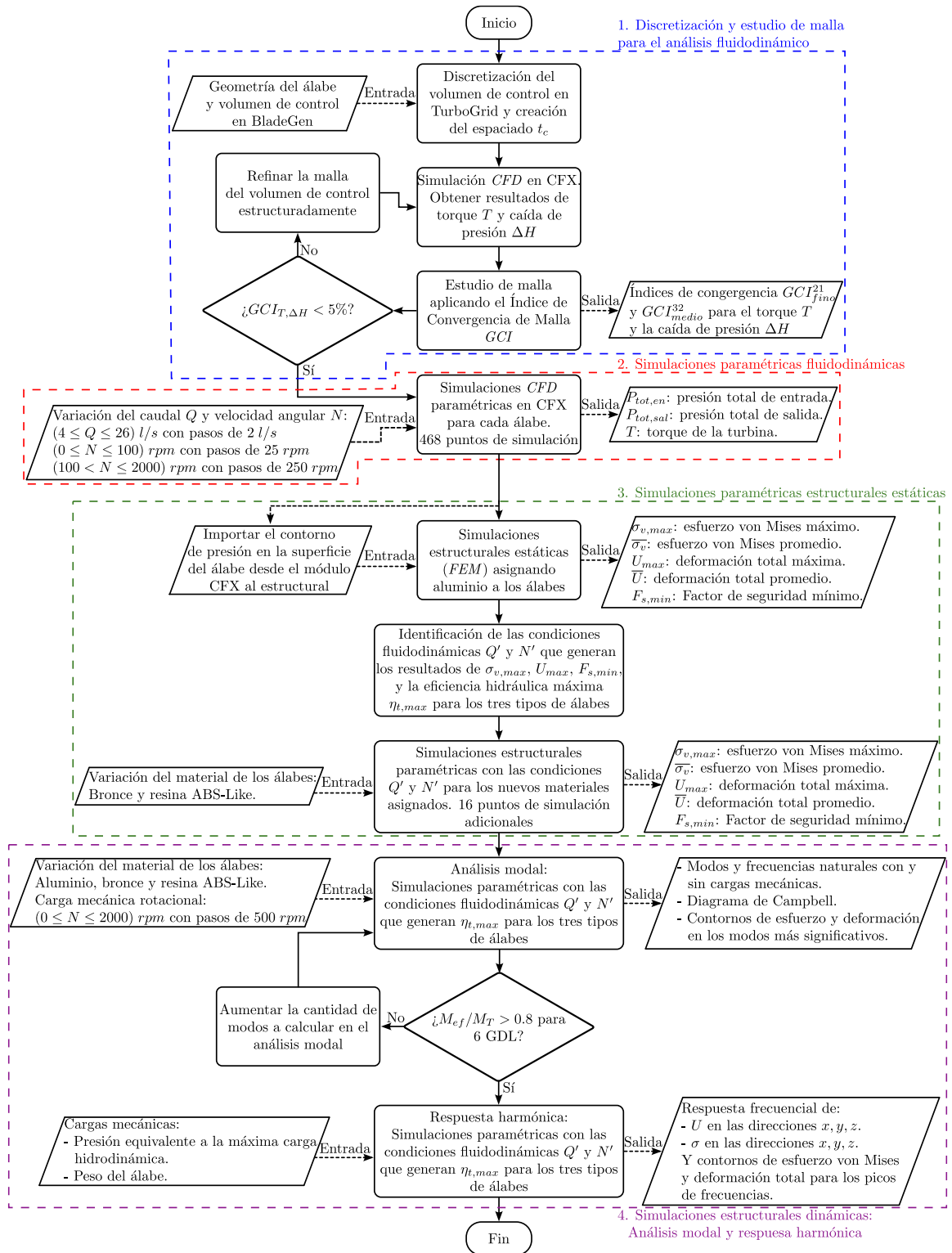


Figura 3-26. Metodología para ejecutar las simulaciones finales fluido-estructura (FSI).

### 3.2.1 Discretización y estudio de malla para el análisis fluidodinámico

En la presente sección se presenta la metodología seguida para realizar la discretización del volumen de control correspondientes a los tres tipos de álabes, y la aplicación del estudio de independencia de malla a través de la metodología *GCI*. Se aclara que en el presente trabajo se consideró los resultados obtenidos del estudio de malla como metodología, es decir, los resultados numéricos del estudio de malla se presentaron directamente en la presente sección. Lo anterior se debe a que la generación y selección de la malla adecuada pertenecientes a los resultados del proceso de estudio de independencia de malla son necesarios realizarlos antes de continuar con las simulaciones finales propuestas en los objetivos específicos del trabajo. De esta manera, se presentan las subsecciones correspondientes a la discretización de los volúmenes de control, donde se describe la metodología y los parámetros de mallado; y la subsección del estudio de malla, donde se presentan los resultados de la aplicación de la metodología del *GCI*.

- Discretización de los volúmenes de control

La discretización de los volúmenes de control (Figura 3-22 a la Figura 3-24) fue realizada en el módulo de mallado para turbomaquinaria TurboGrid de ANSYS 2023 R1. La geometría del módulo de BladeGen fue transmitida a TurboGrid directamente, y este último al solucionador fluidodinámico CFX. La Figura 3-27 muestra el flujo de información dentro de ANSYS Workbench. En la izquierda se puede observar el módulo de BladeGen que contiene la geometría de la turbina y el respectivo volumen de control, posteriormente los módulos de mallado de TurboGrid y luego el módulo del solucionador fluidodinámico CFX. En el presente trabajo se evaluaron tres tipos de geometrías de álabes, por lo tanto, el proceso mostrado en la Figura 3-27 se aplica para los tres tipos de álabes, es decir que se generaron 9 mallas en total. En la Figura 3-27 se puede observar que las mallas fueron identificadas con los nombres “fina”, “media” y “gruesa”, para las cuales el número de elementos descende, respectivamente. Posteriormente, cada una de las mallas fue transferida a un módulo de CFX independientemente. De esta manera, se realizó el estudio de independencia de malla aplicando el Índice de Convergencia de Malla (*GCI*) de acuerdo con procedimiento recomendado por la Sociedad Estadounidense de Ingenieros Mecánicos (*ASME*), el cual fue descrito en la sección 1.2.9.

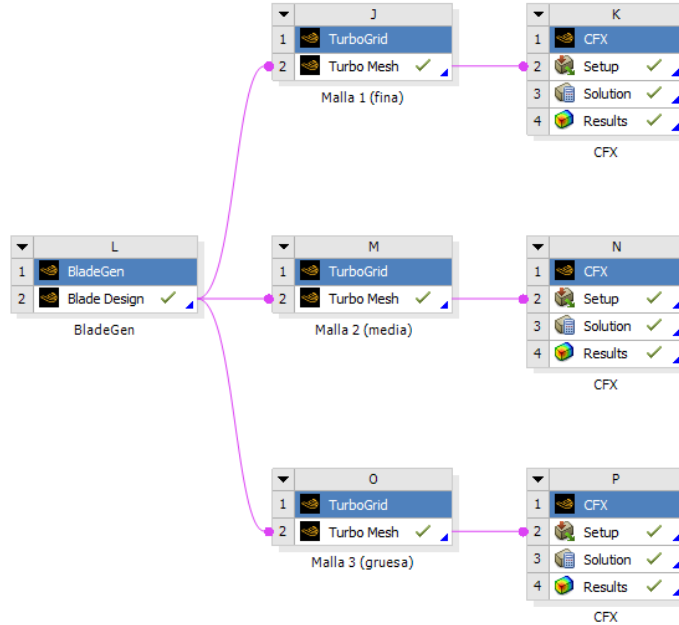


Figura 3-27. Flujo de información y conexión de los módulos de BladeGen, TurboGrid y CFX en el Workbench de ANSYS para realizar el estudio de independencia de malla.

La Tabla 3-7 muestra los parámetros de refinación de TurboGrid para el estudio de malla de los tres tipos de álabes para las mallas fina, media y gruesa. Las zonas de la malla y los parámetros de refinación y se reportan en inglés para evitar ambigüedades y mantener la descripción de la metodología de manera precisa. De esta manera, los volúmenes de control para los álabes se dividen en: zona general de la malla “*Mesh size*”, el pasaje que contiene el álabe de la turbina “*Passage*”, y la zona de entrada y salida del fluido “*Inlet*” y “*Outlet*”, respectivamente. Para la zona general de la malla “*Mesh size*” hay dos parámetros de refinación de entrada: “*Size factor*” que refina globalmente el tamaño de cada elemento (entre mayor el factor, mayor la refinación), y “*Factor base*” que refina las capas de inflación cercanas a la pared del álabe (entre mayor el factor, mayor el refinación). El pasaje “*Passage*” corresponde a los elementos localizados alrededor del álabe, el cual posee el parámetro de refinación del tamaño de las celdas “*Factor*”. Por último, la entrada y salida “*Inlet*” y “*Outlet*” poseen los parámetros de la razón de expansión de las celdas “*Expansion rate*”, el cual define el estrechamiento de la malla (entre menor el factor, mayor la refinación). Por otro lado, se reportan los parámetros de refinación de salida que corresponden a la distancia de inflación de la pared del álabe hasta la primera celda “*Inflation distance*” relacionado con la zona del pasaje “*Passage*”, y el número de nodos de malla “*Node number*” para la entrada y salida de los volúmenes de control “*Inlet*” y “*Outlet*”, respectivamente. De los parámetros de refinación de entrada se puede

observar que en su mayor parte se mantienen constante a excepción del parámetro “*Size factor*”. Lo anterior se debe a que el parámetro “*Size factor*” refina los elementos de la malla globalmente, de manera que, si se mantienen constantes los demás parámetros de refinación de entrada, es posible asegurar una refinación de la malla de forma estructurada y proporcional al parámetro global “*Size factor*”.

Tabla 3-7. Parámetros de refinación de TurboGrid para el estudio de malla de los tres tipos de álabes.

Malla	Zona de la malla							
	<i>Mesh size</i>		<i>Passage</i>	<i>Inlet</i>	<i>Outlet</i>	<i>Passage</i>	<i>Inlet</i>	<i>Outlet</i>
	Parámetros de refinación de entrada				Parámetros de refinación de salida			
	<i>Size factor</i>	<i>Factor base</i>	<i>Factor</i>	<i>Expansion rate</i>	<i>Expansion rate</i>	<i>Inflation distance(mm)</i>	<i>Node number</i>	<i>Node number</i>
<b>Álabe sin curvatura y espesor constante</b>								
Fina	1.542	3.5	1.5	1.04	1.02	$7.02 \times 10^{-3}$	35	103
Media	1.1	3.5	1.5	1.04	1.02	$21.50 \times 10^{-3}$	29	89
Gruesa	0.76	3.5	1.5	1.04	1.02	$31.56 \times 10^{-3}$	21	70
<b>Álabe con curvatura y espesor constante</b>								
Fina	1.9	3.5	1.5	1.04	1.02	$5.6 \times 10^{-3}$	47	128
Media	1.1	3.5	1.5	1.04	1.02	$21.76 \times 10^{-3}$	36	101
Gruesa	0.82	3.5	1.5	1.04	1.02	$39.38 \times 10^{-3}$	25	76
<b>Álabe con curvatura y espesor variable</b>								
Fina	1.73	3.5	1.5	1.04	1.01	$3.58 \times 10^{-3}$	43	171
Media	1.1	3.5	1.5	1.04	1.01	$11.64 \times 10^{-3}$	34	95
Gruesa	0.82	3.5	1.5	1.04	1.01	$28.12 \times 10^{-3}$	28	80

Con propósitos de ilustración y comparación, la Figura 3-28 muestra el refinación de las mallas para los tres tipos de álabes. En la figuras (a), (b) y (c) se aprecian las mallas finas, medias y gruesas para los álabes sin curvatura y espesor constante, con curvatura y espesor constante, y con curvatura y espesor variable, respectivamente. Allí sólo se muestra la zona del pasaje del volumen de control en coordenadas meridionales, por lo cual se visualiza de forma bidimensional, y no tridimensional. Así, es posible apreciar los detalles de refinación de las mallas alrededor del álabe donde, en general, es más importante el refinación. De las distintas mallas se puede apreciar que, desde una vista alejada de las mallas, no se aprecia claramente el cambio de refinación cerca de las paredes de los álabes. Sin embargo, la refinación de esta zona, la cual corresponde a las capas de inflación, sí se puede apreciar cuantitativamente en el parámetro de salida de refinación “*Inflation distance*” en la Tabla

3-7. Pero, por el contrario, el cambio de en la refinación de la malla sí se puede apreciar cualitativamente alrededor de la pared de los álabes.

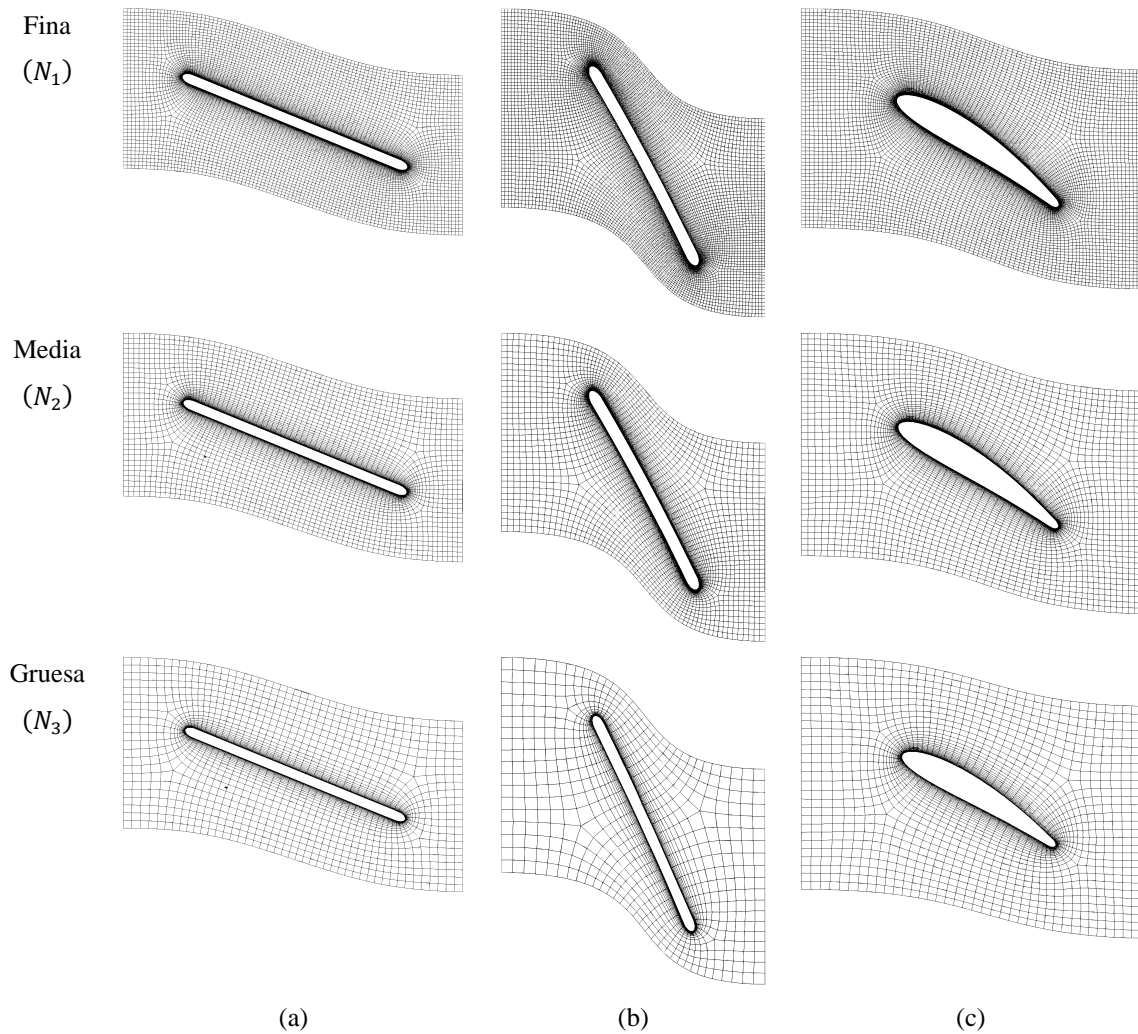


Figura 3-28. Comparación de la refinación de las mallas fina, media y gruesa para los álabes en la zona del pasaje para los álabes (a) sin curvatura y espesor constante, (b) con curvatura y espesor constante, y (c) con curvatura y espesor variable.

- Estudio de independencia de malla

Una vez se han generado las diferentes mallas con los distintos niveles de refinación, se procedió con la aplicación de la metodología del Índice de Convergencia de Malla (*GCI*) con base a las ecuaciones descritas en la sección 1.2.9. Así, la Tabla 3-8 muestra los resultados del estudio del *GCI*

para los tres tipos de álabes correspondientes al álabe sin curvatura y espesor constante, con curvatura y espesor constante, y con curvatura y espesor variable. El número de elementos totales de las mallas fina, media y gruesa correspondientes a  $N_1, N_2, N_3$ , respectivamente, son reportados. Los factores de refinación  $r_{21}, r_{32}$  satisfacen la recomendación de *ASME* con respecto a su valor inferior límite, es decir,  $r_{21}, r_{32} > 1.3$ . Debido a que  $r_{21} \neq r_{32}$ , el valor aparente  $p$  fue calculado usando una iteración de punto fijo con un valor inicial de  $p = 1$ . En cuanto a las variables de respuesta  $\phi_i$  de la solución fluidodinámica, se seleccionaron la cabeza de presión  $\Delta H$  y el torque  $T$  de la turbina, definidos por las ecuaciones (21) y (22), respectivamente. La selección de estos parámetros se debe a que son los principales para determinar el rendimiento hidrodinámico de este tipo de turbomáquina. Con respecto a los valores numéricos obtenidos del estudio del *GCI*, una convergencia monótona fue alcanzada debido a que la razón de las diferencias de las variables de respuesta es positiva ( $\varepsilon_{32}/\varepsilon_{21} > 0$ ), y a su vez el orden aparente ( $p > 0$ ). Con respecto al orden teórico de la solución, que a su vez está relacionado con el orden aparente de la solución  $p$ , correspondió para todas las simulaciones fluidodinámicas al esquema de advección de segundo orden (Alta resolución) usado por CFX, es decir,  $p = 2$ . En general, los valores del orden aparente  $p$  para  $T$  y  $\Delta H$  se aproximaron al orden teórico de la solución fluidodinámica. Lo anterior es un indicador de la correcta convergencia de las mallas. Por otro lado,  $p$  para la cabeza de presión  $\Delta H$  resultó una magnitud por encima del orden teórico. Sin embargo, valores mayores a  $p > 3$  puede considerarse como altos comparados con el valor teórico ( $p = 2$ ). Lo anterior puede atribuirse a falencias localizadas en la calidad de la malla, al estrechamiento de la malla, la no linealidad de la solución y al modelado de la turbulencia [148]. A pesar de esto, estos ordenes aparentes no invalidan la metodología *GCI*, y siguen siendo aceptables para demostrar la convergencia de la malla. Los errores relativos aproximados ( $e_a^{21}, e_a^{32}$ ) y los errores relativos extrapolados ( $e_{ext}^{21}, e_{ext}^{32}$ ) fueron reportados. Estos indican que para la malla gruesa hay errores relativamente altos que varían entre el 0.66 % hasta 13.94 %. Sin embargo, para la malla fina son menores al 7 %. Los valores extrapolados ( $\phi_{ext}^{21}, \phi_{ext}^{32}$ ), también llamados los valores de la extrapolación de Richardson, corresponden a la solución asintótica cuando el tamaño representativo de la malla tiende a cero ( $h \rightarrow 0$ ), es decir, una malla infinitamente refinada. Nótese que  $\phi_{ext}^{21} = \phi_{ext}^{32}$ , lo cual tiene sentido debido a que sólo existe una solución para  $T$  y  $\Delta H$  cuando  $h \rightarrow 0$ . Por último, el índice de convergencia de malla *GCI* para cada tipo de álabe correspondiente a la malla media ( $GCI_{fino}^{21}$ ) fueron menores al 4 %, tanto para  $T$  y  $\Delta H$ . En contraste, el *GCI* para la malla gruesa ( $GCI_{medio}^{21}$ ) existen valores que superan el 5 %, lo cual se considera alto para tener en cuenta una convergencia de malla aceptable. Debido a que un Índice de Convergencia de Malla menor al 5 % se considera dentro de un umbral aceptable [149], la

mallla seleccionada fue la media ( $N_2$ ) para los tres tipos de álabes con base en el resultado del  $GCI_{fino}^{21}$ .

Tabla 3-8. Resultados del Índice de Convergencia de Malla ( $GCI$ ) aplicado al número de elementos de la malla para los tres tipos de álabes.

Parámetro	Variables de respuesta de la solución	
	Torque ( $T$ )	Cabeza de presión ( $\Delta H$ )
<b>Álabe sin curvatura y espesor constante</b>		
$N_i$	$N_1 = 1'392,440; N_2 = 492,864; N_3 = 181,016$	
$r_{21}$	1.4137	1.4137
$r_{32}$	1.3964	1.3964
$\phi_1$	0.0211 Nm	0.0883 m
$\phi_2$	0.0206 Nm	0.0886 m
$\phi_3$	0.0198 Nm	0.0893 m
$\varepsilon_{32}/\varepsilon_{21}$	1.7779	2.0
$p$	1.8021	2.1496
$\phi_{ext}^{21}, \phi_{ext}^{32}$	0.0216 Nm	0.0881 m
$e_a^{21}$ (%)	2.1516	0.3472
$e_{ext}^{21}$ (%)	2.4239	0.3153
$e_a^{32}$ (%)	4.5234	0.6636
$e_{ext}^{32}$ (%)	4.310	2.0729
$GCI_{fino}^{21}$ (%)	3.1051	0.3929
$GCI_{medio}^{32}$ (%)	5.9221	0.8241
<b>Álabe con curvatura y espesor constante</b>		
$N_i$	$N_1 = 1'498,488; N_2 = 515,906; N_3 = 101,726$	
$r_{21}$	1.4268	1.4268
$r_{32}$	1.7181	1.7181
$\phi_1$	0.0942 Nm	0.9424 m
$\phi_2$	0.0969 Nm	0.9725 m
$\phi_3$	0.1104 Nm	1.1061 m
$\varepsilon_{32}/\varepsilon_{21}$	4.9861	4.4454
$p$	2.5475	2.3087
$\phi_{ext}^{21}, \phi_{ext}^{32}$	0.0923 Nm	0.9188 m
$e_a^{21}$ (%)	2.8758	3.1908

Parámetro	Variables de respuesta de la solución	
	Torque ( $T$ )	Cabeza de presión ( $\Delta H$ )
$e_{ext}^{21}$ (%)	1.9911	2.5733
$e_a^{32}$ (%)	13.9381	13.7458
$e_{ext}^{32}$ (%)	4.9242	5.8462
$GCI_{fino}^{21}$ (%)	2.4403	3.1360
$GCI_{medio}^{32}$ (%)	5.8664	6.9041
Álabe con curvatura y espesor variable		
$N_i$	$N_1 = 2'329,953; N_2 = 524,426; N_3 = 228,090$	
$r_{21}$	1.6439	1.6439
$r_{32}$	1.3199	1.3199
$\phi_1$	0.0743 Nm	0.4640 m
$\phi_2$	0.0690 Nm	0.4558 m
$\phi_3$	0.0588 Nm	0.4469 m
$\varepsilon_{32}/\varepsilon_{21}$	1.9329	1.0707
$p$	3.4132	1.7361
$\phi_{ext}^{21}, \phi_{ext}^{32}$	0.0755 Nm	0.470 m
$e_a^{21}$ (%)	7.1191	1.7760
$e_{ext}^{21}$ (%)	1.5725	1.2795
$e_a^{32}$ (%)	14.8150	1.9360
$e_{ext}^{32}$ (%)	8.5797	3.0327
$GCI_{fino}^{21}$ (%)	1.9970	1.6201
$GCI_{medio}^{32}$ (%)	11.7310	3.9095

La Figura 3-29 contiene la representación gráfica del estudio de malla  $GCI$  para los álabes (a)-(b) sin curvatura y espesor constante, (c)-(d) con curvatura y espesor constante, y (e)-(f) con curvatura y espesor variable. Allí se encuentran las tendencias de las variables de repuesta para el torque  $T$  y la cabeza de presión  $\Delta H$  en función de la refinación de las mallas ( $N_1, N_2, N_3$ ) en términos del tamaño representativo espacial ( $h_i^e$ ). Cuando el tamaño representativo espacial de la malla  $h_i^e$  se acerca a cero, corresponde a una malla cada vez más refinada. De esta manera, cuando  $h$  tiende a cero, las variables de respuesta convergen a una solución. Dicha solución corresponde al valor extrapolado  $\phi_{ext}^{21,32}$  o el valor extrapolado de Richardson. Para todos los casos, las variables de respuesta varían monótonamente, lo cual es una indicación de convergencia de las mallas con respecto a las soluciones fluidodinámicas.

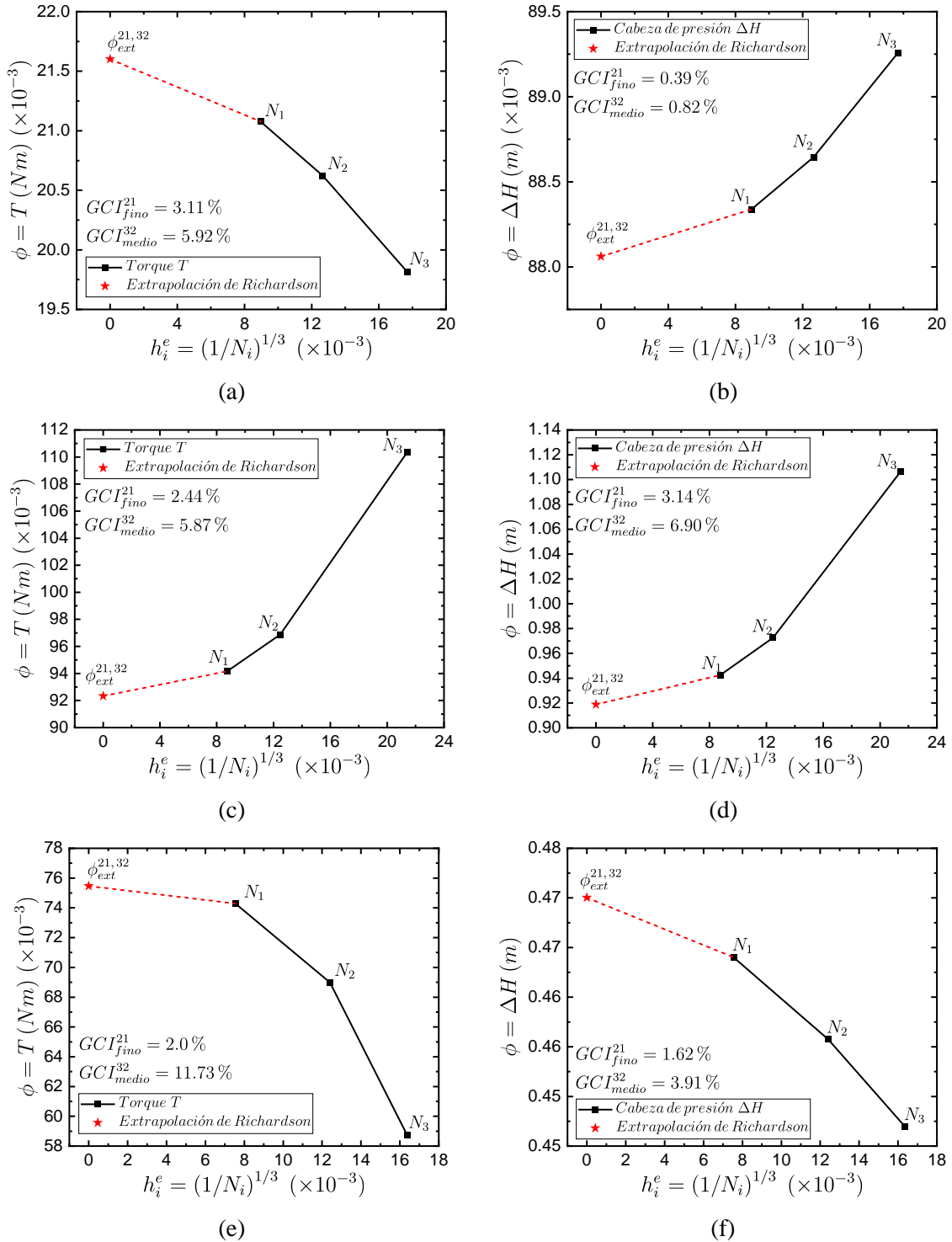


Figura 3-29. Gráficos del estudio del  $GCI$  para los álabes (a)-(b) sin curvatura y espesor constante, (c)-(d) con curvatura y espesor constante, y (e)-(f) con curvatura y espesor variable.

La Figura 3-30 presenta las mallas de los tres tipos de álabes generadas en TurboGrid, las cuales están conformadas exclusivamente por elementos hexaédricos. La figura (a) corresponde al álabe sin curvatura y espesor constante, (b) con curvatura y espesor constante, y (c) con curvatura y espesor variable. Estas mallas fueron las seleccionadas, según el estudio de malla GCI, para realizar las simulaciones finales fluidodinámicas. Como aclaración, la razón por la cual sólo un álabe es visible en las figuras se debe a que la geometría de la turbina fue creada en BladeGen, lo cual permite que un quinto del volumen de control sea discretizado. De esta manera, se discretiza un quinto del volumen debido a que en el diseño de las turbinas se consideraron 5 álabes. Así, el modelado de una fracción de la turbina resulta en una disminución del número de elementos de malla, lo cual reduce el costo computacional. Con respecto a cada una de las mallas mostradas en las figuras (a), (b), y (c), se pueden apreciar diferentes detalles de las mallas. A la izquierda de las figuras se aprecian las capas de inflación en las paredes del volumen de control, es decir, en la pared de la tubería en el radio  $r_{tubería}$  y en el radio interior  $r_h$  de la turbina. A la derecha de las figuras se muestra la malla superficial en las paredes de la turbina, donde se muestran detalles de las capas de inflación en la raíz  $r_h$  y en la punta  $r_t$  del álabe.

En la Figura 3-31 se presenta la visualización del espaciado  $t_c$  generado en TurboGrid.  $t_c$  corresponde a la distancia entre la pared de la punta del álabe  $r_t$  y la pared de la tubería  $r_{tubería}$ . Para el presente trabajo, se generó un espaciado de  $t_c = 0.1$  mm. En primer lugar, en un montaje físico real para este tipo de turbinas y su aplicación, el espaciado  $t_c$  se debe asegurar para que la turbina pueda rotar sin contacto con la pared de la tubería. De manera que se modela el espaciado en la simulación fluidodinámica con el fin de mantener la simulación cercana a la realidad. En segundo lugar, el valor de  $t_c$  es relativamente pequeño para asegurar que las turbinas posean la máxima eficiencia hidráulica para propósitos de comparación entre los álabes. Lo anterior se debe a que la eficiencia hidráulica de la turbina es inversamente proporcional al espaciado  $t_c$ , como lo reportó Tran *et al.*, [138]. Con respecto a las figuras, y en primer lugar como aclaración, sólo se muestra un tipo de álabe para la visualización de  $t_c$ , debido a que para los otros tipo de álabes esta visualización sería la misma. En segundo lugar, en la figura (a) se puede observar la vista frontal del álabe en dirección del fluido, lo cual significa que la superficie del álabe que se visualiza corresponde a la superficie de presión. En la figura (a), en la izquierda, se puede observar el borde de ataque y fuga del álabe, el radio de la turbina interior  $r_h$ , y el radio de la tubería  $r_{tubería}$ . A la derecha se presenta el detalle donde se aprecia el espaciado  $t_c$  entre la punta del álabe en el radio  $r_t$  y la pared de la tubería  $r_{tubería}$ . Por otra parte, en la figura (b), en la izquierda, se puede apreciar una vista

tridimensional del pasaje del volumen de control que contiene al ábabe y una sección transversal de la malla (color naranja). Allí se realiza un acercamiento mostrado en la parte derecha de la figura, donde se visualiza el mallado realizado para el espaciado  $t_c$ .

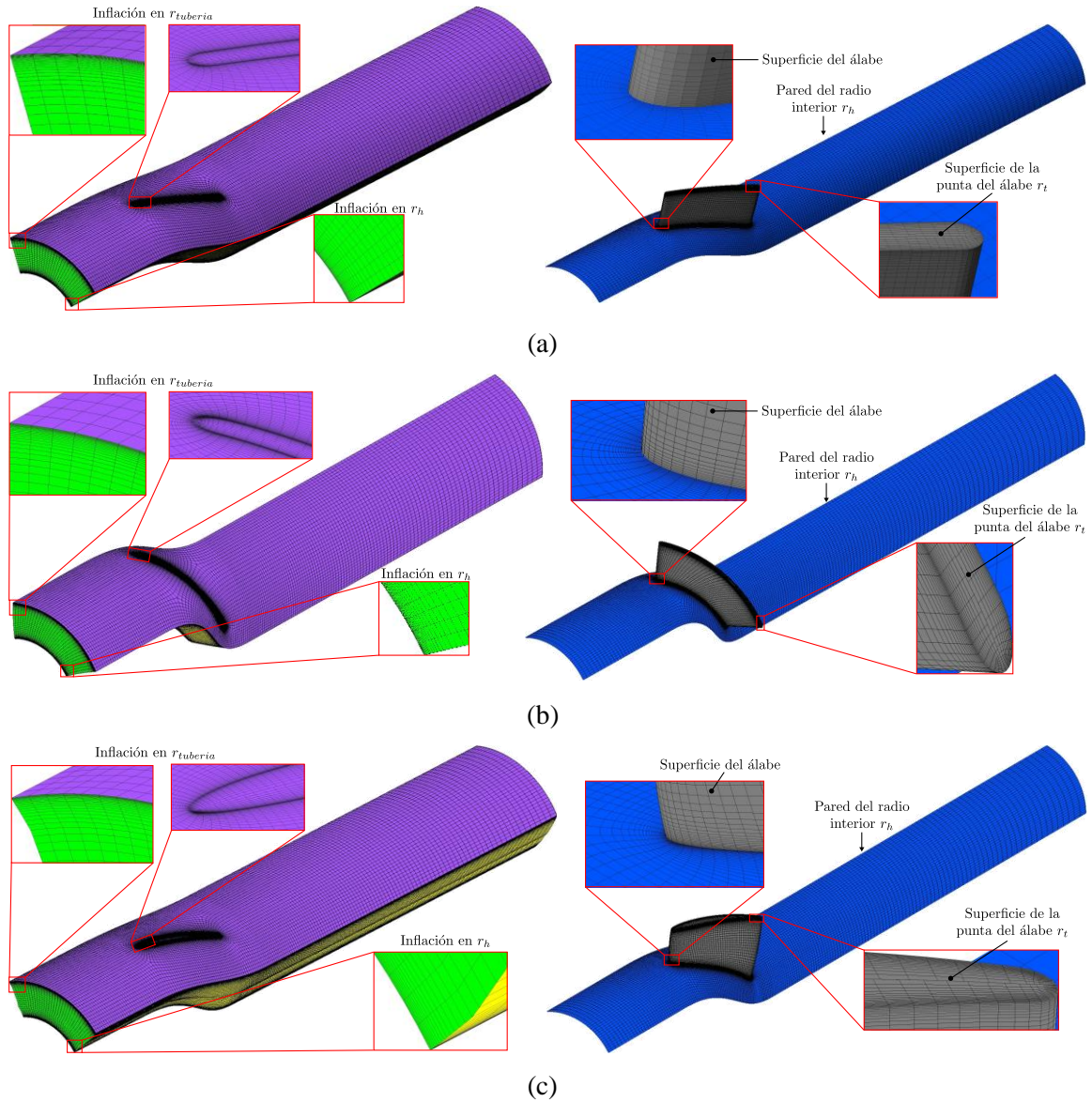


Figura 3-30. Mallas de refinación media ( $N_2$ ) utilizadas en las simulaciones finales fluidodinámicas para los álabes (a) sin curvatura y espesor constante, (b) con curvatura y espesor constante, (c) con curvatura y espesor variable.

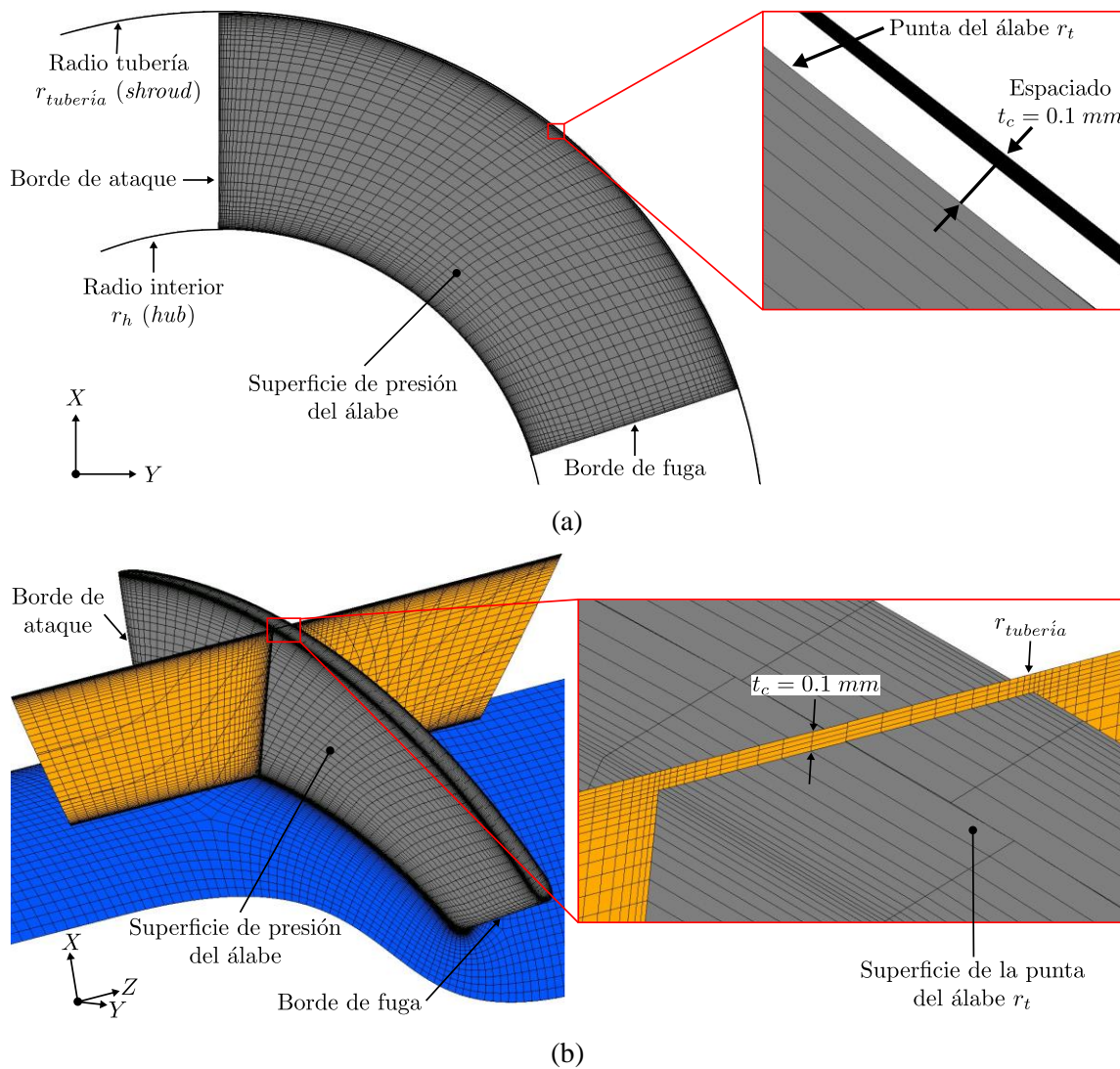
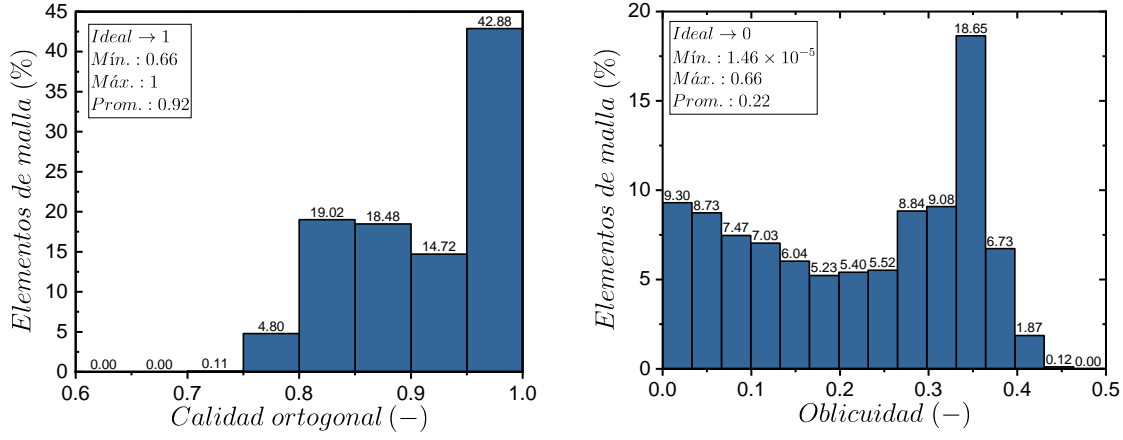


Figura 3-31. Visualización del espaciado  $t_c$  creado en TurboGrid. (a) Vista X – Y desde la entrada del fluido. (b) Vista tridimensional del álabe con una sección transversal de la malla.

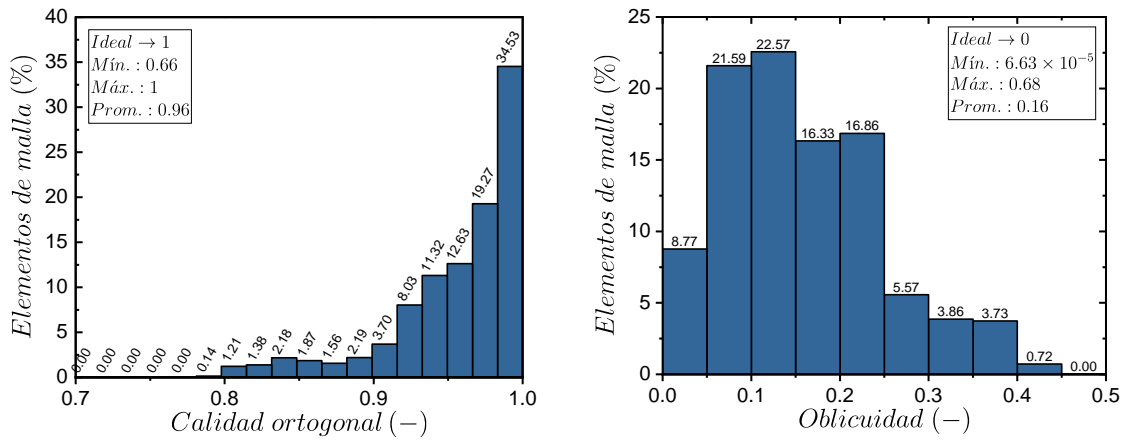
La Figura 3-32 muestra la distribución del porcentaje del número de elementos de las mallas en función de los parámetros de calidad ortogonal y oblicuidad, los cuales corresponden a los parámetros de calidad más importantes para el solucionador fluidodinámico CFX. Los parámetros de calidad de las figuras (a), (b) y (c) corresponden a los álabes sin curvatura y espesor constante, con curvatura y espesor constante, y con curvatura y espesor variable, respectivamente. Con respecto a la calidad ortogonal, los valores cercanos a 1 representan un elemento de buena calidad, mientras que valores cercanos a 0 representan lo contrario. Haciendo referencia para los álabes de las figuras (a), (b), (c), los valores mínimos de la calidad ortogonal se encuentran en un rango de 0.66 a 0.42 para el 0.04 %, 0.001 %, y 0.001 % del total de elementos para cada álabe, respectivamente. Los

valores máximos se encuentran en un rango de 0.95 a 1 para el 42.88 %, 34.53 %, y 18.02 % de los elementos de malla para cada uno de los álabes, respectivamente. El promedio de la distribución de la calidad ortogonal es de 0.92, 0.96, y 0.83 para cada álabe, respectivamente. Así, según la guía de modelado del solucionador fluidodinámico CFX de ANSYS, se recomiendan valores mayores a 0.17 para la calidad ortogonal [150], de manera que para ese parámetro de calidad, las mallas de los tres tipos de álabes superan el mínimo requerido con un margen amplio según el valor promedio.

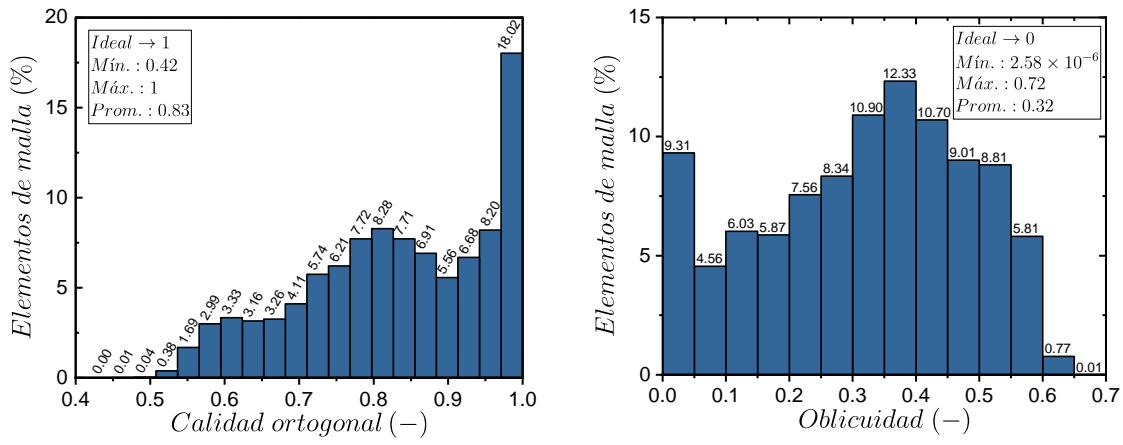
Por otra parte, para cada tipo los álabes se muestra el parámetro de calidad correspondiente a la oblicuidad, visto en la parte derecha de las figuras (a), (b), y (c). Para este parámetro, un valor de 0 representa un elemento ideal, y 1 un elemento de mala calidad. Los valores mínimos para cada tipo de álabe correspondieron a un porcentaje de elementos de malla de 9.3 % en un rango de  $1.45 \times 10^{-5}$  y 0.03, 8.77 % entre  $3.63 \times 10^{-5}$  y 0.05, y 9.31 % entre  $2.58 \times 10^{-6}$  y 0.05, respectivamente. Dichos valores mínimos corresponden a los elementos con mejor calidad en oblicuidad. Por otra parte, los valores máximos correspondieron a 0.66 para 0.006 % de los elementos de malla, 0.68 para 0.003 %, y 0.72 para 0.001 %, respectivamente. El promedio de la distribución de oblicuidad para cada tipo de álabe fue de 0.22, 0.16, y 0.32, respectivamente. Con respecto al valor límite, la oblicuidad no debe superar el valor de 0.95 para los solucionadores fluidodinámicos de ANSYS [150]. En conclusión, y de acuerdo con los parámetros de calidad reportados, las mallas de la fracción del volumen de control que representa cada tipo de álabe cumplen con las exigencias y recomendaciones de los parámetros de calidad de malla según la guía de modelado del solucionador fluidodinámico CFX. Por lo tanto, la malla utilizada para el estudio de validación se considera de buena calidad.



(a)



(b)



(c)

Figura 3-32. Parámetros de calidad ortogonal y oblicuidad para las mallas de los álabes (a) sin curvatura y espesor constante, (b) con curvatura y espesor constante, y (c) con curvatura y espesor variable.

### 3.2.2 Simulaciones paramétricas fluidodinámicas

En esta sección se presenta en detalle la metodología para llevar a cabo las simulaciones paramétricas fluidodinámicas. Para ello, se describen las condiciones de frontera fluidodinámicas utilizadas, se definen las variables y sus rangos para el estudio paramétrico, y, por último, se define la preconfiguración utilizada para el solucionador fluidodinámico CFX de ANSYS. Así, el contenido de esta sección corresponde a la fase 2 de la metodología general para realizar las simulaciones fluido-estructura presentada en la Figura 3-26.

- Condiciones de frontera fluidodinámicas

En la Figura 3-33 se presentan las condiciones de frontera fluidodinámicas utilizadas para las simulaciones finales, las cuales fueron aplicadas para los volúmenes de control de los tres tipos de álabes. Esta imagen tiene como objetivo aclarar las ubicaciones de las condiciones de frontera y algunos de sus valores numéricos constantes. Así, el volumen de control en su totalidad mostrado en la figura se le llama “pasaje” o “ $R_1$ ”, el cual rota con respecto al eje  $Z$  en dirección negativa con una velocidad angular  $N$  variable. Este dominio rotacional está delimitado por las superficies de entrada y salida del fluido, a las cuales se les asigna una presión total de entrada constante de  $P_{tot,ent} = 97805.7 Pa$ , y un flujo másico de salida variable  $\dot{m}_{sal}$ , respectivamente. La presión total de entrada constante de  $P_{tot,ent} = 97802.7 Pa$  se definió con base en los resultados de Samora *et al.*, [18] con respecto al coeficiente de Thoma, el cual está relacionado con la cavitación de una turbina. En el estudio de Samora *et al.* encontraron que para las condiciones de trabajo de caudal evaluadas ( $0 \leq Q \leq 16$ )  $l/s$ , no se presentaban condiciones de cavitación si una presión de entrada equivalente a 10 metros columna de agua (m.c.a) se aseguraba. Por tal razón se definió una presión total de entrada equivalente a 10 m.c.a para las simulaciones fluidodinámicas del presente trabajo, teniendo en cuenta que se asumió la densidad del agua como  $\rho = 997 kg/m^3$  a temperatura ambiente. La obtención de los parámetros variables se explica en la siguiente subsección. Por otra parte, las superficies laterales fueron definidas como una interfaz fluido-fluido de periodicidad rotacional alrededor del eje  $Z$ . Por otra parte, las paredes físicas del volumen de control corresponden a las superficies del álabes, el radio interno de la turbina  $r_h$  y la pared de la tubería  $r_{tubería}$ . Para estas paredes se asumió la condición de frontera de no deslizamiento, la cual define la velocidad en la pared con una velocidad igual a cero ( $V_{pared} = 0$ ).

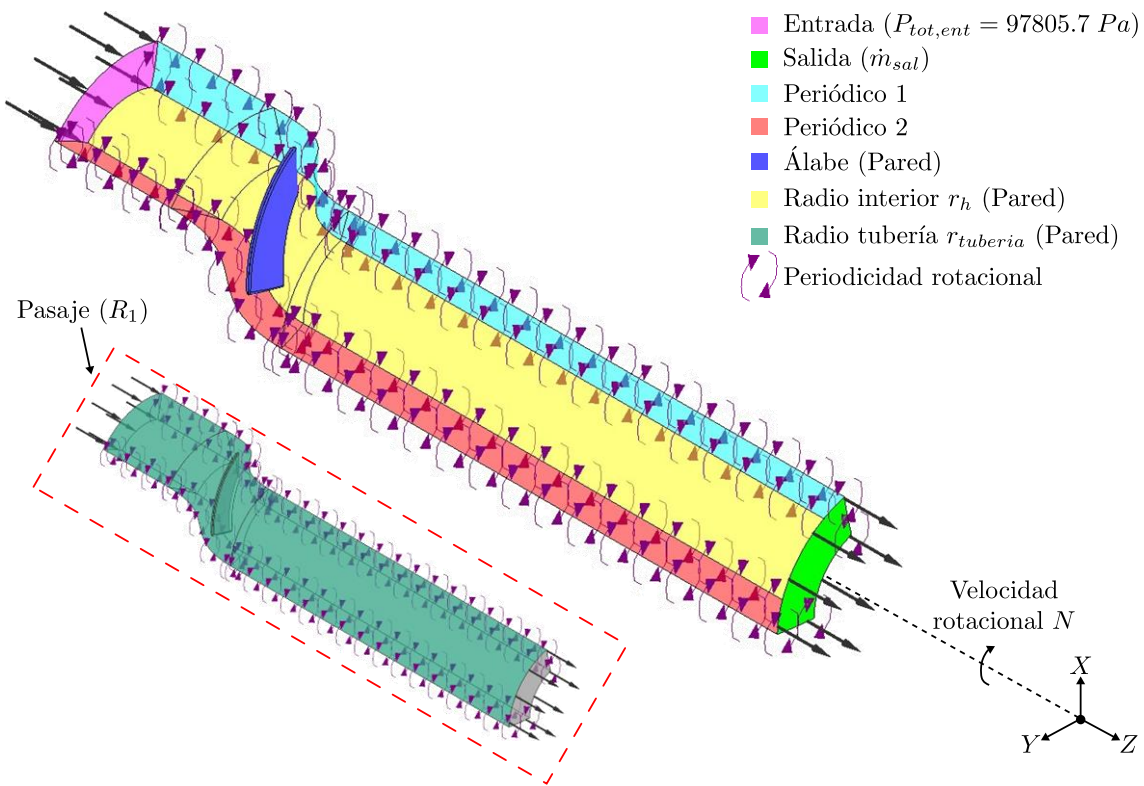


Figura 3-33. Condiciones de frontera utilizadas para la simulación paramétrica fluidodinámica para los tres tipos de álabes.

- Definición del estudio paramétrico

Las simulaciones fluidodinámicas se desarrollaron no sólo para una condición de trabajo, sino que para un rango amplio con el fin de definir el comportamiento fluidodinámico de los tres tipos de álabes. De esta manera, los parámetros que varían para generar las distintas condiciones de trabajo fueron la velocidad angular de la turbina  $N$  y el flujo másico de salida  $\dot{m}_{sal}$ . Así, la Tabla 3-9 muestra la variación de los valores numéricos de  $\dot{m}_{sal}$  y la velocidad rotacional de la turbina  $N$ . En primer lugar,  $N$  varió desde 0 rpm hasta 100 rpm con pasos de 25 rpm. Luego, continuó desde 250 hasta 200 rpm con pasos de 250 rpm. En total, la variación de  $N$  correspondió a 13 valores. Como aclaración, el primer rango para  $N$  se implementó para capturar con más detalle la variación del rendimiento de la turbina para bajas velocidades angulares, mientras que el segundo fue utilizado para cubrir un rango amplio para la velocidad angular, considerando que no se generó una cantidad innecesaria de puntos de trabajo para  $N$ . En segundo lugar,  $\dot{m}_{sal}$  tuvo un rango desde 0.798 kg/s hasta 5.184 kg/s con pasos de 0.399 kg/s, es decir, 12 valores. Sin embargo, para cada valor de  $N$ , se simuló el rango completo de  $\dot{m}_{sal}$  para cada tipo de álabe. Por lo tanto, el número total de

condiciones de trabajo fluidodinámicas simuladas, teniendo en cuenta los tres tipos de álabes, correspondieron a 468.

Tabla 3-9. Definición del estudio paramétrico fluidodinámico correspondientes a las condiciones de frontera de la velocidad angular de la turbina  $N$  y del flujo másico de salida  $\dot{m}_{sal}$  para cada tipo de álabe.

$N$ (rpm)	$\dot{m}_{sal}$ (kg/s)
0	$(0.798 \leq \dot{m}_{sal} \leq 5.184)$ pasos de 0.399
25	$(0.798 \leq \dot{m}_{sal} \leq 5.184)$ pasos de 0.399
⋮	⋮
100	$(0.798 \leq \dot{m}_{sal} \leq 5.184)$ pasos de 0.399
250	$(0.798 \leq \dot{m}_{sal} \leq 5.184)$ pasos de 0.399
500	$(0.798 \leq \dot{m}_{sal} \leq 5.184)$ pasos de 0.399
⋮	⋮
2000	$(0.798 \leq \dot{m}_{sal} \leq 5.184)$ pasos de 0.399

Las siguientes ecuaciones fueron utilizadas para determinar los valores numéricos de las condiciones de frontera utilizadas en las simulaciones fluidodinámica. Por una parte, la presión total de entrada  $P_{tot,ent}$ , con unidades de  $Pa$ , fue calculada de la siguiente manera:

$$P_{tot,ent} = H\rho g \quad (126)$$

Donde  $H = 10$  m es la cabeza de presión asumida a la entrada del volumen de control. La selección del valor numérico de este parámetro se explicó en la subsección anterior. El valor de la densidad del agua asumido fue de  $\rho = 997$  kg/m<sup>3</sup>, y  $g = 9.81$  m/s<sup>2</sup> es la constante de la aceleración de la gravedad.

Para determinar los valores del flujo másico de salida  $\dot{m}_{sal}$  presentados en la Tabla 3-9, se usó la Ec (127).

$$\dot{m}_{sal} = \frac{Q\rho}{5} \quad (127)$$

Donde  $Q$  es el flujo volumétrico asumido a la salida del volumen de control. Así, el rango considerado fue  $(0.004 \leq Q \leq 0.026) \text{ m}^3/\text{s}$  con pasos de  $0.002 \text{ m}^3/\text{s}$ . El rango para  $Q$  fue definido de acuerdo con la capacidad de la bomba hidráulica del banco de pruebas disponible en la Institución Universitaria ITM. De esta manera, se realizaron pruebas en el banco hidráulico para determinar cuál era el caudal disponible cuando la bomba hidráulica operaba a 60 Hz. La selección del rango del caudal  $Q$  se realizó de esta manera para posibles pruebas futuras con un prototipo en el banco hidráulico. Por otra parte, el flujo másico se divide entre 5 debido a que se simuló la quinta parte del volumen de control total de la turbina. Por lo tanto,  $\dot{m}_{sal}$  recibe el nombre de flujo másico de salida por pasaje.

- Preconfiguración de CFX

Las simulaciones paramétricas fluidodinámicas se desarrollaron en una estación de trabajo con un procesador Intel Xeon E5-2667 de 12 núcleos a 2.9 GHz y 32 GB de memoria RAM. La Tabla 3-10 presenta la configuración del solucionador CFX para los módulos *Pre*, *Solver manager*, y *Post*. En el componente CFX-*Pre*, se configuró para un análisis en estado estacionario con un dominio de tipo fluido continuo (agua a 25 °C) a una presión de referencia de 1 atm. En el estudio de validación, reportado en la sección 4.1, se demostró que no hay diferencia numérica significativa para las variables de respuesta fluidodinámicas obtenidas con un análisis estacionario y transitorio. Por esta razón, se reporta la configuración del solucionador CFX para un análisis estacionario. Seguidamente, se desactivaron los modelos de flotabilidad, deformación de la malla, combustión y radiación térmica debido a que no son necesarios para la simulación de una turbina hidráulica a condiciones de ambiente. El movimiento del dominio es rotacional con el tipo de modelado “*Alternate Rotation Model (ARM)*”. Este modelo de rotación comprende el término de advección en las ecuaciones de momento. Se recomienda usar el modelo *ARM* para el caso de una turbina axial debido a que la dirección de flujo del fluido es paralela al eje de rotación, y a su vez el caudal se considera esencialmente constante. De manera que el modelo *ARM* reduce significativamente el error numérico debido a que la velocidad en el marco de referencia absoluto es cercana a ser constante [150]. El modelo de turbulencia usado es  $k - \omega$  SST con funciones de pared automáticas. Este modelo predice correctamente los gradientes de presión adversos presentes en las superficies sustentadoras de turbinas hidráulicas, por lo cual distintos autores han utilizado este modelo de turbulencia para este tipo de simulaciones, ver Tabla 2-2. El esquema de advección es de segundo orden, es decir, *High Resolution*. CFX por defecto utiliza esta configuración. El criterio de convergencia se configuró para

residuales RMS (*Root Mean Square*) con una magnitud de  $1 \times 10^{-5}$ . Lo anterior se debe a que se identificó la magnitud de convergencia más pertinente teniendo en cuenta la estabilidad y convergencia de las variables de salida como el torque y las presiones totales de entrada y salida. Además, se ha identificado en diferentes estudios relacionados con simulaciones fluidodinámicas de turbinas hidráulicas que la magnitud de convergencia mencionada anteriormente es aceptable desde un punto de vista de precisión teniendo en cuenta errores numéricos [28],[151]. Con respecto al componente del *Solver-manager*, se activó la opción de doble precisión (*Double precision*) para generar una simulación con resultados precisos. Adicionalmente, el proceso de la solución computacional fue de tipo paralela, es decir que se particionó entre 12 núcleos. Por último, los resultados fueron visualizados en el componente de *CFX-Post* utilizando el entorno Turbo, el cual es especializado para visualizar resultados de turbomaquinaria.

Tabla 3-10. Configuración del solucionador para los módulos *CFX-Pre*, *CFX-Solver*, y *CFX-Post*.

Componente del módulo CFX	Configuración	Detalle
<i>CFX-Pre</i>	Tipo de análisis	Estado estacionario
	Tipo de dominio	Fluido
	Fluido	Agua, sustancia pura ( $T_{ref} = 25 \text{ }^\circ\text{C}$ )
	Morfología	Fluido continuo
	Presión de referencia $P_{ref}$	1 atm
	Modelo de flotabilidad	No boyante
	Movimiento del dominio	Rotacional ( <i>Alternate Rotation Model</i> )
	Deformación de malla	Desactivado
	Modelo de turbulencia	$k - \omega SST$
	Función de pared	Automático
	Combustión	Desactivado
	Radiación térmica	Desactivado
	Esquema de advección	<i>High resolution</i>
	Criterio de convergencia	Tipo de residual: RMS. Residual objetivo: $1 \times 10^{-5}$
<i>CFX-Solver Manager</i>	Precisión	<i>Double precision</i>
	Modo de solución	Paralelo (12 particiones)
<i>CFX-Post</i>	Turbo	

### 3.2.3 Simulaciones paramétricas estructurales estáticas

La presente sección presenta la metodología en detalle para llevar a cabo las simulaciones paramétricas estructurales estáticas. Estas simulaciones hacen parte de la fase 3 de la metodología general *FSI* presentada en la Figura 3-26. Para ello, se describe la definición de las propiedades mecánicas de los materiales utilizados, las condiciones de frontera estructurales, y la discretización del sólido de los álabes con su correspondiente estudio de independencia de malla. La metodología descrita en la siguientes subsecciones fue basada en estudios similares anteriormente realizados para turbinas hidráulicas [152],[153].

- Definición de materiales

Los materiales considerados para las simulaciones paramétricas estructurales son reportados en la Tabla 3-11. Los materiales utilizados fueron la aleación de aluminio 6061 – T6, la resina ABS-Like, y la aleación de bronce C51000. Para cada uno de los materiales se definen las propiedades mecánicas, donde  $\rho$  es la densidad,  $\alpha$  el coeficiente de expansión térmica,  $\nu$  el coeficiente de Poisson,  $E$  el módulo de Young,  $G$  el módulo de cizalladura,  $\sigma_y$  el límite elástico, y  $\sigma_u$  la tensión de rotura. Las propiedades mecánicas para el aluminio y el bronce fueron consultadas en la base de datos de ANSYS Granta [154], la cual está disponible en ANSYS Workbench. Por otro lado, la resina ABS- Like es un material comercial, y para este caso se utilizaron las propiedades reportadas por el fabricante SUNLU [155]. El aluminio y el bronce fueron considerados para evaluar el comportamiento estructural de los álabes debido a que son materiales de interés para la manufactura de álabes por sus características mecánicas aptas para cargas fluidodinámicas [156],[157]. La aleación de aluminio 6061 es frecuentemente usada para diversas aplicaciones en la ingeniería mecánica, entre ellas para la manufactura de álabes. Adicionalmente posee ventajas como su baja densidad en comparación con otros metales. Por su parte, la aleación de bronce C51000 puede ser una alternativa con respecto al aluminio por sus características mecánicas superiores debido a que puede ofrecer mayor resistencia al desgaste y corrosión, mayor resistencia mecánica y mejor tolerancia a cargas y tensiones elevadas. Por otro lado, la resina ABS-Like también puede ser una alternativa a los dos anteriores materiales debido a que es utilizado por impresoras de resina 3D con endurecimiento a través de luz UV, lo cual puede facilitar procesos de manufactura [158]. Este proceso de manufactura se conoce como estereolitografía, con el cual se han fabricado de manera satisfactoria diferentes tipos de álabes, como por ejemplo para álabes de turbina para motores

aeronáuticos [159]. Adicionalmente, la resina también posee propiedades mecánicas aceptables para cargas fluidodinámicas típicas de turbomáquinas en el ámbito hidráulico [160].

Tabla 3-11. Propiedades mecánicas de los materiales usados en las simulaciones estructurales.

Material	$\rho$ ( $kg/m^3$ )	$\alpha$ ( $K^{-1}$ )	$\nu$ (-)	$E$ ( $GPa$ )	$G$ ( $GPa$ )	$\sigma_y$ ( $MPa$ )	$\sigma_u$ ( $MPa$ )
Aluminio 6061 – T6	2770	$2.3 \times 10^{-5}$	0.33	71	26.69	280	310
Resina ABS-Like [155]	1220	$9.5 \times 10^{-5}$	0.4089	1.02	0.36	34	36.26
Bronce C51000	8715	$1.68 \times 10^{-5}$	0.345	107.7	40.04	505	574.5

- Preconfiguración del análisis estructural estático y condiciones de frontera

La Figura 3-34 muestra el flujo de información desde las simulaciones fluidodinámicas a la estructurales estáticas para generar las simulaciones fluido-estructura *FSI*. Para lograr lo anterior, la solución del módulo de CFX se conectó a la configuración “*setup*” del módulo estático estructural. Lo anterior con el objetivo de utilizar las cargas fluidodinámicas existentes sobre la superficie del álabe, y utilizarlas como condiciones de frontera estructurales en el módulo estático estructural. Debido a que no es posible transferir directamente la información de la geometría del álabe generada en BladeGen al módulo estructural estático, la geometría del álabe generada en BladeGen fue transferida a un módulo de geometría de SpaceClaim para que el módulo estructural estático pudiese leer la información. Adicionalmente, en esta fase de las simulaciones *FSI* se asignó el aluminio como el material de los tres tipos de álabes para identificar las condiciones fluidodinámicas que generan los resultados del esfuerzo von Mises máximo  $\sigma_{v,max}$ , la deformación total máxima  $U_{max}$ , el factor de seguridad mínimo  $F_{s,min}$  y la eficiencia hidráulica máxima  $\eta_{t,max}$ . Dichas condiciones fluidodinámicas corresponden al caudal y la velocidad angular de la turbina, renombrados  $Q'$  y  $N'$ , respectivamente. Por último, las variables de salida, o soluciones tenidas en cuenta del análisis estructural estático fueron el esfuerzo von Mises máximo  $\sigma_{v,max}$  y promedio  $\overline{\sigma_v}$ , la deformación total máxima  $U_{max}$  y promedio  $\overline{U}$ , y el factor de seguridad  $F_{s,min}$ .

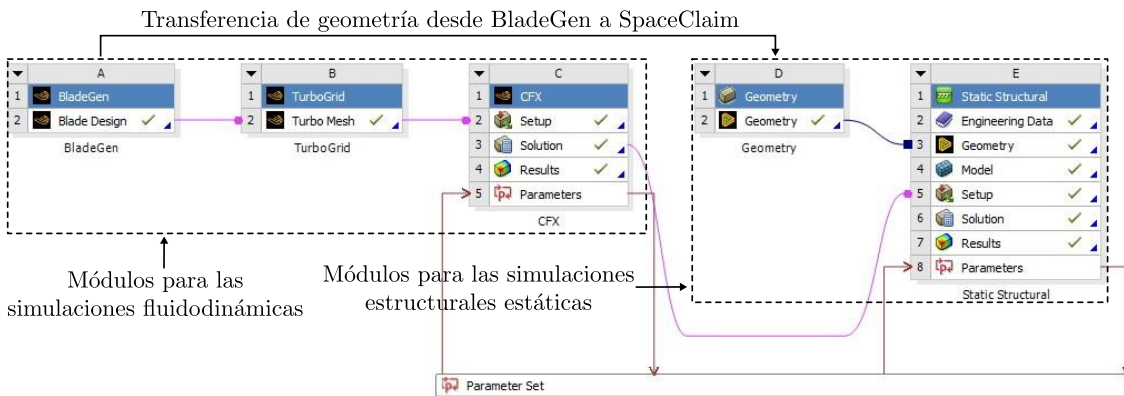


Figura 3-34. Flujo de información de las simulaciones fluidodinámicas a las estructurales estáticas en Workbench de ANSYS para conformar las simulaciones *FSI*.

Con respecto a las condiciones de frontera utilizadas en el módulo estructura estático, se impusieron cargas mecánicas de tipo fluidodinámico (contorno de presión sobre el álabe), centrífugas (velocidad rotacional de la turbina) y gravitacionales, las cuales son explicadas a continuación. En primer lugar, la Figura 3-35 muestra un ejemplo de la importación del contorno de presión para el álabe con curvatura y espesor constante. En la figura (a) y (b) se puede apreciar el contorno de presión importado desde las superficies de succión y presión del álabe, respectivamente. Esta transferencia de datos se realiza desde los resultados de CFX al módulo estructural estático, y se realiza por medio del algoritmo “*Mechanical-Based Mapping*”, permitiendo interpolar los resultados del contorno de presión sobre la superficie del álabe en cuestión. Adicionalmente, el proceso realizado para la transferencia de geometría desde BladeGen a SpaceClaim, mostrado previamente en la Figura 3-34, permitió asegurar que el álabe estuviese en la posición correcta respecto al sistema coordenado de referencia. De esta manera, el 100 % de los nodos del contorno de presión hidrodinámico importados desde el módulo de CFX fueron interpolados.

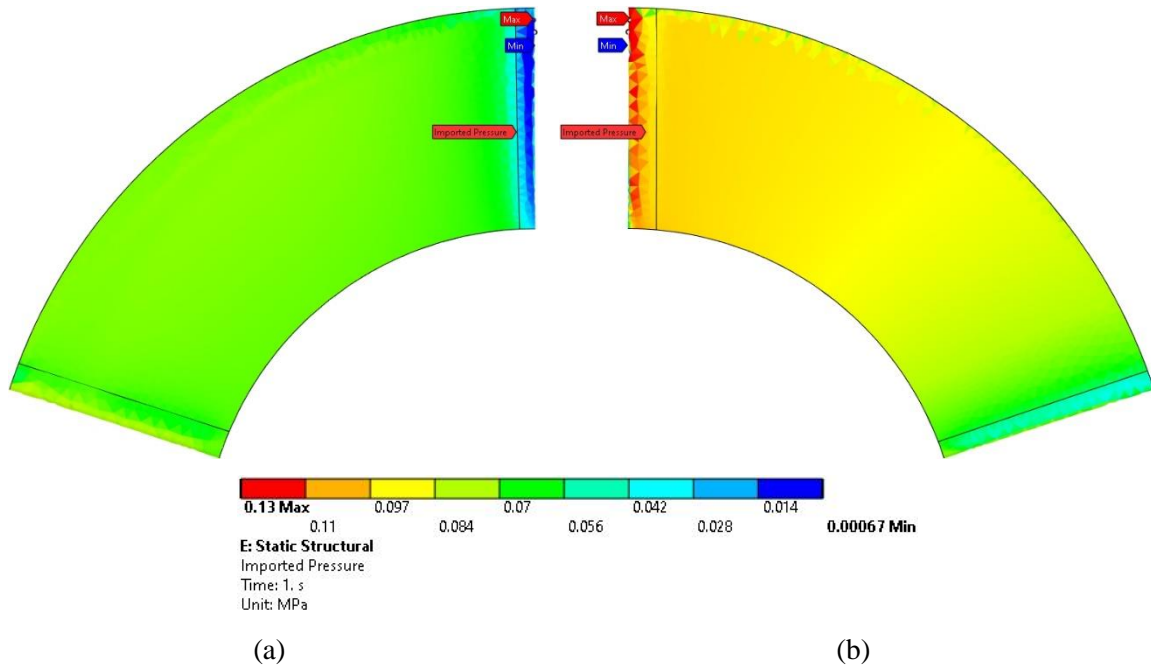


Figura 3-35. Ilustración del contorno de presión hidrodinámico importado al módulo estructural. Vista desde las superficies (a) de succión y (b) de presión del álabe.

Seguidamente, la Figura 3-36 muestra las condiciones de frontera adicionales utilizadas durante la simulación estructural estática. Como se observa, en la raíz del álabe ( $r_h$ ) se creó un soporte fijo identificado en la figura con la letra “A”. Este soporte fijo simula que el álabe está restringido en sus 6 grados de libertad con respecto al cuerpo de la turbina. Identificado con la letra “B” se puede observar las superficies en las cuales fue aplicado el contorno de presión importado desde CFX mostrado en la Figura 3-35. Identificado con la letra “C”, se puede observar la asignación de la aceleración de la gravedad de la Tierra al cuerpo del álabe para simular las cargas mecánicas generadas por el propio peso del álabe. Por último, con la letra “D” se puede ver la aplicación de la carga centrífuga a través de la velocidad angular de la turbina definida alrededor del eje de rotación del álabe. El valor numérico de esta condición de frontera varía como parámetro de entrada de acuerdo con la velocidad rotacional  $N$  de la turbina definida en la Tabla 3-9. Como aclaración, estas condiciones de frontera presentadas fueron aplicadas para los tres tipos de álabes estudiados en el presente trabajo. La imagen que se muestra corresponde sólo a un álabe con propósitos de ilustración.

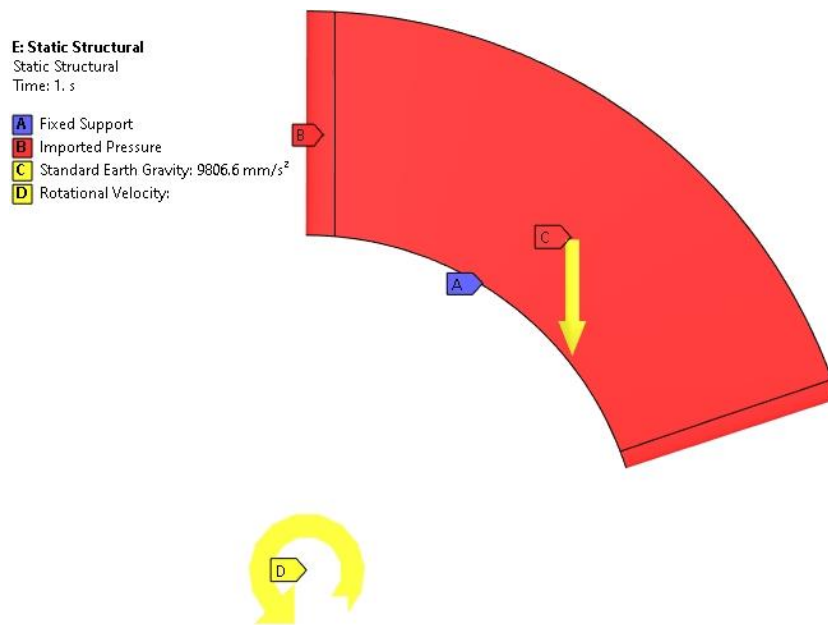


Figura 3-36. Condiciones de frontera aplicadas a cada uno de los tres tipos de álabes para realizar las simulaciones paramétricas estructurales estáticas.

- Discretización del sólido de los álabes y estudio de independencia de malla

Durante el proceso de solución de las simulaciones paramétricas *FSI* también es necesario realizar un estudio de independencia de malla. Lo anterior con el fin de encontrar una cantidad de nodos y elementos de la malla de los álabes que capturen los resultados estructurales dentro de un límite de porcentaje de cambio. Para ello, se utilizó la herramienta “Convergencia” (*Convergence*) ofrecida por el módulo estructural estático de ANSYS. La herramienta “*Convergence*” puede ser aplicada a uno o más resultados estructurales que se obtengan en la simulación estructural. Para el presente estudio, se decidió que el estudio de malla, y por tanto el refinamiento de la malla, se realiza con respecto a los resultados del esfuerzo von Mises, también llamado esfuerzo equivalente “*Equivalent stress*”, como se puede ver en la Figura 3-37 (a). De esta manera, el módulo estructural evalúa si el valor numérico de la solución del esfuerzo von Mises se encuentra o no dentro de un porcentaje de cambio permitido. Si el porcentaje de cambio correspondiente a una cierta cantidad de elementos está por encima del valor especificado, el módulo estructural discretiza de nuevo el álabe, y soluciona las ecuaciones de gobierno estructurales de nuevo. Una vez la solución está por debajo del porcentaje de cambio permitido, entonces el módulo estructural acepta la solución. Así, el porcentaje de cambio permitido seleccionado fue del 15 % debido a que se ha demostrado que este último corresponde a una magnitud aceptable dentro del análisis estructural a través de método de elementos finitos (*FEM*)

[161]. Este proceso se muestra en la Figura 3-37 (b), donde se evidencia el proceso anteriormente descrito para unas condiciones fluidodinámicas específicas, las cuales para este ejemplo de demostración no son relevantes. En la figura (b) se puede ver que se realizaron 4 iteraciones de refinación de malla, donde en la segunda iteración hubo un cambio del esfuerzo von Mises del 16.61 %, en la tercera iteración aumentó a un 33.04 %, y, por último, en la cuarta descendió por debajo del valor permitido (15 %) a 0.83 %. De esta manera, la malla utilizada para evaluar todos los resultados estructurales definidos por el usuario posee una cantidad de nodos y elementos determinados, para este ejemplo, 257,829 y 174,400m, respectivamente. En la Figura 3-37 (c) se puede observar una visualización tridimensional del álabe mallado correspondiente al número de nodos y elementos anteriormente mencionados. Lo más destacable de este método de estudio de malla, es que el sólido que representa al álabe no es refinado de manera uniforme en todo su volumen, sino que la refinación toma lugar en las zonas localizadas donde el gradiente de los valores numéricos de la solución estructural es mayor; y para aquellas zonas donde el gradiente es menor, la refinación es menor. Lo anterior puede visualizarse en la raíz del álabe, donde los valores máximos del esfuerzo se desarrollaron (ver etiqueta en color rojo “*max*”). Por el contrario, la refinación es menor en las zonas donde los valores de esfuerzo no cambian considerablemente (valores mínimos “*min*”). Por último, para ciertas condiciones fluidodinámicas, el proceso de refinación puede completarse en un número de iteraciones mayor, vista en la Figura 3-37 (d). Allí, el porcentaje de cambio estuvo por debajo del 15 % en la sexta iteración de refinación, lo cual produce que el número de nodos y elementos aumenten de forma drástica. Por ejemplo, el número de nodos y elementos del proceso de refinación de la figura (b) y en comparación la figura (c) en la última iteración aumentaron aproximadamente 8.7 y 9.1 veces, respectivamente. Como aclaración, este proceso se realizó para los 468 puntos de simulación establecidos para las simulaciones *FSI* correspondientes a los tres tipos de álabes, lo cual implicó una cantidad de tiempo de simulación considerable. Este tiempo fue reportado en la sección de los resultados de las simulaciones estructurales.

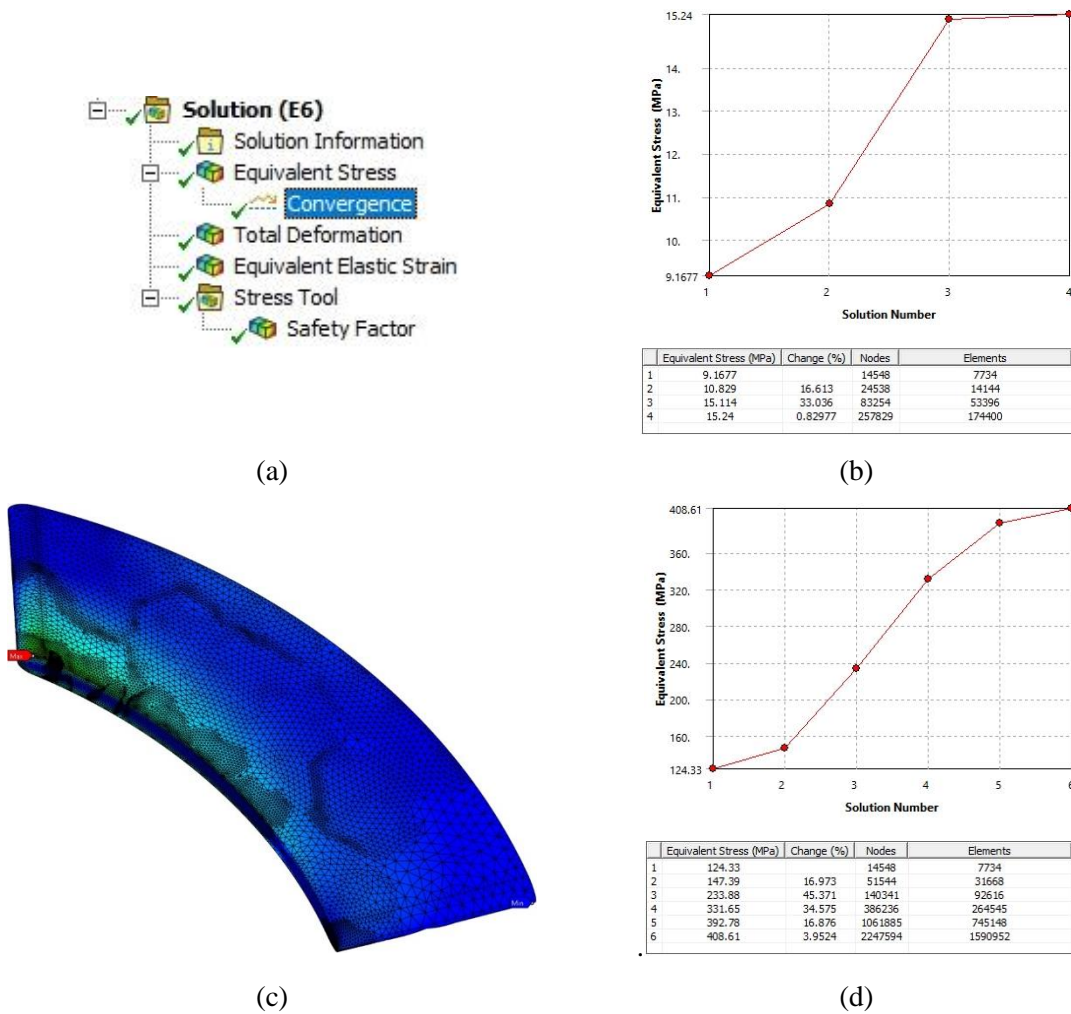


Figura 3-37. Estudio de convergencia de malla automatizado en el módulo estructural de ANSYS. (a) Herramienta de convergencia asociado a un resultado estructural. (b) Gráfico del cambio de la solución en función de la refinación de la malla. (c) Visualización de la malla refinada. (d) Estudio de malla con mayor número de iteraciones de refinación.

- Simulaciones estructurales para puntos críticos generados por  $Q'$  y  $N'$

Hasta este punto, las simulaciones *FSI* se realizaron para los tres tipos de álabes con el material aluminio, lo cual sumó en total 468 puntos de simulación. Para completar las simulaciones paramétricas estructurales estáticas, el siguiente paso consistió en identificar las condiciones fluidodinámicas “críticas” correspondientes al caudal y a la velocidad angular de la turbina que generaron los resultados estructurales del esfuerzo máximo von Mises  $\sigma_{v,max}$ , la deformación total máxima  $U_{max}$ , el factor de seguridad mínimo  $F_{s,min}$ , y la eficiencia hidráulica máxima  $\eta_{t,max}$ .

Dichas condiciones fluidodinámicas fueron identificadas como  $Q'$  y  $N'$  para el caudal y la velocidad angular, respectivamente. Esta identificación tuvo como objetivo evitar simular 468 puntos de simulación para los dos álabes restantes, es decir, en total 936 puntos de simulación adicionales, y, en su lugar, sólo simular las condiciones “críticas” para los dos materiales adicionales correspondientes a la resina ABS-Like y el bronce. Además, con esta metodología fue posible comparar los resultados el análisis estructural para tres materiales diferentes. Este proceso es mostrado Tabla 3-12, en donde se visualizan los parámetros de entrada correspondientes a la identificación de las condiciones críticas fluidodinámicas para el aluminio, luego se definen los valores numéricos de  $N'$  y  $Q'$  que pueden ser 4 en total, y por último, se asignan los materiales adicionales a evaluar correspondientes a la resina ABS-Like y bronce C51000. Adicionalmente, se evaluaron los parámetros de salida estructurales mostrados en la tabla. Esta metodología fue aplicada para los tres tipos de álabes, de manera que pueden existir 24 puntos de simulación adicionales en total. Sin embargo, este número total de simulaciones puede ser menor debido a que es posible que algunas condiciones fluidodinámicas ( $N', Q'$ ) generen simultáneamente combinaciones entre las condiciones críticas estructurales mostrados en la primera columna de la tabla. Es decir, para cierta combinación de condiciones fluidodinámica  $N', Q'$  se pueden generar simultáneamente el valor de máximo esfuerzo von Mises  $\sigma_{v,max}$  y la deformación total máxima  $U_{max}$ . Por lo tanto, en la sección de resultados correspondientes a las simulaciones estructurales, se dejó claro cuáles fueron las condiciones críticas fluidodinámicas y cuántas simulaciones adicionales resultaron para la evaluación de los dos materiales adicionales.

Tabla 3-12. Simulaciones estructurales para las condiciones fluidodinámicas críticas  $N'$ ,  $Q'$  y los materiales adicionales correspondientes a la resina ABS-Like y bronce C51000.

Condición crítica (Aluminio)	Parámetros de entrada			Parámetros de salida
	$N'$	$Q'$	Material	Solución estructural
$\sigma_{v,max}$	$N'_1$	$Q'_1$	Resina ABS-Like	$\sigma_{v,max}, \bar{\sigma}_v$
$U_{max}$	$N'_2$	$Q'_2$		$U_{max}, \bar{U}$
$F_{s,min}$	$N'_3$	$Q'_3$		$F_{s,min}$
$\eta_{t,max}$	$N'_4$	$Q'_4$		
$\sigma_{v,max}$	$N'_1$	$Q'_1$	Bronce C51000	$\sigma_{v,max}, \bar{\sigma}_v$
$U_{max}$	$N'_2$	$Q'_2$		$U_{max}, \bar{U}$
$F_{s,min}$	$N'_3$	$Q'_3$		$F_{s,min}$
$\eta_{t,max}$	$N'_4$	$Q'_4$		

### 3.2.4 Simulaciones estructurales dinámicas

En esta sección se describe en detalle la metodología seguida para desarrollar las simulaciones estructurales dinámicas correspondientes al análisis modal y al análisis de respuesta harmónica basada en investigaciones similares [152],[153]. En la Figura 3-38 se muestra el flujo de información en Workbench de ANSYS compuesto por los módulos para desarrollar las simulaciones fluido-estructura *FSI*, específicamente aquellos para finalizar el estudio estructural dinámico que corresponde a la fase 4 de la metodología general presentada anteriormente en la Figura 3-26.

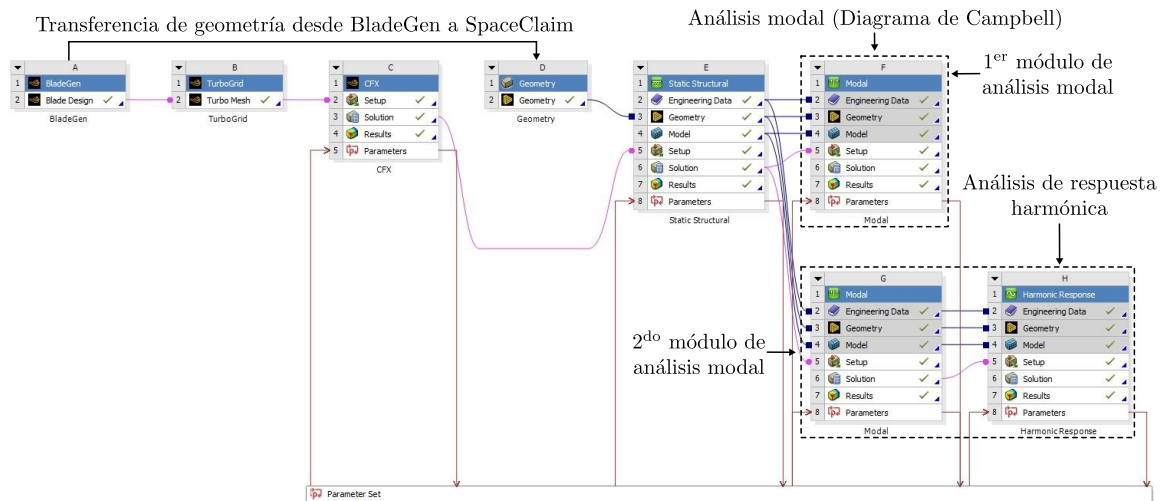


Figura 3-38. Flujo de información en Workbench de ANSYS para completar las simulaciones *FSI* con el análisis modal y el análisis de respuesta harmónica.

Con respecto a la Figura 3-38, se puede observar que los resultados del análisis estructural estático son utilizados como preconfiguración para el análisis modal. Allí se puede observar que se utilizaron dos módulos para el análisis modal. El primer módulo se utilizó para generar el resultado del diagrama de Campbell para los tres tipos de álabes utilizando los materiales de aluminio, resina ABS-Like, y bronce. El segundo módulo de análisis modal fue utilizado para generar las condiciones iniciales para el análisis de respuesta harmónica. Esencialmente, fue necesario utilizar dos módulos diferentes para el análisis modal debido a que, para el primer módulo, se debía activar los efectos Coriolis para generar el resultado del diagrama de Campbell. Sin embargo, el análisis de respuesta harmónica no es compatible con el módulo de análisis modal si la configuración del efecto Coriolis estaba activa. Por lo anterior, el segundo módulo de análisis modal fue necesario crearlo sin la configuración de los efectos Coriolis para utilizarlo como condiciones de entrada para el análisis de respuesta harmónica. A continuación, se describe en detalle la configuración de los módulos para el análisis modal y respuesta harmónica.

- Análisis modal

Como se mostró anteriormente en la Figura 3-38, los resultados del análisis estructural estático son utilizados como parámetros de entrada para el primer y segundo módulo del análisis modal. Para ambos módulos, las condiciones fluidodinámicas  $N'$ ,  $Q'$  utilizadas correspondieron a aquellas que generaron los valores de la eficiencia hidráulica máxima  $\eta_{t,max}$  para los tres tipos de álabes. Por otro lado, la Figura 3-39 muestra el árbol de configuración para el análisis modal del primer y segundo módulo visualizados en la figura (a) y (b), respectivamente. En la Figura 3-39 (a) se puede observar que se creó una condición de frontera centrífuga para un rango de velocidad rotacional de la turbina para generar el diagrama de Campbell.



Figura 3-39. Árbol de configuración para (a) el primer módulo y (b) segundo módulo correspondientes al análisis modal.

En la Figura 3-39 (b) se puede observar que sólo existen las cargas estructurales asignadas en el apartado “*Pre-Stress*”, y no las rotacionales. Lo anterior se realizó para que el segundo módulo del análisis modal fuese compatible para transferir su solución como parámetros de entrada al módulo del análisis armónico. Con respecto al primer módulo, en la Tabla 3-13 se describen los parámetros de entrada y salida utilizados para este módulo de análisis modal. De esta manera, se decidió llevar a cabo el análisis modal para las condiciones fluidodinámicas ( $N'_1, Q'_2$ ) que generaron los valores de máxima eficiencia hidráulica  $\eta_{t,max}$  para los tres tipos de álabes. Adicionalmente, a cada uno de los tres álabes se les asignó los materiales de aluminio, resina ABS-Like y bronce. Se consideró también la variación de la velocidad angular de la turbina  $N$  con una carga mecánica centrífuga que varía desde 0 rpm hasta 2000 rpm con pasos de 500 rpm. Adicional al rango de  $N$ , si la velocidad rotacional  $N'_1$ , la cual genera  $\eta_{t,max}$ , no se encuentra exactamente dentro del rango de  $N$ , entonces se adiciona. Por lo tanto, es posible obtener como mínimo 5 puntos para  $N$ , y como máximo 6. Como parámetros de salida, se definió el número de modos a calcular. Este valor se seleccionó con respecto a la relación entre la masa efectiva y la masa total ( $M_{ef}/M_T$ ) de cada modo correspondiente a su frecuencia natural. Si  $M_{ef}/M_T \leq 0.8$  para los seis grados de libertad del álabes (6 GDL), tanto traslacionales ( $x, y, z$ ) como rotacionales ( $Rx, Ry, Rz$ ), entonces se debe aumentar la cantidad de modos a calcular en el análisis modal, y, por ende, se debe volver a realizar el análisis modal. Por el contrario, si  $M_{ef}/M_T > 0.8$ , entonces se considera que una cantidad suficiente de modos han sido calculados para determinar los modos de vibración más significativos de la estructura. Por último, también se obtiene el diagrama de Campbell, y contornos de esfuerzo y deformación para los modos más significativos.

Tabla 3-13. Parámetros de entrada y salida correspondientes al primer módulo del análisis modal.

Condición crítica	Parámetros de entrada			Variación de la velocidad angular $N$ (rpm)	Parámetros de salida
	$N'$	$Q'$	Material		Solución estructural
$\eta_{t,max}$	$N'_1$	$Q'_1$	- Aluminio. - Resina ABS-Like - Bronce.	( $0 \leq N \leq 2000$ ) con pasos de 500 rpm	- Cantidad de modos si $M_{ef}/M_T > 0.8$ . - Diagrama de Campbell. - Contornos de esfuerzo y deformación para modos significativos.

La metodología presentada en la Tabla 3-13 aplicó de igual manera para la simulación del segundo módulo del análisis modal. Sin embargo, para este caso no se aplicó la carga mecánica centrífuga a través de una velocidad rotacional. De esta manera, los resultados del segundo módulo se transfieren a la configuración del módulo del análisis de la respuesta armónica, la cual se describe en la siguiente subsección.

- Análisis de respuesta armónica

Para el análisis de respuesta armónica, se utilizó la solución del módulo 2 del análisis modal para preconfigurar el módulo del análisis de la respuesta armónica. Lo anterior se realizó para llevar a cabo las simulaciones de respuesta armónica a través del método de *superposición de modos*, el cual resuelve las ecuaciones de gobierno aplicando las cargas mecánicas asignadas de forma armónica, es decir, varían de forma sinusoidal. El método de *superposición de modos* crea modos adicionales basado en la simulación del análisis modal previa para calcular la respuesta de la estructura en el dominio de la frecuencia. Por lo cual, este método es más rápido y menos intensivo computacionalmente en comparación con un *análisis armónico completo* [67]. Las condiciones de frontera utilizadas para el presente estudio se muestran en la Figura 3-40. En primer lugar, en la figura (a) se observa el árbol de configuración del módulo de respuesta armónica en ANSYS, en donde se observa que las condiciones iniciales corresponden al segundo módulo del análisis modal (“*Modal (Modal 2)*”). Seguidamente, las cargas mecánicas aplicadas fueron una presión y una fuerza. La presión correspondió a la máxima presión hidrodinámica detectada para cada álabe según la simulación fluidodinámica, y la fuerza aplicada fue el peso de cada álabe teniendo en cuenta su masa.

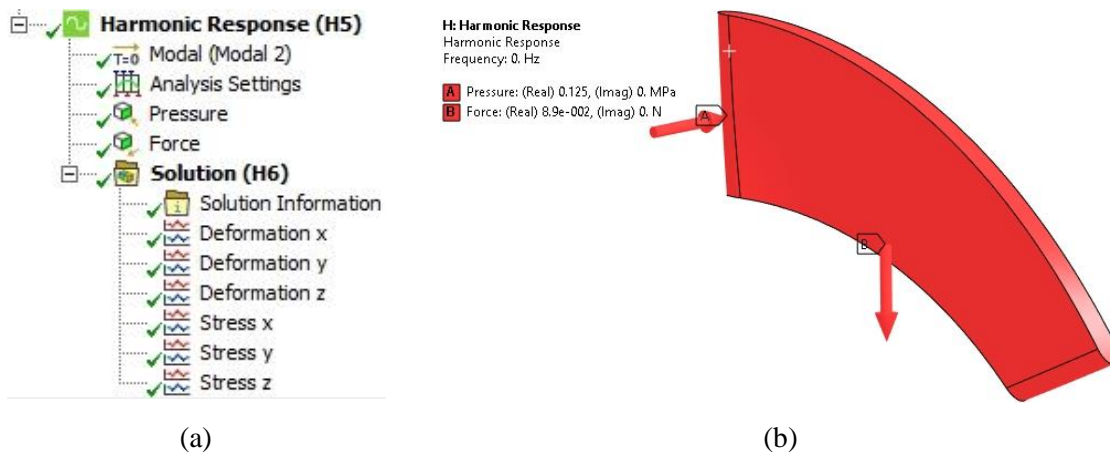


Figura 3-40. Condiciones de frontera utilizadas en el análisis de respuesta harmónica. (a) Creación de las condiciones de carga mecánica de presión y fuerza, y generación de resultados. (b) Zonas de aplicación de las cargas mecánicas en el álabe.

Con respecto a la presión, esta correspondió a la presión hidrodinámica máxima sobre el álabe obtenida del contorno de presión importado desde la solución del solucionador fluidodinámico CFX al módulo estructural estático, ver Figura 3-35. Por otra parte, el valor numérico de la carga mecánica correspondiente a la fuerza se calculó a partir de la masa del álabe. De esta manera, en la Figura 3-40 (b) se puede evidenciar que la carga de presión fue asignada en las superficies del álabe a excepción de aquella donde el álabe está fijo, es decir, en la raíz de este correspondiente al radio interior de la turbina  $r_h$ ; la fuerza fue asignada al sólido que representa al álabe. Adicionalmente, dentro del apartado de la configuración del análisis (“*Analysis Settings*”) presentado en la Figura 3-40 (a), se asumió un coeficiente de amortiguamiento del 2 % con el fin de evitar que las respuestas frecuenciales de los resultados calculados no fuesen acordes con la realidad, y así evitar resultados incoherentes o sobredimensionados. Lo anterior se realizó con base en la recomendación de ANSYS [67]. Por último, se aclara que este proceso fue aplicado para los tres tipos de álabes, y lo tres diferentes materiales definidos en la Tabla 3-11.

Con respecto a los parámetros de solución del análisis de respuesta harmónica, se tuvieron en cuenta la respuesta frecuencia de la deformación total  $U$  y del esfuerzo normal  $\sigma$  en las direcciones  $x, y, z$ , como se puede observar en el apartado de solución “*Solution*” en la Figura 3-40 (a). Para cada uno de los anteriores resultados, se especificó el valor máximo para definir el rango de frecuencia  $f_{H,max}$ , la cual correspondió a un factor de la máxima frecuencia natural  $\max(f_{N,i})$  del último modo

calculado en el análisis modal. De esta manera, la frecuencia especificada para cada resultado de  $U$  y  $\sigma$  está dada por la Ec. (128).

$$f_{H,max} = \frac{\max(f_{N,i})}{1.5} \quad (128)$$

Donde el factor de 1.5 es el recomendado por ANSYS para especificar el valor máximo para el rango de frecuencia a determinar en los resultados de la respuesta frecuencial [67].

### 3.3 Selección de la turbina a través de matrices de selección

En la presente sección se determina la metodología seguida para dar cumplimiento al tercer objetivo específico correspondiente al presente trabajo. Este objetivo plantea determinar la turbina más adecuada para condiciones de trabajo específicas usando matrices de selección evaluando su relación costo-beneficio. Con el fin de facilitar la identificación y simplificar el nombramiento de los tipos de álabes evaluados, se realizó el siguiente cambio de nombres:

- Álabes sin curvatura y espesor constante → Álabes planos.
- Álabes con curvatura y espesor constante → Álabes circulares.
- Álabes con curvatura y espesor variable → Álabes MEL031.

De esta manera, la Figura 3-41 muestra la metodología general para llevar a cabo el tercer objetivo específico mencionado. En la primera fase, la metodología inicia con la selección del tipo de álabes más conveniente usando una matriz de decisión con base en parámetros técnicos. Estos parámetros se obtuvieron como resultados de las simulaciones paramétricas fluido-estructurales (*FSI*), los cuales se definen en la sección 3.3.1. Por lo tanto, la primera fase de la metodología necesitó como datos de entrada dichos resultados para los álabes planos, circulares y MEL031. Por último, el objetivo de la matriz de decisión fue seleccionar el tipo de álabes más conveniente con base en la importancia de los parámetros técnicos definida por el diseñador.

En la segunda fase de la metodología, se determinaron las posibles combinaciones entre el álabes seleccionado en la fase anterior, los materiales bronce, aluminio y resina ABS-Like, y diferentes métodos y estrategias de manufactura. Para lograr lo anterior, se usó una matriz morfológica en la cual se consideraron dos métodos de manufactura correspondientes a la remoción de material y estereolitografía. El proceso de remoción de material lo realiza un centro de mecanizado (CNC), y el proceso de estereolitografía lo realiza una impresora 3D que utiliza luz UV para el endurecimiento de la resina ABS-Like que inicialmente está en estado líquido. Seguidamente, las estrategias de manufactura corresponden al ensamble modular y la manufactura monolítica de la turbina. Los detalles de esta fase se encuentran descritos en la sección 3.3.2.

Por último, la tercera fase de la metodología utiliza una segunda matriz de decisión para seleccionar los métodos y estrategias de manufactura identificadas con ayuda de la matriz morfológica

anteriormente generada. Esta matriz de decisión tuvo en cuenta parámetros relacionados con los tiempos de manufactura, el costo de materia prima y el costo total de la manufactura por remoción de material e impresión 3D. La metodología seguida para esta fase fue la misma que la descrita en la sección 3.3.1. Sin embargo, se debe tener en cuenta que los criterios de diseño utilizados para esta fase se definieron en la sección 3.3.2 en la subsección “ Selección de los métodos y estrategias de manufactura a través de una matriz de decisión”.

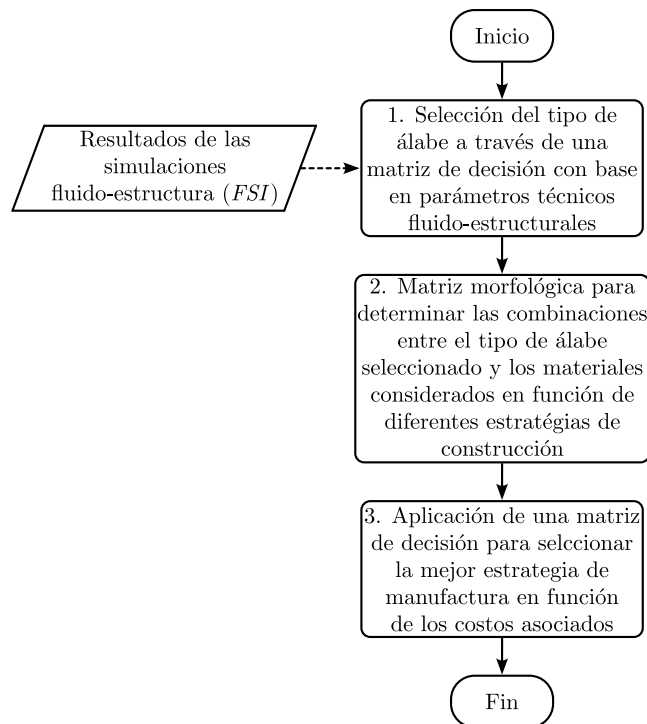


Figura 3-41. Metodología para determinar el álabe más adecuado evaluando su costo-beneficio a través de matrices de selección.

### 3.3.1 Matriz de decisión

Este tipo de matrices permiten desarrollar un método de selección para determinar la mejor opción de diseño, para este caso, un diseño mecánico. En el presente trabajo, se utilizó la matriz de decisión debido a que esta provee un procedimiento más numérico en comparación con la matriz Pugh. Lo anterior se debe a que la matriz de decisión no depende en gran parte de la percepción subjetiva del diseñador [162]. De esta manera, la matriz de decisión evalúa las ideas conceptuales en función de los criterios de diseño que el diseñador determina que son relevantes para el cumplimiento de una

tarea específica. Para el presente trabajo, las ideas conceptuales corresponden a los tipos de álabes. Por otra parte, los criterios de diseño son definidos por el diseñador, el cual asigna la importancia de cada uno de ellos. A continuación, se describe cómo se aplicó la matriz de decisión para la selección del tipo de álabe, sin embargo, el procedimiento se describió para ser aplicado a diferentes ideas conceptuales de manera general.

- Aplicación de la matriz de decisión

Como se dijo anteriormente, las ideas conceptuales de la matriz de decisión corresponden a los diseños de los tres tipos de álabes (plano, circular y MEL031). Seguidamente, los criterios de diseño (*C.D*) se dividen entre criterios fluidodinámicos y estructurales. Por su parte, los criterios estructurales se dividen en resultados del análisis estructural estático y el estructural dinámico (análisis modal y armónico). A continuación, se definen los criterios de diseño tenidos en cuenta para la selección del tipo de álabe:

1. Parámetros fluidodinámicos:

- Eficiencia hidráulica  $\eta_t$
- Cabeza de presión  $\Delta H$ .
- Potencia mecánica  $P_{mec}$ .

2. Parámetros estructurales:

- Análisis estructural estático:
  - Esfuerzo equivalente von Mises  $\sigma_v$ .
  - Deformación total  $U$ .
  - Factor de seguridad  $F_s$ .
- Análisis estructural dinámico:
  - Análisis modal: número de velocidad críticas (Diagrama de Campbell).
  - Análisis armónico: número de modos de vibración con resonancia  $R_{\{\phi\}_i}$ .

La condición de operación asumida para definir los valores numéricos de los criterios de diseño anteriormente mencionados fue el mejor punto de eficiencia (*BEP: Best Efficiency Point*), el cual corresponde a la operación de máxima eficiencia hidráulica  $\eta_{t,max}$  de la turbina para cada álabe. Lo anterior se debe a que, si se asume un entorno de operación controlado, es más probable que la turbina hidráulica se controle para que opere en el punto de máxima eficiencia, lo cual siempre es

deseado. De esta manera, fue posible imponer una condición común con fines de comparación para los tres tipos de álabes. A continuación, la Tabla 3-14 se muestra la definición del factor de ponderación ( $F.P$ ) correspondientes a cada uno criterios de diseño ( $C.D$ ). El factor de ponderación lo define el diseñador y determina la importancia del criterio de diseño. El valor numérico de  $F.P$  varían entre 0 y 1. Sin embargo, la suma de los valores de  $F.P$  para cada criterio de diseño debe ser igual a 1 ( $\sum F.P_n = 1$ ).

Tabla 3-14. Determinación del factor de ponderación (F.P) asociado al criterio de diseño (C.D).

Criterio de diseño ( $C.D$ )	Factor de ponderación ( $F.P$ )
$C.D_1$	$F.P_1$
$C.D_2$	$F.P_2$
$C.D_3$	$F.P_3$
$\vdots$	$\vdots$
$C.D_n$	$F.P_n$
	$\sum F.P_n = 1$

A continuación, se definió el factor de calificación (F.C) de los criterios de diseño (C.D). La definición de este último depende del criterio del diseñador y su valor numérico varía de 0 a 10, siendo 10 la mejor calificación [162]. Sin embargo, debido a que los criterios de diseño definidos para el presente trabajo poseen un valor numérico derivado de los resultados fluido-estructurales para cada uno de los álabes, se tomó la decisión de normalizar dichos valores numéricos tomando como referencia al valor más deseado correspondiente a los criterios de diseño. Por ejemplo, se desea que los diferentes tipos de álabes generen magnitudes altas para los criterios de diseño de la eficiencia hidráulica  $\eta_t$ , la cabeza de presión  $\Delta H$ , la potencia mecánica  $P_{mech}$  y el factor de seguridad  $F_s$ . Por otro lado, se desea que los diferentes álabes generen magnitudes bajas para los criterios de diseño del esfuerzo von Mises  $\sigma_v$ , la deformación total  $U$ , el número de velocidades críticas, y el número de modos de vibración con resonancia. Por lo tanto, la magnitud mayor o menor de dichos criterios de diseño se utilizó para normalizar los demás valores numéricos. De esta manera, la Ec. (129) define el factor de calificación (F.C) dependiendo si el criterio de diseño conviene que sea alto o bajo.

$$F.C = \begin{cases} \frac{10(C.D_n)}{C.D_{deseado}}, & \text{si el criterio de diseño conviene que sea alto} \\ \frac{10C.D_{deseado}}{C.D_n}, & \text{si el criterio de diseño conviene que sea bajo} \end{cases} \quad (129)$$

Donde  $C.D_n$  es el valor numérico de uno de los criterios de diseño considerados y  $C.D_{deseado}$  corresponde al valor mayor o menor del criterio de diseño en cuestión. El factor de 10 en el numerador de las fracciones permite que el factor de calificación  $F.C$  varíe de 0 a 10, siendo 10 la mejor calificación para el criterio de diseño.

Por último, el factor de calificación ponderado (F.C.P) es el factor que contribuye a la selección del álabe por medio de la relación del factor de calificación (F.C) y el factor ponderado (F.P) de cada criterio de diseño (C.D). El factor de calificación ponderado (F.C.P) se define en la Ec. (130).

$$F.C.P = F.C \times F.P \quad (130)$$

De esta manera, cada criterio de diseño  $C.D$  estuvo asociado a un factor de calificación ponderado  $F.C.P$ , y a su vez, cada criterio de diseño se relacionó a los álaves plano, circular y MEL031. De manera que, para cada álabe, se sumaron los valores de  $F.C.P$ . Por lo tanto, el valor mayor de  $F.C.P$  indicó el álabe seleccionado.

### 3.3.2 Matriz de morfológica

La matriz morfológica se usó para identificar las posibles combinaciones entre los materiales bronce, aluminio y resina ABS-Like, y los diferentes métodos y estrategias de manufactura. Dichas combinaciones se aplicaron para el álabe seleccionado, el cual corresponde a la selección realizada por la matriz de decisión para el tipo de álabe. En primer lugar, los métodos de manufactura son la remoción y adición de material. Se asumió que el proceso de remoción de material se realiza por medio de control numérico computarizado (CNC), y que el proceso de adición de material lo realiza una impresora 3D de resina por medio de estereolitografía. Así, la manufactura por remoción de material fue asociada a los materiales metálicos, es decir al bronce y al aluminio. Por otra parte, la manufactura por adición de material fue asociada al material plástico, es decir, a la resina ABS-Like. En segundo lugar, las estrategias de manufactura se definieron como “modular” y “monolítica”. La

estrategia modular corresponde a manufacturar los álabes y el cuerpo de la turbina por separado para luego ensamblarlos, lo cual implica que el cuerpo de la turbina y los álabes pueden ser de distintos materiales. Mientras que la estrategia monolítica asume una manufactura maciza de toda la turbina, es decir, que tanto el cuerpo y los álabes de la turbina son del mismo material.

De esta manera, en la Figura 3-42 se muestra gráficamente las definiciones asumidas para la estrategia de manufactura modular y monolítica que hacen parte de la matriz morfológica. En las figuras (a) y (b) se presentan las opciones modulares, y en la figura (c) la opción monolítica. Por una parte, con las opciones modulares mostradas en la figura (a), se podría ensamblar tanto el cuerpo (izquierda) y los álabes (derecha) de la turbina. Lo anterior permite que ambos posean distintos materiales. Por ejemplo, el cuerpo podría ser de bronce, aluminio o resina ABS-Like; pero, para el presente trabajo, el álabe modular sólo podría ser de resina ABS. Lo anterior se debe a que es más fácil manufactura el álabe de manera modular a través de adición de material que por remoción. De esta manera, si se impuso la condición anterior, entonces las opciones de los álabes modulares manufacturados con bronce y aluminio corresponden a la opción modular mostrada en la figura (b); por lo que el cuerpo para este caso modular corresponde a los dos bulbos ensamblados a los álabes de material metálico. Los bulbos podrían ser manufacturados con cualquier material, es decir, de resina ABS-Like, aluminio o bronce. Por último, la figura (c) muestra la opción monolítica caracterizada por ser manufactura con un solo material, ya sea de bronce, aluminio o resina ABS-Like. Lo anterior significa que no existe para esta opción la posibilidad de tener combinaciones de materiales o de ser ensamblada por partes; corresponde a una pieza individual manufactura con material a través de remoción o adición de material.

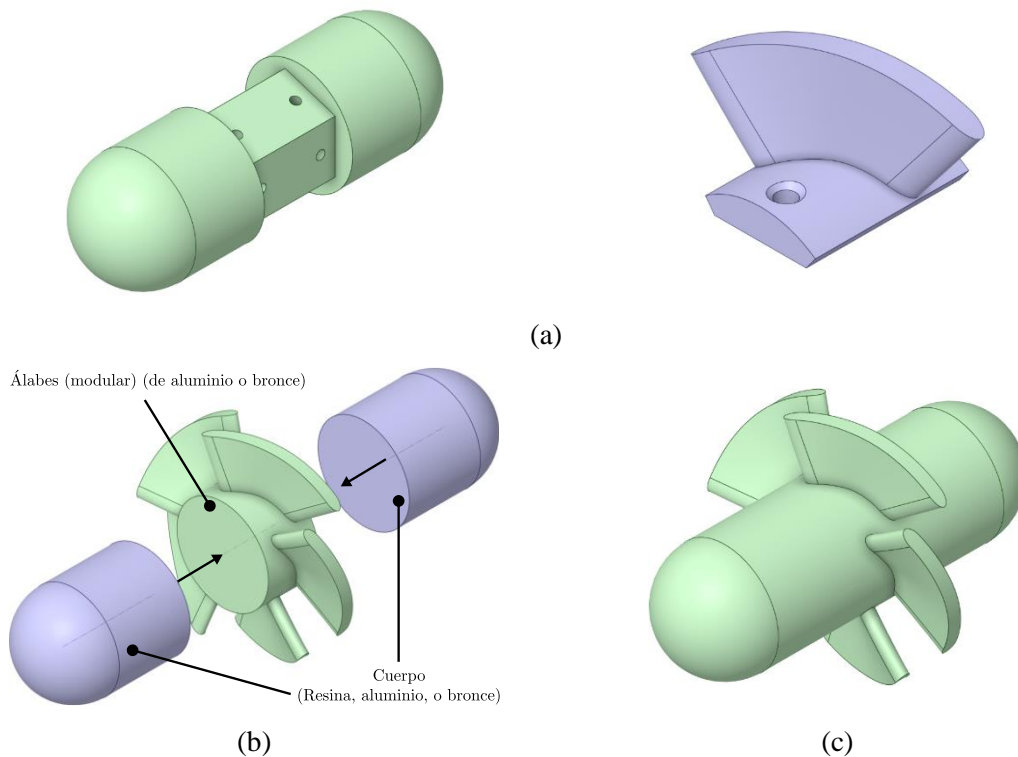


Figura 3-42. Estrategias de manufactura consideradas en la matriz morfológica. (a) Opciones modulares para el cuerpo (izquierda) (para bronce, aluminio o resina ABS-Like) y el álabe (derecha) (sólo resina ABS-Like). (b) Opción modular de los álabes para manufactura en bronce o aluminio y su cuerpo (bulbo) para cualquier material. (c) Opción monolítica para los materiales bronce, aluminio o resina ABS-Like.

En la Tabla 3-15 se presenta la matriz morfológica con la cual se determinaron las combinaciones entre las estrategias de manufactura y los diferentes materiales. En la matriz se puede observar las diferentes opciones correspondientes a las estrategias de manufactura, y la combinación entre los componentes de la turbina (cuerpo y álabes), y los materiales resina ABS-Like, bronce y aluminio. Las estrategias de manufactura la componen 9 opciones modulares y 3 opciones monolíticas. Analizando las distintas combinaciones, se impuso lo siguiente: 1. Cuando los álabes son de resina ABS-Like, el cuerpo de la turbina es pentagonal y puede ser de resina ABS-Like, aluminio o bronce, ver Figura 3-42 (a). 2. Cuando los álabes son de materiales metálicos (aluminio o bronce), entonces el cuerpo de la turbina corresponde a los bulbos, los cuales son ensamblados a los álabes y pueden ser de cualquier material (resina ABS-Like, aluminio o bronce), ver Figura 3-42 (b). Lo anterior se debe a que no es práctico manufacturar un álabe como el mostrado en la Figura 3-42 (a) (derecha), porque este diseño sólo fue pensado para manufactura aditiva.

Por otra parte, se descartaron algunas estrategias de manufactura analizando en detalle sus combinaciones específicas. Por ejemplo, las opciones modulares 5 y 9 se descartaron debido a que sería impráctico manufacturar álabes y cuerpo por separado cuando el material es el mismo, en estos casos, de aluminio y bronce. Lo anterior se debe a que las opciones modulares 5 y 9 sería equivalentes a las opciones monolíticas 2 y 3. Teniendo en cuenta lo anterior, se podría pensar que también se descartaría la opción modular 1 porque el álabes y el cuerpo son del mismo material y porque sería igual que la opción monolítica 1. Sin embargo, no fue así, y se debe a que en el proceso de la impresión 3D a través de estereolitografía de la opción monolítica 1 se necesitaría más apoyos estructurales para asegurar que se mantenga la forma correcta de la turbina, lo cual implicaría un aumento del material con respecto a la impresión 3D de los álabes y el cuerpo pentagonal por separado. Por esta razón, se conservaron ambas opciones modular 1 y monolítica 1, a pesar de que sus partes posean el mismo material.

Tabla 3-15. Matriz morfológica que determina la combinación entre las estrategias de manufactura y los diferentes materiales considerados.

Estrategia de manufactura	Materiales		
	Resina ABS-Like	Aluminio	Bronce
Modular 1	Cuerpo	X	
	Álabes	X	
Modular 2	Cuerpo	X	
	Álabes		X
Modular 3	Cuerpo	X	
	Álabes		X
Modular 4	Cuerpo		X
	Álabes	X	
Modular 5	Cuerpo	X	
	Álabes	X	
Modular 6	Cuerpo	X	
	Álabes		X
Modular 7	Cuerpo		X
	Álabes	X	
Modular 8	Cuerpo		X
	Álabes	X	

Estrategia de manufactura	Materiales		
	Resina ABS-Like	Aluminio	Bronce
Modular 9	Cuerpo		X
	Álabe		X
Monolítico 1	Cuerpo	X	
	Álabe	X	
Monolítico 2	Cuerpo	X	
	Álabe	X	
Monolítico 3	Cuerpo		X
	Álabe		X

- Selección de los métodos y estrategias de manufactura a través de una matriz de decisión

Una vez se identificaron las combinaciones de los métodos y estrategias de manufactura a través de la matriz morfológica, se procedió a definir los criterios de diseño que se utilizaron en la matriz de decisión correspondiente a la selección de los métodos y estrategias de manufactura. Los criterios de diseño tenidos en cuenta para dicha selección fueron el tiempo de manufactura  $t_M$  de las diferentes opciones correspondientes a las estrategias de manufactura, el costo de la materia prima  $C_{MP}$  asociada a los materiales, y el costo de manufactura relacionada con la remoción y adición de material  $C_M$  que toma en cuenta el costo de operación del centro de mecanizado (remoción) y de la impresora 3D (adición). A continuación, se listan los criterios de diseño:

- Tiempo de manufactura  $t_M$ .
- Costo de la materia prima  $C_{MP}$ .
- Costos totales de manufactura de remoción y adición de material  $C_M$ .

La metodología descrita en la sección 3.3.1 en la subsección “Aplicación de la matriz de decisión” se aplicó de igual manera para el proceso de selección de los métodos y estrategias de manufactura. Sin embargo, se debe tener en cuenta que se los criterios de diseño fueron aquellos mencionados anteriormente correspondientes al tiempo de manufactura, costo de la materia prima, y costo de remoción/adición de material.

### 3.4 Construcción del prototipo de la turbina

En la Figura 3-43 se presenta la metodología seguida para la construcción del prototipo de una turbina. Esta metodología responde al cuarto objetivo específico planteado para el presente estudio, el cual se formuló para comprobar el funcionamiento de una turbina tipo propulsor para la instalación al interior de una tubería. Sin embargo, se aclara que el cuarto objetivo específico no tuvo el propósito de tomar medidas experimentales ni contrastarlos con los resultados de las simulaciones fluido-estructurales. Lo anterior se debe a que dichas actividades se consideraron fuera del alcance del presente trabajo.

De esta manera, la metodología inicia con la primera fase que correspondió a la construcción de los componentes de la turbina. Dichos componentes fueron las selecciones del tipo de álabe, y los métodos y estrategias de manufactura determinados a partir de matrices de selección. Es por esta razón que en el diagrama de flujo se observa que los resultados de las matrices de selección son los datos o parámetros de entrada de la primera fase de la presente metodología. Así, en objetivo de la primera fase fue obtener, en primer lugar, el modelo CAD de la turbina, y en segundo lugar, construirla dependiente de la estrategia de manufactura en función de los materiales considerados correspondientes a la resina ABS-Like, bronce y aluminio.

La segunda fase trató sobre la instalación y ensamble de los componentes contruidos de la turbina. En esta fase, se tuvo en cuenta los aspectos de adecuación o adición de componentes que pudiesen ser necesarios en el banco hidráulico de pruebas disponible en el Laboratorio de Simulación, modelado y prototipos ubicando en Parque i, Institución Universitaria ITM. En dicho banco de pruebas, se analizó cuál es la ubicación apropiada para la instalación de la turbina, teniendo en cuenta que la configuración de la tubería más adecuada corresponde a ubicar la turbina cerca de un codo. Lo anterior con el propósito de extraer el eje de la turbina fuera de la tubería para ser conectado posteriormente a un generador eléctrico. Similarmente, se analizó el mecanismo y la forma de extraer dicho eje de un codo de la tubería. Allí se tuvo en cuenta situaciones como la estanqueidad del montaje y la alineación del eje para evitar que existieran fugas de agua y fricciones innecesarias, respectivamente.

Por último, en la tercera fase se realizaron las pruebas de funcionamiento de la turbina y el criterio en el cual se basó la decisión de funcionamiento del prototipo. A pesar de que se aclaró en un

principio que la toma de medidas experimentales estaba por fuera del alcance del objetivo específico, para la comprobación del funcionamiento se plantearon dos perspectivas, Primero, desde la perspectiva mecánica, se planteó medir la velocidad angular de la turbina para cualquier condición fluidodinámica de operación, es decir, para un caudal que fuese suficiente para inducir una rotación de la turbina. Esto implica que se pudo utilizar una evaluación cualitativa o visual de la rotación de la turbina para determinar su funcionamiento esperado. Lo anterior con el fin de comprobar que la turbina tiene la capacidad de convertir la energía hidráulica en energía mecánica. En segundo lugar, desde una perspectiva eléctrica, se planteó que el criterio de comprobación de funcionamiento de la turbina fue la generación de energía eléctrica a partir de un generador que aprovecharse la rotación de la turbina. Para lo anterior, fue necesario medir la corriente y el voltaje generado para una condición específica de carga eléctrica. Con lo anterior, si las dos perspectivas de comprobación de funcionamiento son logradas, es decir, si es posible que la turbina rote, y que dicha rotación sirva para generar energía eléctrica, entonces se comprobará el funcionamiento del prototipo de la turbina construida.

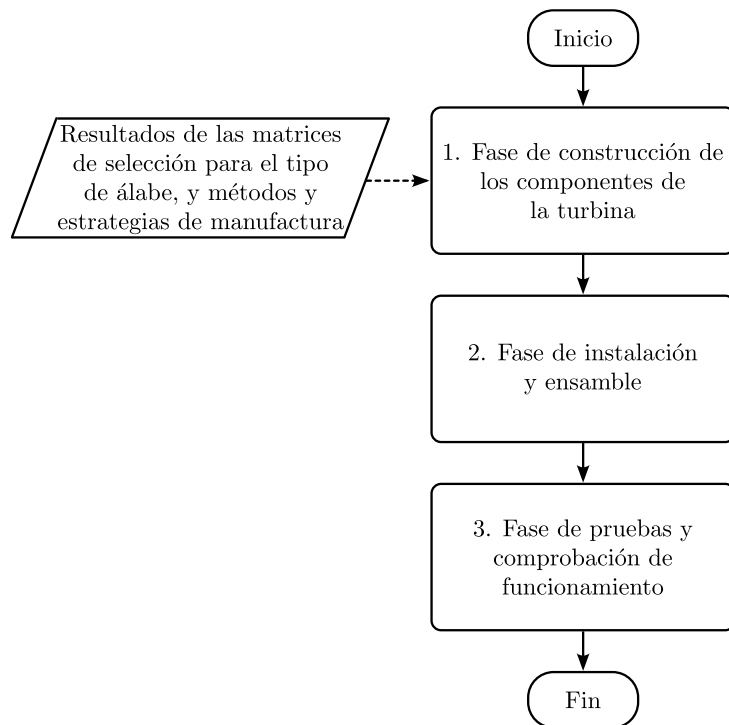


Figura 3-43. Metodología seguida para la construcción y comprobación de funcionamiento del prototipo de una turbina tipo propulsor para instalación al interior de tuberías.

## 4. Resultados

En la presente sección se reportan los resultados obtenidos para cada uno de los objetivos específicos. En primer lugar, se presenta la validación del modelo numérico en la sección 4.1. A continuación, se presentan los resultados correspondientes a las simulaciones paramétricas fluido-estructura *FSI* en la sección 4.2. Luego, en la sección 4.3 se reporta la turbina seleccionada a través de la aplicación de matrices de selección de acuerdo con los resultados fluido-estructurales teniendo en cuenta los tres tipos de álabes evaluados. Por último, en la sección 4.4 se describe la construcción del prototipo de la turbina seleccionada en la sección anterior.

### 4.1 Validación del modelo numérico

El propósito de esta sección es validar la metodología utilizada asociada al modelo numérico, el cual comprende la generación de la geometría de la turbina a partir de parámetros de diseño, el estudio de independencia de malla, la configuración del solucionador fluidodinámico, y la comparación entre los resultados de los análisis estacionario y transitorio. De esta manera, la presente sección tiene como objetivo comparar la eficiencia de la turbina obtenida a través del modelo numérico con respecto a resultados experimentales disponibles en la literatura. También, se pretende comparar los resultados numéricos entre simulaciones en estado estacionario y transitorio y compararlos con los resultados experimentales para determinar el tipo de análisis a utilizar para las simulaciones fluidodinámicas finales.

#### 4.1.1 Geometría de la turbina de referencia para la validación

El estudio de validación usó los resultados experimentales de Samora *et al.*, [18]. En dicho estudio, se investiga una turbina axial tipo propulsor para la instalación en tuberías, la cual posee álabes con curvatura y un espesor constante. No obstante, los autores no reportaron los parámetros de diseño originales con los cuales generaron la geometría de la turbina. Por lo tanto, para el presente caso de validación se asumieron los parámetros de diseño de la turbina en el mejor punto de eficiencia (*BEP: Best Efficiency Point*) reportados en el trabajo de investigación mencionado. De esta manera, la Tabla 4-1 muestra aquellos parámetros experimentales en el *BEP* de la turbina.

Tabla 4-1. Parámetros de diseño de la turbina en el *BEP* para la validación del modelo numérico con respecto al estudio de Samora *et al.*, [18].

Parámetro de diseño	Magnitud	Unidad	Descripción
$r_t$ (m)	0.0424	m	Radio exterior de la turbina
$r_h$ (m)	0.0212	m	Radio interior de la turbina
$r_{tubería}$ (m)	0.0425	m	Radio interno de la tubería
$t_c$ (m)	0.0001	m	Distancia entre el álabe y la pared de la tubería
$Q$ (m <sup>3</sup> /s)	0.00443	m <sup>3</sup> /s	Flujo volumétrico
$\Delta H$ (bar)	0.347	bar	Cabeza de presión de la turbina
$N$ (rpm)	750	rpm	Velocidad angular de la turbina
$\eta_t$	0.6375	–	Eficiencia de la turbina
$z$	5	–	Número de álabes

La Figura 4-1 muestra la geometría de la turbina obtenida a partir de los parámetros de diseño mostrados en la Tabla 4-1. En la sección 3.1.5 se describe el procedimiento matemático utilizado para generar las coordenadas que definen la geometría de la turbina con álabes curvos y espesor constante. En la figura se pueden visualizar diferentes vistas del módulo BladeGen de ANSYS, el cual fue utilizado para generar el pasaje de flujo de acuerdo con la geometría de la turbina.

En el margen izquierdo de la Figura 4-1 se puede visualizar el modelo 3D de la turbina, donde se indican los álabes, la entrada y salida del fluido. Cabe aclarar que BladeGen genera una fracción del volumen de control de una turbomáquina, es decir, para una turbina de 5 álabes BladeGen genera el volumen de control de un solo álabe (un quinto del dominio). Sin embargo, en la imagen se presenta el total de los 5 álabes por razones de claridad en la visualización de la turbina. En la región de la entrada, se puede observar un tramo recto hasta llegar a los álabes. Para este tramo se decidió simplificar el bulbo frontal de la turbina debido a que las pérdidas hidráulicas generadas por este último son despreciables en comparación con aquellas generadas por los álabes y el tramo del fluido a la salida [81]. La simplificación del bulbo permite obtener con mayor facilidad métricas de calidad aceptables, además de reducir el número total de elementos de la malla. En el tramo de salida se encuentra una carcasa que contiene físicamente el eje de la turbina y que tiene un diámetro igual al diámetro interior de la turbina. Esta carcasa se modela geoméricamente en concordancia con el montaje experimental de Samora *et al.*

En la Figura 4-1 (a) se encuentra la vista meridional del pasaje de flujo (volumen de control), en la cual se definen los diámetros interno y externo de la turbina, y las coordenadas donde se ubican la entrada (extrema izquierda) y la salida (extrema derecha) del pasaje de flujo. En (b) se observa la vista álabe a álabe ubicado en el radio interior de la turbina, en la cual se proyectan las coordenadas tridimensionales  $x, y, z$  de los álabes en las coordenadas meridionales  $m' vs. \theta$  con el fin de visualizar los álabes de forma bidimensional. En (c) se pueden observar las coordenadas meridionales que definen la geometría del álabe. Esta gráfica corresponde al radio interno de la turbina  $r_h$ . El eje “ $x$ ” corresponde a la coordenada  $m'$ , la cual define la distancia normalizada desde el borde de ataque hasta el borde de fuga del álabe. En el eje “ $y$ ” se ubica el ángulo de envolvimiento ( $\theta$ ) (definido en la Figura 3-7) y el ángulo del álabe  $\beta$  medido con respecto a la dirección axial (Relacionado con las ecuaciones (79) y (80) medidas desde la dirección tangencial). Por último, en (d) se muestra el espesor de los álabes en función de  $m'$ . Allí se observa que el espesor para este tipo de álabe es constante con un valor de  $1.7 \text{ mm}$ .

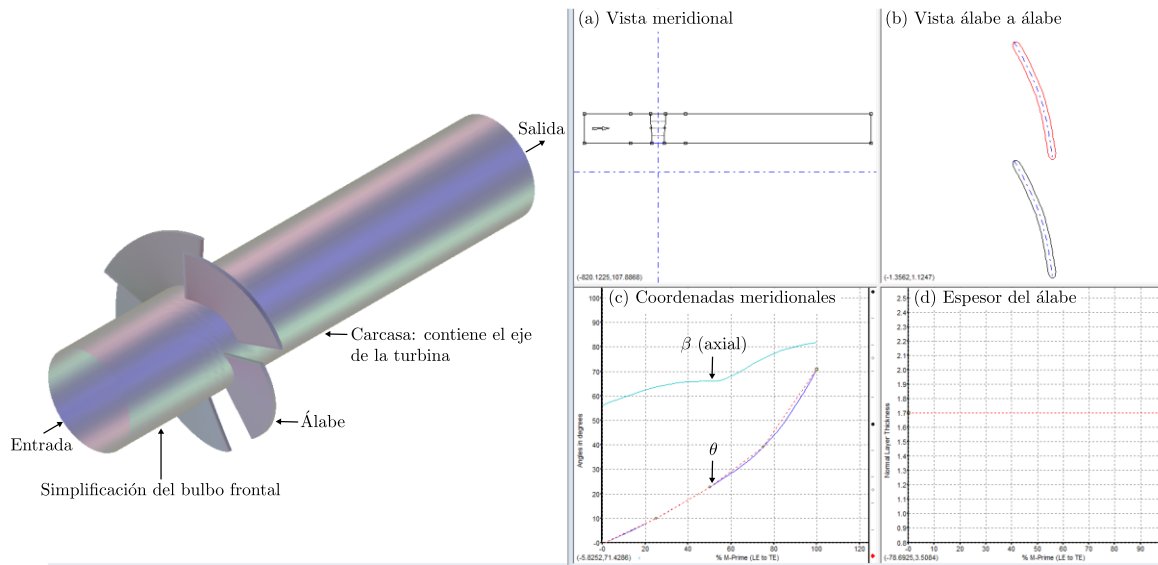


Figura 4-1. Vistas de generación de geometría en BladeGen. Izquierda: geometría de la turbina para el caso de validación. (a) Vista meridional del volumen de control y del álabe. (b) Vista álabe a álabe ubicada en el radio interno de la turbina. (c) Coordenadas meridionales de la geometría del álabe ( $m' vs. \theta, \beta$ ). (d) Espesor constante del álabe de  $1.7 \text{ mm}$ .

La Figura 4-2 muestra las coordenadas de la vista meridional utilizadas en el estudio de validación para definir el pasaje de flujo o volumen de control. En BladeGen, las coordenadas de la vista meridional son  $Z, R$ , donde  $Z$  es la coordenada axial (dirección horizontal), y  $R$  la radial (dirección vertical). El dominio de  $Z, R$  es  $(-\infty < Z < +\infty)$ ,  $(0 \leq R < +\infty)$ , respectivamente. El perfil meridional del álabe está delimitado por las líneas de borde de ataque y fuga, cuya distancia entre sí recibe el nombre de la cuerda (distancia) axial del álabe  $C_a$ , obtenida con la Ec. (86). Esta distancia se define en la coordenada  $Z$  para cada radio de diseño  $r_i$ . Para esta turbina se puede observar que  $C_a$  aumenta desde el radio  $r_h$  hasta  $r_t$ . Cabe aclarar que el álabe está diseñado hasta el radio exterior de la turbina  $r_t$  y no hasta  $r_{tubería}$ . La línea ubicada en  $r_{tubería}$  representa la pared de la tubería y  $r_h$  la pared del diámetro interior de la turbina. Adicionalmente, para garantizar un flujo desarrollado del fluido, la entrada se ubicó a 54 mm desde el centro del perfil meridional del álabe y la salida del fluido a 155.75 mm. Estas longitudes fueron basadas de acuerdo al montaje experimental del estudio de referencia [18].

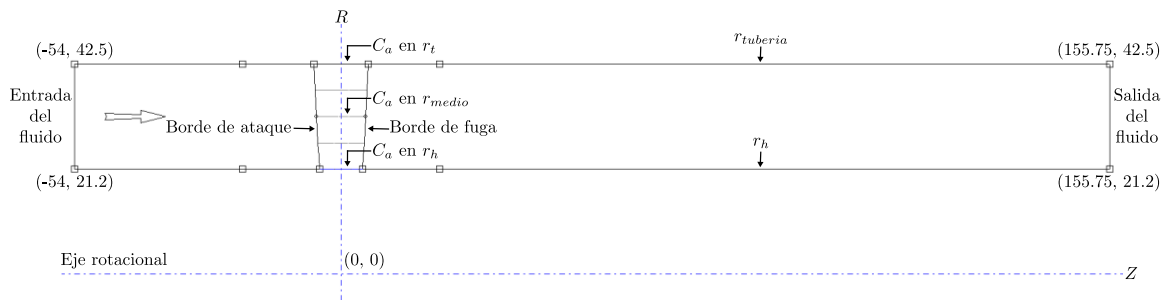


Figura 4-2. Coordenadas de la vista meridional  $Z, R$  del pasaje de flujo (volumen de control) utilizadas para el estudio de validación.

En teoría, la longitud horizontal correcta de cada lado del perfil meridional con respecto al eje  $R$  es de  $Z = -C_a/2$  hacia el borde de ataque, y  $Z = C_a/2$  hacia el borde de fuga, resultando en una cuerda axial total de  $C_a$ , ver Figura 4-3 (a). Sin embargo, dentro del estudio de validación se consideró un caso adicional para la definición de la longitud de la cuerda axial. Este caso adicional corresponde a que la longitud de la cuerda axial desde el eje  $R$  hasta los bordes de ataque y fuga es de  $C_a$  para cada lado. Es decir que la longitud de la cuerda axial total es  $2C_a$ , ver Figura 4-3 (b).

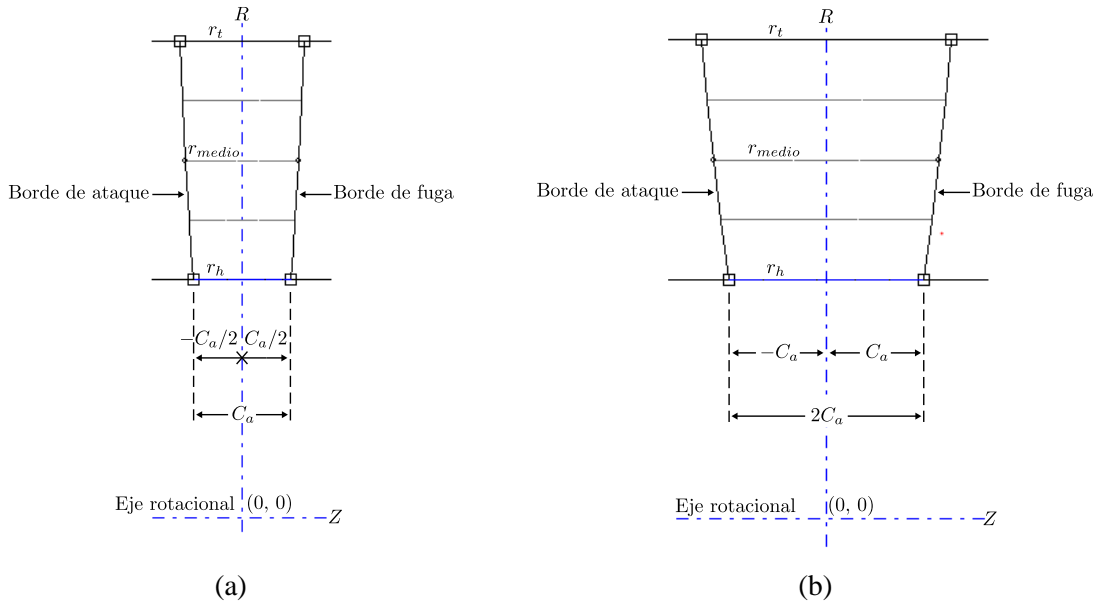


Figura 4-3. Definición de la distancia axial  $C_a$  del perfil meridional del álabe medida para cada lado del álabe con respecto al eje  $R$ . (a) Caso  $C_a/2$ . (b) Caso  $C_a$ .

En BladeGen, el eje  $R$  está ubicado en el centro del perfil meridional del álabe, ver Figura 4-3. Sin embargo, la cuerda axial  $C_a$  se define en la coordenada  $Z$  (horizontalmente) variando el radio de diseño  $r_i$  con los radios  $r_h$ ,  $r_{medio}$  y  $r_t$ . De manera tal que la Tabla 4-2 muestra las longitudes de la cuerda axial  $C_a$  y  $C_a/2$  para cada radio de diseño  $r_i$ . El objetivo es estudiar la influencia sobre la eficiencia de la turbina con la variación de la cuerda axial (casos 1 y 2) y validar cuál distancia axial es la correcta. Por último, la ubicación de  $r_i$  y  $C_a$ ,  $C_a/2$  se realizó así: en la coordenada  $R$  se ubica  $r_i$ , y en  $Z$  se ubica  $C_a$  y  $C_a/2$ .

Tabla 4-2. Casos para la longitud de la cuerda axial  $C_a$  del álabe en función del radio de diseño  $r_i$

Radio de diseño (mm)	$r_i$ (mm)	Caso 1: $C_a$ (mm)	Caso 2: $C_a/2$ (mm)
$r_h$	21.20	8.7084	4.3542
$r_{medio}$	31.80	9.9864	4.9932
$r_t$	42.40	11.0815	5.5408

Para generar la geometría en BladeGen, es necesario primeramente obtener las coordenadas bidimensionales del álabe. Por lo anterior, la Tabla 4-3 muestra los parámetros geométricos de la turbina conformados por los ángulos de entrada y salida ( $\beta_1, \beta_2$ ) y las coordenadas bidimensionales ( $L, x_1, x_2, r_c, x_c, y_c$ ) que definen el álabe de la turbina en tres puntos de diseño: en el radio interno

$r_h$ , medio  $r_{medio}$  y exterior  $r_t$  de la turbina. Ver la Figura 3-7 en la sección 3.1.3 para visualizar la definición de cada uno de los parámetros mencionados.

Tabla 4-3. Coordenadas cartesianas bidimensionales del álabe con curvatura y espesor constante para una constante de vorticidad libre  $k = 0.2763 \text{ m}^2/\text{s}$  y un ángulo de envolvimiento de  $\theta = 72^\circ$ .

Radio de diseño	$r_i$ (mm)	$\beta_1$ (°)	$\beta_2$ (°)	$L$ (mm)	$x_1$ (mm)	$x_2$ (mm)	$r_c$ (mm)	$x_c$ (mm)	$y_c$ (mm)
$r_h (P_1)$	21.2	32.13	4.07	26.64	-13.32	13.32	57.80	17.42	48.95
$r_{medio} (P_3)$	31.8	22.72	5.34	39.96	-19.98	19.98	136.31	32.67	125.73
$r_t (P_5)$	42.4	17.44	6.06	53.28	-26.64	26.64	274.63	55.65	262.02

Las coordenadas bidimensionales del álabe luego se transforman en las coordenadas meridionales  $\%m, \theta$ , las cuales se muestran en la Tabla 4-4. Allí se encuentran la longitud meridional normalizada  $\%m'$  y el ángulo de envolvimiento  $\theta$  para los radios interno  $r_h$ , medio  $r_{medio}$  y externo  $r_t$  de la turbina. Las coordenadas meridionales se utilizan en BladeGen para construir la geometría del álabe, como se muestra en la Figura 4-1 (c).

Tabla 4-4. Coordenadas meridionales ( $\%m'$  vs.  $\theta$ ) del álabe utilizadas para el estudio de validación.

$\%m'$ (%)	$\theta_{r_h}$ (°)	$\theta_{r_{medio}}$ (°)	$\theta_{r_t}$ (°)
0	-0.3033	-0.1188	-0.0397
25	10.0143	11.4805	12.6860
50	22.8304	25.3501	27.5151
75	39.0375	42.7890	45.7031
100	71.0068	71.7044	71.9203

## 4.1.2 Estudio de independencia de malla

La discretización del pasaje de flujo (volumen de control) fue realizada en el módulo de mallado para turbomaquinaria TurboGrid de ANSYS 2023 R1. La información del módulo de BladeGen puede ser transmitida a TurboGrid directamente, y este último a CFX. La Figura 4-4 muestra el flujo de información dentro de ANSYS Workbench. En la izquierda se puede observar el módulo de BladeGen que contiene la geometría de la turbina, posteriormente los módulos de mallado de TurboGrid y luego el módulo del solucionador fluidodinámico CFX. Se generaron en total 3 mallas llamadas fina, media y gruesa, para las cuales el número de elementos descende, respectivamente. Posteriormente, cada una de ellas fue transferida a un módulo de CFX independientemente. De esta manera, se realizó el estudio de independencia de malla aplicando el Índice de Convergencia de

Malla (*GCI*) de acuerdo con procedimiento recomendado por la Sociedad Estadounidense de Ingenieros Mecánicos (*ASME*), el cual fue descrito en la sección 1.2.9.

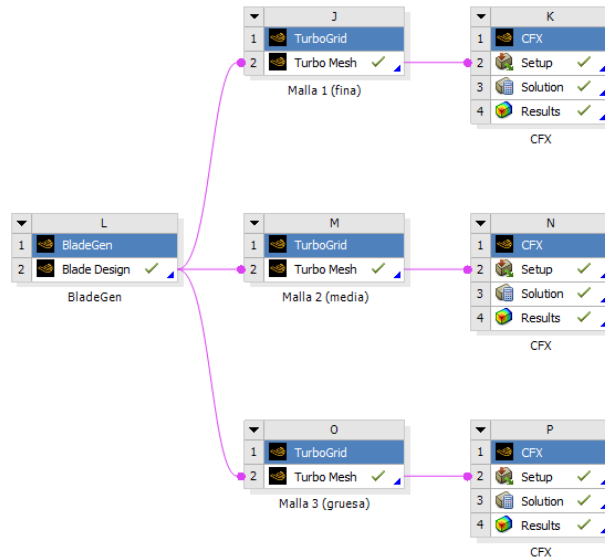


Figura 4-4. Flujo de información entre los módulos de ANSYS para el estudio de malla.

La Tabla 4-5 muestra los parámetros de refinación utilizados en TurboGrid para las mallas fina, media y gruesa. Los parámetros de refinación y las zonas de la malla se reportan en inglés para propósitos de replicación. De esta manera, el volumen de control se divide en: zona general de la malla “*Mesh size*”, el pasaje que contiene el álabe de la turbina “*Passage*”, y la zona de entrada y salida del fluido “*Inlet*” y “*Outlet*”, respectivamente. Para la zona general de la malla “*Mesh size*” hay dos parámetros de refinación: “*Size factor*” que refina globalmente el tamaño de cada elemento, y “*Factor base*” que refina las capas de inflación cercanas a la pared del álabe. El pasaje “*Passage*” posee el parámetro de refinación del tamaño de las celdas “*Factor*”. Por último, la entrada y salida “*Inlet*” y “*Outlet*” poseen los parámetros de la razón de expansión de las celdas “*Expansion rate*”, el cual define el estrechamiento de la malla.

Tabla 4-5. Valores numéricos de los factores de refinación utilizados en TurboGrid para el estudio de independencia de malla del estudio de validación.

	Zona de la malla				
	<i>Mesh size</i>	<i>Passage</i>	<i>Inlet</i>	<i>Outlet</i>	
	Parámetros de refinación (TurboGrid)				
<b>Malla</b>	<i>Size factor</i>	<i>Factor base</i>	<i>Factor</i>	<i>Expansion rate</i>	<i>Expansion rate</i>
Fina	1.5	4	1.3	1.02	1.008
Media	1.25	3	1	1.04	1.01
Gruesa	1	2	0.7	1.1	1.1

La Tabla 4-6 muestra los resultados del estudio del Índice de Convergencia de Malla (*GCI*) para las mallas fina, media y gruesa, cuyo número de elementos fue  $N_1 = 2'589,006$ ,  $N_2 = 678,911$ ,  $N_3 = 93,188$ , respectivamente. Los factores de refinación satisfacen la recomendación de ASME con respecto a su valor inferior límite, es decir,  $r_{21}, r_{32} > 1.3$ . Debido a que  $r_{21} \neq r_{32}$ , el valor aparente  $p$  fue calculado usando una iteración de punto fijo con un valor inicial de  $p = 1$ . En cuanto a las variables de respuesta de la solución  $\phi_i$ , se seleccionaron la cabeza de presión  $\Delta H$  y el torque  $T$  de la turbina, definidos por las ecuaciones (21) y (22), respectivamente. La selección de estos parámetros se debe a que son críticos para la determinación del rendimiento hidrodinámico de este tipo de turbomáquina. Una convergencia monótona fue alcanzada debido a que la razón de las diferencias de las variables de respuesta es positiva ( $\varepsilon_{32}/\varepsilon_{21} > 0$ ), y a su vez el orden aparente ( $p > 0$ ). El orden aparente  $p$  para  $T$  igualó aproximadamente al orden teórico de la solución fluidodinámica, el cual corresponde al esquema de advección de segundo orden (Alta resolución) usado por CFX. Lo anterior es un indicador de la correcta convergencia de la malla. Por otro lado,  $p$  para la cabeza de presión  $\Delta H$  resultó una magnitud por encima del orden teórico. Esto puede atribuirse a falencias en la calidad de la malla, al estrechamiento de la malla, la no linealidad de la solución y al modelado de la turbulencia [148]. A pesar de todo, el orden aparente sigue siendo válido para demostrar la convergencia de la malla. Los errores relativos aproximados ( $e_a^{21}, e_a^{32}$ ) y los errores relativos extrapolados ( $e_{ext}^{21}, e_{ext}^{32}$ ) fueron reportados, los cuales indican que para la malla gruesa hay errores relativamente altos que varían entre el 4.3 % hasta 14.38 %. Los valores extrapolados ( $\phi_{ext}^{21}, \phi_{ext}^{32}$ ), también llamados los valores de la extrapolación de Richardson, corresponden a la solución asintótica cuando el tamaño representativo de la malla tiende a cero ( $h \rightarrow 0$ ), es decir, una malla infinitamente refinada. Nótese que  $\phi_{ext}^{21} = \phi_{ext}^{32}$ , lo cual tiene sentido debido a que sólo existe una solución para  $T$  y  $\Delta H$  cuando  $h \rightarrow 0$ . Por último, el índice de

convergencia de malla  $GCI$  para la malla media ( $GCI_{fino}^{21}$ ) es de aproximadamente 2.43 % y 0.65 % para  $T$  y  $\Delta H$ , respectivamente. En contraste, el  $GCI$  para la malla gruesa ( $GCI_{medio}^{21}$ ) es de 5.63 % para  $T$ , lo cual se considera alto. Por lo tanto, la malla seleccionada fue la media ( $N_2$ ) debido a que su Índice de Convergencia de Malla de 2.43 % y 0.65 % para  $T$  y  $\Delta H$ , respectivamente, los cuales se consideran dentro de un umbral aceptable [149].

Tabla 4-6. Resultados del Índice de Convergencia de Malla ( $GCI$ ) aplicado al número de elementos de la malla.

Parámetro	Variables de respuesta de la solución	
	Torque ( $T$ )	Cabeza de presión ( $\Delta H$ )
$N_i$	$N_1 = 2'589,006; N_2 = 678,911; N_3 = 93,188$	
$r_{21}$	1.5611	1.5611
$r_{32}$	1.9386	1.9386
$\phi_1$	0.0743 Nm	1.0510 m
$\phi_2$	0.0725 Nm	1.0346 m
$\phi_3$	0.0648 Nm	0.8858 m
$\varepsilon_{32}/\varepsilon_{21}$	4.2380	9.0732
$p$	1.8330	3.1020
$\phi_{ext}^{21}, \phi_{ext}^{32}$	0.0758 Nm	1.0565 m
$e_a^{21}$ (%)	2.4516	1.5604
$e_{ext}^{21}$ (%)	1.9051	0.5206
$e_a^{32}$ (%)	10.6511	14.3824
$e_{ext}^{32}$ (%)	4.310	2.0729
$GCI_{fino}^{21}$ (%)	2.4276	0.6542
$GCI_{medio}^{32}$ (%)	5.6301	2.6460

La Figura 4-5 muestra la representación gráfica del estudio del  $GCI$  para tres mallas con diferente número de elementos totales ( $N_1, N_2, N_3$ ). El eje "y" representa las variables de respuesta del torque  $T$  (Figura (a)) y la cabeza de presión  $\Delta H$  (Figura (b)). El eje "x" corresponde al tamaño representativo espacial de la malla  $h_i^e$ , para el cual un valor cercano a cero corresponde a una malla infinitamente refinada. De esta manera, cuando  $h$  tiende a cero, las variables de respuesta convergen a una solución. Dicha solución corresponde al valor extrapolado  $\phi_{ext}^{21,32}$  o el valor extrapolado de

Richardson. Finalmente, las variables de respuesta para las diferentes mallas ascienden monótonamente a medida que el número de elementos de la malla aumenta.

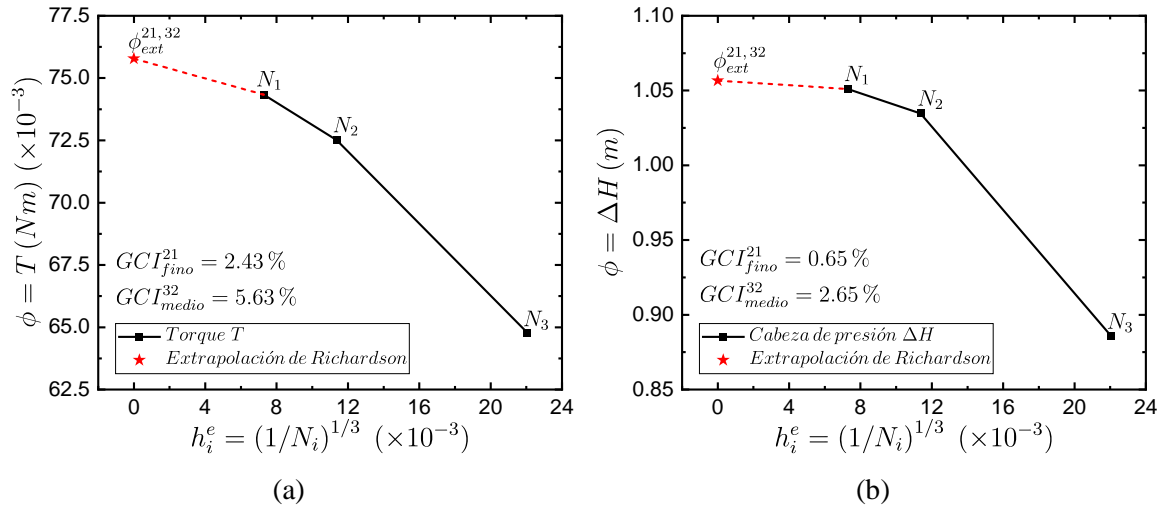


Figura 4-5. Representación gráfica del método GCI aplicado al número de elementos de malla para la variable de respuesta del (a) torque  $T$  y (b) la cabeza de presión  $\Delta H$ .

La discretización del volumen de control fue realizada en el módulo de TurboGrid® de ANSYS. Este módulo de mallado tiene la característica de crear automáticamente mallas de alta calidad para diferentes tipos de turbomáquinas.

La Figura 4-6 (a) muestra la topología de bloques que se usó en TurboGrid para la discretización de la geometría del álabe. La topología se visualiza en coordenadas meridionales ( $m: M, \theta: T$ ). Esta visualización se ubica en el radio interior  $r_h$  de la turbina. Allí se observa la topología maestra (línea gruesa) que define los límites de cada bloque alrededor del álabe y la malla superficial refinada (línea delgada). TurboGrid utiliza un método llamado "ATM", el cual selecciona automáticamente la topología más apropiada con base en el tipo de álabe (bordes cuadrados o redondeados) y los ángulos del álabe. De esta manera, la topología más adecuada, teniendo en cuenta el redondeo del álabe y sus ángulos, fue "Single Round Round Symmetric" [163]. La Figura 4-6 (b) muestra un detalle de la malla en la superficie de la punta del álabe, donde se observa que los nodos coinciden entre sí en la mitad de la superficie a través de elementos prismáticos. Cuando los nodos coinciden en la malla, la información fluye directamente de nodo a nodo sin la necesidad de modelar una interface. La opción en TurboGrid que genera esta topología recibe el nombre de "Conformal Tip".

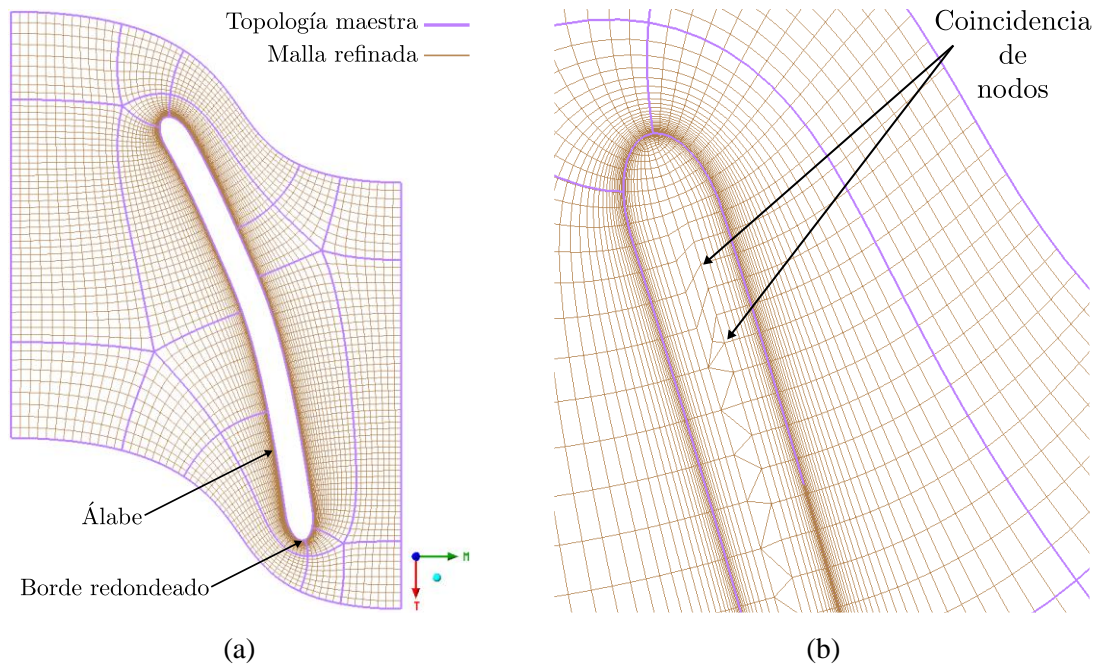


Figura 4-6. Topología de bloques usada por TurboGrid alrededor del álabe (a) en el radio interno  $r_h$  y (b) externo  $r_t$  de la turbina.

La Figura 4-7 presenta la malla generada en TurboGrid, la cual está conformada exclusivamente por elementos hexaédricos. Debido a que la geometría de la turbina fue creada en BladeGen, un quinto del volumen de control de la turbina fue discretizado. Lo anterior resulta en una disminución del número de elementos de malla, lo cual reduce el costo computacional. En la Figura 4-7 (a) y (b) se muestra la malla que corresponde a la fracción del volumen de control, la cual fue usada para la simulación fluidodinámica del estudio de validación. En la figura (a) se pueden apreciar diferentes detalles de las capas de inflación en las paredes del volumen de control, como en la pared de la tubería en el radio  $r_{tubería}$  y en el radio interior  $r_h$  de la turbina. La figura (b) muestra la malla superficial en las paredes de la turbina donde se muestran detalles de las capas de inflación en la pared del álabe. Por otro lado, la Figura 4-7 (c) y (d) muestran una visualización de la malla completa del volumen de control y de las paredes de la turbina, respectivamente. TurboGrid permite visualizar el dominio completo a partir de la creación de copias del volumen de control original para propósitos de claridad a la hora de mostrar el volumen de control completo.

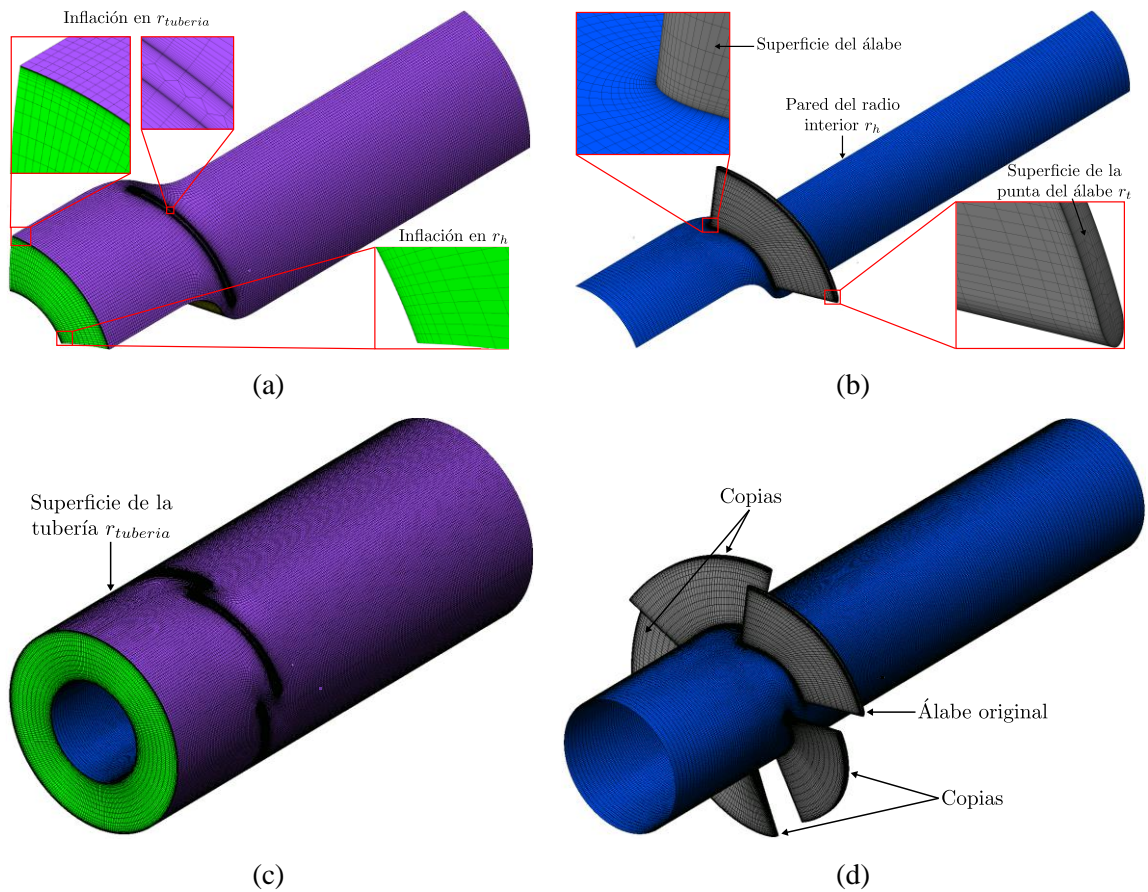


Figura 4-7.(a) Malla ( $N_2$ ) correspondiente a la fracción del volumen de control utilizada para el estudio de validación con un número de elementos de 678,911. (b) Malla superficial de las paredes de la turbina. (c) y (d). Visualización del dominio completo de la turbina. Como aclaración, para la simulación del estudio de validación sólo se utilizó la malla de la fracción del volumen de control.

La Figura 4-8 muestra el porcentaje de elementos de malla en función de los parámetros de calidad más importantes para el solucionado CFX. Estos parámetros de calidad corresponden a la malla mostrada en la Figura 4-7 (a) con un total de 678,911 elementos. La Figura 4-8 (a) muestra la distribución porcentual de elementos de malla en función de la calidad ortogonal. Los valores cercanos a 1 representan un elemento de buena calidad, mientras que valores cercanos a 0 representan lo contrario. Los valores mínimos se encuentran en un rango de 0.33 a 0.37 para el 0.03 % del total de elementos, y los valores máximos en un rango de 0.97 a 1 para el 39.07 % de los elementos de malla. El promedio de la distribución 0.87. Según la guía de modelado del solucionador fluidodinámico CFX de ANSYS, se recomiendan valores mayores a 0.17 [150]. En la Figura 4-8 (b) se muestra la relación de aspecto de los elementos de malla. Los valores máximos se encuentran en un rango entre 173.06 y 182.17 que corresponden a un 0.07 % de los elementos de malla, mientras

---

que los valores mínimos se encuentran entre 0 y 9.11 para un 55.50 % de los elementos. El valor promedio fue de 17.10. La relación de aspecto como parámetro de calidad depende de las condiciones del fluido en una zona específica del volumen de control, de manera que no hay un valor mínimo o máximo para el cual el solucionador pueda divergir. Sin embargo, cuando se utiliza el modo de “doble precisión” se recomienda que la relación de aspecto sea menor a 1000. Por otro lado, cuando se utiliza el modo de “precisión simple” se recomienda un valor menor a 100 [150]. Para el estudio de validación, se usó el modo de “doble precisión”, por lo cual la relación de aspecto se encuentra en un rango válido. La Figura 4-8 (c) presenta el ángulo mínimo de elemento. El ángulo ideal para un elemento hexaédrico es de  $90^\circ$ , mientras que un elemento de mala calidad se acerca a  $0^\circ$ . Para este caso, un 0.023 % de los elementos de malla tuvieron un ángulo mínimo entre  $18^\circ$  y  $27^\circ$ , mientras que un 29.69 % tuvieron los máximos valores entre  $81^\circ$  y  $89.99^\circ$ . El valor promedio del parámetro de calidad del ángulo mínimo fue de  $66.44^\circ$ . Según la guía de modelado de CFX, el valor mínimo recomendado para el parámetro de calidad del ángulo es de  $10^\circ$  [150]. La Figura 4-8 (d) muestra la oblicuidad. Para este parámetro, 0 representa un elemento ideal, y 1 un elemento de mala calidad. Un 14.53 % de elementos de malla tuvo los valores de oblicuidad más bajos entre un rango de 0 y 0.05 con un valor mínimo de  $1.71 \times 10^{-4}$ . Mientras que un 0.006 % de los elementos tuvieron una oblicuidad entre 0.6 y 0.65 con un valor máximo de 0.73. El promedio de la distribución de oblicuidad fue de 0.26. La oblicuidad no debe superar el valor de 0.95 para los solucionadores fluidodinámicos de ANSYS [150]. En conclusión, y de acuerdo con los parámetros de calidad reportados, la malla de la fracción del volumen de control que representa la turbina para el estudio de validación (Figura 4-7 (a)) cumple con las exigencias y recomendaciones de los parámetros de calidad de malla según la guía de modelado del solucionador fluidodinámico CFX. Por lo tanto, la malla utilizada para el estudio de validación se considera de buena calidad.

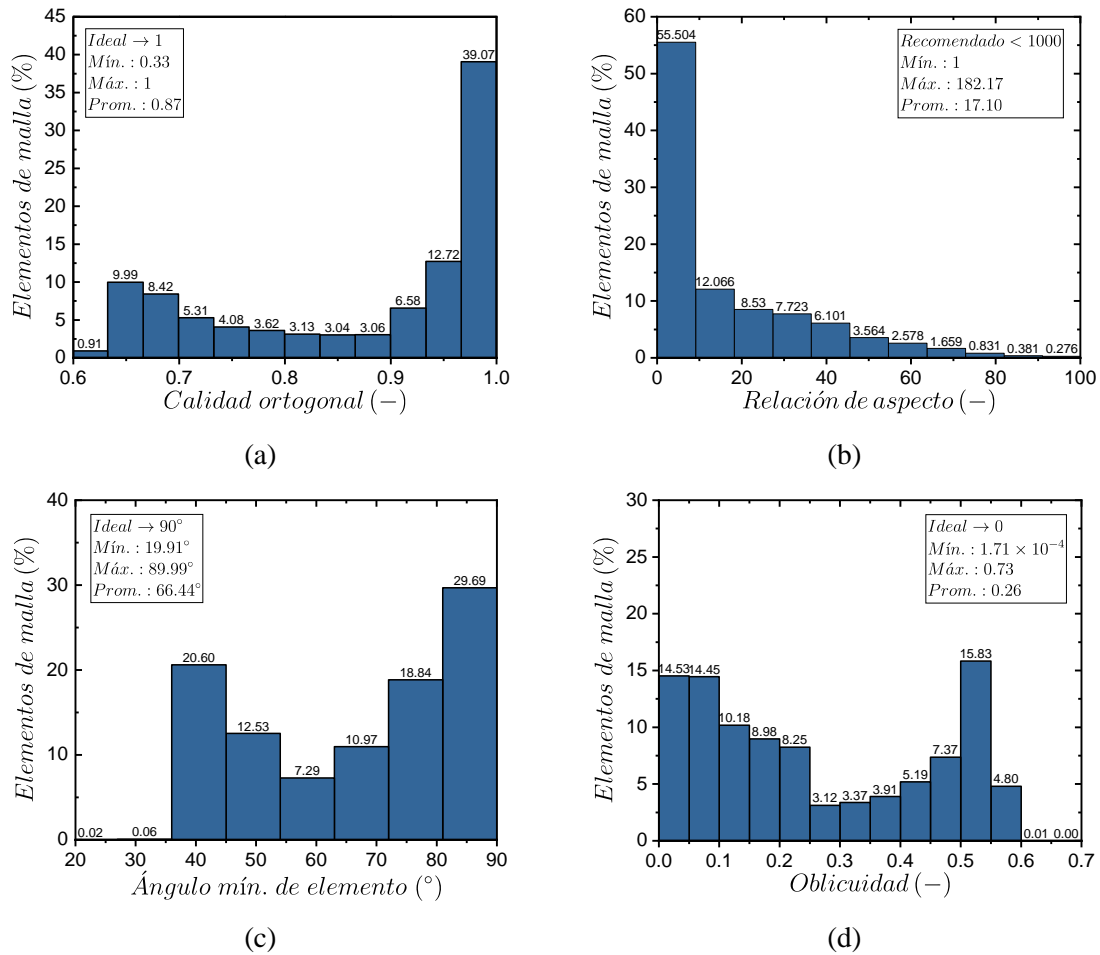


Figura 4-8. Parámetros de calidad de la malla utilizada para el estudio de validación. (a) Calidad ortogonal. (b) Relación de aspecto. (c) Ángulo mínimo de elemento. (d) Oblicuidad.

### 4.1.3 Configuración del solucionador fluidodinámico

- Condiciones de frontera

La simulación fluidodinámica para el estudio de validación sólo tuvo en cuenta un dominio rotacional presentado en la Figura 4-9. Esta imagen tiene como objetivo aclarar las ubicaciones de las condiciones de frontera utilizadas y sus valores numéricos. El volumen de control en su totalidad mostrado en la figura se le llama “pasaje” o “ $R_1$ ”, el cual rota con respecto al eje  $Z$  en dirección negativa con una velocidad angular  $N = 750 \text{ rpm}$ . Este dominio rotacional está delimitado por una entrada y salida del fluido, a las cuales se les asigna una presión total  $P_{tot}$  y flujo másico  $\dot{m}$ , respectivamente. La obtención de estos valores se explica en la siguiente subsección. Por otra parte, los laterales son modelados como una interfaz fluido-fluido de periodicidad rotacional alrededor del

eje Z. Las paredes físicas del volumen de control corresponden a las superficies del álabe, el radio interno de la turbina  $r_h$  y la pared de la tubería  $r_{tubería}$ .

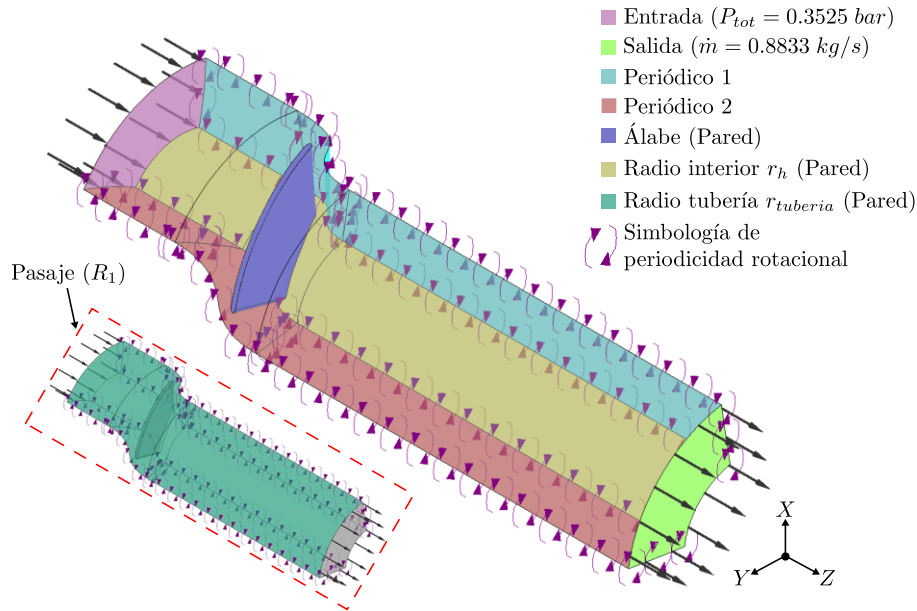


Figura 4-9. Ubicación de las condiciones de frontera del volumen de control del estudio de validación.

#### Cálculo de las condiciones de frontera de entrada y salida

Las condiciones de frontera de entrada y de salida son presión total  $P_{tot}$  y flujo másico  $\dot{m}$ , respectivamente. La presión total definida por la Ec. (20), se determina a partir de la presión estática medida en el *BEP* de la turbina, la cual corresponde a  $P_{est} = \Delta H = 0.347 \text{ bar}$  (Tabla 4-1), y la presión dinámica. La igualdad  $P_{est} = \Delta H$  se debe a que la caída de presión generada por la turbina se determinó experimentalmente usando manómetros [18], lo cual corresponde a una presión estática. De esta manera, usando la Ec. (66), se calcula la velocidad del fluido  $U$  con el caudal de diseño  $Q$  y el área anular de la turbina  $A$ .

$$U = \frac{Q}{A} = \frac{Q}{\pi(r_i^2 - r_h^2)} = \frac{0.00443 \text{ m}^3 / \text{s}}{\pi(0.0424^2 - 0.0212^2) \text{ m}^2} \cong 1.05 \text{ m} / \text{s}$$

La presión dinámica  $P_{din}$  depende de la densidad del fluido (agua), cuyo valor se asumió como el utilizado por defecto por CFX, es decir,  $\rho = 997 \text{ kg/m}^3$ . Utilizando el resultado de  $U$ , se tiene que:

$$P_{din} = \frac{1}{2} \rho U^2 = \frac{1}{2} (997 \text{ kg/m}^3) (1.05 \text{ m/s})^2 \cong 549.60 \text{ Pa}$$

La presión total  $P_{tot}$  se calcula a continuación con la suma de la presión estática y la presión dinámica. Este resultado corresponde a la condición de frontera de entrada para la simulación del estudio de validación.

$$P_{tot} = P_{est} + P_{din} = 0.347 \text{ bar} \left( \frac{1 \times 10^5 \text{ Pa}}{1 \text{ bar}} \right) + 549.60 \text{ Pa} = 35249.6 \text{ Pa}$$

$$P_{tot} \cong 0.3525 \text{ bar}$$

Por otro lado, para la determinación del flujo másico  $\dot{m}$  de salida se tiene en cuenta el caudal de diseño  $Q$ . Este caudal corresponde al flujo volumétrico total que circula a través de la turbina. Sin embargo, el volumen de control (Figura 4-9) es un quinto (1/5) del volumen de control total. En otras palabras, el flujo másico se define por el número de “pasajes” modelados de la turbina. Por lo tanto, el caudal  $Q$  que circula por la fracción del volumen de control es  $Q/5$ . De manera que el flujo másico para la condición de frontera de salida  $\dot{m}$  es:

$$\dot{m} = \frac{Q\rho}{5} = \frac{0.00443 \text{ m}^3/\text{s} (997 \text{ kg/m}^3)}{5} \cong 0.8833 \text{ kg/s}$$

La Tabla 4-7 muestra a modo de resumen todas las condiciones de frontera utilizadas para el estudio de validación tomando como referencia los nombres presentados en la Figura 4-9. En la tabla se escriben los nombres en inglés entre paréntesis para propósitos de replicación de la simulación.

Tabla 4-7. Condiciones de frontera aplicadas al volumen de control para la simulación fluidodinámica del estudio de validación.

Ubicación	Condición de frontera	Detalle	Marco de referencia	Valor numérico
Pasaje ( $R1$ )	Fluido: agua a $T_{amb}$	Velocidad angular $N$ ( $-Z$ )	Rotatorio	750 rpm
Entrada	Entrada ( <i>Inlet</i> )	Presión total $P_{tot}$	Estacionario	0.3525 bar
Salida	Salida ( <i>Outlet</i> )	Flujo másico $\dot{m}_{salida}$	Estacionario	0.8833 kg/s
Periódico 1	Interfaz ( <i>Interface</i> )	Periodicidad rotacional	Rotatorio	Periodicidad: 72°
Periódico 2	Interfaz ( <i>Interface</i> )	Periodicidad rotacional	Rotatorio	Periodicidad: 72°
Álabe	Pared ( <i>Wall</i> )	No deslizamiento ( <i>No-slip</i> )	Rotatorio	$V_{pared} = 0$
Radio interior $r_h$	Pared ( <i>Wall</i> )	No deslizamiento ( <i>No-slip</i> )	Rotatorio	$V_{pared} = 0$
Radio tubería $r_{tubería}$	Pared ( <i>Wall</i> )	No deslizamiento ( <i>No-slip</i> )	Rotatorio	$V_{pared} = 0$

- Preconfiguración de CFX

La simulación fluidodinámica se desarrolló en una estación de trabajo con un procesador Intel Xeon E5-2667 de 12 núcleos a 2.9 GHz y 32 GB de memoria RAM. La Tabla 4-8 presenta la configuración del solucionador CFX para los módulos *Pre*, *Solver manager*, y *Post*. En el componente CFX-*Pre*, se configuró para un análisis en estado estacionario con un dominio de tipo fluido continuo (agua a 25 °C) a una presión de referencia de 1 atm. Se desactivaron los modelos de flotabilidad, deformación de la malla, combustión y radiación térmica debido a que no son necesarios para la simulación de una turbina hidráulica a condiciones de ambiente. El movimiento del dominio es rotacional con el tipo de modelado “*Alternate Rotation Model (ARM)*”. Este modelo de rotación comprende el término de advección en las ecuaciones de momento. Se recomienda usar el modelo *ARM* para el caso de una turbina axial debido a que la dirección de flujo del fluido es paralela al eje de rotación, y a su vez el caudal se considera esencialmente constante. De manera que el modelo *ARM* reduce significativamente el error numérico debido a que la velocidad en el marco de referencia absoluto es cercana a ser constante [150]. El modelo de turbulencia usado es  $k - \omega SST$  con

funciones de pared automáticas. Este modelo predice correctamente los gradientes de presión adversos presentes en las superficies sustentadoras de turbinas hidráulicas, por lo cual distintos autores han utilizado este modelo de turbulencia para este tipo de simulaciones, ver Tabla 2-2. El esquema de advección es de segundo orden, es decir, *High Resolution*. CFX por defecto utiliza esta configuración. El criterio de convergencia se configuró para residuales RMS (*Root Mean Square*) con una magnitud de  $1 \times 10^{-5}$ . Lo anterior se debe a que se identificó la magnitud de convergencia más pertinente teniendo en cuenta la estabilidad y convergencia de las variables de salida como el torque y las presiones totales de entrada y salida. Con respecto al componente del *Solver-manager*, se activó la opción de doble precisión (*Double precision*) para generar una simulación con resultados precisos. Adicionalmente, el proceso de la solución computacional fue de tipo paralela, es decir que se particionó entre 12 núcleos. Por último, los resultados fueron visualizados en el componente de *CFX-Post* utilizando el entorno Turbo, el cual es especializado para visualizar resultados de turbomaquinaria.

Tabla 4-8. Configuración del solucionador para los módulos *CFX-Pre*, *CFX-Solver*, y *CFX-Post*.

Componente del módulo CFX	Configuración	Detalle
CFX-Pre	Tipo de análisis	Estado estacionario
	Tipo de dominio	Fluido
	Fluido	Agua, sustancia pura ( $T_{ref} = 25 \text{ }^\circ\text{C}$ )
	Morfología	Fluido continuo
	Presión de referencia $P_{ref}$	1 atm
	Modelo de flotabilidad	No boyante
	Movimiento del dominio	Rotacional ( <i>Alternate Rotation Model</i> )
	Deformación de malla	Desactivado
	Modelo de turbulencia	$k - \omega SST$
	Función de pared	Automático
	Combustión	Desactivado
	Radiación térmica	Desactivado
	Esquema de advección	<i>High resolution</i>
	Criterio de convergencia	Tipo de residual: RMS. Residual objetivo: $1 \times 10^{-5}$
CFX-Solver Manager	Precisión	<i>Double precision</i>
	Modo de solución	Paralelo (12 particiones)
CFX-Post	Turbo	

#### 4.1.4 Resultados del estudio de validación

La presente subsección pretende comparar los resultados numéricos para el estudio de validación obtenidos a través de dos tipos de análisis fluidodinámicos: estacionario y transitorio. El objetivo de esta comparación es elucidar las diferencias de ambos tipos de análisis y contrastarlos con resultados experimentales disponibles en la literatura.

- Análisis en estado estacionario

El análisis estacionario tiene como objetivo comparar la eficiencia hidráulica obtenida numéricamente con la eficiencia hidráulica experimental en el punto de mejor eficiencia *BEP* disponible en la literatura. Como consideración adicional, se evaluó la influencia de la cuerda axial del álabe con dos valores numéricos posibles (Ver Tabla 4-2) y la modelación del espaciado entre la punta del álabe y la pared de la tubería, la cual comprende dos casos: con espaciado y sin espaciado, ver Figura 4-10. Por un lado, en la figura (a) se observa que se modela un espaciado llamado  $t_c$  de 0.1 mm. Por allí el fluido de trabajo circula entre la pared de la tubería y la pared exterior del álabe. Este caso corresponde al funcionamiento físico real de la turbina. Por otro lado, en la figura (b) se puede observar el caso ideal en el cual no existe espaciado entre el álabe y la tubería, lo cual significa que no se generan pérdidas hidráulicas por los vórtices de fuga en la punta del álabe (*Tip leakage vortex*).

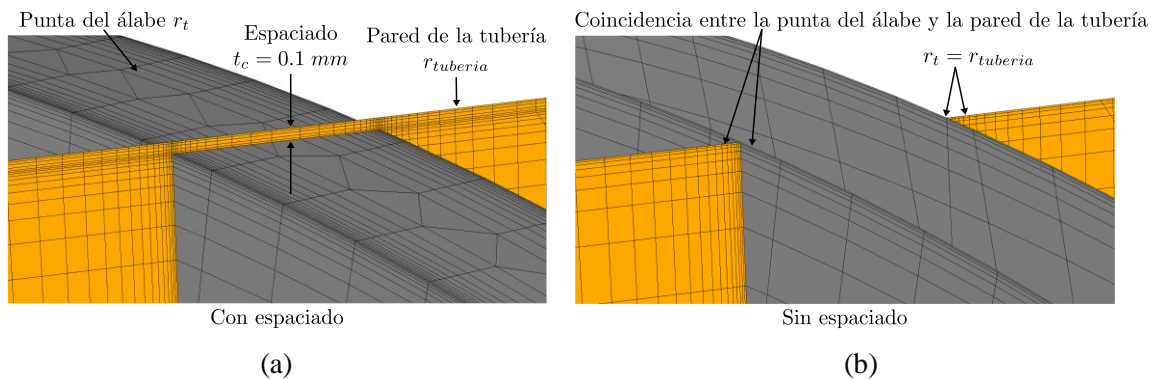


Figura 4-10. Casos evaluados para el espaciado entre la punta del álabe y la pared de la tubería. (a). Con espaciado. (b) Sin espaciado.

Cuatro simulaciones fluidodinámicas se llevaron a cabo combinando los dos casos de la cuerda axial del álabe y los dos casos del modelado del espaciado entre el álabe y la tubería. De acuerdo con la Tabla 4-2 y la Figura 4-10, las combinaciones para el espaciado y la cuerda axial, respectivamente, son: (1) Sin espaciado y  $C_a$ . (2) Sin espaciado y  $C_a/2$ . (3) Con espaciado y  $C_a$ . (4) Sin espaciado y  $C_a/2$ . De esta manera, la Figura 4-11 muestra los resultados de la eficiencia hidráulica calculada con la Ec. (26) para los cuatro casos mencionados. La línea horizontal representa la eficiencia hidráulica experimental de la turbina en el punto  $BEP$  ( $\eta_{t,BEP}$ ), cuyo dato experimental fue obtenido en la investigación de Samora *et al.*, [18]. Con respecto a este valor se calculó el error relativo  $\varepsilon_r$  de las eficiencias numéricas para cada caso. Según los resultados obtenidos, el caso que más se acercó a la eficiencia experimental fue el (4) que corresponde a modelar el espaciado entre la punta del álabe y la pared de la tubería. Para este caso el error relativo fue de  $\varepsilon_r = 0.46 \%$ , lo cual se considera como aceptable. Los demás casos poseen un error relativo por encima del 4 %. Este resultado indica que la cuerda axial correcta del álabe es  $C_a/2$ , cuyo valor numérico se presentó en la Tabla 4-2. Por otro lado, si se usa una cuerda axial de  $C_a/2$  y no se modela el espaciado entre el álabe y la pared de la turbina, esto produce una sobreestimación de la eficiencia en un 4.35 %. Esto se debe a que se estaría aprovechando toda la energía hidráulica disponible por parte de la turbina generado por la máxima área de barrido de los álabes al interior de la tubería. Por lo tanto, es imperativo tener en cuenta el espaciado de la turbina con respecto a la pared de la tubería para asegurar la obtención de cálculos numéricos precisos.

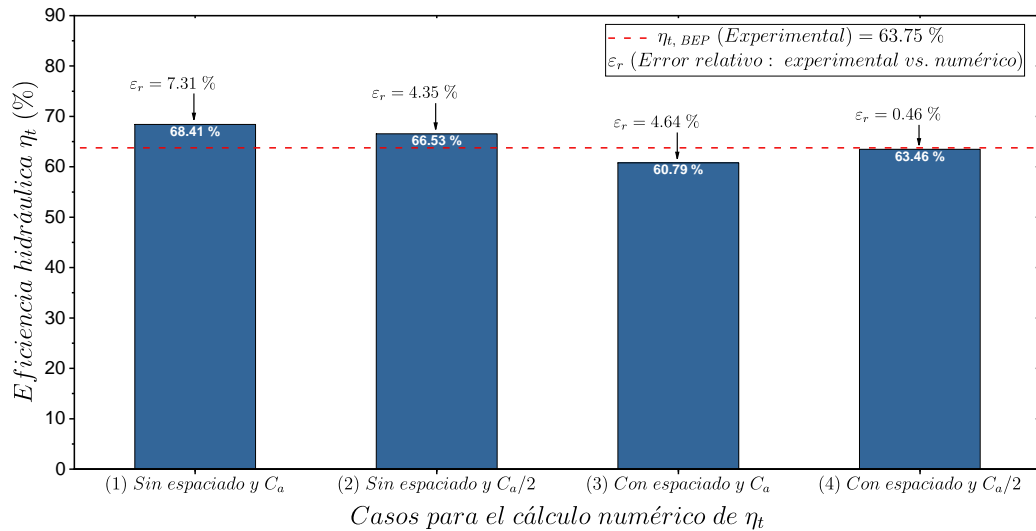


Figura 4-11. Comparación de la eficiencia hidráulica obtenida a través de la metodología numérica para diferentes casos con respecto a la eficiencia experimental  $\eta_{t,BEP}$  obtenida de [18].

La Figura 4-12 presenta una visualización cualitativa por medio de contornos de la distancia adimensional  $y^+$ , definida por la Ec. (12). En la figura (a) se observa la superficie de presión del álabe. En esta superficie se puede visualizar un contorno de  $y^+$  uniforme a excepción de la zona cercana al borde de fuga. En el borde de fuga se presenta una aceleración del fluido debido a la curvatura convexa del álabe, lo cual aumenta la velocidad  $y$ , por ende, el valor de  $y^+$ . En la figura (b) se puede observar el contorno para la superficie de succión. En esta superficie se presentan las velocidades más altas en el álabe, lo que genera que el contorno no presente una uniformidad generalizada como en la superficie de presión. Las velocidades más altas en la superficie de succión corresponden a la zona del borde de ataque, por lo cual los valores de  $y^+$  sean altos en comparación con el resto de las superficies del álabe.

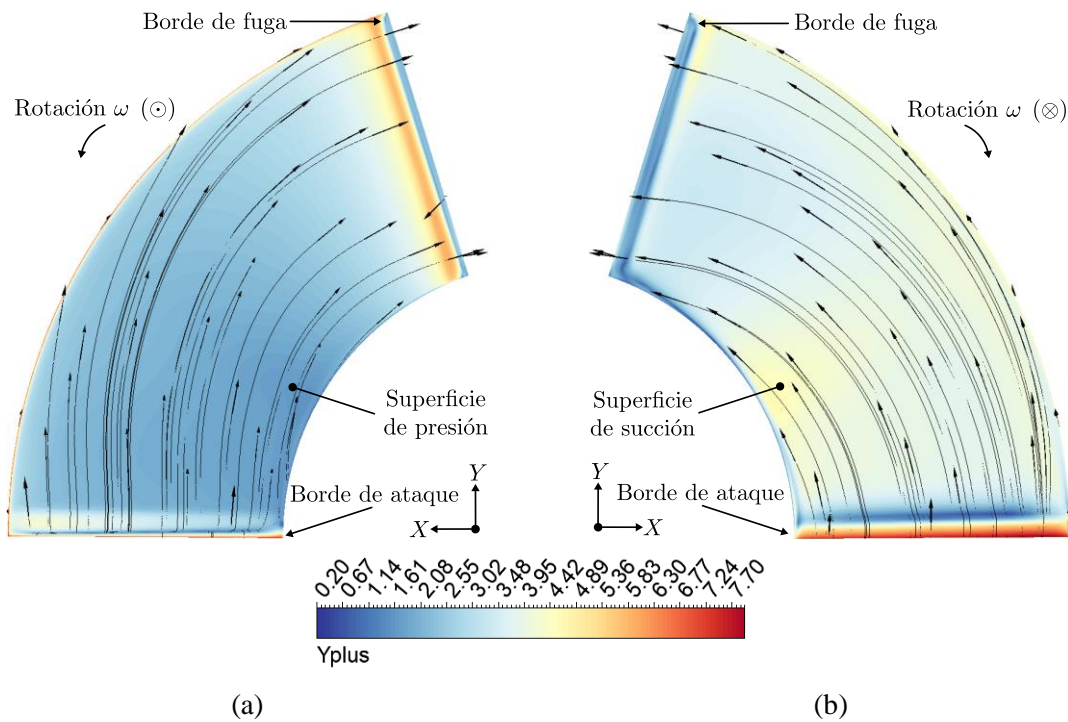


Figura 4-12. Contornos de la distancia adimensional  $y^+$  del álabe para las superficies de (a) presión y (b) succión.

La Figura 4-13 muestra la distribución de la distancia adimensional a la pared  $y^+$  en las superficies de presión y succión del álabe con respecto a la distancia normalizada desde el borde de ataque al borde de fuga del álabe. De acuerdo con la distribución del  $y^+$ , los valores máximos se presentan

cerca a los bordes de ataque y de fuga. Lo anterior se debe a que en estas ubicaciones se presentan las mayores velocidades en el álabe, por lo cual los valores del  $y^+$  aumentan, ver Figura 4-12. Sin embargo, los valores promedio de  $y^+$  en las superficies de succión y presión son de 3.95 y 2.91, respectivamente. A modo de análisis, el valor ideal para la distancia adimensional de la pared es  $y^+ \cong 1$ , debido a que el modelo de turbulencia, en este caso  $k - \omega SST$ , no tendría que realizar correcciones para el cálculo del esfuerzo cortante en la pared. En otras palabras, las funciones de pared no se activarían en el modelo de turbulencia. No obstante, se podrían considerar los valores promedios obtenidos del  $y^+$  para las superficies de succión y presión como aceptables. Lo anterior se debe, por una parte, a la precisión de la eficiencia hidráulica obtenida numéricamente comparada con los datos experimentales (Figura 4-11). Por otra parte, se ha identificado que en la literatura varios estudios han utilizado valores de  $y^+ < 10$  de manera satisfactoria (Tabla 2-2) utilizando el modelo de turbulencia  $k - \omega SST$  para simulaciones fluidodinámicas de turbinas axiales tipo propulsor para aplicaciones en tuberías.

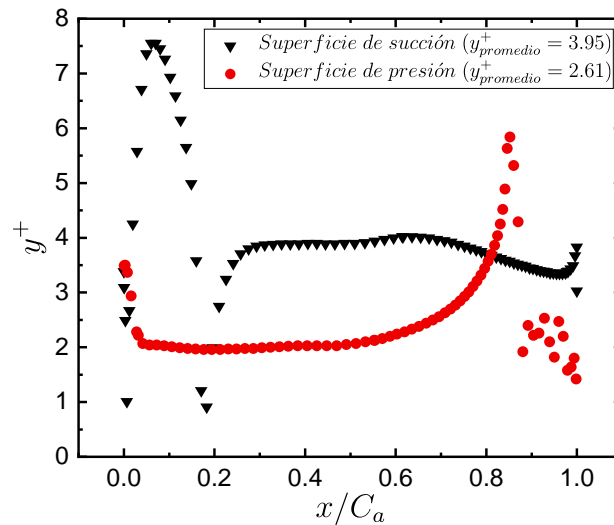


Figura 4-13. Distribución de la distancia adimensional  $y^+$  en función de la distancia normalizada  $x/C_a$  del álabe desde el borde de ataque (0) hasta el borde de fuga (1) para las superficies de succión y presión.

- Análisis en estado transitorio

Las simulaciones fluidodinámicas en estado transitorio fueron llevadas a cabo con la malla seleccionada de acuerdo con el estudio de convergencia de malla aplicado al número elementos,

(ver Figura 4-7). El número de elementos de esta malla corresponde a  $N_2 = 678,911$ . De esta manera, el análisis en estado transitorio se dividió en dos partes:

- (1) El estudio de la influencia del tamaño del paso de tiempo  $\Delta t$  en la solución numérica, donde  $\Delta t$  corresponde a la fracción de tiempo de cada iteración de la solución transitoria. Con los resultados obtenidos, se desarrolló el estudio del índice de convergencia de malla (*GCI*) aplicado al paso de tiempo  $\Delta t$ .
- (2) El estudio de la influencia del tiempo físico total  $t_T$  de la simulación transitoria.

A continuación, se presentan los resultados de los estudios mencionados anteriormente.

*(1) Estudio de la influencia del tamaño del paso de tiempo  $\Delta t$ :*

El tamaño del paso de tiempo  $\Delta t$  fue calculado de acuerdo con las ecuaciones (131) y (132).

$$\Delta t = \frac{N_R}{NI \left( \frac{\omega}{2\pi} \right)} \quad (131)$$

$$NI = \frac{360^\circ N_R}{\theta_R} \quad (132)$$

Donde  $\Delta t$  tiene unidades de tiempo (s),  $N_R$  es el número de rotaciones de la turbina,  $\omega$  es la velocidad angular de la turbina (rad/s),  $NI$  es el número de iteraciones totales de la simulación transitoria, y  $\theta_R$  ( $^\circ$ ) es el grado de rotación de la turbina por cada iteración. El número de rotaciones  $N_R$ , la velocidad angular  $\omega$  y el grado de rotación  $\theta_R$  de la turbina son parámetros de entrada.

La Tabla 4-9 presenta los parámetros seleccionados para realizar el estudio del tamaño del paso de tiempo  $\Delta t$ . El primer parámetro de entrada es el grado de rotación de la turbina  $\theta_R$ , para el cual se seleccionaron 4 valores para cubrir un rango amplio desde  $20^\circ$  hasta  $1^\circ$ . A medida que  $\theta_R$  disminuye, también lo hace proporcionalmente el tamaño del paso de tiempo  $\Delta t$ . El segundo parámetro de entrada es el número de rotaciones de la turbina, el cual se asumió constante con un valor de  $N_R = 4$ . Lo anterior con el fin de mantener el tiempo total de simulación  $t_T$  invariante mientras cambia el tamaño del paso de tiempo  $\Delta t$ . El último parámetro de entrada es la velocidad angular de la turbina,

la cual corresponde a un valor constante de  $\omega = 78.54 \text{ rad/s}$  (750 rpm). Este último es la velocidad angular de diseño de la turbina, ver Tabla 4-1. Por otra parte, los parámetros de salida son el tamaño del paso de tiempo  $\Delta t$ , el cual se reduce debido al incremento del número de iteraciones  $NI$  totales de la simulación. Por último, se puede apreciar que el tiempo de simulación total  $t_T$  se mantiene constante con un valor de 0.32 s, lo cual permite aislar la influencia del cambio del paso de tiempo  $\Delta t$  en la solución numérica del tiempo total de simulación  $t_T$ . Así, en el módulo *CFX-pre* se cambió el tipo de simulación de estacionario a transitorio, y se utilizaron los valores del tamaño del paso de tiempo  $\Delta t$  y cualquiera de los valores entre el número de iteraciones  $NI$  o el tiempo de simulación total  $t_T$ .

Tabla 4-9. Parámetros para el estudio de la influencia del tamaño del paso de tiempo  $\Delta t$ .

Parámetros de entrada			Parámetros de salida		
$\theta_R$ (°)	$N_R$	$\omega$ (rad/s)	$\Delta t$ (s)	$NI$	$t_T$ (s)
20	4	78.54	$4.\overline{44} \times 10^{-3}$	72	0.32
10	4	78.54	$2.\overline{22} \times 10^{-3}$	144	0.32
5	4	78.54	$1.\overline{11} \times 10^{-3}$	288	0.32
1	4	78.54	$0.\overline{22} \times 10^{-3}$	1440	0.32

La Tabla 4-10 presenta el estudio del Índice de Convergencia de Malla (*GCI*) aplicado al tamaño del paso de tiempo  $\Delta t$ . Con referencia a la Tabla 4-9, los valores numéricos seleccionados para  $\Delta t_i$  fueron  $\Delta t_1 = 0.\overline{22} \times 10^{-3} \text{ s}$ ,  $\Delta t_2 = 1.\overline{11} \times 10^{-3} \text{ s}$ , y  $\Delta t_3 = 4.\overline{44} \times 10^{-3} \text{ s}$ , del más refinado al menos refinado, respectivamente. Para este caso se aplicó el índice de convergencia de malla a un parámetro temporal ( $\Delta t$ ), por tanto, el cálculo del tamaño representativo temporal de la malla  $h_i^t$  se determina a partir de la Ec. (31). Los factores de refinación satisfacen la recomendación de *ASME* con respecto a su valor inferior límite, es decir,  $r_{21}, r_{32} > 1.3$ . Debido a que  $r_{21} \neq r_{32}$ , el valor aparente  $p$  fue calculado usando una iteración de punto fijo con un valor inicial de  $p = 1$ . Las variables de respuesta de la solución numérica  $\phi_i$  fueron la cabeza de presión  $\Delta H$  y el torque  $T$  de la turbina, definidos por las ecuaciones (21) y (22), respectivamente. Una convergencia monótona fue alcanzada debido a que la razón de las diferencias de las variables de respuesta es positiva ( $\varepsilon_{32}/\varepsilon_{21} > 0$ ) de acuerdo con la Ec. (33), y a su vez el orden aparente ( $p > 0$ ). El orden aparente  $p$  para el torque  $T$  y la cabeza de presión  $\Delta H$  igualó aproximadamente al orden teórico de la solución fluidodinámica, el cual corresponde al esquema de advección de segundo orden (Alta resolución) usado por *CFX*, es decir, un orden numérico de grado 2. Lo anterior es un indicador de una

convergencia apropiada de la malla. Los valores extrapolados ( $\phi_{ext}^{21}, \phi_{ext}^{32}$ ) para  $T$  y  $\Delta H$  resultaron 0.072502 Nm y 1.037424 m, respectivamente. Estos valores corresponden a la solución asintótica cuando el tamaño representativo de la malla tiende a cero ( $h_i^t \rightarrow 0$ ), es decir, para un tamaño del paso temporal  $\Delta t$  infinitamente pequeño. Nótese que  $\phi_{ext}^{21} = \phi_{ext}^{32}$ , lo cual tiene sentido debido a que sólo existe una solución exacta para  $T$  y  $\Delta H$ . Por último, el índice de convergencia de malla  $GCI$  de para  $\Delta t_2$  ( $GCI_{fino}^{21}$ ) para  $T$  y  $\Delta H$  es de aproximadamente 0.0048 % y 0.0087 %, respectivamente. En contraste, el  $GCI$  para  $\Delta t_3$  ( $GCI_{medio}^{21}$ ) para  $T$  y  $\Delta H$  es de 0.0057 % y 0.0259 %, respectivamente. De acuerdo con los resultados, el tamaño del paso de tiempo seleccionado fue  $\Delta t_2$  debido a que su índice de convergencia de malla ( $GCI_{fino}^{21}$ ) fue el más bajo sin comprometer drásticamente el costo computacional.

Tabla 4-10. Resultados del Índice de Convergencia de Malla ( $GCI$ ) aplicado al tamaño del paso de tiempo  $\Delta t$ .

Parámetro	Variables de respuesta de la solución	
	Torque ( $T$ )	Cabeza de presión ( $\Delta H$ )
$\Delta t_i$ (s)	$\Delta t_1 = 0.22 \times 10^{-3}$ ; $\Delta t_2 = 1.11 \times 10^{-3}$ ; $\Delta t_3 = 4.44 \times 10^{-3}$	
$r_{21}$	1.709976	1.709976
$r_{32}$	1.587401	1.587401
$\phi_1$	0.072505 Nm	1.037496 m
$\phi_2$	0.072501 Nm	1.037639 m
$\phi_3$	0.072511 Nm	1.037976 m
$p$	1.904328	2.041669
$\phi_{ext}^{21}, \phi_{ext}^{32}$	0.072502 Nm	1.037424 m
$GCI_{fino}^{21}$ (%)	0.004752	0.008666
$GCI_{medio}^{32}$ (%)	0.005711	0.025908

La Figura 4-14 muestra la representación gráfica del estudio del  $GCI$  temporal aplicado al tamaño del paso de tiempo  $\Delta t$ . Se cuantificó el cambio en la solución numérica del torque  $T$  (Figura a) y la cabeza de presión  $\Delta H$  (Figura b) debido al cambio del tamaño del paso de tiempo ( $\Delta t_1, \Delta t_2, \Delta t_3$ ). Cuando  $h_i^t$  tiende a cero, las variables de respuesta convergen a una solución llamado el valor extrapolado de Richardson  $\phi_{ext}^{21,32}$ . Las variables de respuesta para los diferentes valores de  $\Delta t_i$  descienden monótonamente a medida que el tamaño del paso de tiempo decrece.

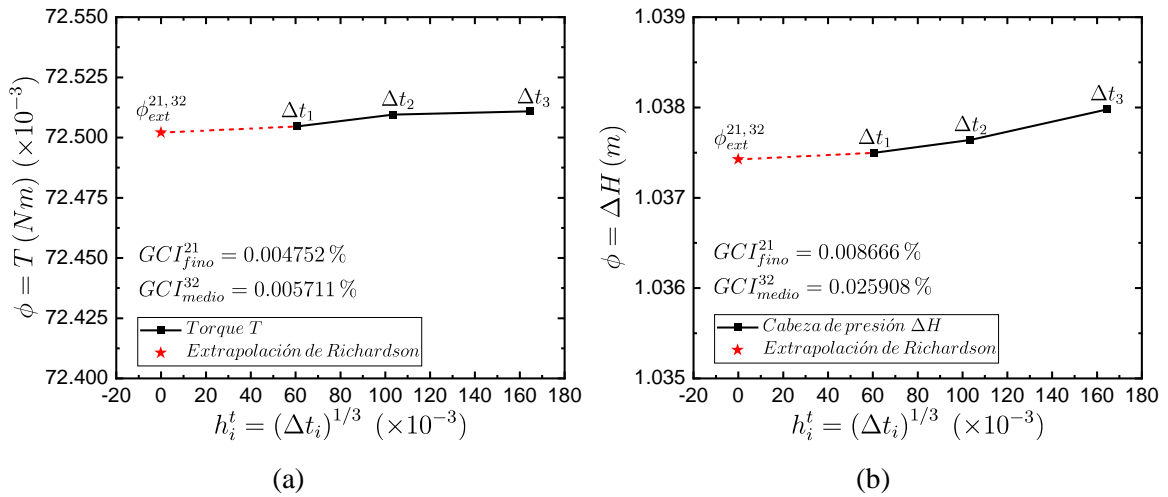


Figura 4-14. Representación gráfica del método *GCI* aplicado al tamaño del paso de tiempo  $\Delta t$  para el análisis transitorio. Las variables de respuesta son: (a) torque  $T$  y (b) la cabeza de presión  $\Delta H$ .

La Figura 4-15 presenta la tendencia de los residuales representados con la media cuadrática (*RMS: Root Mean Square*) de masa y momento en la figura (a) y los residuales de la energía cinética turbulenta  $\kappa$  y la frecuencia turbulenta  $\omega$  en la figura (b). También se presenta la tendencia de los monitores de las variables de salida como el torque  $T$  y la presión de salida  $P_{salida}$  en las figuras (c) y (d), respectivamente. En cada gráfica se traza una línea vertical a tramos ubicada en la iteración  $NI = 538$ . Esta línea vertical representa el final del análisis estacionario y el inicio del análisis transitorio. De esta manera, se evidencia que se utilizó la solución estacionaria como condición inicial para realizar la simulación transitoria. La iteración final realizada durante la simulación transitoria fue  $NI = 826$ . Adicionalmente, en cada gráfica se reportan los valores numéricos finales correspondientes a las simulaciones estacionaria y transitoria. Lo anterior con el fin de visualizar la diferencia numérica entre cada tipo de análisis. La magnitud del residual objetivo para el análisis estacionario se definió para una magnitud menor a  $1 \times 10^{-5}$  para los residuales de masa y momento, por lo cual el cálculo de la solución se detuvo una vez estos residuales alcanzaron una magnitud de  $1 \times 10^{-6}$ . Por otro lado, debido a que se seleccionó el tamaño del paso de tiempo  $\Delta t_2$ , el número de iteraciones totales para la simulación transitoria fue previamente definido para un valor de  $NI = 288$ , ver Tabla 4-9. Con respecto al tiempo total de simulación, el análisis estacionario tomó 28 minutos y 54 segundos en completarse, mientras que el análisis transitorio tomó en total 26 minutos y 38 segundos. El tiempo de simulación total para el análisis transitorio fue menor debido a que se

utilizó como condición inicial la solución estacionaria, la cual tuvo índices de convergencia aceptables según la magnitud de los residuales finales. Por último, en general se evidenció que la magnitud final de los residuales para la simulación transitoria fue menor a los de la simulación estacionaria. Lo anterior podría indicar que la simulación estacionaria todavía posee un margen para converger de mayor manera. Sin embargo, de acuerdo con el estudio del *GCI* para la solución del análisis transitorio, se concluyó que no hay mayor diferencia en comparación con el análisis estacionario. De hecho, el porcentaje de variación entre el valor numérico final del torque y la presión de salida entre el análisis transitorio y estacionario es de  $1.38 \times 10^{-3} \%$  y  $81.9 \times 10^{-3} \%$ , respectivamente.

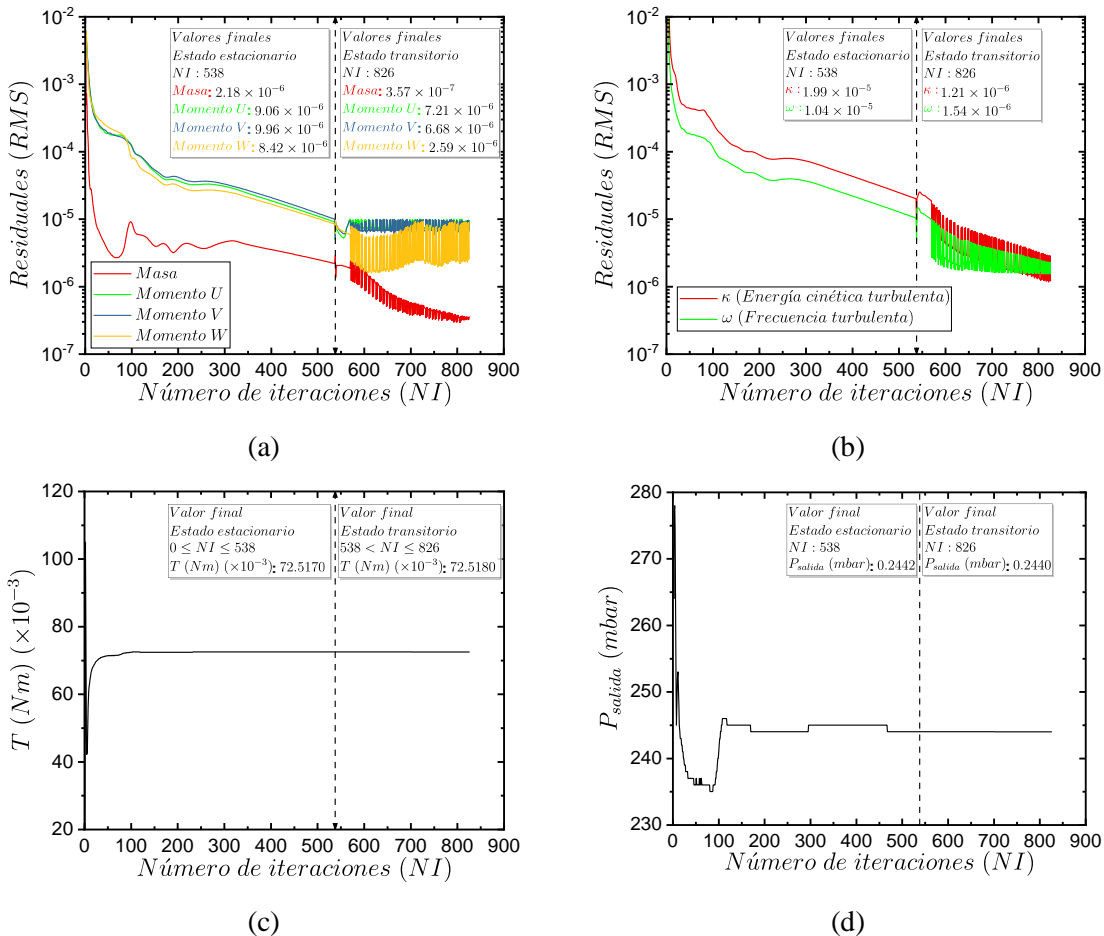


Figura 4-15. (a-b) Residuales de masa y momento y la energía cinética de turbulencia  $\kappa$  y la frecuencia de turbulencia  $\omega$  de las simulaciones en estado estacionario y transitorio. (c-d) Monitor de torque  $T$  y presión de salida  $P_{salida}$  para las simulaciones en estado estacionario y transitorio.

(2) Estudio de la influencia del tiempo físico total  $t_T$  de la simulación transitoria:

La Tabla 4-11 presenta los parámetros utilizados para realizar el presente estudio. El grado de rotación de la turbina se define con un valor constante de  $\theta_R = 5^\circ$ . Lo anterior se debe al resultado obtenido del *GCI* aplicado al tamaño del paso de tiempo (Figura 4-14), lo cual genera que el tamaño del paso de tiempo como parámetro de salida permanezca constante con un valor de  $\Delta t = 1.11 \times 10^{-3}$  s. El número de rotaciones de la turbina  $N_R$  varió desde 2 hasta 8 con pasos de 2. La velocidad angular de la turbina  $\omega$  también se mantiene constante. Luego, utilizando la ecuación (132), se obtiene el número de iteraciones  $NI$ . De esta manera, el tiempo físico total  $t_T$  de simulación se calcula como  $t_T = \Delta t(NI)$ .

Tabla 4-11. Parámetros para el estudio de la influencia del tiempo físico total de simulación  $t_T$ .

Parámetros de entrada			Parámetros de salida		
$\theta_R$ (°)	$N_R$	$\omega$ (rad/s)	$\Delta t$ (s)	$NI$	$t_T$ (s)
5	2	78.54	$1.11 \times 10^{-3}$	144	0.16
5	4	78.54	$1.11 \times 10^{-3}$	288	0.32
5	6	78.54	$1.11 \times 10^{-3}$	432	0.48
5	8	78.54	$1.11 \times 10^{-3}$	576	0.64

La Figura 4-16 muestra los resultados del estudio del tiempo físico total  $t_T$  de la simulación transitoria. Para proveer un sentido físico más intuitivo, el tiempo  $t_T$  puede ser representado a través del número de rotaciones de la turbina  $N_R$ , ver Tabla 4-11. De esta manera, la variable independiente del gráfico (eje de las abscisas) corresponde al número de rotaciones de la turbina  $N_R$ . Con respecto a los ejes de las ordenadas, se puede observar, de izquierda a derecha, los valores de la eficiencia hidráulica  $\eta_t$ , el error relativo porcentual entre la eficiencia hidráulica numérica  $\eta_{t,num}$  y la experimental  $\eta_{t,exp}$ , y el tiempo de simulación del CPU para completar la simulación, respectivamente. La eficiencia experimental de la turbina corresponde al mejor punto de eficiencia (*BEP*) con un valor de  $\eta_{t,exp} = 63.75\%$ , representada por la línea recta. De acuerdo con los resultados,  $\eta_{t,num}$  posee una variación absoluta de 0.05 % con respecto a la variación del número de rotaciones  $N_R$ ; los valores de  $\eta_{t,num}$  para  $N_R = 2$  y  $N_R = 8$  son de 63.31 % y 63.37 %, respectivamente. Por lo tanto, se concluye, para los propósitos de este estudio, que el aumento del número de rotaciones de la turbina no genera un cambio significativo en la eficiencia hidráulica

obtenida numéricamente. Por otra parte, el error relativo  $\varepsilon_r$  entre las eficiencias numéricas y la experimental ( $\eta_{t,num}$  vs.  $\eta_{t,exp}$ ) para  $N_R = 2$  y  $N_R = 8$  es del 0.68 % y 0.6 %, respectivamente. Este resultado indica que con el aumento del número de rotaciones de la turbina se reduce el error con respecto al valor de la eficiencia experimental, pero no de manera significativa debido a un porcentaje de variación de aproximadamente 0.03 %. Sin embargo, el tiempo total del CPU requerido para completar la simulación sí aumenta significativamente. Este tiempo fue calculado como la suma entre el tiempo del CPU en estado estacionario (29 minutos) y el tiempo del CPU en estado transitorio. También se puede observar que el tiempo del CPU aumenta linealmente con el número de rotaciones de la turbina. Lo anterior se debe a que la solución en estado estacionario se utilizó como condición inicial para el análisis transitorio. Con respecto a los valores del tiempo de simulación del CPU, hubo un incremento del 49.3 % entre los valores correspondientes para  $N_R = 2$  (12.92 min) y  $N_R = 8$  (82.65 min). Este incremento en el tiempo se considera alto teniendo en cuenta que el cambio en la eficiencia hidráulica es mínimo. Por lo tanto, este resultado reafirma que la simulación transitoria no presenta diferencias significativas en comparación con el análisis estacionario. También confirma que el número de rotaciones asumido ( $N_R = 4$ ) para realizar el estudio de la influencia del tamaño del paso de tiempo  $\Delta t$  fue aceptable, ver Tabla 4-9.

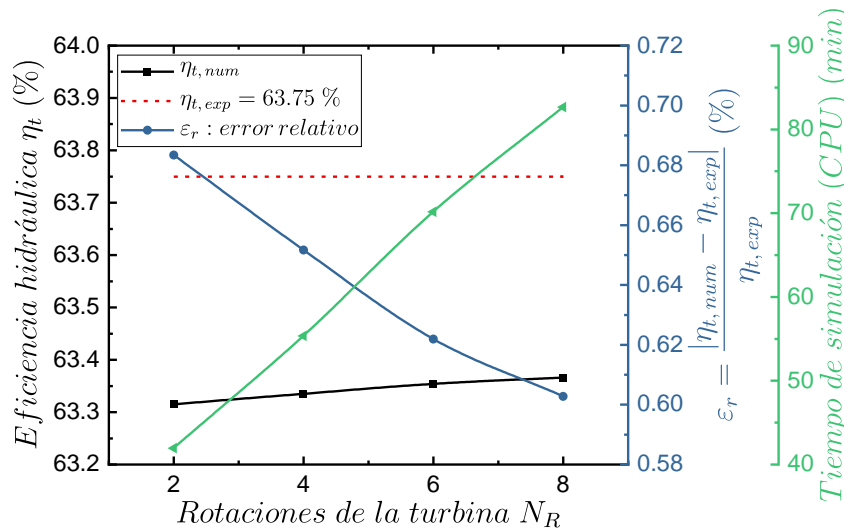


Figura 4-16. Eficiencia hidráulica numérica en estado transitorio en función del número de rotaciones totales de la turbina comparada con la eficiencia experimental en el *BEP* obtenida por Samora *et al.*, [18].

Para culminar el estudio de validación, se presenta en la Figura 4-17 la distribución en las superficies de succión y de presión del álabe la distancia adimensional  $y^+$  en (a) y el coeficiente de presión  $C_p$  (ver Ec. (27)) en (b). Esta distribución está en función de la cuerda adimensional  $x/C_a$ , donde 0 y 1 corresponden al borde de ataque y fuga del álabe, respectivamente. Para cada superficie del álabe, se calculó estas cantidades para la solución estacionaria y transitoria. De acuerdo con esta comparación, se puede observar que las distribuciones de  $y^+$  y  $C_p$  para las soluciones estacionaria y transitoria es casi la misma con despreciables diferencias. De esta manera, se confirma que no hay diferencias significativas entre las soluciones estacionaria y transitoria. Por lo tanto, de ahora en adelante se decide realizar simulaciones estacionarias siguiendo la metodología del modelo numérico aquí presentado.

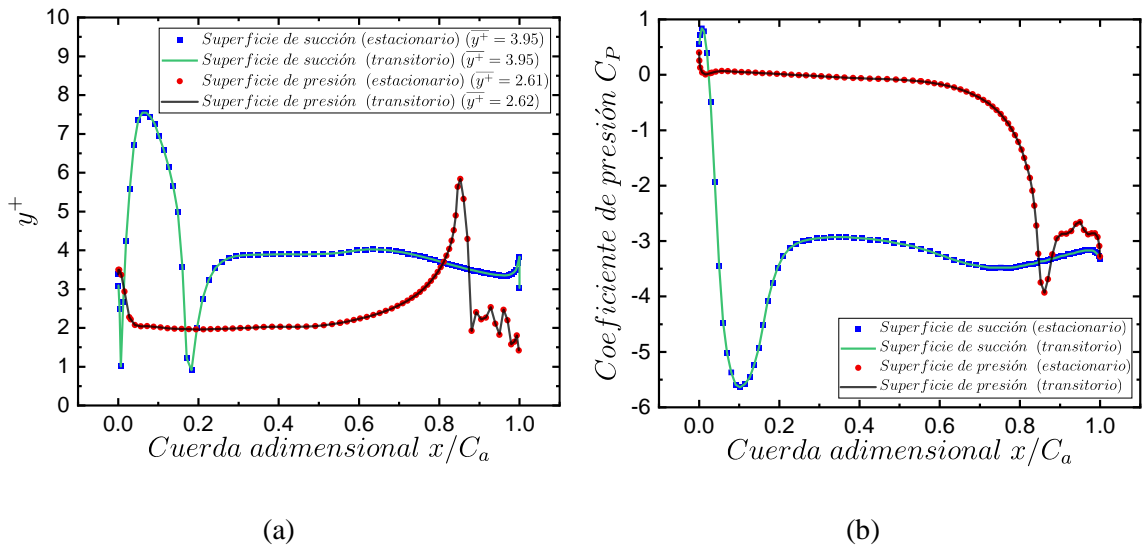


Figura 4-17. Comparación de la distribución de (a) la distancia adimensional  $y^+$  y (b) del coeficiente de presión  $C_p$  en las superficies de succión y presión del álabe entre los análisis estacionario y transitorio.

## 4.2 Resultados fluido-estructura *FSI* para los tres tipos de álabes

La presente sección compila los resultados de las simulaciones finales fluido-estructura (*FSI*) para los álabes sin curvatura y espesor constante (álabes plano), con curvatura y espesor constante (álabes circular), y con curvatura y espesor variable (álabes MEL031). En la subsección 4.2.1 se presentan los resultados cuantitativos del comportamiento fluidodinámico de los tres tipos de álabes a partir de la relación entre parámetros como el caudal, la cabeza de presión y la eficiencia, y resultados cualitativos a partir de contornos del volumen de control. Por otra parte, en la sección 4.2.2 se presentan los resultados estructurales correspondientes a las simulaciones estructurales estáticas, y al análisis estructural dinámico a partir del análisis modal y de respuesta armónica.

### 4.2.1 Resultados fluidodinámicos

La Figura 4-18 presenta la relación entre el caudal  $Q$  y la velocidad angular  $N$  para cada tipo de álabes. La figura (a), (b), y (c) muestran dicha relación para los álabes plano, circular y MEL031, respectivamente. De esta manera, la relación  $Q$  vs.  $N$  determina los valores de caudal para los cuales la turbina extrae energía del fluido de trabajo para una velocidad angular determinada. Lo anterior significa que los puntos mostrados en las figuras para los rangos de  $Q$  sugieren un comportamiento de la turbomáquina como turbina. Por el contrario, los puntos que fueron descartados correspondieron a un comportamiento de bomba hidráulica, es decir, la turbomáquina le entrega energía al fluido. Por ejemplo, para el caso del álabes plano mostrado en la figura (a), se puede observar que en términos de la velocidad angular  $N$  se comporta como turbina desde 25 rpm hasta 1000 rpm. Adicionalmente, a partir de 100 rpm, el rango de funcionamiento con respecto al caudal comienza a disminuir paulatinamente desde 4 hasta  $22 \times 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$ . El álabes circular mostrado en la figura (b) resultó con el mayor de rango de funcionamiento con respecto a  $Q$  y  $N$ . Lo anterior es debido a que este álabes pudo operar como turbina para todo el rango de velocidades angulares evaluadas (de 25 rpm a 2000 rpm) y con una disminución del rango de  $Q$  hasta  $8 \times 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$ . Por último, el álabes MEL031 mostrado en la figura (c) operó en un rango medio de funcionamiento con respecto a los dos últimos álabes mencionados. Esto debido a que el valor de  $N$  máximo fue 1500 rpm. A modo de resumen, los álabes que operaron con un mayor rango de funcionamiento/operación de mayor a menor fueron el circular, plano y MEL031, respectivamente.

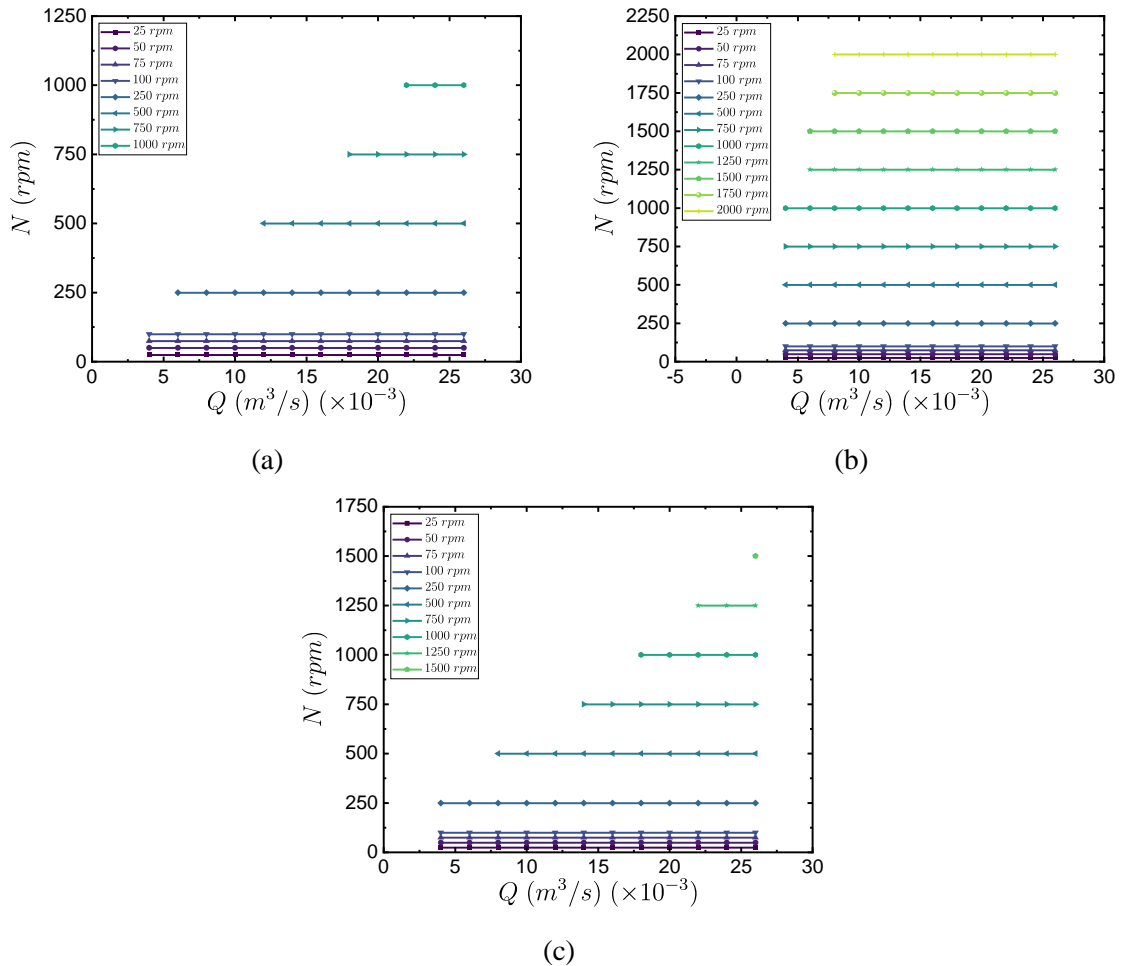


Figura 4-18. Relación entre el caudal  $Q$  y la velocidad angular para los álabes (a) plano, (b) circular, y (c) MEL031.

La Figura 4-19 muestra la cabeza de presión  $\Delta H$  en función del caudal  $Q$ . La cabeza de presión  $\Delta H$  se determinó a partir de la presión total de entrada y salida del fluido de control utilizando la Ec. (21).  $\Delta H$  representa la energía potencia consumida por la turbina para realizar la transformación a energía mecánica. En las figuras (a), (b), y (c) se presenta esta relación para los álabes plano, circular, y MEL031, respectivamente. En general, para turbinas tipo propulsor,  $\Delta H$  es proporcional a  $Q$  con una tendencia cuadrática ascendente. De las tres gráficas se puede apreciar que los valores numéricos de  $\Delta H$  disminuyen a medida que la velocidad angular  $N$  de la turbina aumenta. Lo anterior se debe a que a altas velocidades rotacionales, el fluido percibe menor obstrucción debido a un mejor direccionamiento del fluido por parte de los álabes. Los valores máximos de  $\Delta H$  ocurrieron para todos los álabes para el caudal máximo evaluado, es decir,  $Q = 26 \times 10^{-3} m^3/s$ . Similarmente, los valores máximos de  $\Delta H$ , para el álabe plano y circular, ocurrieron para  $N = 750$  rpm con valores

de  $\Delta H_{max} = 1.31$  m y 18.74 m, respectivamente; mientras que para el álabe MEL031,  $\Delta H_{max} = 1.74$  m ocurrió para  $N = 75$  rpm. Por lo tanto, los álabes que generaron una magnitud de caída de presión máxima, de mayor a menor, fueron el circular, MEL031, y plano, respectivamente. La razón por la cual el álabe circular produjo una caída de presión mucho mayor a la de los álabes plano y circular es debido a la mayor inclinación de los álabes; y debido a que los álabes plano y MEL031 poseen una inclinación de álabe similar, estos produjeron también una cabeza de presión similar. Por otra parte, el rango de variación de  $\Delta H$  para cada tipo de álabe fue diferente. Es decir, si se piensa en el área delimitada por las curvas de  $\Delta H$ , se puede decir que, de mayor a menor, correspondió a los álabes MEL031, plano y circular, respectivamente. Lo anterior significa que el efecto de la variación de  $N$  sobre  $\Delta H$  es menor a medida que el área delimitada por las curvas de  $\Delta H$  es menor.

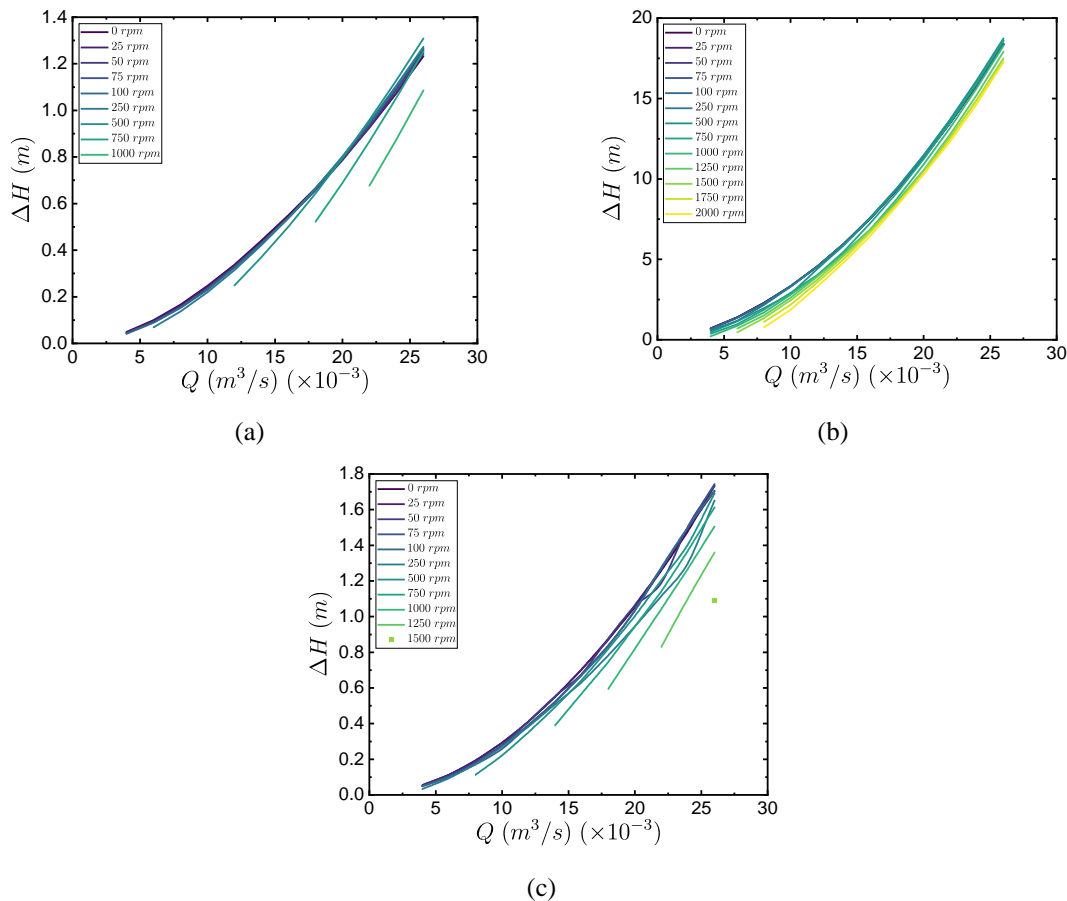


Figura 4-19. Cabeza de presión  $\Delta H$  en función del caudal  $Q$  para los álabes (a) plano, (b) circular, y (c) MEL031.

La Figura 4-20 muestra la potencia mecánica  $P_{mec}$  (ver Ec. (23)) en función del caudal  $Q$  para los álabes plano, circular, y MEL031 en las figuras (a), (b) y (c), respectivamente. La potencia mecánica se comportó de forma proporcional con una tendencia cuadrática ascendente al caudal  $Q$  y a la velocidad rotacional  $N$ . Adicionalmente, se identificó un comportamiento singular en las curvas de  $P_{mec}$  para los álabes plano y MEL031 mostrados en las figuras (a) y (c), respectivamente, que no sucedió para el álabe circular mostrado en la figura (b). Este comportamiento singular correspondió a una reducción del torque para el álabe plano para  $N = (750, 1000)$  rpm, y para el álabe MEL031 para  $N = (1000, 1250, 1500)$  rpm. Por el contrario, para el álabe circular,  $P_{mec}$  aumentó paulatinamente con respecto a el rango completo de  $N$  sin disminución en el torque. Por último, las potencia mecánicas máximas ocurrieron en el caudal máximo ( $Q = 26 \times 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$ ), pero los valores de  $N$  para los cuales ocurrieron los valores máximos de  $P_{mec}$  variaron para los álabes plano, circular y MEL031 de la siguiente manera: 86.03 W para  $N = 500$  rpm, 2364.72 W para  $N = 2000$  rpm, y 139.16 W para  $N = 750$  rpm, respectivamente.

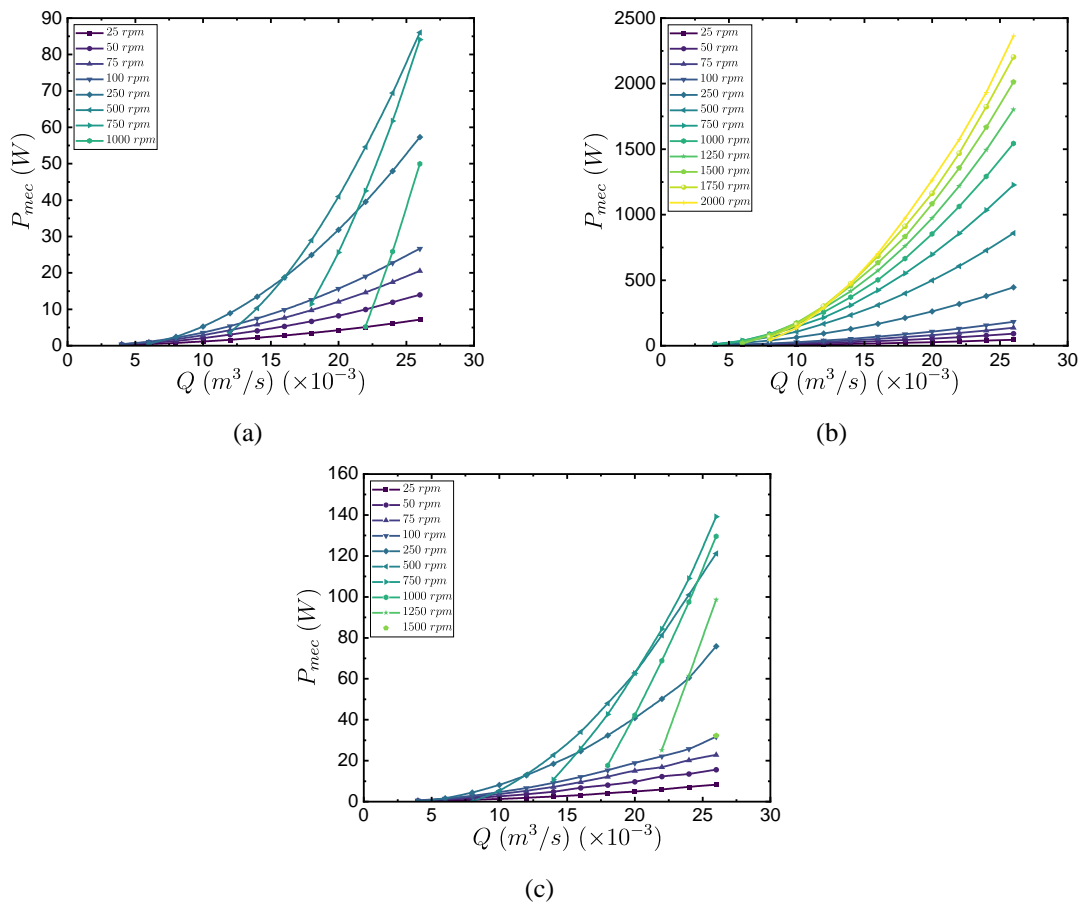


Figura 4-20.  $P_{mec}$  en función de  $Q$  para los álabes (a) plano, (b) circular y (c) MEL031.

La Figura 4-21 presenta la eficiencia hidráulica  $\eta_t$ , ver Ec. (26), en función del caudal  $Q$  para los álabes plano, circular y MEL031 presentados en las figuras (a), (b) y (c), respectivamente. En general, el comportamiento de  $\eta_t$  para este tipo de turbinas corresponde a una curva ascendente que alcanza un punto máximo, y luego desciende nuevamente. Sin embargo, algunas curvas no exhiben la tendencia de campana, sino que descienden paulatinamente a medida que el caudal  $Q$  incrementa, lo cual ocurre para algunas curvas en todos los álabes evaluados. Este comportamiento quiere decir que la turbina opera bajo condiciones de velocidad rotacional  $N$  para las cuales los valores máximos de  $\eta_t$  no son posible obtenerlos. Dichas curvas se obtuvieron para velocidades angulares de  $N \leq 100, \leq 750, \leq 1000$  rpm para los álabes plano, circular y MEL031, respectivamente. Los valores máximos de  $\eta_t$  y sus puntos de operación de  $Q$  y  $N$  para los álabes plano, circular y MEL031 fueron, respectivamente:  $\eta_{t,max} = 26.45\%$ ,  $Q = 26 \times 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$  y  $N = 500$  rpm;  $\eta_{t,max} = 75.47\%$ ,  $Q = 10 \times 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$  y  $N = 2000$  rpm;  $\eta_{t,max} = 34.32\%$ ,  $Q = 22 \times 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$  y  $N = 750$  rpm.

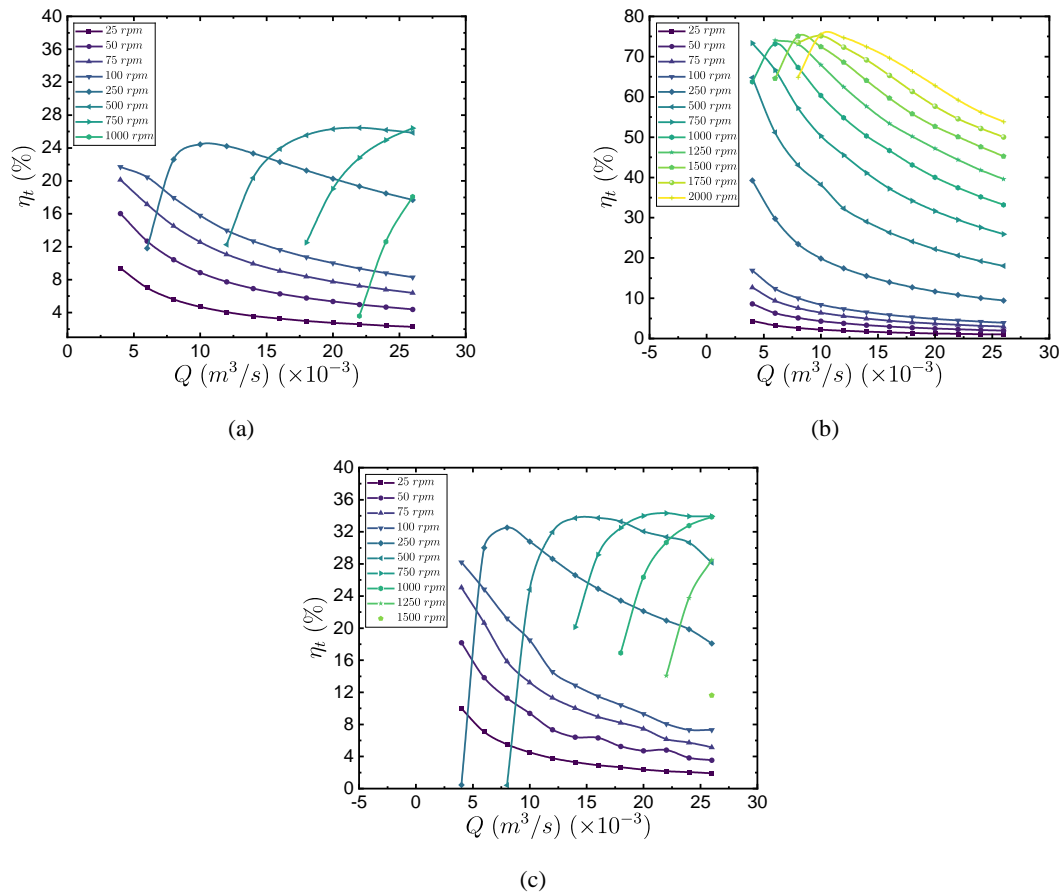


Figura 4-21.  $\eta_t$  en función de  $Q$  para los álabes (a) plano, (b) circular y (c) MEL031.

La Figura 4-22 compila los puntos de mejor eficiencia (*BEP*) correspondientes a las curvas de eficiencia hidráulica  $\eta_t$ , cabeza de presión  $\Delta H$  y potencia mecánica  $P_{mec}$  en función del caudal  $Q$  para los álabes plano, circular, y MEL031 presentados en las figuras (a), (b), y (c), respectivamente. En las gráficas se puede apreciar una línea vertical indicando la máxima eficiencia y los valores correspondientes de cabeza de presión y potencia mecánica. Con respecto a los valores numéricos del caudal  $Q$ , los álabes plano y MEL031 operaron a la mayor eficiencia con valores de caudal relativamente alto correspondiente a  $22 \times 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$  para ambos. Mientras que el álabe circular logró la máxima eficiencia a un caudal de  $10 \times 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$ , lo cual es un valor mucho más bajo en términos de caudal. Por otro lado, teniendo en cuenta que los álabes más eficientes en orden descendente son el circular, MEL031 y plano, los valores correspondientes a la cabeza de presión  $\Delta H$  y la potencia mecánica  $P_{mec}$  también siguen el mismo orden descendente. Lo anterior quiere decir que el álabe, en el punto *BEP*, que más cabeza de presión y potencia mecánica generó es el circular con valores de  $\Delta H = 1.86 \text{ m}$  y  $P_{mec} = 138 \text{ W}$ . A continuación, se encuentra el álabe MEL031 con valores de  $\Delta H = 1.14 \text{ m}$  y  $P_{mec} = 84.34 \text{ W}$ . Por último, los menores valores en el punto *BEP* correspondieron al álabe plano con  $\Delta H = 0.96 \text{ m}$  y  $P_{mec} = 54.6 \text{ W}$ . Con respecto a los valores en el punto *BEP* mencionados anteriormente, se puede observar que existe una diferencia significativa entre los valores de la eficiencia hidráulica máxima obtenidos para los diferentes álabes. Lo mismo se puede afirmar para la potencia mecánica  $P_{mec}$  generada por los álabes. Con respecto a la cabeza de presión  $\Delta H$ , la diferencia de estos valores en el punto *BEP* entre el álabe circular y el plano es de aproximadamente  $0.9 \text{ m}$ , y entre el circular y MEL031  $0.72 \text{ m}$ , lo cual se puede considerar como altos. Sin embargo, la diferencia de cabezas de presión entre los álabes MEL031 y plano es de  $0.18 \text{ m}$ , lo cual es un valor mucho más bajo a los anteriores mencionados. Todo lo anterior indica que, si se desea operar eficientemente, generando la mayor caída de presión y la máxima potencia, es pertinente utilizar el álabe circular. Por otro lado, si se requiere generar un caída de presión menor, se podría utilizar los álabes plano o MEL031 a costo de una menor eficiencia hidráulica. No obstante, los últimos álabes mencionados operaron a valores de  $P_{mec}$  mucho menores en comparación con el álabe circular, lo cual se considera como una desventaja debido a que la potencia mecánica siempre convendrá que sea lo más alta posible con el objetivo de facilitar la selección del generador eléctrico.

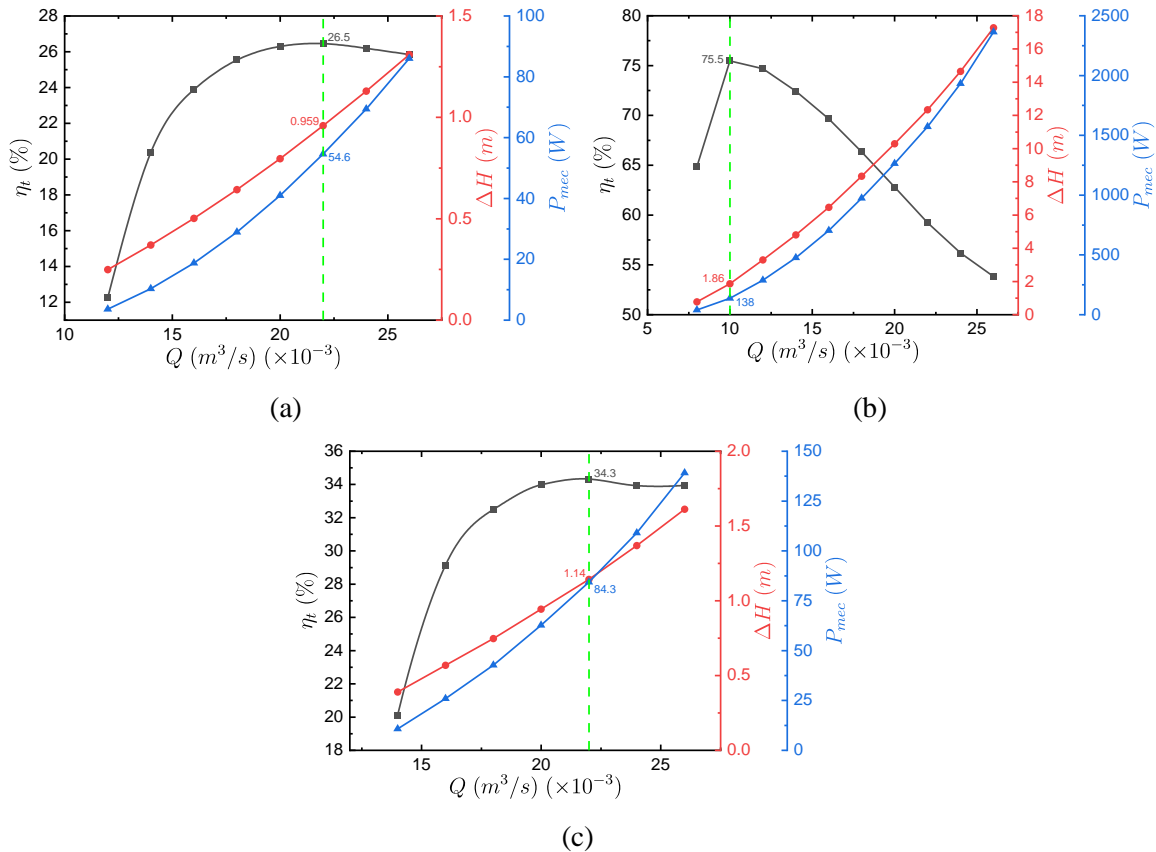


Figura 4-22. Punto de mejor eficiencia (*BEP*) para las curvas de eficiencia hidráulica  $\eta_t$ , cabeza de presión  $\Delta H$ , y potencia mecánica  $P_{mec}$  en función del caudal  $Q$  para los álabes (a) plano, (b) circular y (c) MEL031.

La Figura 4-23 muestra la eficiencia hidráulica  $\eta_t$  en función del caudal  $Q$  y la velocidad angular  $N$  a la izquierda de la figura. A la derecha se encuentra  $\eta_t$  en función de  $Q$  y la cabeza de presión  $\Delta H$ . Las figuras (a), (b) y (c) corresponden a los álabes plano, circular y MEL031, respectivamente. Con respecto a la figura (a), para la columna izquierda, se puede observar que los máximos valores de la eficiencia hidráulica fueron obtenidos para caudales entre  $16$  y  $26 \times 10^{-3} m^3/s$  y velocidades angulares entre  $500$  y  $750$  rpm. Para la columna derecha, los valores más altos para la eficiencia hidráulica correspondieron a valores de caudal entre  $16$  y  $26 \times 10^{-3} m^3/s$  para cabezas de presión mayores a  $0.8$  m. En la figura (b) correspondiente al álabe circular, para la columna izquierda, los valores pico de la eficiencia hidráulica se obtuvieron para caudales relativamente bajos entre  $4$  y  $14 \times 10^{-3} m^3/s$  para velocidades angulares entre  $1000$  y  $2000$  rpm.

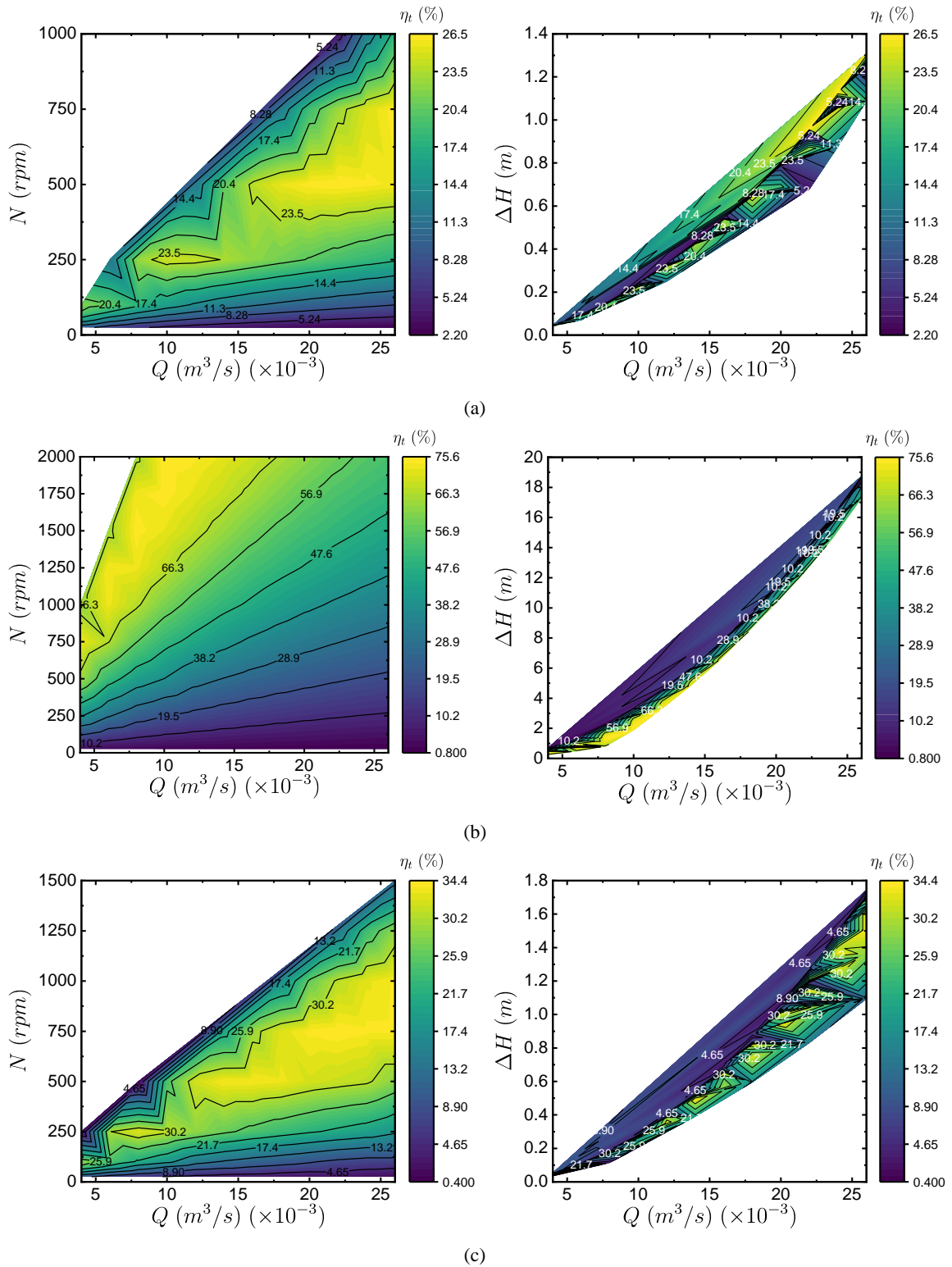


Figura 4-23. Eficiencia hidráulica  $\eta_t$  en función de  $Q$  y  $N$  (izquierda), y  $Q$  y  $\Delta H$  (derecha) para los álabes (a) plano, (b) circular y (c) MEL031.

En la columna derecha, los valores picos de la eficiencia se obtuvieron para los mismos valores de caudal y para cabezas de presión menores a 5 m. Por último, en la figura (c) correspondiente al álabe MEL031, en la columna izquierda, los valores picos de la eficiencia hidráulica ocurrieron para caudales entre  $16$  y  $26 \times 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$  y velocidades angulares entre 500 y 1000 rpm. Para la columna de la derecha, los valores picos de la eficiencia hidráulica se obtuvieron para caudales entre  $14$  y  $26 \times 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$  para cabezas de presión mayores a 0.4 m.

Los resultados presentados a continuación corresponden a los contornos para las diferentes variables fluidodinámicas de interés como la distancia adimensional  $y^+$ , presión, y velocidad. De esta manera, la Figura 4-24 presenta el contorno de la distancia adimensional  $y^+$  sobre las paredes de los álabes plano, circular y MEL031 presentados en las figuras (a), (b) y (c), respectivamente. Estos contornos fueron generados para las condiciones del mejor punto de eficiencia (*BEP*) para cada uno de los álabes. En la columna de la izquierda se observa la superficie de succión de los álabes, en cuyo punto de vista giran los álabes en sentido horario, es decir, la dirección del vector de rotación  $N$  entre en la página ( $\otimes$ ). Por otro lado, en la columna de la derecha se observan las superficies de presión de los álabes. Desde este punto de vista, el fluido tiene la dirección hacia el interior de la página, y la dirección del vector de rotación  $N$  sale de la página ( $\odot$ ), es decir, sentido antihorario. Con respecto a las magnitudes de  $y^+$  para los tres álabes, se mantiene por debajo de 8, lo cual se garantizó para asegurar una adecuada precisión y minimización de errores numéricos para la utilización del modelo de turbulencia  $k - \omega$  SST en CFX [164]. Adicionalmente, se puede observar para los álabes de las figuras (a) y (c), que los valores pico de  $y^+$  ocurren en el borde de ataque en la superficie de presión. En contraste, los valores picos para el álabe circular presentado en la figura (b) ocurren también en el borde de ataque, pero en la superficie de succión. Lo anterior se debe a que el álabe circular posee una curvatura más pronunciada en comparación con los demás álabes. Con lo cual, el fluido para los álabes plano y MEL031 empieza a acelerar desde la superficie de succión en el borde de ataque, mientras que para el álabe circular el fluido comienza a acelerar en la superficie de succión. Por lo tanto, se identificó que los valores pico de la distancia adimensional  $y^+$  son proporcionales a la velocidad local del fluido cuando interactúa con las paredes de los álabes.

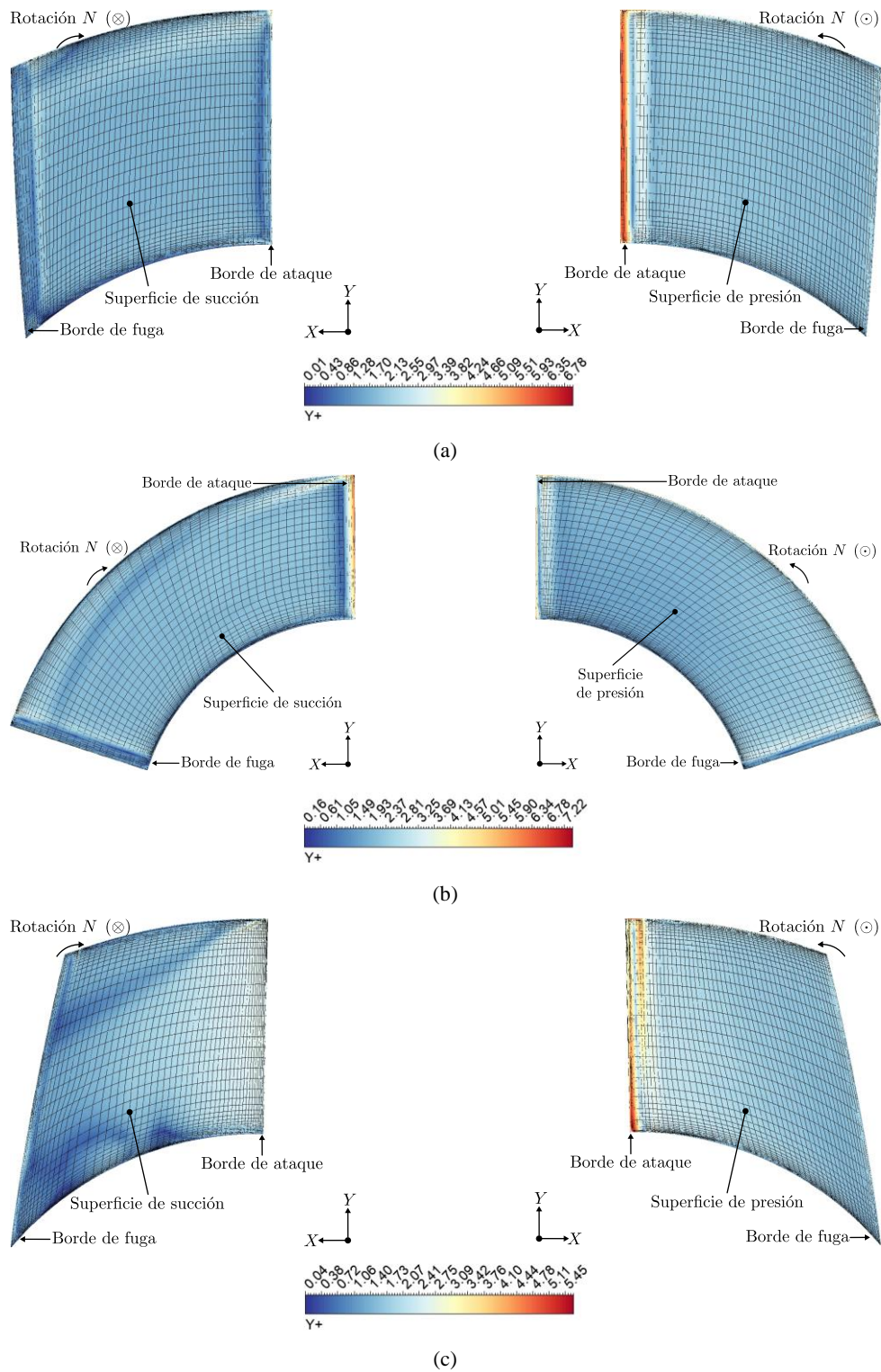


Figura 4-24. Contorno de la distancia adimensional  $y^+$  sobre las paredes de los álabes (a) plano, (b) circular y (c) MEL031.

---

Para visualizar de manera cuantitativa los valores numéricos de la distancia adimensional, la Figura 4-25 muestra la distribución de  $y^+$  en las superficies de succión y presión para los álabes plano, circular, y MEL031 mostrados en las figuras (a), (b), (c), respectivamente. La distribución de  $y^+$  está en función de la cuerda adimensional  $x/C$ , donde 0 y 1 representan el borde de ataque y fuga, respectivamente. Con fines de comparación, la distribución de  $y^+$  también corresponde a las condiciones fluidodinámicas del mejor punto de eficiencia (*BEP*). Adicionalmente, la distribución de  $y^+$ , para todos los álabes y para las superficies de succión y presión, se extrajo en el radio medio del álabe ( $r/r_t = 0.5$ ). Con respecto a los resultados numéricos de esta distribución, se puede observar que cercano al borde de ataque, es decir valor de  $x/C$  cercanos a cero, ocurrieron los picos de  $y^+$  debido a la aceleración del fluido en esta zona del álabe. A lo largo de la zona media de la cuerda, es decir  $0.2 \leq x/C \leq 0.8$ , los valores de  $y^+$  no variaron significativamente. Para valor de  $x/C$  cercanos a 1, ocurrieron variaciones súbitas para los valores de  $y^+$  de forma descendente. Lo anterior debido a la disminución de la velocidad del fluido en esta zona. Por último, en general los valores de  $y^+$  para los tres tipos de álabes se mantuvieron dentro de un rango aceptable con promedios máximos de  $\overline{y^+} = 2.07$ ,  $\overline{y^+} = 2.43$ , y  $\overline{y^+} = 2.18$  correspondientes a los álabes plano, circular y MEL031, respectivamente.

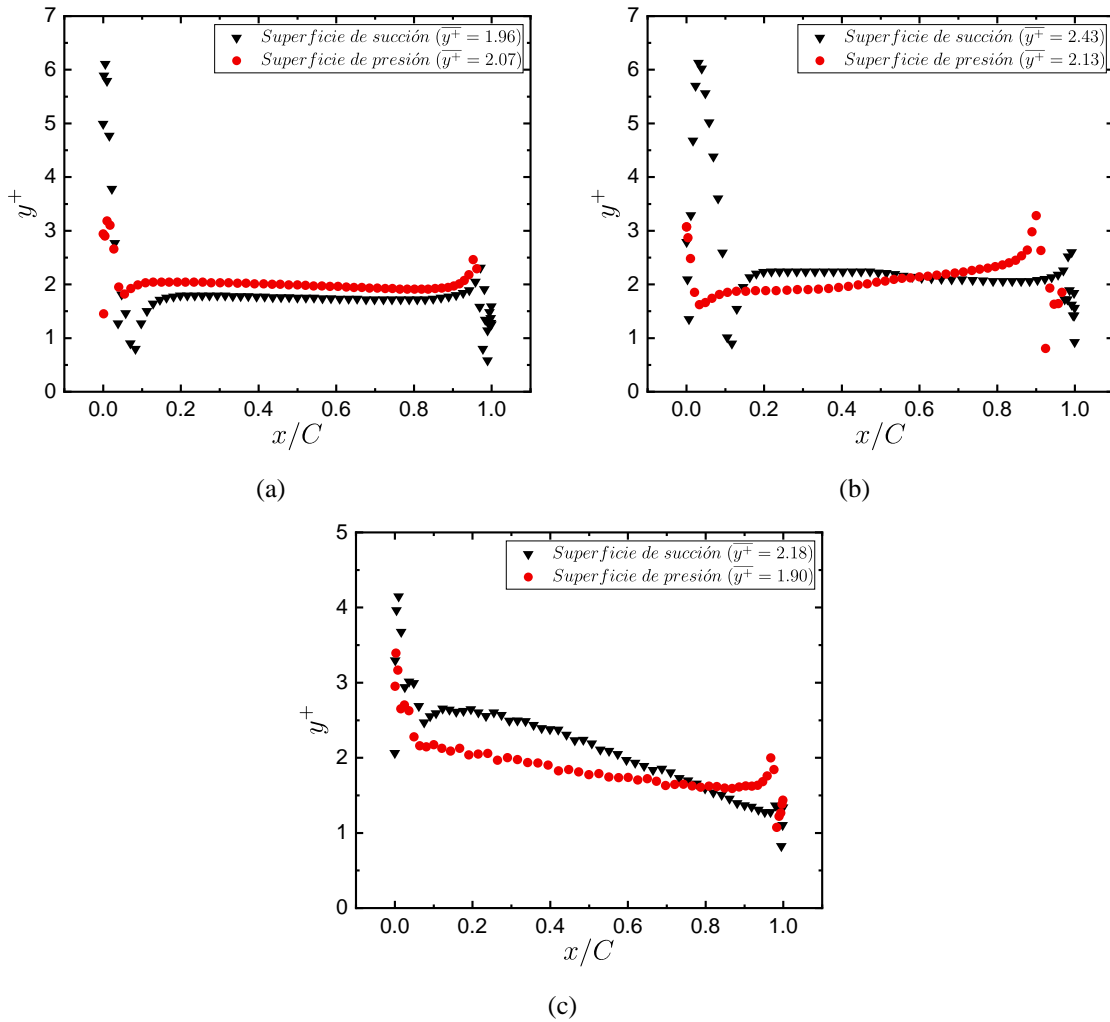


Figura 4-25. Distribución de  $y^+$  ( $r/r_t = 0.5$ ) en el mejor punto de eficiencia (BEP) sobre las superficies de succión y presión de los álabes (a) plano, (b) circular y (c) MEL031.

La Figura 4-26 presenta la distribución del coeficiente de presión  $C_p$  en el radio medio del álabes ( $r/r_t = 0.5$ ) sobre las superficies de succión y presión de los álabes plano, circular y MEL031 presentados en las figuras (a), (b) y (c), respectivamente. El coeficiente de presión  $C_p$  para cada superficie del álabes fue calculado a partir de la Ec. (27). De esta manera, el valor positivo máximo teóricamente para el coeficiente de presión es  $C_p = 1$ , lo cual corresponde a la presión total máxima en la superficie del álabes, también conocida como presión de estancamiento. Por otra parte, entre más negativo sea el valor de  $C_p$ , más succión genera el álabes para dicha superficie, la cual generalmente corresponde a la superficie de succión. Lo anterior significa que el campo de presión en las vecindades de la superficie de succión del álabes corresponde a presiones relativas negativas.

Con base en las curvas correspondientes a las superficies de succión y presión, se puede observar que los valores numéricos de  $C_p$  más negativos corresponden al borde de ataque, es decir, cuando los valores de  $x/C$  son cercanos a cero. Por lo general, y como se puede observar en las gráficas para los tres tipos de álabes, este comportamiento ocurre debido al incremento de la velocidad del fluido en la superficie de succión y, por tanto, se genera una disminución súbita de la presión local. Seguidamente, a medida que el fluido avanza por la cuerda del álabe, la presión local de la superficie de succión se recupera paulatinamente debido a que la velocidad del fluido se reduce. Con respecto a las curvas correspondientes al  $C_p$  de la superficie de presión, esta no varió de manera significativa a medida que el fluido avanza por valores medios de la cuerda de los álabes. Sin embargo, las curvas de  $C_p$  sobre la superficie de presión experimentaron una disminución súbita en la zona cercana al borde de ataque ( $x/C \rightarrow 1$ ). Lo anterior se debe a que, en esta ubicación del álabe, el fluido que viaja por la superficie de presión experimenta un arrastramiento, y por ende aceleración, por parte del fluido que viaja por la superficie de succión. De esta manera, se genera un aumento de la velocidad del fluido en la superficie de presión cerca al borde de ataque debido al campo de presión negativa o baja existente en la superficie de succión. Por otra parte, el área entre la distribución de  $C_p$  para las superficies de succión y presión corresponde al coeficiente de sustentación  $C_L$ , el cual fue calculado a partir de la Ec. (133):

$$C_L = \int_0^1 [C_{p,presión}(x/C) - C_{p,succión}(x/C)] dx/C \quad (133)$$

Según los resultados para  $C_L$ , el álabe circular operó con el mayor coeficiente de sustentación con  $C_L = 0.6987$ . En este mismo orden se encuentra el álabe recto con  $C_L = 0.3775$ , y, por último, el álabe MEL031 con  $C_L = 0.3306$ .

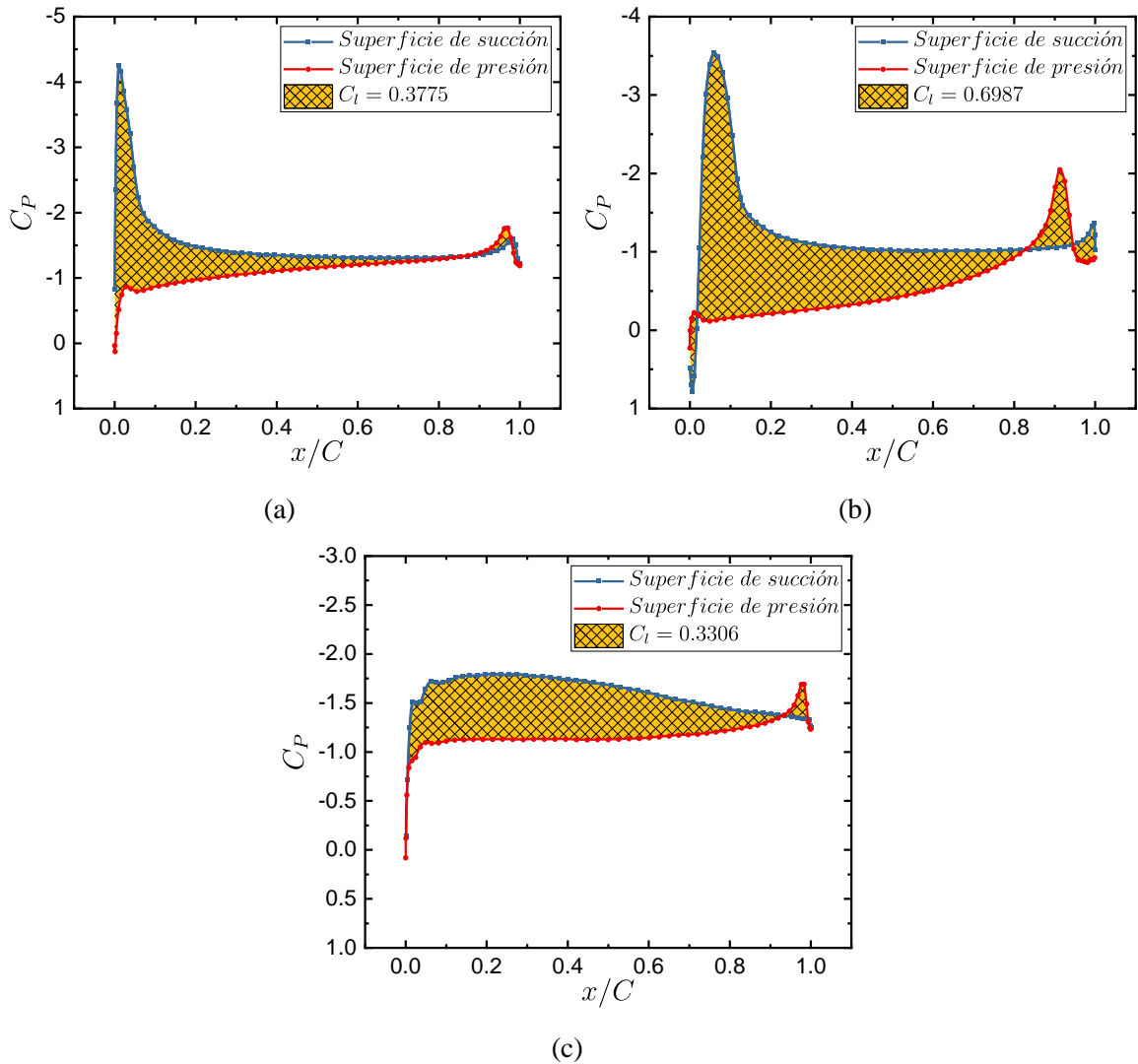


Figura 4-26. Distribución del coeficiente de presión  $C_p$  en el radio medio ( $r/r_t = 0.5$ ) en el punto de mejor eficiencia (*BEP*) sobre las superficies de succión y presión de los álabes (a) plano, (b) circular y (c) MEL031.

A continuación, se presentan los contornos de las variables fluidodinámicas de interés como la presión estática, la velocidad y la energía cinética turbulenta. Estos contornos se presentaron utilizando la vista de cascada álabes a álabes mostrando 2 álabes. En primer lugar, para lograr la vista en cascada, los contornos fueron proyectados en coordenadas meridionales ( $m, \theta$ ), lo cual corresponde a la proyección de una superficie cilíndrica a una plana. Por esta razón, los contornos se presentan de manera bidimensional. En segundo lugar, se usaron dos álabes para visualizar la interacción entre ellos mismos para cada variable fluidodinámica. Presentar más de 2 álabes no es necesario debido a que el comportamiento es periódico. Por otra parte, la dirección del fluido es de

izquierda a derecha, y la rotación del álabe es de abajo hacia arriba. Con respecto a la magnitud de los contornos, los valores numéricos mínimos y máximos fueron los mismos para los tres álabes en el momento de generar los contornos de presión estática, velocidad y energía cinética turbulenta. Así, es posible asegurar un mismo rango de magnitud para comparar los contornos de los distintos álabes.

De esta manera, la Figura 4-27 muestra los contornos de presión estática  $P_{est}$  para los álabes plano, circular y MEL031 presentados en las figuras (a), (b) y (c), respectivamente. El contorno fue ubicado en el radio medio del álabe ( $r/r_t = 0.5$ ) para las condiciones del mejor punto de eficiencia (*BEP*) presentados en la Figura 4-22. Con propósitos de comparación, los contornos de presión estática de los tres tipos de álabes fueron generados para un rango establecido. Este rango se determinó a partir de la identificación de los valores de presión estática mínimos y máximos. Así, los contornos fueron generados para un rango de  $(-37.26 \leq P_{est} \leq 125.65) \text{ kPa}$ . De acuerdo con los contornos, lo más llamativo es que, en la zona de entrada del fluido, se desarrolló una presión estática mayor para el álabe circular de la figura (b) en comparación con los álabes planos y MEL031 DE las figuras (a) y (c), respectivamente. Lo anterior se debe a que, por diseño, la inclinación del álabe circular es mayor a la de los demás álabes, generando así una mayor obstrucción al fluido, y, por ende, mayor presión. Adicionalmente, las presión en la entrada y salida del fluido para los álabes plano y MEL031 son similares debido a que estos poseen una inclinación en sus álabes parecida. Sin embargo, la caída de presión generada por el álabe MEL031 mostrado en la figura (c) es un poco mayor, posiblemente, debido a que su espesor es mayor al del álabe plano. En los contornos también es posible visualizar la distribución de presión estática alrededor de los álabes. En la zona del borde de ataque en la superficie de succión, el álabe plano generó la menor presión de succión con un valor mínimo de -27.97 kPa, mientras que los demás álabes no generaron presiones negativas. Lo anterior podría generar la falsa impresión que el álabe plano generó el mayor torque, pero no es así. Esto se debe a que el campo de bajas presiones en la zona de succión de los álabes circular y MEL031 es mayor, generando una mayor fuerza, y, por ende, mayor torque. Por último, se puede observar que la presión del fluido paulatinamente decrece a medida que se aleja de los álabes. Lo anterior se debe a que, dentro de la longitud del volumen de control, el fluido puede estar incrementando su velocidad debido a la turbulencia generada por los álabes. Sin embargo, con un volumen de control suficientemente largo, se espera que el fluido desacelere y que el campo de presión estática se recupere de nuevo igualando la presión de entrada.

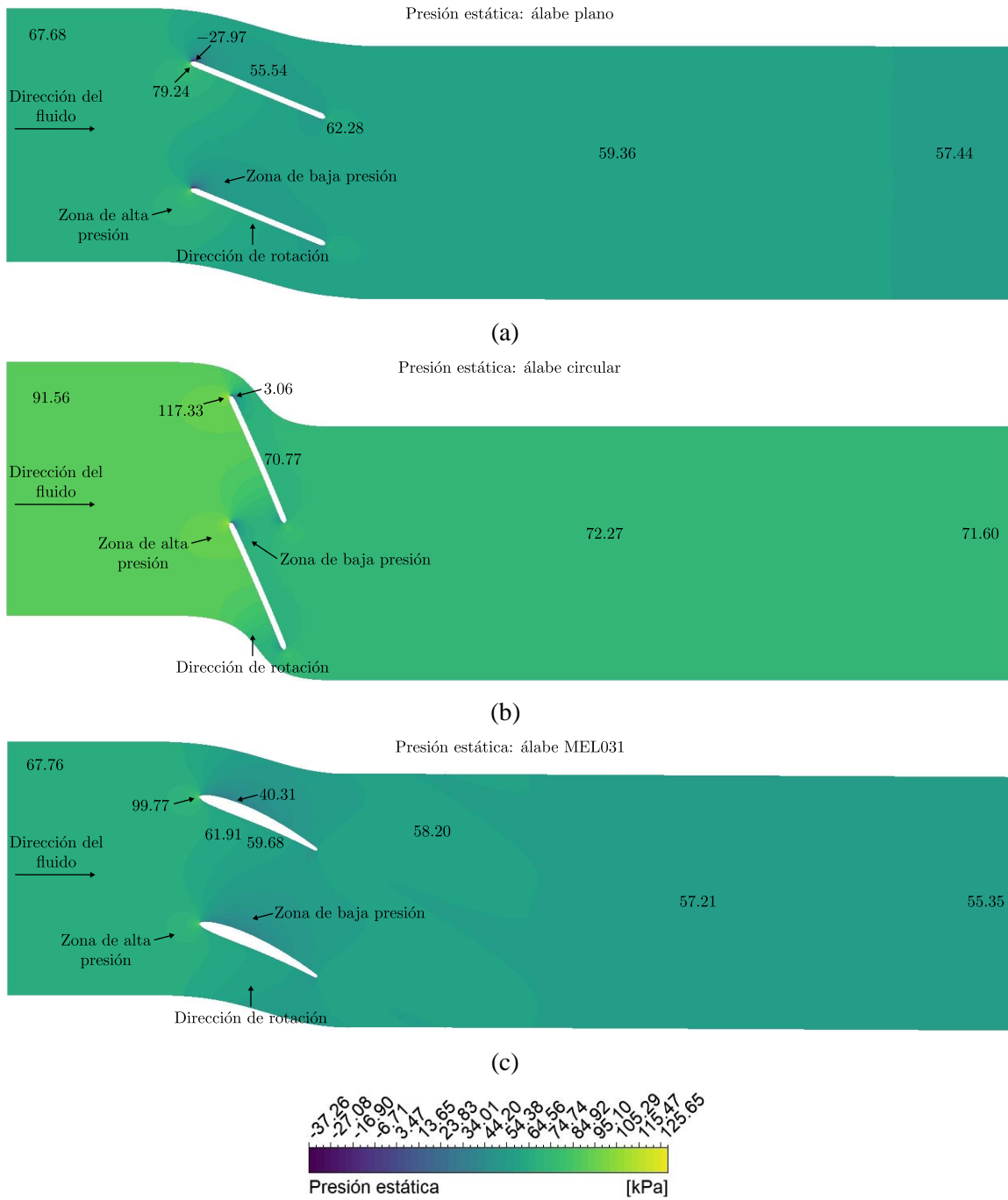
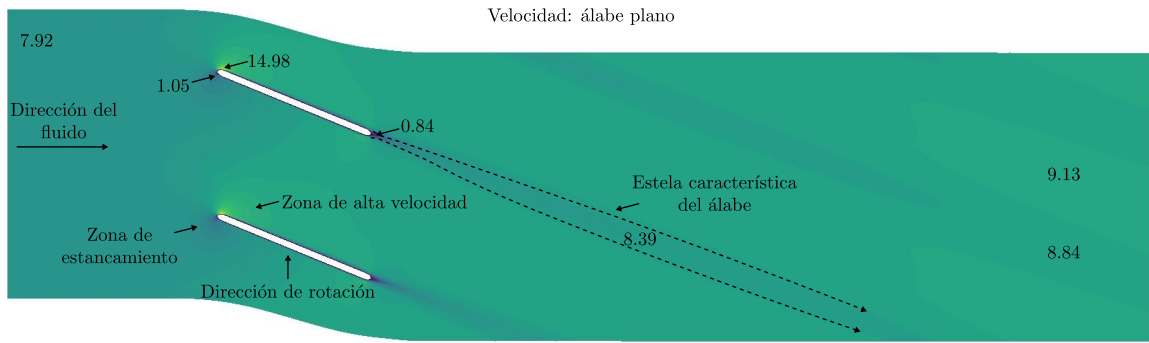


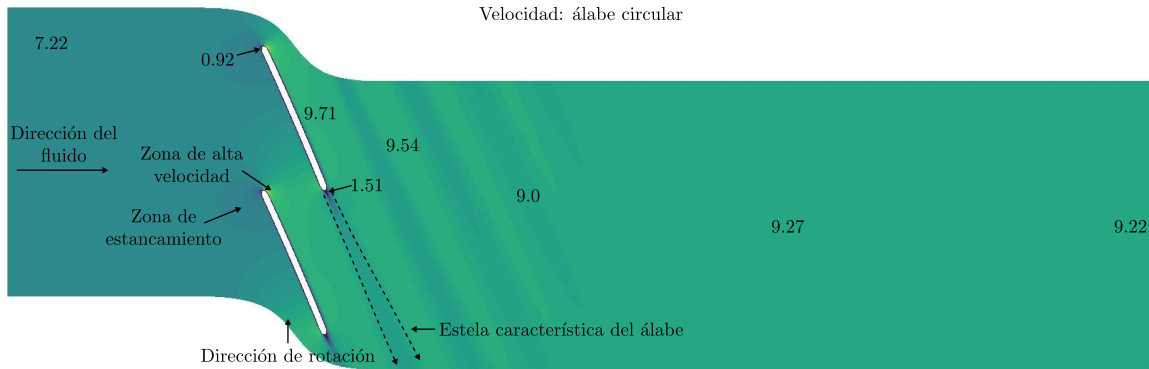
Figura 4-27. Contorno de presión estática con vista en cascada álabe a álabe ubicado en  $r/r_t = 0.5$  para las condiciones del mejor punto de eficiencia (*BEP*) correspondientes a los álabes (a) plano, (b) circular y (c) MEL031.

La Figura 4-28 muestra el contorno de velocidad en estado estacionario para los álabes plano, circular y MEL031 presentados en las figuras (a), (b) y (c), respectivamente. El contorno fue ubicado

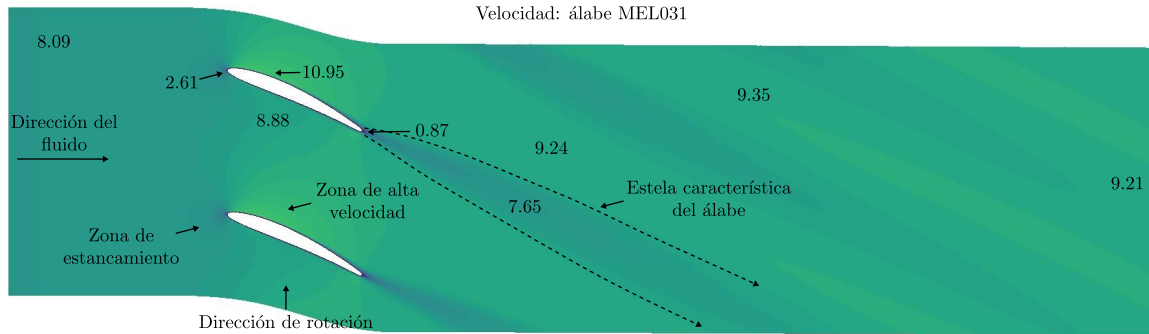
en el radio medio del álabe ( $r/r_t = 0.5$ ) para las condiciones del mejor punto de eficiencia (*BEP*) presentados en la Figura 4-22. Para los tres tipos álabes, se puede apreciar la correlación con la presión estática en el sentido que la presión y velocidad en un régimen subsónico son inversamente proporcionales. De esta manera, la velocidad de entrada del fluido es mayor para los álabes plano y MEL031 en comparación con el álabe circular. Lo anterior se debe a que el álabe circular generó mayor obstrucción percibida por el fluido, lo cual crea una desaceleración de este anterior antes de interaccionar con los álabes. En los contornos también se puede apreciar de manera clara las zonas de estancamiento del fluido, es decir, cuando este se acerca a las zonas de la pared de los álabes disminuyendo su movimiento, y la zona de incremento de la velocidad del fluido correspondiente a la superficie de succión. Así mismo, como se identificó en el contorno de presión estática de la Figura 4-27, el álabe plano generó la máxima velocidad en el borde de ataque en comparación con los demás álabes. Este comportamiento por parte del álabe plano podría ser desventajoso debido a que velocidades pico de tal magnitud podría generar condiciones de cavitación, lo cual no es deseado por razones de daños estructurales al álabe. Por otra parte, en los contornos de velocidad se puede apreciar la estela del fluido para cada uno de los álabes. La estela es una zona del fluido caracterizada por alta turbulencia y bajas velocidades que genera el álabe cuando el fluido pasa a por este último. Según los contornos de velocidad obtenidos para los puntos de mejor eficiencia (*BEP*), cada álabe posee una estela característica, la cual se ve afectada por la forma del álabe, su espesor, e inclinación. Por ejemplo, para los álabes plano y circular correspondientes a las figuras (a) y (c), respectivamente, generaron estelas relativamente estrechas a comparación con la estela del álabe MEL031. Lo anterior se debe a que el álabe MEL031 posee un espesor mayor. De esta manera, se puede relacionar el tamaño de la estela con el tamaño de la zona del fluido de alta turbulencia, y, por ende, con estructuras de vórtices de mayor tamaño. También puede visualizarse que el patrón de la estela generada por los diferentes álabes se repite hasta la salida del fluido del volumen de control en un patrón helicoidal. Por último, en general el álabe circular mostrado en la figura (b) generó velocidades más altas en las zonas cercanas al álabe, a excepción de la zona del borde de ataque. A su vez, la velocidad de entrada de este álabe también es más baja que los álabes plano y MEL031. Lo anterior implica una ventaja del álabe circular sobre los demás en caso de que se quiera generar una mayor caída de presión, la cual está relacionada directamente con el campo de velocidades desarrolladas.



(a)



(b)



(c)

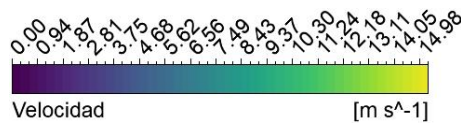


Figura 4-28. Contorno de velocidad con vista en cascada álabe a álabe ubicado en  $r/r_t = 0.5$  para las condiciones del mejor punto de eficiencia (BEP) correspondientes a los álabes (a) plano, (b) circular y (c) MEL031.

La Figura 4-29 muestra los campos de vectores de velocidad para las condiciones del punto de mejor eficiencia (*BEP*) correspondientes a los álabes plano, circular y MEL031 mostrados en las figuras (a), (b) y (c), respectivamente. En primer lugar, a la izquierda de las figuras se puede observar una vista general del campo de vectores. Allí se identificó para cada uno de los álabes que, tanto para las superficies de succión y presión, los vectores de velocidad no exhibieron gradientes de presión adversos desde el borde de ataque (zona izquierda del álabe) hasta antes de alcanzar el borde fuga (zona derecha del álabe). Lo anterior debido a no existió separación de la capa límite para ninguno de los álabes en el punto de operación *BEP*. Sin embargo, existió un comportamiento del fluido distinto para cada álabe, lo cual se evidenció en los detalles hechos para el borde de fuga mostrados en las parte derecha de cada figura. Por ejemplo, a la derecha de la figura (a), correspondiente al borde de fuga del álabe plano, se identificó que este álabe generó en esta zona varios casos de gradientes de presión adversos. El gradiente de presión adverso ocurre cuando la presión estática aumenta en la dirección del flujo, lo cual causa una desaceleración del fluido. En la parte derecha de la figura (a) se puede observar que los vectores de velocidad cercanos a la pared poseen una dirección contraria al sentido del flujo (de izquierda a derecha), revelando así este comportamiento. De esta manera, el gradiente de presión adverso desacelera el fluido, incluso, hasta detenerlo y revirtiendo su dirección. Por lo cual, esta situación posee consecuencias negativas en el caso de los álabes de una turbina, debido a que disminuye el coeficiente de sustentación y aumenta el coeficiente de arrastre. Seguidamente, para el caso del álabe circular mostrado a la derecha de la figura (b), se puede observar que no existió gradiente de presión adversa, pero sí una zona de recirculación en el borde de fuga. Esta zona de recirculación se genera por las distintas velocidad del fluido que viaja por ambas superficies del álabe, creando así diferentes zonas de presión. De esta manera, el fluido es empujado y succionado por las distintas zonas de presiones, creando así dicha zona de recirculación. En general, estas zonas de recirculación son típicas dentro del funcionamiento de los álabes de una turbina hidráulica, con lo cual, por supuesto, también puede tener efectos negativos en el rendimiento adecuado de una álabe. Por último, para el caso del álabe MEL031 mostrado en la figura (c), se identificó en el detalle de la derecha que no se generaron situaciones de gradientes de presión adversas ni zonas de recirculación. Lo anterior debido a que no se detectaron vectores de velocidad en contra a la dirección del flujo (izquierda a derecha) o vectores describiendo trayectorias circulares. Adicionalmente, sí se identificó un comportamiento favorable de la velocidad cerca a la pared del álabe debido a que el perfil de velocidad fue parabólico para el álabe MEL031. Este perfil de velocidad se mantuvo durante todo el recorrido por el álabe, lo cual indica que este último operó bajo condiciones deseables sin separación de la capa límite.

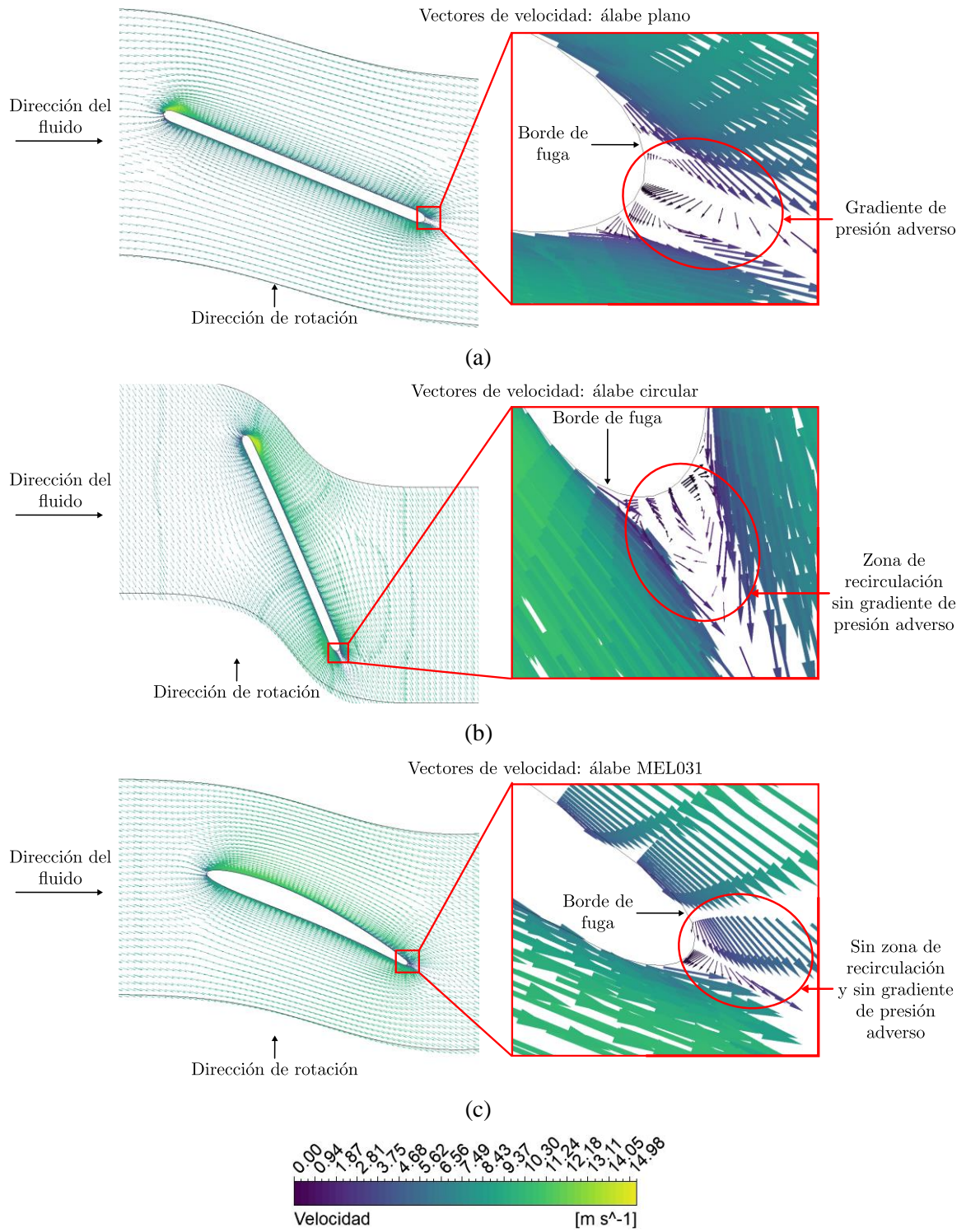
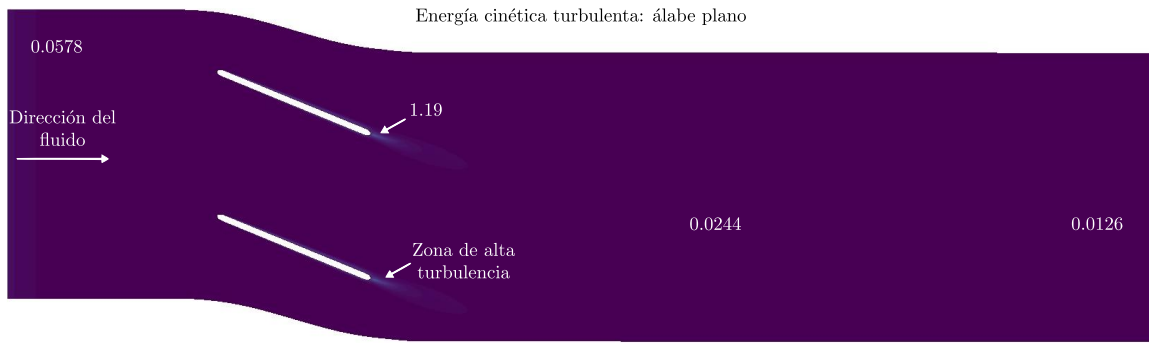


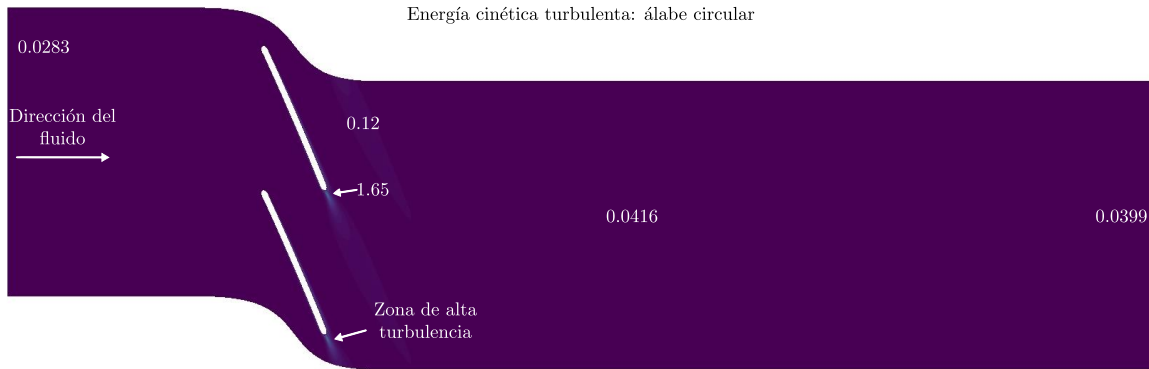
Figura 4-29. Campo de vectores de velocidad para las condiciones del mejor punto de eficiencia (*BEP*) con vista general (izquierda) y detalle del borde de fuga (derecha) correspondientes a para los álabes (a) plano, (b) circular y (c) MEL031.

---

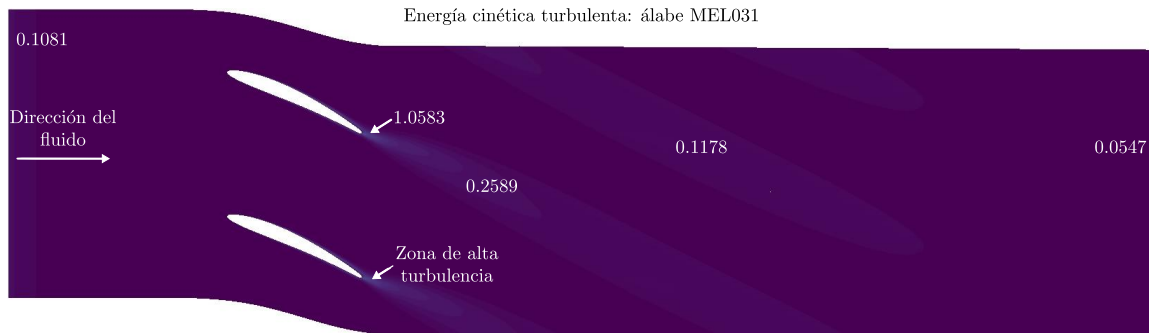
La Figura 4-30 presenta el contorno de energía cinética turbulenta para las condiciones del mejor punto de eficiencia correspondientes a los álabes plano, circular y MEL031 mostrados en las figuras (a), (b) y (c), respectivamente. La energía cinética turbulenta es un parámetro fluidodinámico que cuantifica la energía presente en un flujo turbulento a partir de la variación de la velocidad local del fluido. Esta medida está relacionada directamente a las pérdidas hidráulicas existentes en un fluido creadas, por ejemplo, por la fricción con las paredes de un sólido, que en este caso corresponden a los álabes. De esta manera, en cuanto mayor sea la magnitud de la energía cinética turbulenta, mayor las pérdidas hidráulicas localizadas en una zona específica del fluido. De acuerdo con los contornos, las magnitudes más altas de la energía cinética turbulenta estuvieron localizadas en las estelas creadas por los álabes. Lo anterior indica que los valores picos efectivamente están asociados a las zonas de mayor turbulencia. Los valores máximos de la energía cinética turbulenta estuvieron localizados específicamente cerca al borde de fuga del álabe. Por ejemplo, la magnitud máxima entre los tres tipos de álabes correspondió al álabe circular, luego al plano, y por último al MEL031. Si se relacionan las magnitudes máximas con el comportamiento de fluido identificadas en los detalles de los vectores de velocidad presentados en la Figura 4-29, se puede concluir lo siguiente. La zona de recirculación del fluido identificada para el álabe circular en la zona del borde de fuga se identificó como el comportamiento del fluido que más contribuyó a la variación de la velocidad del flujo local, y, por ende, al aumento máximo de la energía cinética turbulenta. Seguidamente, los gradientes de presión adversos identificados en el álabe plano generaron el segundo máximo valor de la energía cinética turbulenta. Lo anterior debido a que dichos gradientes de presión se localizaron cerca a la pared del álabe, y no ocurrió para perfiles de velocidad más desarrollados. Por último, se concluye que cuando no hay situaciones de gradientes de presión adversos o zonas de recirculación del fluido, las pérdidas hidráulicas asociadas se minimizan, lo cual se identificó para el álabe MEL031 al cual le correspondió el menor valor con respecto a la magnitud de la energía cinética turbulenta en comparación con los demás álabes.



(a)



(b)



(c)

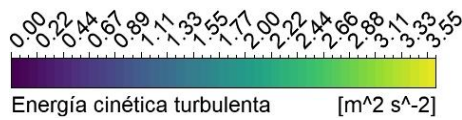


Figura 4-30. Contorno de energía cinética turbulenta con vista en cascada álabe a álabe ubicado en  $r/r_t = 0.5$  para los álabes (a) plano, (b) circular y (c) MEL031.

## 4.2.2 Resultados estructurales

La presente sección se dividió en las siguientes subsecciones: 1. Resultados paramétricos estructurales estáticos, los cuales tiene como objetivo caracterizar estructuralmente los tres tipos de álabes de acuerdo con las diferentes condiciones fluidodinámicas evaluadas e identificar aquellas que generan las condiciones de operación críticas como los valores máximos y promedios de esfuerzos y deformaciones, y los factores de seguridad mínimos. 2. Resultados del análisis modal, el cual tiene el objetivo de determinar los modos de vibración principales de los tres tipos de álabes en función de los materiales aluminio, bronce, y resina ABS-Like, así como genera el diagrama de Campbell para identificar los puntos de velocidad críticas. 3. Resultados del análisis armónicos, los cuales tienen el objetivo de aplicar las cargas mecánicas sobre los álabes de forma sinusoidal e identificar, en el dominio de la frecuencia, las amplitudes máximas correspondientes a los esfuerzos y deformaciones. A continuación, se presentan en orden las subsecciones mencionadas.

- Análisis paramétrico estructural estático

En primer lugar, la Figura 4-31 presenta el esfuerzo máximo von Mises  $\sigma_{v,max}$  en función del caudal  $Q$  y de las velocidades angulares  $N$  para los álabes plano, circular y MEL031 presentados en las figuras (a), (b) y (c), respectivamente. Con respecto a la tendencia del esfuerzo von Mises  $\sigma_{v,max}$ , se identificó de manera general para los tres álabes que  $\sigma_{v,max}$  es directamente proporcional con una tendencia cuadrática al aumento del caudal  $Q$ . Lo anterior se esperaba debido a que el aumento del flujo másico, y por tanto, el aumento del ímpetu del flujo de trabajo debe aumentar las fuerzas mecánicas ejercidas sobre los álabes debido al aumento de la presión del fluido. Sin embargo, se produjo un comportamiento inversamente proporcional entre  $\sigma_{v,max}$  y la velocidad angular de los álabes  $N$ . Lo anterior se debe a que la presión del fluido es mayor cuando la turbina no está rotando, lo cual corresponde a la condición de producción de mayor torque por parte de los álabes. De esta manera, una vez la turbina comienza a girar, el direccionamiento del fluido mejora, y, por ende, las cargas mecánicas ejercidas por el fluido decrecen. Como aclaración, las curvas de  $\sigma_{v,max}$  para algunas condiciones de  $N$  se comportaron de manera oscilante, lo cual se puede evidenciar de manera clara en la figura (b), correspondiente al álabe circular, para la curva  $N = 2000$  rpm. Este comportamiento puede ser atribuido a errores de convergencia de malla, o errores de interpolación de la solución. Lo anterior se concluye debido a que la tendencia general de  $\sigma_{v,max}$  correspondió, para la mayoría de las curvas, a una tendencia proporcional a  $Q$  e inversamente proporcional a  $N$ .

Por último, los valores de  $\sigma_{v,max}$  para los álabes plano, circular y MEL031 fueron  $\sigma_{v,max} = (45.35, 253.01, 20.44)$  MPa, respectivamente.

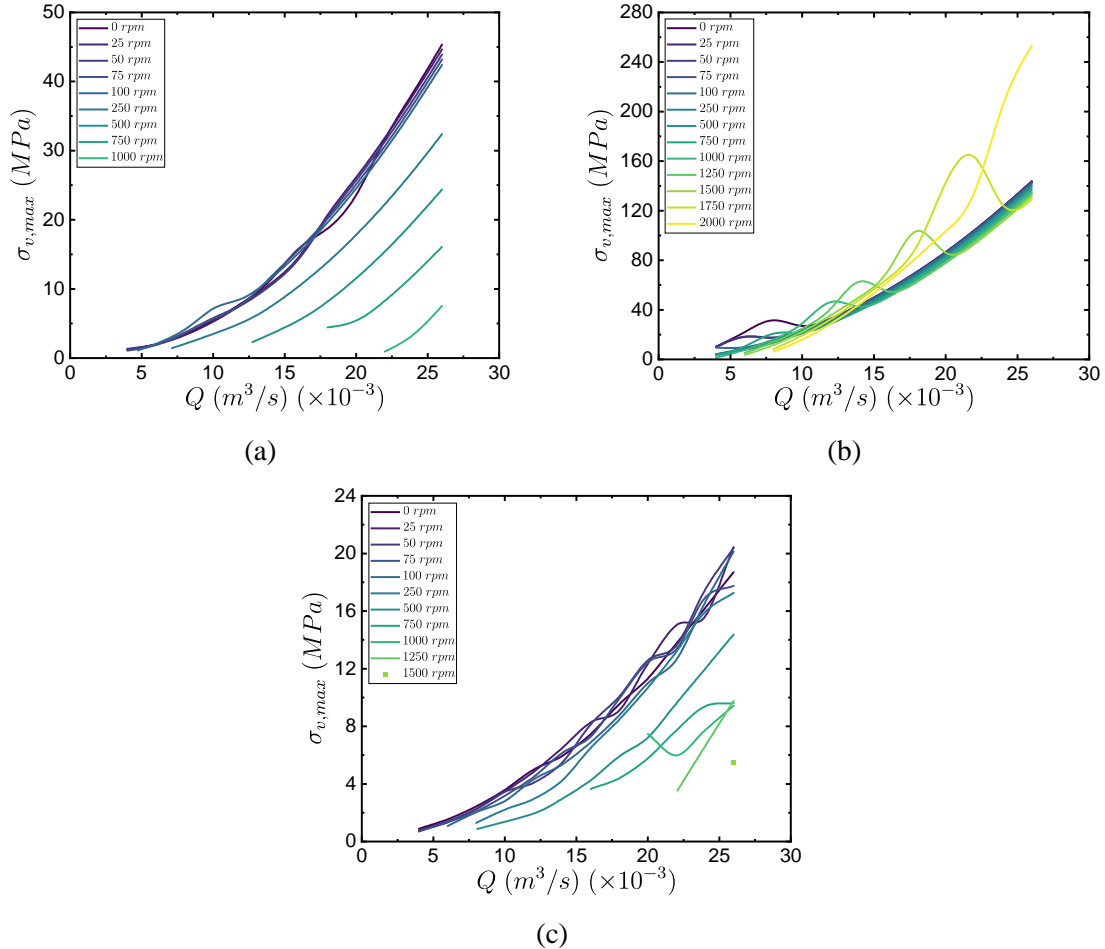


Figura 4-31. Esfuerzo máximo von Mises  $\sigma_{v,max}$  en función del caudal  $Q$  para diferentes velocidades angulares  $N$  correspondientes a los álabes (a) plano, (b) circular y MEL031.

La Figura 4-32 muestra los valores máximos de deformación total  $U_{max}$  en función del caudal  $Q$  para diferentes condiciones de velocidad angular  $N$  para los álabes plano, circular y MEL031 presentados en las figuras (a), (b), (c), respectivamente. Se identificó que, al igual que el esfuerzo von Mises,  $U_{max}$  es proporcional a  $Q$  con una tendencia cuadrática, y, su vez, inversamente proporcional a  $N$ . Por último, los valores de  $U_{max}$  correspondientes a los álabes plano, circular y MEL031 fueron  $U_{max} = (16.26, 106.85, 3.12) \times 10^{-3}$  mm, respectivamente.

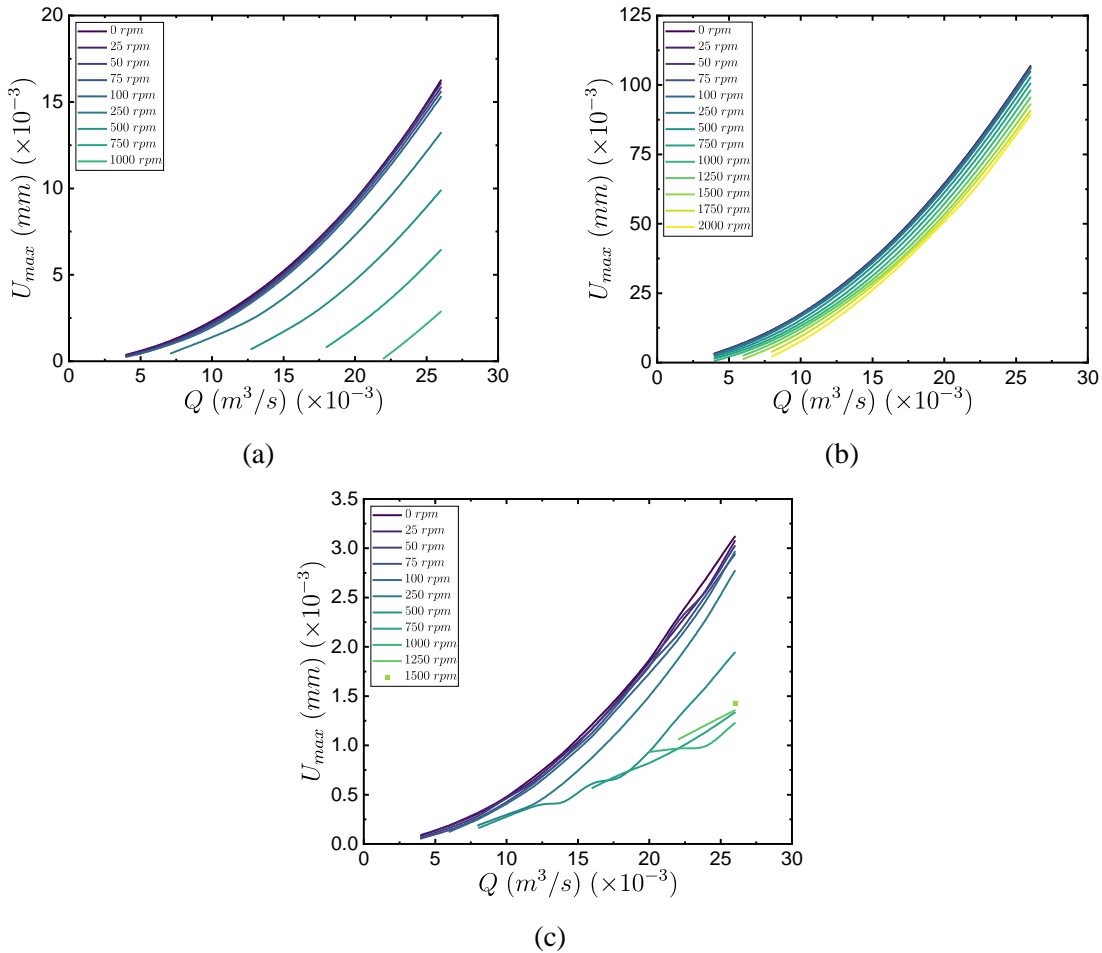


Figura 4-32. Deformación máxima  $U_{max}$  en función del caudal  $Q$  para diferentes velocidades angulares  $N$  correspondientes a los álabes (a) plano, (b) circular y MEL031.

La Figura 4-33 muestra el factor de seguridad  $F_s$  en función del caudal  $Q$  para diferentes condiciones de velocidad angular  $N$ . Las figuras (a), (b) y (c) corresponden a los álabes plano, circular, y MEL031, respectivamente. El factor de seguridad para todas las simulaciones estructurales se calculó con respecto al esfuerzo correspondiente al límite elástico. Para el caso del aluminio, este esfuerzo es  $\sigma_y = 280$  MPa. De esta manera, el factor de seguridad fue determinado a través de la Ec. (134).

$$F_s = \frac{\sigma_y}{\sigma_{v,max}} \quad (134)$$

Donde  $\sigma_{v,max}$  es el esfuerzo máximo von Mises correspondiente a cada tipo de álabe. De esta manera, un resultado importante con respecto al factor de seguridad  $F_s$  es que sus valores mínimos no fueron menores a 1 para ningún álabe. Lo anterior significa que el material aluminio podría operar para todos los rangos de velocidad angular y caudales para todos los tipos de álabe. Esto se debe a que el esfuerzo máximo ejercido sobre estos últimos no es mayor al esfuerzo del límite elástico. Por lo tanto, el álabe no podría sufrir deformaciones permanentes. Por otro lado, los valores de  $F_s$  para el álabe circular disminuyeron para valores más bajos de  $Q$  en comparación con el plano y el MEL031. En contraste, el álabe MEL031, por su mayor espesor, mantuvo los máximos valores de  $F_s$ , incluso para altos valores de  $Q$ . Por último, los valores mínimos de  $F_s$  para los álabes plano, circular y MEL031 fueron  $F_s = 6.17, 1.11, y 13.70$ , respectivamente.

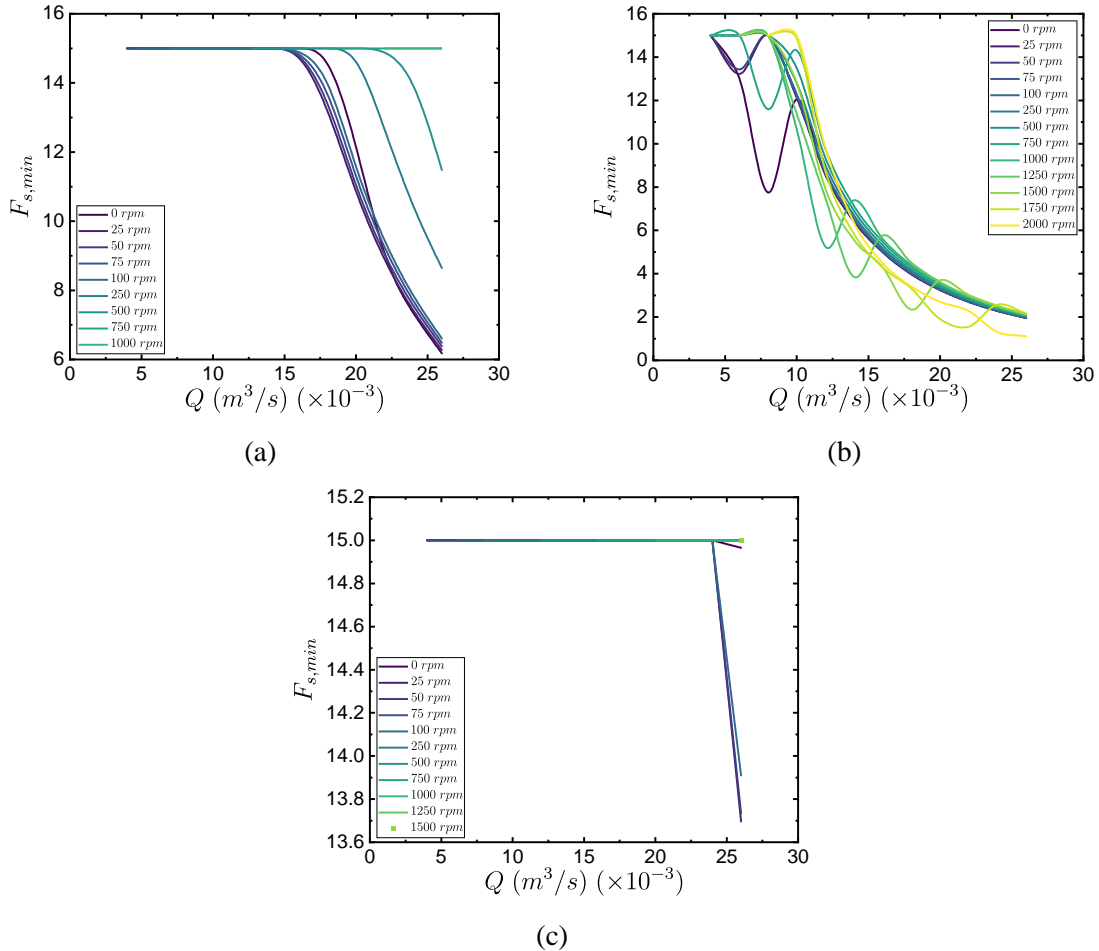


Figura 4-33. Factor de seguridad mínimo en función del caudal  $Q$  para diferentes velocidades angulares  $N$  correspondientes a los álabes (a) plano, (b) circular y MEL031.

La Figura 4-34 muestra el esfuerzo máximo von Mises  $\sigma_{v,max}$  en función del caudal  $Q$  y la velocidad angular  $N$  en la columna de la izquierda, y a la derecha,  $\sigma_{v,max}$  en función de  $Q$  y la cabeza de presión  $\Delta H$ . Las figuras (a), (b) y (c) corresponden a los álabes plano, circular y MEL031, respectivamente. Con respecto a la columna izquierda, existió un comportamiento en común entre el plano y MEL031. Este correspondió a que los valores máximos de  $\sigma_{v,max}$  se encontraron por debajo de una velocidad angular  $N \leq 250$  rpm para un rango de caudal de  $(24 \leq Q \leq 26) \times 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$ . Sin embargo, para el caso del álabe circular, este comportamiento fue inverso para los valores de  $N$ . Lo anterior es debido a que los valores máximos de  $\sigma_{v,max}$  para el álabe circular ocurrieron a las velocidades angulares más altas a partir de  $N \geq 1750$  rpm. En referencia a la columna de la derecha, se identificó que los valores de  $\sigma_{v,max}$  ocurrieron para las mayores cabezas de presión  $\Delta H$  y caudales  $Q$ . Por ejemplo, para el álabe plano, los valores máximos de  $\sigma_{v,max}$  corresponden a los rangos de  $\Delta H \geq 0.9$  m y  $Q \geq 22 \times 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$ . Para el circular con  $\Delta H \geq 14$  m y  $Q \geq 24 \times 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$ . Por último, para el MEL031 con  $\Delta H \geq 0.9$  m y  $Q \geq 22 \times 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$ .

La Figura 4-35 muestra la deformación máxima  $U_{max}$  en función del caudal  $Q$  y la velocidad angular  $N$  en la columna de la izquierda, y a la derecha,  $U_{max}$  en función de  $Q$  y la cabeza de presión  $\Delta H$ . Las figuras (a), (b) y (c) corresponden a los álabes plano, circular y MEL031, respectivamente. Estos contornos de deformación guardan la misma tendencia y relación entre las variables fluidodinámicas y estructurales identificada en los contornos del esfuerzo máximo von Mises presentados en la Figura 4-34. Con respecto a la columna de la izquierda, la diferencia más evidente entre los contornos de los diferentes álabes es que para el circular, presentado en la Figura 4-35 (b), los valores de pico  $U_{max}$  se encuentra a lo largo de todo el rango de velocidades angulares  $N$ , a diferencia de los álabes plano y MEL031. Para estos últimos, los valores picos de  $U_{max}$  también se ubicaron a bajos valores de  $N$ , así como el caso del esfuerzo von Mises. Por otra parte, en la columna de la derecha se mantuvo la misma relación, en comparación con el esfuerzo, de los valores picos de  $U_{max}$  ubicados en los valores más altos de caída de presión  $\Delta H$  y caudal  $Q$ . En rango de  $\Delta H$  y  $Q$  correspondientes a los picos máximos de  $U_{max}$  son los mismos mencionados en la descripción de la Figura 4-34 para los álabes plano y MEL031. Sin embargo, para el álabe circular, los rangos correspondieron a  $(0 \leq N \leq 2000)$  rpm y  $(24 \leq Q \leq 26) \times 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$ .

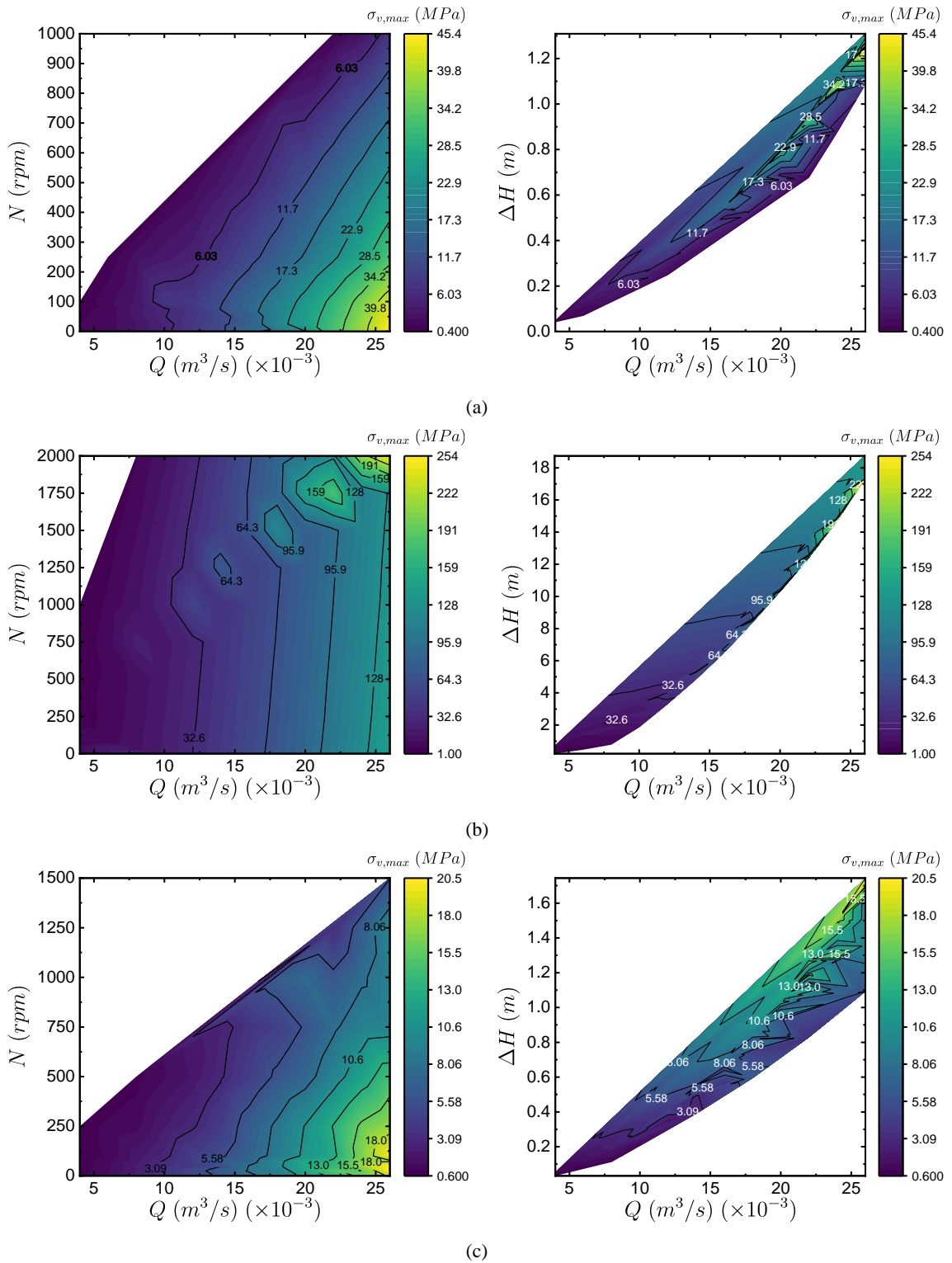


Figura 4-34. Esfuerzo máximo von Mises  $\sigma_{v,max}$  en función de  $Q$  y  $N$  (izquierda), y  $Q$  y  $\Delta H$  (derecha) para los álabes (a) plano, (b) circular y (c) MEL031.

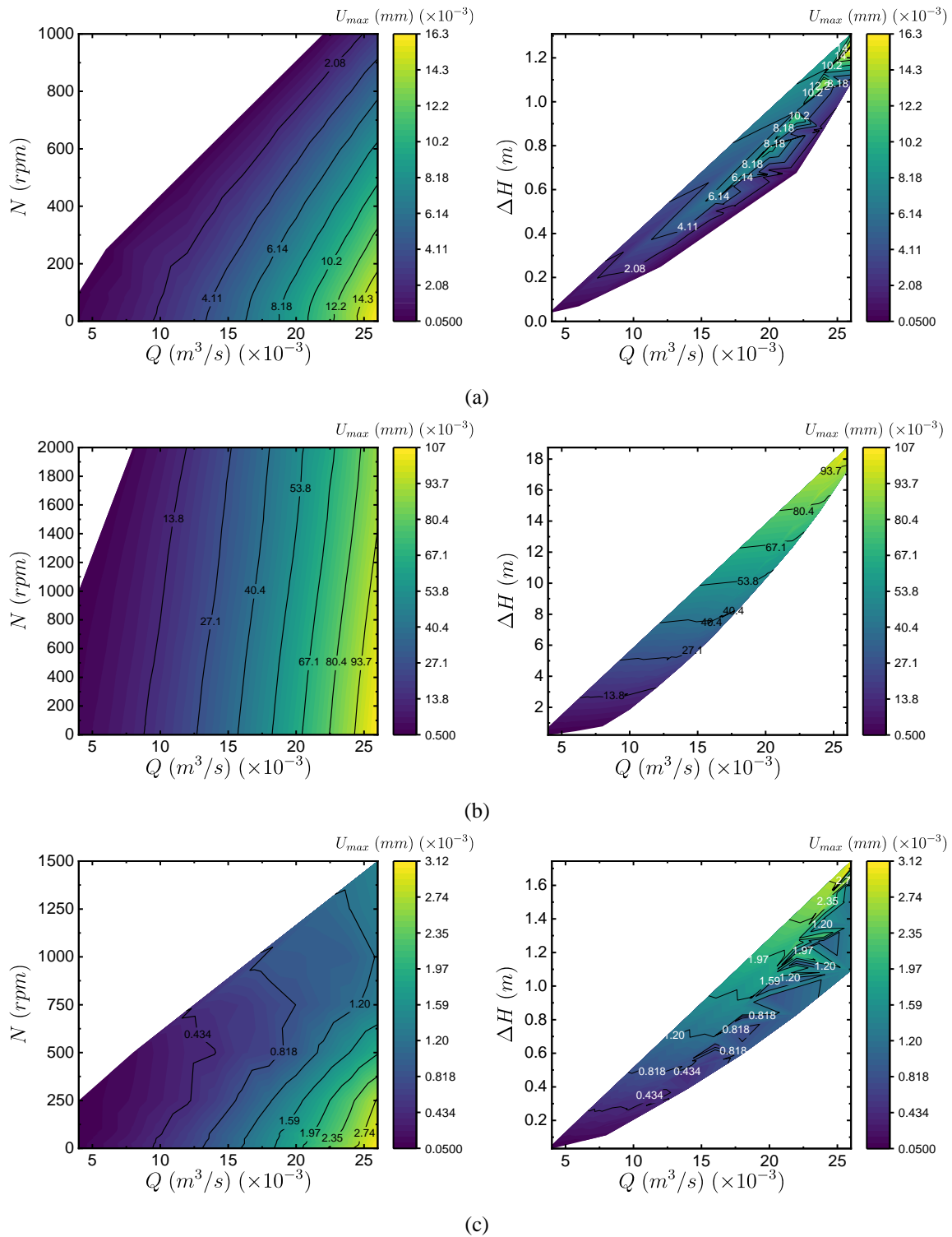


Figura 4-35. Deformación máxima  $U_{max}$  en función de  $Q$  y  $N$  (izquierda), y  $Q$  y  $\Delta H$  (derecha) para los álabes (a) plano, (b) circular y (c) MEL031.

La Figura 4-36 muestra el factor de seguridad  $F_s$  en función del caudal  $Q$  y la velocidad angular  $N$  en la columna de la izquierda, y a la derecha,  $F_s$  en función de  $Q$  y la cabeza de presión  $\Delta H$ . Las figuras (a), (b) y (c) corresponden a los álabes plano, circular y MEL031, respectivamente. Con respecto a los resultados de estos contornos, para el caso del álabe plano, en la columna izquierda, se identificó que este álabe podría operar de manera segura para todo el rango de  $Q$  y  $N$ . Lo mismo ocurre para el contorno mostrado en la columna de la derecha, donde el álabe exhibió valores altos de  $F_s$ , no sólo para el rango de  $Q$ , sino que también para la mayor parte de  $\Delta H$ . Lo anterior se debe a que el valor mínimo de  $F_s$  fue de aproximadamente 6.16, lo cual se considera aún como un factor de seguridad aceptable. En segundo lugar, para el caso del álabe circular, para la columna de la izquierda, se puede observar que los valores máximos de  $F_s$  se mantuvieron para valores de  $Q \leq 12 \times 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$  y para todo el rango de  $N$ . El valor mínimo de  $F_s$  para este álabe fue de aproximadamente 1.1 para los valores máximos de  $Q$  y  $N$ . En referencia a la columna derecha, se evidenció que los valores de  $F_s$  máximos correspondieron a  $\Delta H \leq 3 \text{ m}$  hasta  $Q \leq 12 \times 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$ . Para el resto del rango de  $Q$ , se observó que  $F_s$  disminuyó paulatinamente con valores de  $\Delta H$  crecientes. Por último, en la figura (c) correspondiente al álabe MEL031, se observó que este último puede operar para todo el rango de  $Q$  y  $N$  con factores de seguridad mayores a 14.8. Lo anterior implica que para este tipo de álabe es conveniente disminuir su espesor con el propósito de disminuir  $F_s$ . De esta manera, se podrían lograr ahorros en el precio de manufactura del material, y posibles mejoras en la eficiencia hidráulica de la turbina. En resumen, para las condiciones fluidodinámicas evaluadas, los espesores de los álabes plano y MEL031 se podrían disminuir con el objetivo de minimizar el factor de seguridad  $F_s$ . Lo anterior debido a que se podría incrementar la eficiencia hidráulica de estos álabes con una reducción de costos implícita. La eficiencia hidráulica podría aumentar debido a que las pérdidas hidráulicas están asociadas con cuán grande sea el álabe, de manera que, si las pérdidas hidráulicas disminuyeran, entonces la eficiencia hidráulica podría aumentar. Por otra parte, para el álabe circular ocurre lo contrario debido a que se generaron valores de  $F_s$  cercanos a 1 para valores de  $Q$  y  $\Delta H$  altos. Lo anterior sí y sólo sí, se desea operar para estas condiciones fluidodinámicas. Sin embargo, para decidir sobre la disminución o aumento del espesor, es necesario identificar a qué valores de  $F_s$  corresponden las máximas eficiencias hidráulicas para los tres tipos de álabes. Lo anterior se mostró en la Figura 4-36.

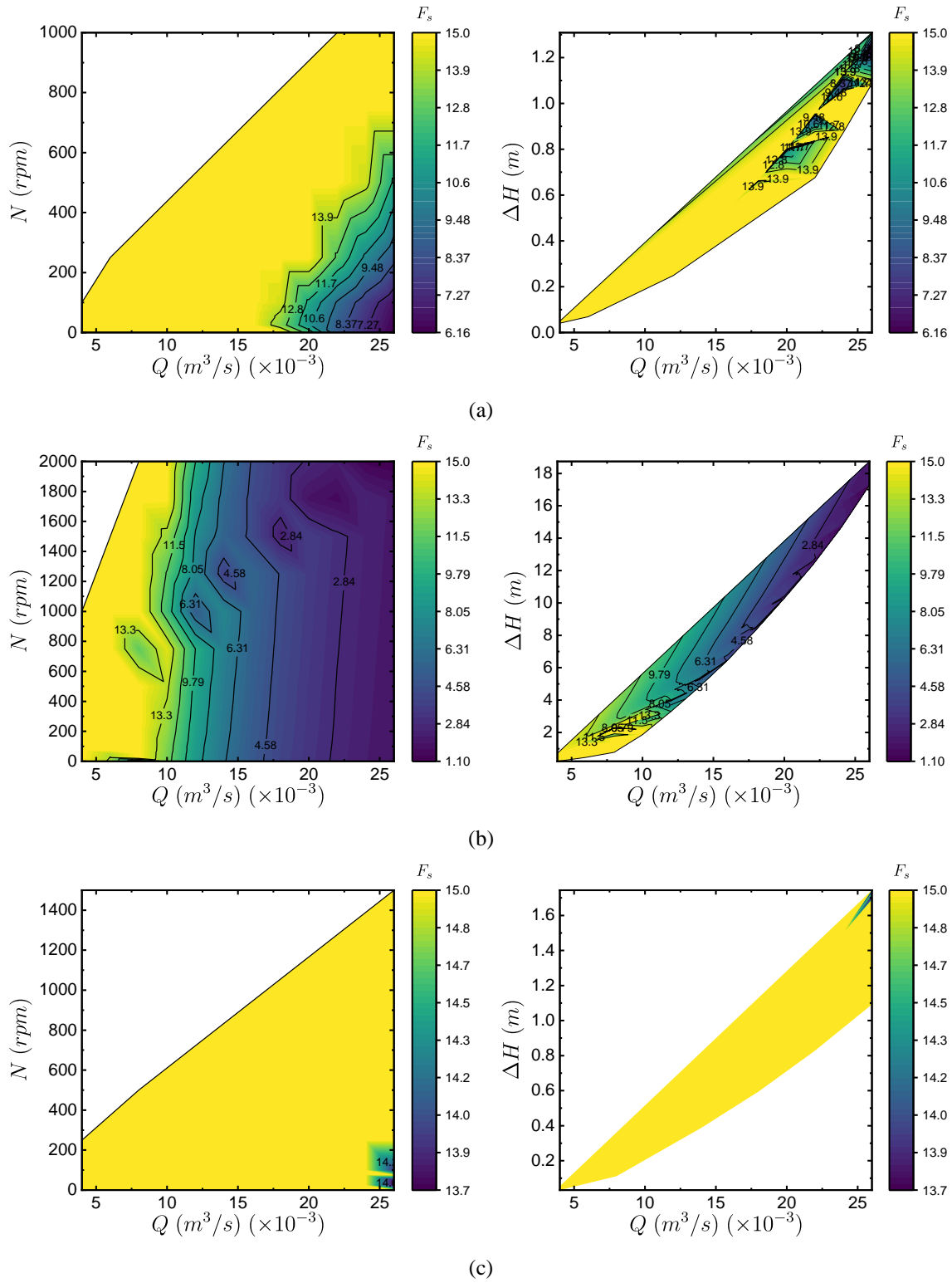


Figura 4-36. Factor de seguridad  $F_s$  en función de  $Q$  y  $N$  (izquierda), y  $Q$  y  $\Delta H$  (derecha) para los álabes (a) plano, (b) circular y (c) MEL031.

Para realizar una recomendación final con respecto al aumento o disminución del espesor de los diferentes tipos de álabes para ciertas condiciones de operación fluidodinámicas, fue necesario dilucidar el comportamiento de la eficiencia hidráulica  $\eta_t$  en función del caudal  $Q$  y el factor de seguridad  $F_s$ , lo cual se muestra en la Figura 4-37. Allí se puede observar la relación mencionada entre las variables fluidodinámicas  $\eta_t$  y  $Q$ , y la estructural  $F_s$  para los álabes (a) plano, (b) circular y (c) MEL031, respectivamente. Con respecto al álabe plano, se identificó que los valores picos de la eficiencia hidráulica  $\eta_t$  corresponden a un rango del factor de seguridad  $F_s$  entre 11 y 14.5. Lo anterior quiere decir que el álabe plano operó eficientemente para valores de  $F_s$  que son considerados altos. Seguidamente, para el caso del álabe circular, cuya relación se muestra en la figura (b), se identificó que los valores picos de  $\eta_t$  ocurrieron para valores de  $F_s \geq 3$  para condiciones de caudal específicas, como se puede ver en la figura. Específicamente, los valores máximos de  $\eta_t$  para el álabe circular ocurrieron para valores de  $F_s \cong 10$  en  $Q = 12 \times 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$ , y también para  $F_s \cong 14.5$  en  $Q = 10 \times 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$ . Lo anterior significa que los valores de mayor eficiencia para el álabe circular ocurrieron para factores de seguridad considerados altos. Por último, para el caso del álabe MEL031, este operó con los máximos valores de eficiencia para factores de seguridad no menores a aproximadamente 13.7 en todo el rango de caudal evaluado, como se puede ver en la parte superior de la figura (c). Lo anterior significa que el álabe fue sobredimensionado con respecto al espesor. En resumen, los álabes plano y MEL031 operaron con las eficiencias hidráulicas pico de forma cómoda desde el punto de vista del factor de seguridad. Lo anterior condujo a concluir que se podría disminuir el espesor de los álabes anteriormente mencionados para reducir su sobredimensionamiento y posiblemente obtener un aumento en la eficiencia hidráulica. En contraste, para el álabe circular, se concluyó que este no se consideró sobredimensionado, a pesar de haber operado con las eficiencias hidráulicas picos por encima de factores de seguridad de 10. Las razones de lo anterior son las siguientes. El álabe circular operó con un factor de seguridad mínimo de 1.1 para el caudal máximo de  $Q = 26 \times 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$  para el material aluminio. De manera que, si se reduce el espesor, con el pretexto que el álabe operaba cómodamente desde el punto de vista del factor de seguridad para las eficiencias hidráulicas pico, entonces el álabe podría sufrir deformaciones plásticas para caudales cercanos o iguales al valor máximo. Lo cual también llevó a concluir que las posibles reducciones del espesor de un álabe se deben llevar a cabo con respecto al caudal máximo estimado para la operación de la turbina. Sin embargo, también se debe discernir si los máximos esfuerzos que experimenta el álabe son debido a el espesor o a concentradores de esfuerzo. De esta manera, los concentradores de esfuerzo tendrían la prioridad para ser reducidos o

eliminados antes de reducir el espesor del álabe. El tema de los concentradores de esfuerzos para los álabes evaluados se abordó más adelante dentro de la presente sección de resultados estructurales.

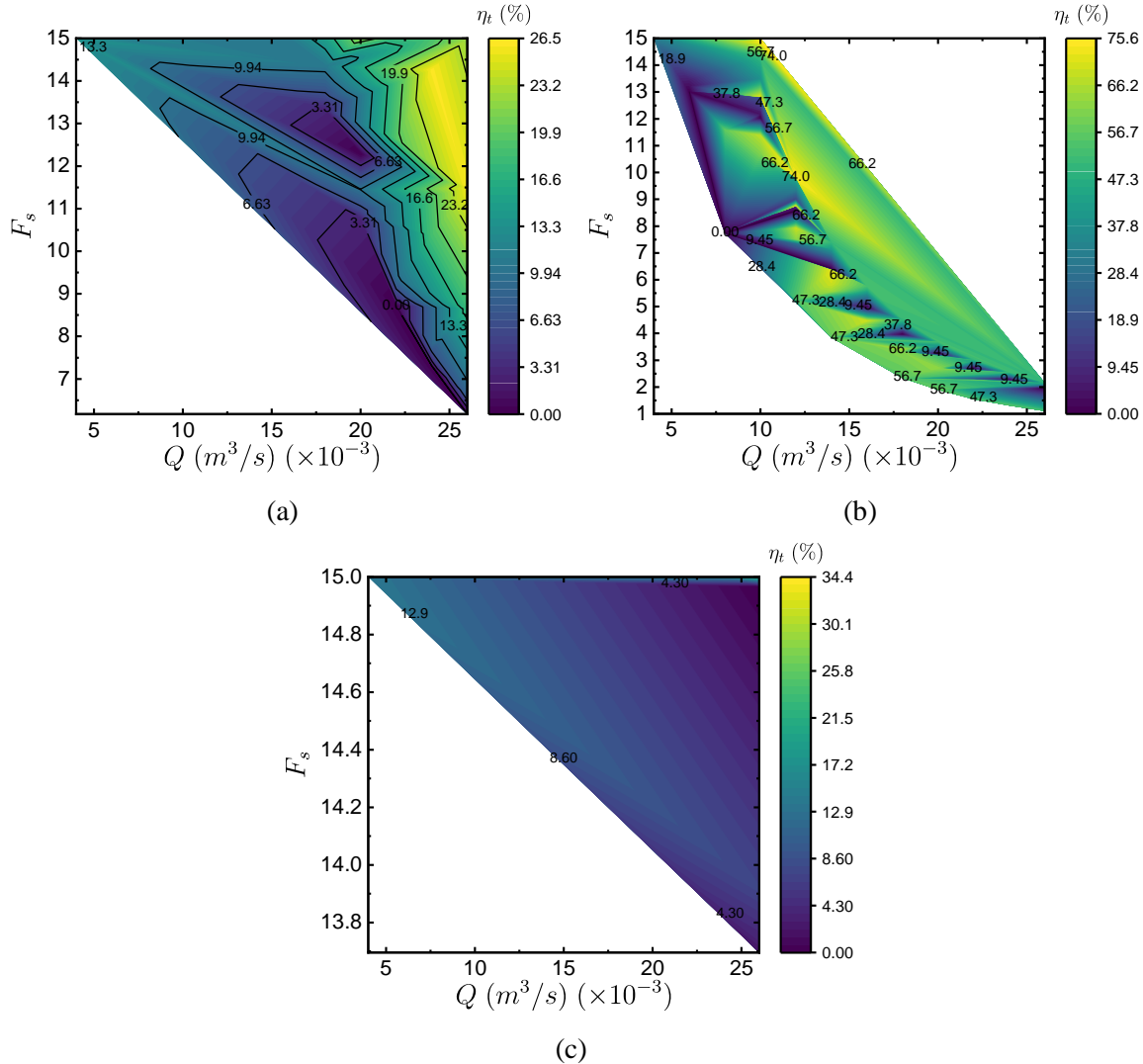


Figura 4-37. Eficiencia hidráulica  $\eta_t$  en función del caudal  $Q$  y el factor de seguridad  $F_s$  para los álabes (a) plano, (b) circular y (c) MEL031.

A continuación, y de acuerdo con la fase 3 de la metodología presentada en la Figura 3-26, se procedió a identificar las condiciones fluidodinámicas que generaron las magnitudes máximas para el material aluminio 6061: la máxima eficiencia hidráulica  $\eta_{t,max}$ , esfuerzo máximo von Mises  $\sigma_{v,max}$ , la deformación total máxima  $U_{max}$ , y el factor de seguridad mínimo  $F_{s,min}$ . Estos últimos se conocen de ahora en adelante como los puntos críticos de operación de los álabes. Adicionalmente,

las condiciones fluidodinámicas de caudal y velocidad rotacional que generaron los puntos críticos anteriormente mencionados se renombraron como  $Q'$  y  $N'$ , respectivamente. Con las condiciones  $Q'$  y  $N'$ , se procedió con la realización de las simulaciones fluido-estructura *FSI* para los materiales restantes correspondientes al bronce C51000 y a la resina ABS-Like.

De esta manera, la Tabla 4-12 reporta los resultados estructurales correspondientes a los puntos críticos de operación en función del tipo de material y de las condiciones fluidodinámicas  $Q'$  y  $N'$  para los álabes plano, circular y MEL031. En la columna de la extrema izquierda se encuentran los puntos críticos de operación que corresponden a la eficiencia hidráulica máxima  $\eta_{t,max}$ , el esfuerzo máximo von Mises  $\sigma_{v,max}$ , la deformación total máxima  $U_{max}$  y el factor de seguridad mínimo  $F_{s,min}$ . En las tres columnas siguientes se encuentran los materiales evaluados como el aluminio, el bronce y la resina ABS-Like, y las condiciones fluidodinámicas  $Q'$ ,  $N'$  que generaron las condiciones de operación críticas. Al lado derecho de la tabla se encuentran los valores numéricos del esfuerzo von Mises  $\sigma_v$ , la deformación total  $U$  y el factor de seguridad  $F_s$ . Con respecto a los resultados obtenidos, se puede observar que se obtuvieron combinaciones entre los diferentes puntos críticos de operación. Por ejemplo, si en la columna de los puntos críticos de operación se encuentran dichos puntos de esta manera " $\sigma_{v,max}, U_{max}, F_{s,min}$ ", significa que las condiciones fluidodinámicas correspondientes a  $Q'$  y  $N'$  generaron los valores máximos del esfuerzo y deformación, y el factor de seguridad mínimo, respectivamente. De esta manera, se esperaba que siempre existiera la combinación entre los puntos críticos de  $\sigma_{v,max}$  y  $F_{s,min}$ , debido a que el factor de seguridad depende del máximo del esfuerzo, ver Ec. (134). Por otra parte, también existió el caso en el que el valor máximo de deformación total  $U_{max}$  lo produjo una combinación única entre  $Q'$  y  $N'$ . Este caso anteriormente mencionado ocurrió para los álabes circular y MEL031, específicamente para el material aluminio. Adicionalmente, los parámetros fluidodinámicos  $Q'$ ,  $N'$  permanecieron iguales para el punto crítico de funcionamiento  $\eta_{t,max}$  para cada material, sin embargo, diferentes para cada álabe.

Entendiendo lo anterior, para el caso del álabe plano, se obtuvo la combinación de " $\sigma_{v,max}, U_{max}, F_{s,min}$ " para cada material con las mismas condiciones  $Q'$  y  $N'$ . Lo anterior indica que la respuesta estructural del álabe a las condiciones fluidodinámicas para los tres tipos de material fue lineal en el sentido que los máximos esfuerzos y deformaciones, y factores de seguridad mínimos los generaron las mismas condiciones fluidodinámicas. Para este caso, se identificó que los factores de seguridad mínimos ocurrieron para el material de resina ABS-Like. Por un lado, el factor de

seguridad para la condición de eficiencia máxima  $\eta_{t,max}$  fue de 1.96, lo cual se considera aceptable. Por otro lado, la simulación estructural predijo que el material de la resina ABS-Like sufrió deformaciones permanentes para la condición de máximo esfuerzo debido a que el factor de seguridad correspondiente fue de 0.63.

Para el caso del álabe circular, específicamente para el aluminio, sólo existió la combinación de las condiciones críticas " $\sigma_{v,max}, F_{s,min}$ ", por lo cual, las condiciones fluidodinámicas  $Q', N'$  fueron diferentes para la condición crítica de  $U_{max}$ . Lo anterior se atribuye a que este álabe genera condiciones fluidodinámicas y estructurales más complejas, tal vez, por generar una cabeza de presión mucho mayor en comparación con los demás álabes. Para los demás materiales también ocurrió la combinación de entre los puntos críticos de operación de " $\sigma_{v,max}, U_{max}, F_{s,min}$ ". Seguidamente, con respecto a los factores de seguridad, se identificó que estos últimos resultaron con valores aceptables para las condiciones de mayor eficiencia para los tres álabes, es decir, con valores de  $F_s \geq 3.3$ . Sin embargo, el álabe circular se caracterizó por tener el mínimo factor de seguridad con un valor de 0.08 para la resina ABS en comparación con los demás álabes. Lo anterior también se atribuye a los grandes esfuerzos generados por alta cabeza de presión característica de este álabe. Este factor de seguridad ocurrió cuando la turbina está estática, es decir, cuando no está rotando, lo cual concuerda con los resultados de máxima cabeza de presión.

Para el caso del álabe MEL031, se identificó que la deformación máxima fue generada para el material aluminio por condiciones fluidodinámicas diferentes con respecto a los puntos críticos del máximo esfuerzo y mínimo factor de seguridad. De manera que, este comportamiento también se les atribuye a las condiciones fluidodinámicas complejas generadas por este álabe en comparación con el álabe plano. Para los materiales de bronce y resina ABS, la combinación de los puntos críticos de " $\sigma_{v,max}, U_{max}, F_{s,min}$ " ocurrió, al igual que con los álabes circular y plano. Con respecto a los factores de seguridad mínimos  $F_{s,min}$ , correspondieron a la resina ABS-Like. En la Tabla 4-12 se puede observar que, para la condición de eficiencia máxima,  $F_s$  fue igual a 3.81, lo cual es aceptable. Sin embargo, para el punto crítico del máximo esfuerzo, el factor de seguridad resultó muy cerca a 1, lo cual no es recomendable. Por último, los factores de seguridad mínimos se obtuvieron para la resina ABS-Like, con lo cual se recomienda aumentar el espesor de los álabes si se espera que la turbina opere regularmente a las condiciones fluidodinámicas  $Q', N'$  correspondientes.

Tabla 4-12. Resultados estructurales correspondientes a los puntos críticos de operación en función del tipo de material y las condiciones fluidodinámicas  $Q'$  y  $N'$ .

Parámetros de entrada				Parámetros de salida: resultados estructurales		
Punto crítico de operación	Material	$Q'$ ( $\times 10^{-3} m^3/s$ )	$N'$ (rpm)	$\sigma_v$ (MPa)	$U$ ( $\times 10^{-3} mm$ )	$F_s$
Álabe plano						
$\eta_{t,max}$	Aluminio	22	500	15.32	6.21	15
$\sigma_{v,max}, U_{max}, F_{s,min}$	Aluminio	26	0	45.35	16.26	6.17
$\eta_{t,max}$	Bronce	22	500	15.66	4.07	15
$\sigma_{v,max}, U_{max}, F_{s,min}$	Bronce	26	0	46.76	10.66	10.80
$\eta_{t,max}$	Resina ABS-Like	22	500	17.39	419.17	1.96
$\sigma_{v,max}, U_{max}, F_{s,min}$	Resina ABS-Like	26	0	54.29	1075.16	0.63
Álabe circular						
$\eta_{t,max}$	Aluminio	10	2000	15.20	7.44	15
$\sigma_{v,max}, F_{s,min}$	Aluminio	26	2000	253.01	89.26	1.11
$U_{max}$	Aluminio	26	0	143.84	106.85	1.95
$\eta_{t,max}$	Bronce	10	2000	15.24	4.87	15
$\sigma_{v,max}, U_{max}, F_{s,min}$	Bronce	26	0	143.66	69.82	3.52
$\eta_{t,max}$	Resina ABS-Like	10	2000	10.29	490.89	3.30
$\sigma_{v,max}, U_{max}, F_{s,min}$	Resina ABS-Like	26	0	408.61	7107.39	0.08
Álabe MEL031						
$\eta_{t,max}$	Aluminio	22	750	7.71	0.96	15
$\sigma_{v,max}, F_{s,min}$	Aluminio	26	25	20.44	3.07	13.70
$U_{max}$	Aluminio	26	0	18.71	3.12	14.97

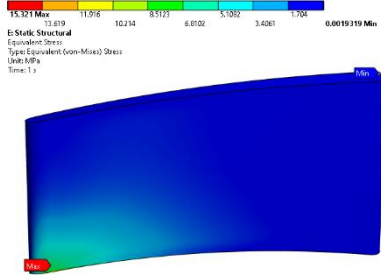
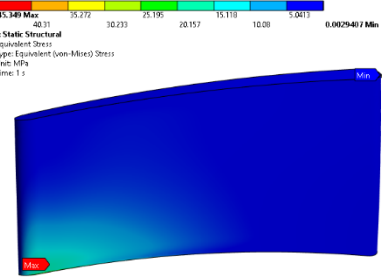
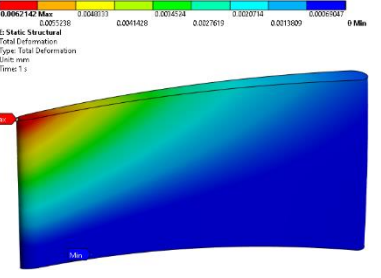
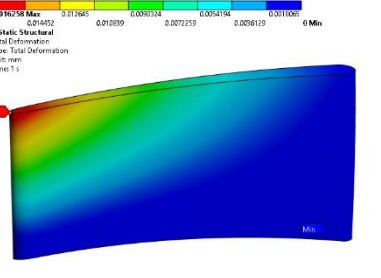
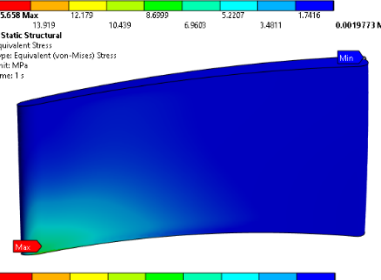
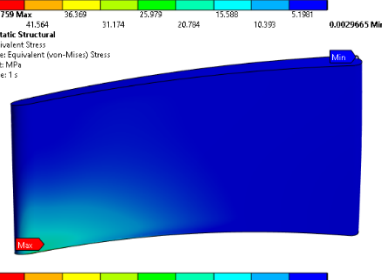
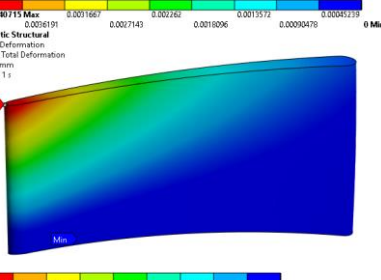
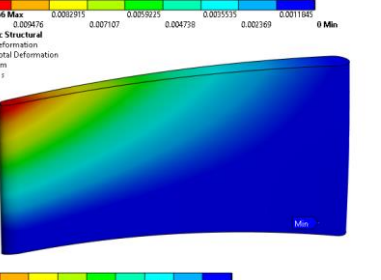
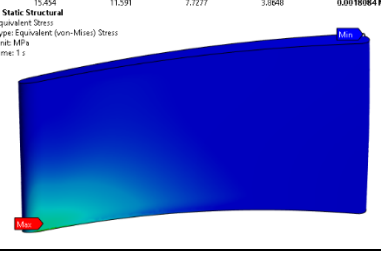
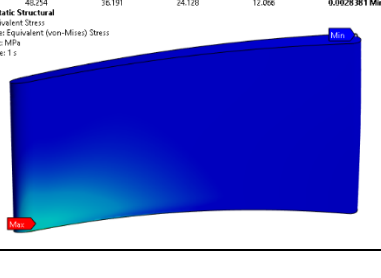
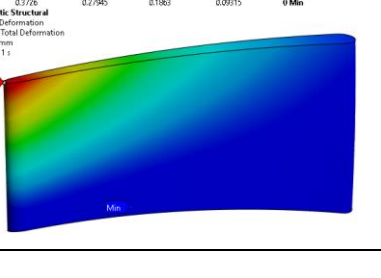
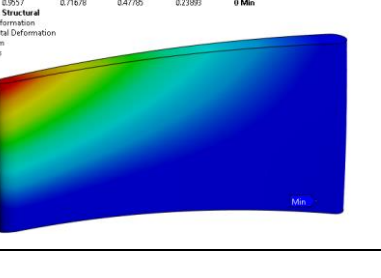
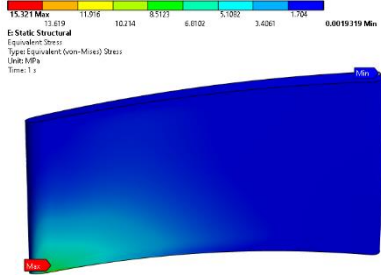
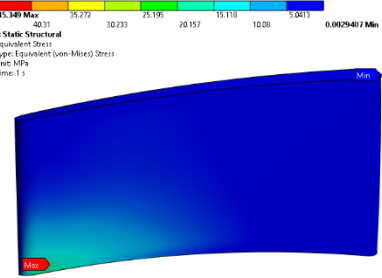
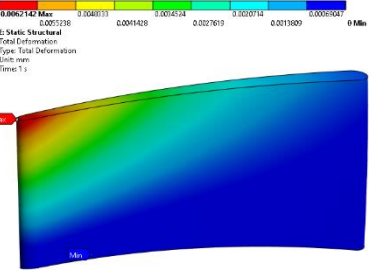
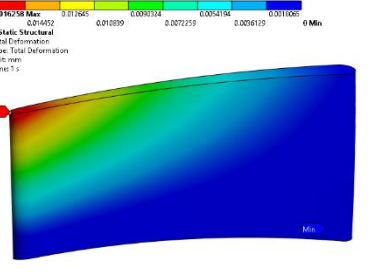
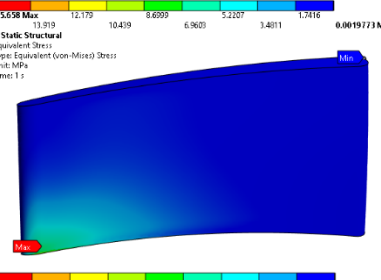
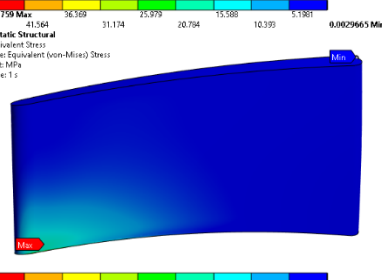
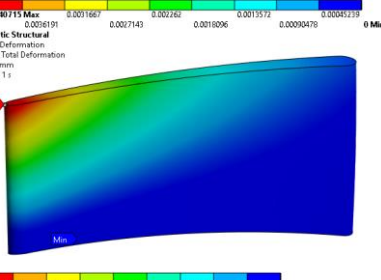
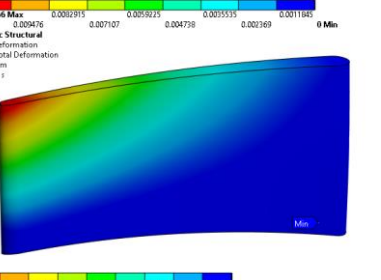
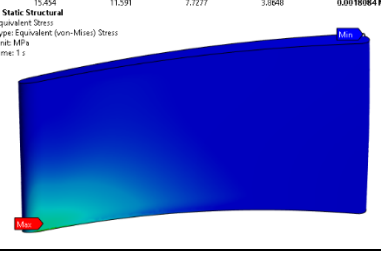
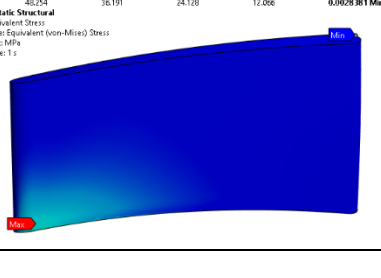
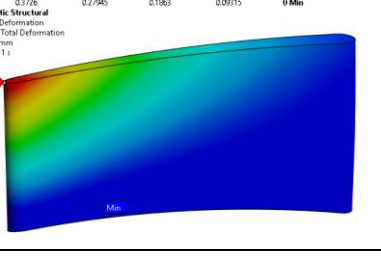
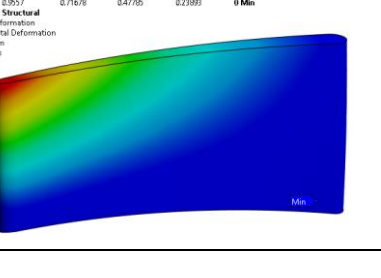
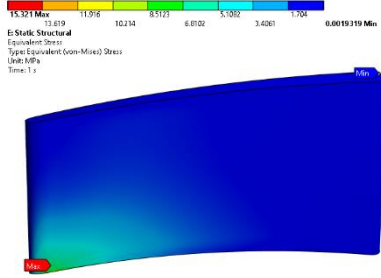
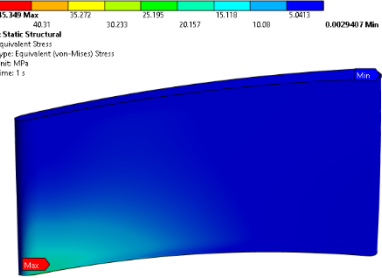
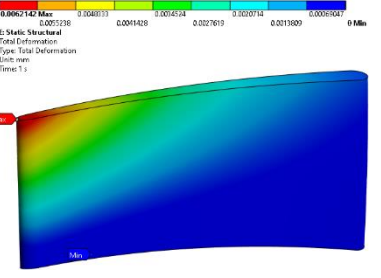
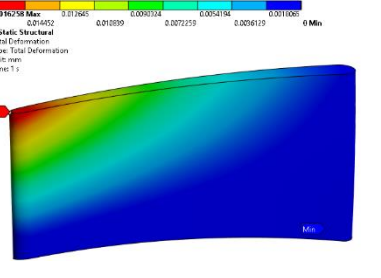
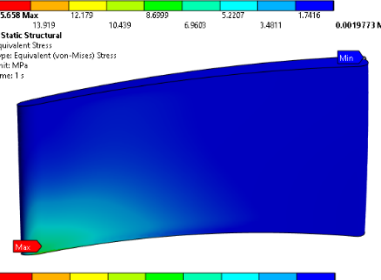
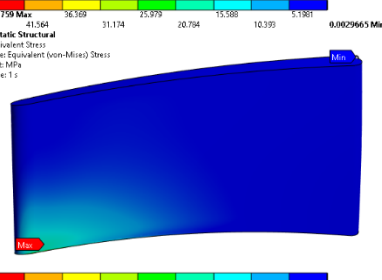
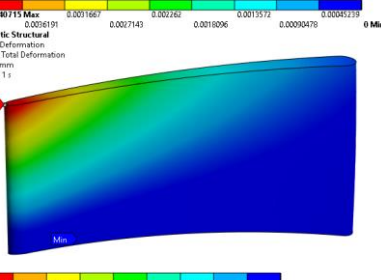
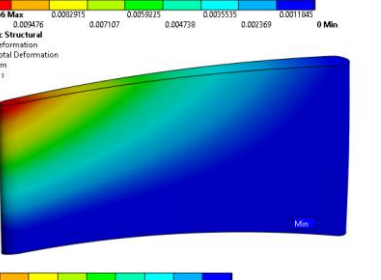
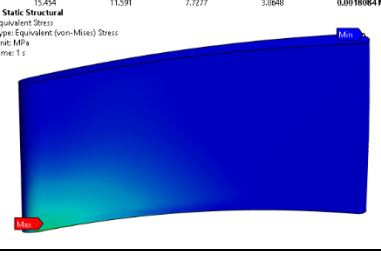
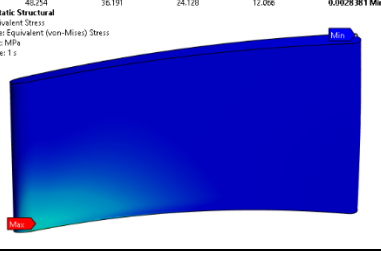
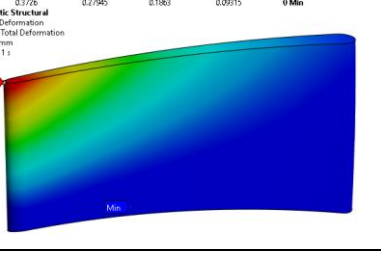
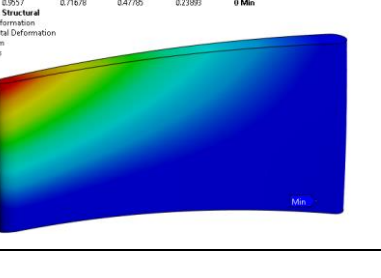
Parámetros de entrada				Parámetros de salida: resultados estructurales		
Punto crítico de operación	Material	$Q'$ ( $\times 10^{-3} m^3/s$ )	$N'$ (rpm)	$\sigma_v$ (MPa)	$U$ ( $\times 10^{-3} mm$ )	$F_s$
$\eta_{t,max}$	Bronce	22	750	7.8	0.58	15
$\sigma_{v,max}, U_{max}, F_{s,min}$	Bronce	26	25	21.66	2.05	15
$\eta_{t,max}$	Resina ABS-Like	22	750	8.92	57.98	3.81
$\sigma_{v,max}, U_{max}, F_{s,min}$	Resina ABS-Like	26	0	32.31	232.63	1.05

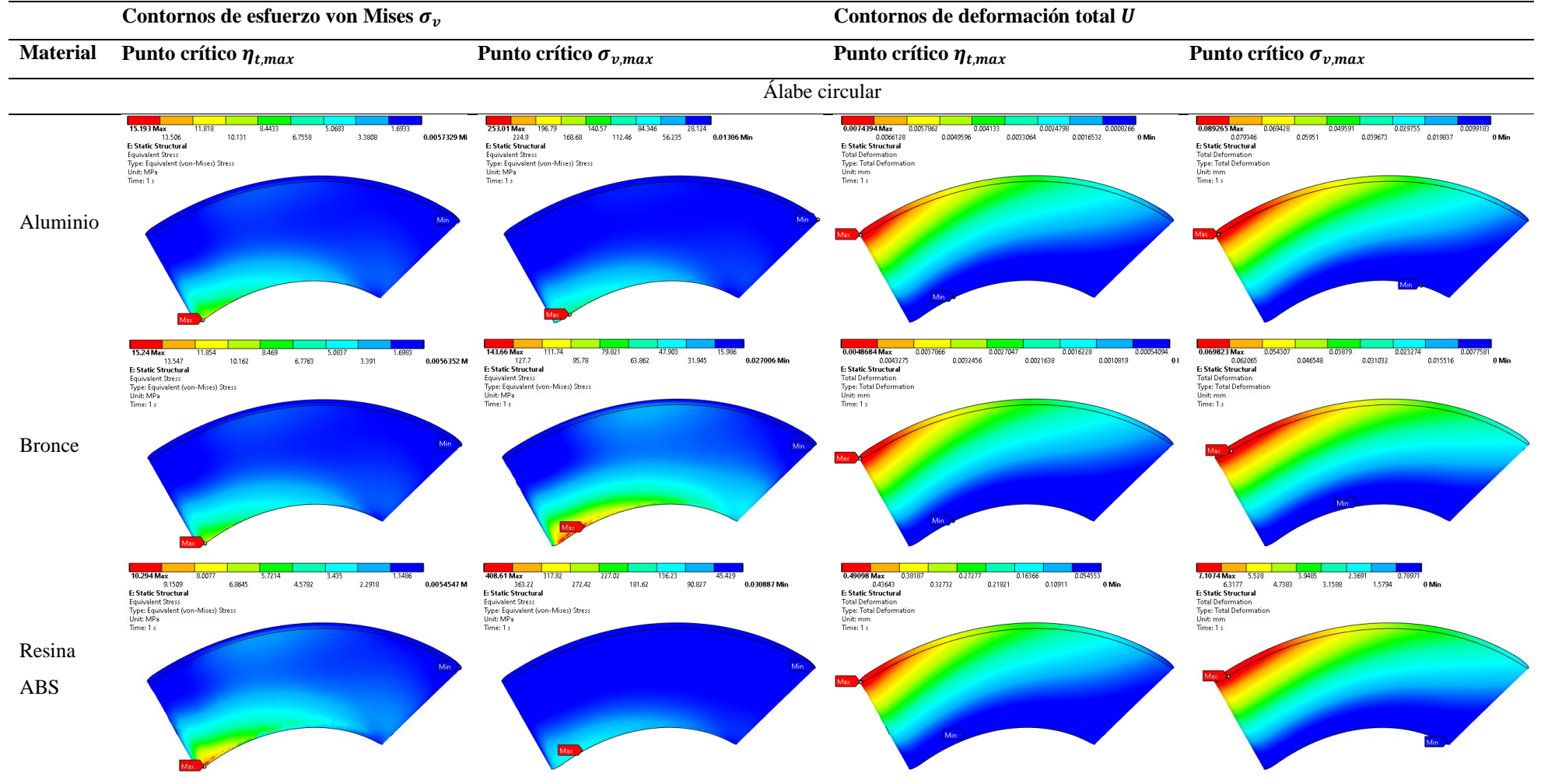
En la Tabla 4-13 compila los contornos del esfuerzo von Mises  $\sigma_v$  y deformación total  $U$  en los puntos críticos de operación de máxima eficiencia hidráulica  $\eta_{t,max}$  y esfuerzo máximo  $\sigma_{v,max}$  correspondientes a los materiales de aluminio, bronce y resina ABS para los álabes plano, circular y MEL031. Los contornos mostrados corresponden directamente a las condiciones fluidodinámicas  $Q'$  y  $N'$  determinadas en la Tabla 4-12. Con respecto a la visualización de los contornos, la superficie visible corresponde a la superficie de presión, por lo cual, la dirección del fluido entra hacia la página. Similarmente, la superficie de succión de los álabes se encuentra la parte posterior (no visible en los contornos). Los valores máximos de los contornos de esfuerzo von Mises  $\sigma_v$  para ambos puntos críticos  $\eta_{t,max}$  y  $\sigma_{v,max}$  se ubicaron en el borde inferior para todas las combinaciones de álabes y materiales. Algunos esfuerzos máximos ocurrieron en el borde inferior en la superficie de presión (la visible) o en la superficie de succión (no visible). La distribución de los contornos de esfuerzo para el álabe circular obtuvo mayores valores de esfuerzo con respecto a los álabes plano y MEL031. Lo anterior se debe a que este álabe generó la mayor caída de presión, por lo cual, existieron mayores cargas fluidodinámicas. En contraste, los contornos del álabe MEL031 tuvieron una distribución más uniforme con valores de esfuerzos picos más bajas en comparación con los del circular.

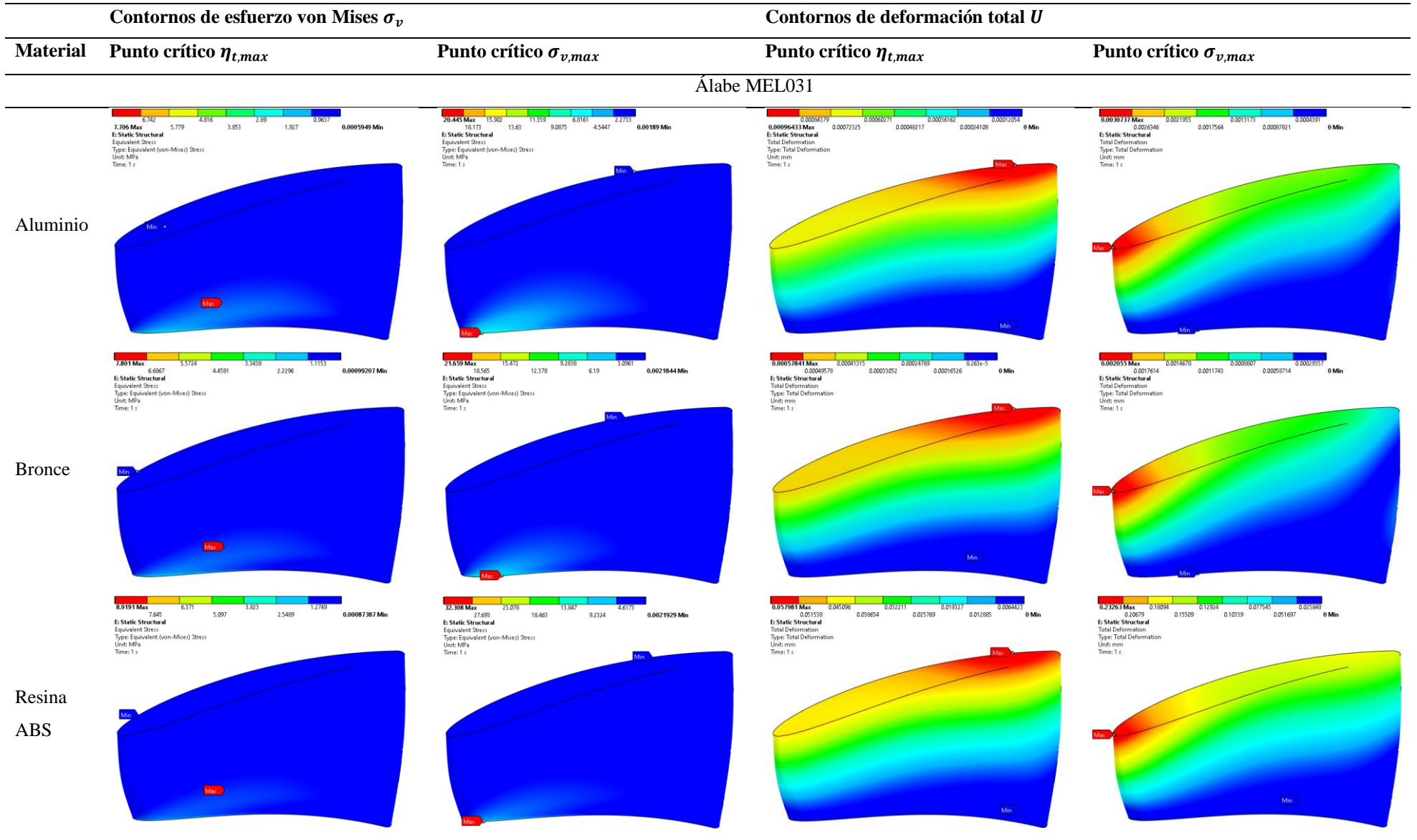
Con respecto a los contornos de deformación total  $U$ , se identificó que los valores máximos estuvieron ubicados en las puntas de los álabes, las cuales corresponden a las superficies superiores visibles. Lo anterior se atribuye a la longitud del álabe en sentido radial, por lo cual, las fuerzas aplicadas sobre los álabes producen una mayor flexión a medida que la longitud radial aumenta. Para el álabe MEL031 se identificó que los valores máximos de  $U$  se ubicaron cerca al borde de ataque para el punto crítico de  $\eta_{t,max}$ . Por el contrario, dichos puntos máximos se ubicaron en el borde de ataque para el punto crítico de  $\sigma_{v,max}$ . Lo anterior está relacionado con la ubicación de los valores máximos del esfuerzo debido a que los esfuerzos máximos que se ubicaron cerca al borde de ataque generaron los valores máximos de la deformación  $U$  cerca al borde de ataque, y viceversa, como se puede ver en los contornos del álabe MEL031.

Por último, la razón por la cual los valores de esfuerzos máximos estuvieron ubicados en el borde inferior del álabe es debido a que durante el diseño geométrico de los álabes no se generaron redondeos en los bordes. Por lo tanto, se produjeron concentradores de esfuerzos en los bordes inferiores de los álabes. Por último, se realizaron esfuerzos para crear el redondeo de los bordes inferiores en el módulo de diseño utilizado para los álabes, el cual corresponde a BladeGen, pero no fue posible hacerlo.

Tabla 4-13. Contornos de esfuerzo von Mises  $\sigma_v$  y deformación total  $U$  en los puntos críticos de operación de máxima eficiencia hidráulica  $\eta_{t,max}$  y esfuerzo máximo  $\sigma_{v,max}$  correspondientes a los materiales de aluminio, bronce y resina ABS para los álabes plano, circular y MEL031.

Material	Contornos de esfuerzo von Mises $\sigma_v$		Contornos de deformación total $U$	
	Punto crítico $\eta_{t,max}$	Punto crítico $\sigma_{v,max}$	Punto crítico $\eta_{t,max}$	Punto crítico $\sigma_{v,max}$
Álabes plano				
Aluminio				
				
				
Bronce				
				
				
Resina ABS				
				
				





Como se pudo observar en la tabla anterior, específicamente para los contornos de esfuerzo von Mises  $\sigma_v$ , sus máximos valores numéricos se ubicaron en los bordes inferiores de los álabes. Sin embargo, los valores promedios de dichos contornos son mucho más bajos. Para demostrar lo anterior, la Figura 4-38 presentan los valores promedios del esfuerzo von Mises  $\overline{\sigma_v}$  y de la deformación total  $\overline{U}$ . Estos valores promedios corresponden al material aluminio, debido a que con este material se realizaron las simulaciones *FSI* paramétricas para todo el rango del caudal  $Q$  y velocidades angulares  $N$  evaluadas según la metodología planteada en la sección 3.2. Adicionalmente, y según los resultados estructurales hasta ahora mostrados, es válido asumir que las condiciones fluidodinámicas que generaron los máximos esfuerzos y menores factores de seguridad generan las mismas condiciones estructurales desde el punto de vista de los valores máximos para los demás materiales evaluados, es decir, para el bronce y la resina ABS-Like. En resumen, se concluyó que los valores máximos de los esfuerzos que ocurrieron sobre los álabes son debidos a los concentradores de esfuerzo generados por los bordes no redondeados en la raíz del álabe. Por tanto, se recomienda que se deben realizar los redondeos para evitar factores de seguridad menores a 1. De esta manera, los valores de esfuerzo y deformación promedios podrían ser mucho más bajos que los mostrados en la Figura 4-38.

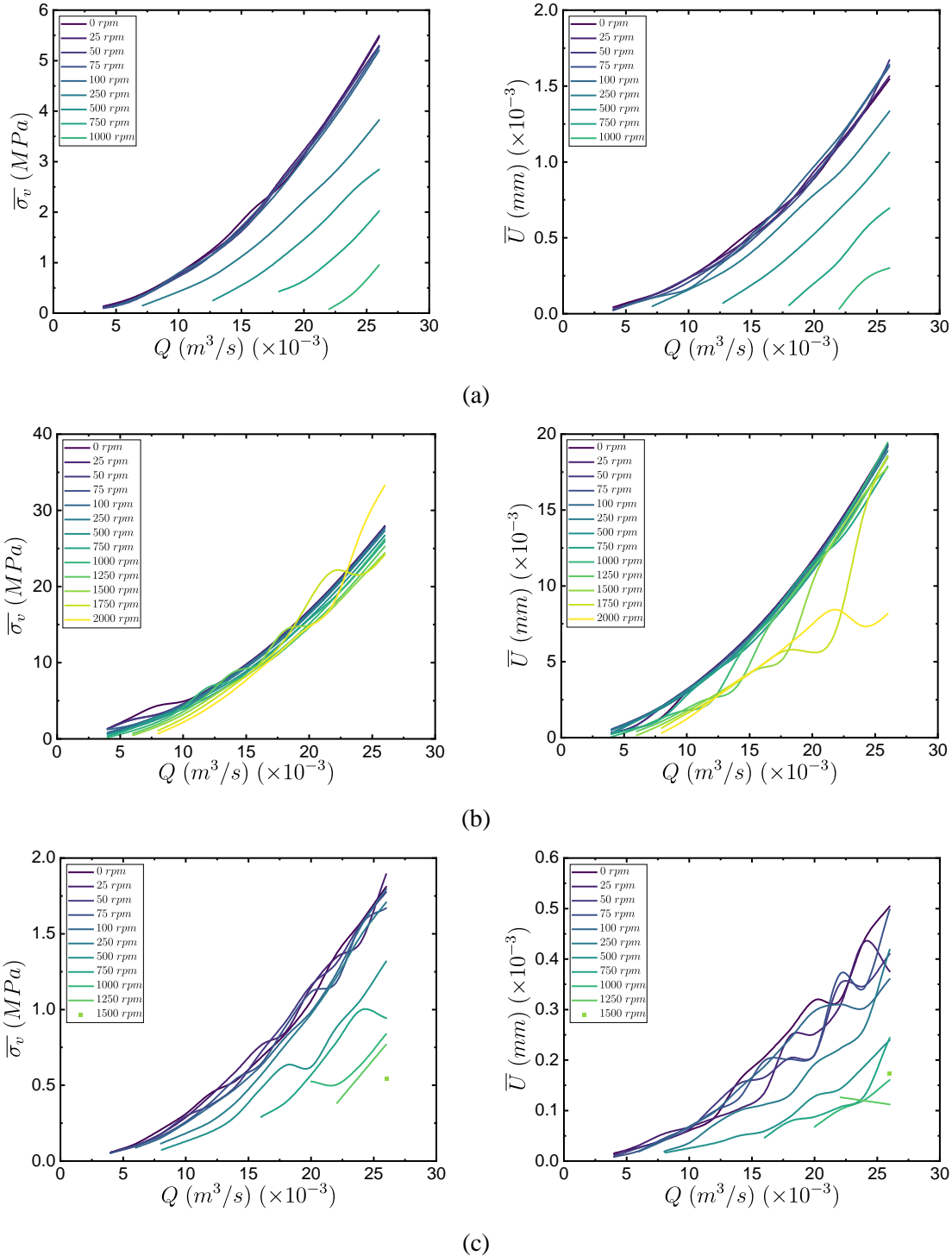


Figura 4-38. Esfuerzos von Mises promedio  $\bar{\sigma}_v$  (izquierda) y deformaciones totales promedio  $\bar{U}$  (derecha) para el material aluminio en función del caudal  $Q$  y la velocidad angular  $N$  correspondientes a los álabes (a) plano, (b) circular y (c) MEL031.

- Análisis modal

El análisis modal se llevó a cabo para las condiciones  $Q'$  y  $N'$  que generaron la condición crítica de operación correspondiente a la eficiencia hidráulica máxima  $\eta_{t,max}$ . Estas condiciones hidráulicas pueden ser vista en la Tabla 4-12. De esta manera, dichas condiciones fluidodinámicas fueron aplicadas para los tres tipos de álabes en función de los tres materiales considerados. El primer resultado del análisis modal es la determinación de la cantidad de modos de vibración y las frecuencias naturales correspondientes a dichos modos.

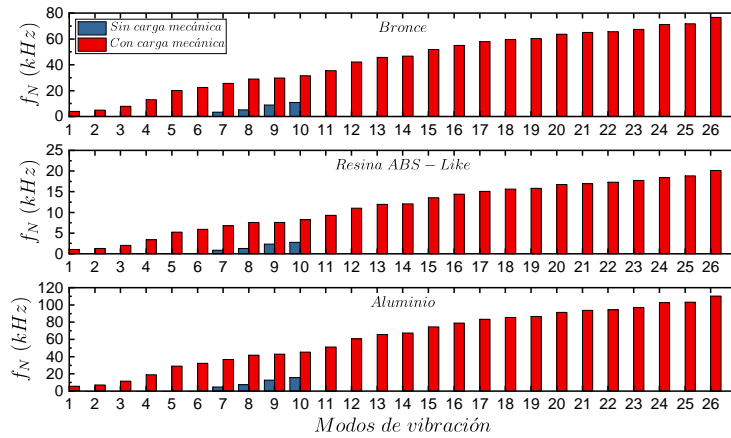
Así, la Figura 4-39 muestra los modos de vibración y las frecuencias naturales  $f_N$  en función de los materiales bronce, resina ABS-Like y aluminio para los álabes plano, circular y MEL031 mostrados en las figuras (a), (b) y (c), respectivamente. El número de modos de vibración significativos se determinó a partir de la suma de las masas afectadas por las vibraciones de las frecuencias naturales de los seis grados de libertad correspondientes a las direcciones traslacionales ( $x, y, z$ ) y rotacionales ( $R_x, R_y, R_z$ ). De esta manera, cuando dicha suma fue mayor a 0.8, se asumió que la cantidad de modos de vibración significativos era aceptable. Lo anterior se referenció y se explicó con más detalle en la metodología presentada en la sección 3.2.4.

Con respecto a los resultados, el número de modos de vibración significativos correspondientes a los álabes plano, circular y MEL031 fue de 26, 20 y 19, respectivamente. Un número mayor de modos de vibración significativos indica que hay más maneras posibles en las que la energía de vibración se puede distribuir y transmitir en la estructura durante una excitación dinámica externa por una carga mecánica. Lo anterior implica que puede existir un menor riesgo de resonancias dañinas al interior de la estructura, ya que hay una menor probabilidad que las frecuencias de excitación coincidan exactamente con las frecuencias naturales de la estructura, lo que podría provocar amplitudes de vibración excesivas y posibles fallos. Por lo tanto, y como se puede ver en la figuras, entre más cantidad de modos significativos poseían los álabes, las frecuencias naturales  $f_N$  tienden a ser más altas. Este comportamiento se evidenció para todos los materiales.

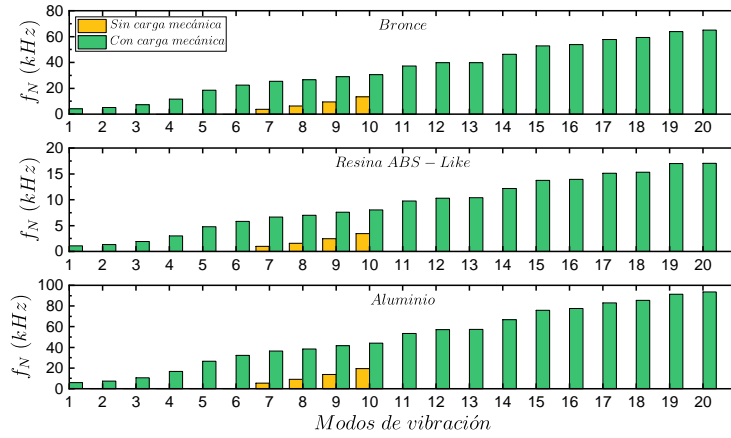
Durante el análisis modal, para cada combinación de los tres tipos de álabes y los tres materiales considerados, se determinaron las frecuencias naturales sin y con cargas mecánicas. Lo anterior se puede diferenciar de acuerdo con los colores de las barras. En primer lugar, las frecuencias naturales, cuando no existe carga mecánica ejercida sobre los álabes, son las frecuencias a las cuales la

estructura vibra cuando no está sometida a ninguna fuerza o carga externa. Estas frecuencias son fundamentales porque representan las características inherentes de vibración de la estructura y pueden influir en su comportamiento dinámico cuando se ven afectadas por cargas externas, en este caso, por cargas hidrodinámicas y rotacionales. En segundo lugar, una vez que se aplicaron las cargas mecánicas a los álabes, las frecuencias naturales cambiaron, y fueron mayores a las frecuencias naturales sin carga. Lo anterior se debe a que las cargas mecánicas alteran la distribución de masa y la rigidez de la estructura, lo que a su vez afecta las frecuencias naturales y los modos de vibración. Por lo tanto, debido a la diferencia considerable entre las frecuencias con y sin carga, se pudo concluir que no es plausible que las frecuencias generadas por las cargas mecánicas coincidan con las frecuencias naturales sin cargas. Por lo tanto, dentro del rango fluidodinámico evaluado, los álabes estuvieron seguros de presentar fenómenos de resonancia no deseados y altos niveles de vibración que podrían generar fallas estructurales.

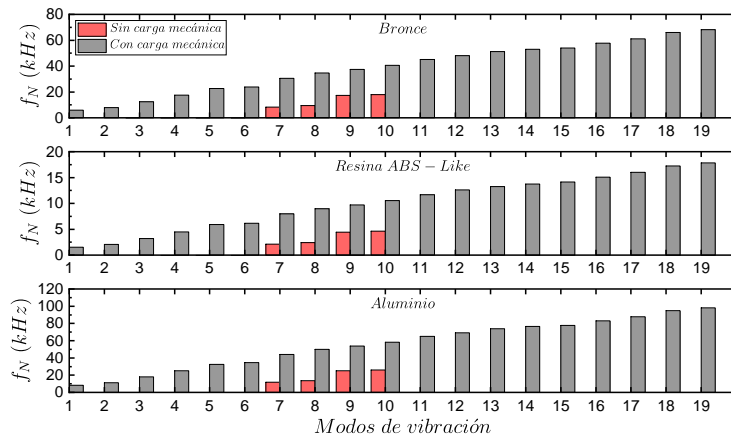
Por último, haciendo referencia a las magnitudes de las frecuencias obtenidas, el material aluminio obtuvo consistentemente las mayores frecuencias para cada modo de vibración. Por ejemplo, la frecuencia más alta para el aluminio ocurrió con el álabe plano a un valor de 110.1 kHz. De esta manera, entre más altas sean las frecuencias entre los modos de vibración con y sin carga, menor es la posibilidad de presentarse resonancia en el álabe. Por lo tanto, la resina ABS-Like podría poseer mayor posibilidad de presentar este tipo de fenómeno vibracional, y en el mismo orden ascendente, el bronce y el aluminio. En contraste, los valores numéricos de las frecuencias naturales sin carga fueron relativamente bajos en comparación con las frecuencias con carga. Las frecuencias sin carga mecánica variaron desde 0 Hz, para todas las combinaciones de álabes y materiales, hasta un valor máximo de 25.9 kHz para el álabe MEL031 con el material de aluminio.



(a)



(b)



(c)

Figura 4-39. Modos de vibración y sus correspondientes frecuencias naturales  $f_N$  en función de los materiales bronce, resina ABS-Like y aluminio para los álabes (a) plano, (b) circular y (c) MEL031.

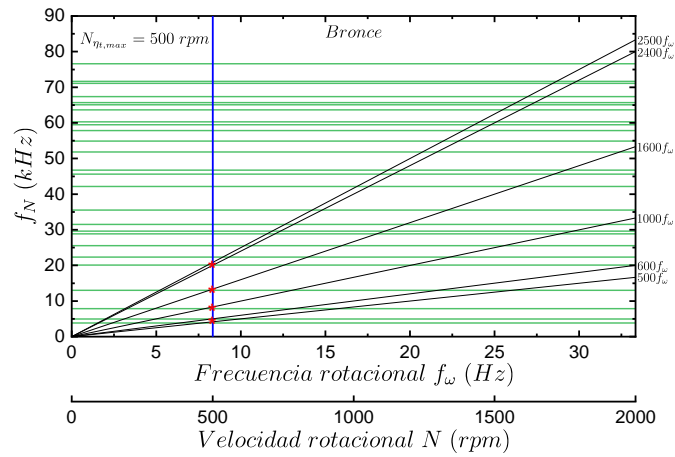
A continuación, se presentan los diagramas Campbell correspondientes los tres tipos de álabes para los tres materiales considerados. El diagrama Campbell es una herramienta utilizada dentro del análisis estructural, específicamente para el análisis de vibración. Normalmente es aplicado a maquinaria rotativa, lo cual para este caso corresponde a los álabes que componen la turbina tipo propulsor investigada en el presente estudio. En este contexto, el diagrama de Campbell relaciona las frecuencias naturales de los álabes en función de la velocidad rotacional de los mismos. De esta manera, es posible conocer cómo varían las frecuencias naturales de los modos de vibración cuando la velocidad rotacional de la turbina varía. Así, el propósito del diagrama de Campbell es identificar las condiciones de resonancia entre las frecuencias naturales correspondientes a los modos de vibración de los álabes y el rango de velocidad rotacional de la turbina. Debido a que la resonancia puede producir amplitudes dañinas de esfuerzos y deformaciones sobre los álabes, es importante identificar para qué velocidades rotacionales o múltiplos de ellas, conocidos como los armónicos de la velocidad rotacional, generan dichas resonancias cuando estas frecuencias coinciden con las de los modos de vibración. Por lo tanto, conociendo estas condiciones, se pueden identificar rangos seguros de operación, concluir si no es plausible que ocurran condiciones de resonancia, o tomar decisiones con respecto al rediseño de la estructura siendo investigada.

Desde la Figura 4-40 hasta la Figura 4-42 se presentan los resultados de los diagramas de Campbell en función de los material bronce, resina ABS-Like y aluminio para los álabes plano, circular y MEL031, respectivamente. En los diagramas de Campbell, se pueden observar las frecuencias naturales  $f_N$  (con cargas mecánicas) de los modos de vibración en el eje vertical representadas por líneas de color verde. El número total de estas líneas corresponde a la cantidad de modos significativos definidos en la Figura 4-39. En el eje horizontal, se encuentran paralelamente la frecuencia rotacional  $f_\omega$  (Hz) y la velocidad rotacional  $N$  (rpm). Los valores numéricos de la frecuencia rotacional  $f_\omega$  se obtuvieron a partir de la relación  $f_\omega = N/60$  s. De esta manera, es posible relacionar la velocidad rotacional de la turbina en rpm con las frecuencias naturales de los modos de vibración en Hz. Seguidamente, las líneas rectas en color negro representan los múltiplos de la frecuencia angular  $f_\omega$ , también conocidos como los armónicos de la velocidad rotacional. En los diagramas se puede observar en el extremo derecho, ubicadas en el eje vertical, que los múltiplos de  $f_\omega$  son altos debido a que la magnitud de las frecuencias naturales de los modos de vibración  $f_N$  poseen una magnitud mil veces más alta que la frecuencia rotacional  $f_\omega$ . Por lo tanto, los múltiplos de  $f_\omega$  tuvieron magnitudes cercanas o mayores a las unidades de mil para que pudiesen estar en el

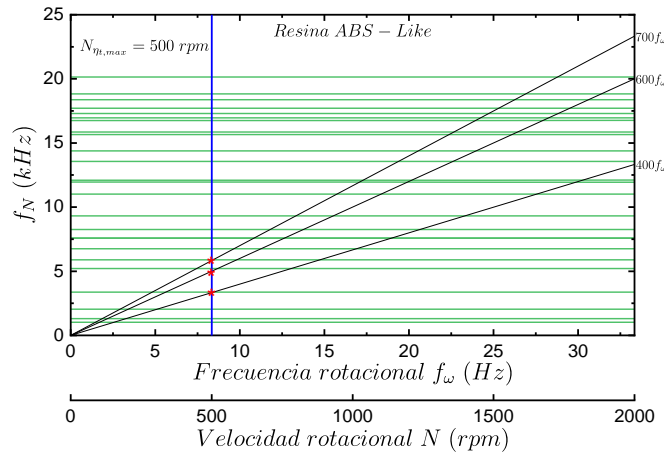
mismo rango que los valores de  $f_N$ . Adicionalmente, el valor máximo correspondiente a los múltiplos de  $f_\omega$  fue calculado de manera que fuese mayor a la frecuencia natural del último modo de vibración correspondiente a cada álabe. Lo anterior se debe a que las frecuencias naturales del último modo son relativamente altas, por lo tanto, proveen un rango amplio para calcular los armónicos de  $f_\omega$ . Adicionalmente, la línea vertical en color azul representa la velocidad rotacional a la cual el álabe operó a la máxima eficiencia hidráulica ( $N_{\eta_t, max}$ ). Como se puede ver en las figuras, estas velocidades angulares correspondieron a 500 rpm, 2000 rpm, y 750 rpm para los álabes plano, circular, y MEL031. Por último, las velocidades críticas fueron representadas por el asterisco de color rojo. Las velocidades críticas ocurren cuando existe una intersección entre las curvas de las frecuencias naturales de los modos de vibración  $F_N$ , las líneas rectas de los múltiplos/armónicos de la frecuencia rotacional  $f_\omega$ , y la línea recta que representa a la velocidad rotacional de la máxima eficiencia hidráulica lograda por el álabe  $N_{\eta_t, max}$ .

La primera conclusión importante con respecto a los diagramas de Campbell es que las frecuencias naturales  $f_N$  correspondientes a los modos de vibración (líneas verdes) no variaron significativamente con respecto al aumento de la frecuencia angular  $f_\omega$ . Lo anterior ocurrió para los tres tipos de álabes con los tres materiales evaluados. Esto quiere decir que los álabes operaron a velocidades angulares lo suficientemente bajas para no afectar las frecuencias naturales de los modos de vibración bajo las cargas hidrodinámicas y mecánicas simuladas (ver sección 3.2.4). Este hecho se atribuye a las dimensiones relativamente pequeñas de los álabes (rotor de 75 mm de diámetro), debido a que las frecuencias de vibración para estructuras relativamente pequeñas, como estos últimos, son mucho mayores en comparación con una estructura de mayor proporción. Por ejemplo, las frecuencias naturales de un álabe correspondiente a una turbina hidrocínética con un diámetro de 1580 mm no superan los 700 Hz [152]; lo anterior en comparación con las máximas frecuencias naturales obtenidas del orden de 110 kHz para los álabes estudiados en el presente trabajo. Como aclaración, el hecho de que las frecuencias naturales de los modos de vibración correspondientes a los álabes y materiales evaluados no variaran significativamente con respecto al cambio de la velocidad angular de la turbina, no es un resultado ventajoso o desventajoso, sino que corresponde al comportamiento intrínseco identificado de los álabes plano, circular y MEL031. Lo que sí es un hecho ventajoso para la integridad estructural de los álabes, son las altas magnitudes de las frecuencias naturales gracias al dimensionamiento relativamente pequeño de los álabes. Lo anterior se debe a que los múltiplos de  $f_\omega$  están cerca o son mayor a una magnitud de unidades de mil, por lo que la excitación de los modos, y, por ende, las posibles resonancias y vibraciones excesivas son

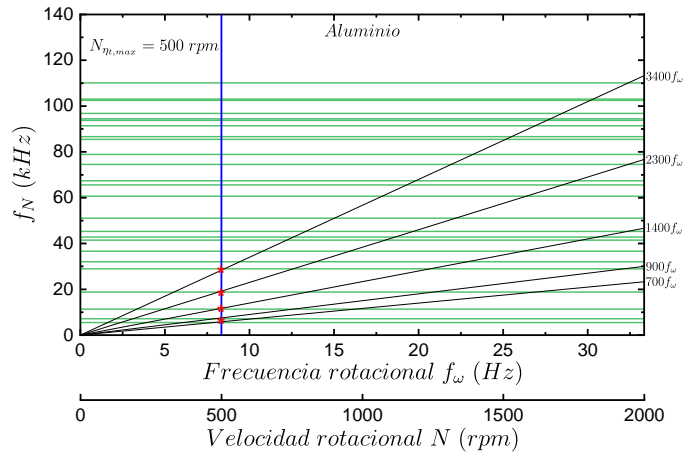
poco probables de que ocurran por las altas frecuencias. Sin embargo, teniendo en cuenta lo anterior, se puede observar que desde la Figura 4-40 hasta la Figura 4-42, algunas combinaciones de los tipos de álabes con los materiales tuvieron una cantidad mayor de velocidades críticas en comparación con otras. Por ejemplo, la mayor cantidad de velocidades críticas correspondieron al álabe circular para el aluminio con un total de 12. Una de las razones de esta situación es debido a que el álabe circular operó con la mayor eficiencia a 2000 rpm, por lo que los múltiplos de  $f_\omega$  pudieron cubrir todo el rango de las frecuencias naturales  $f_N$  de los modos. Otra razón se debe a que este álabe exhibió las características fluidodinámicas y estructurales más complejas, por lo que es más probable la excitación de las frecuencias naturales los modos de este álabe debido a la complejidad de las cargas mecánicas ejercidas sobre este último. Todo lo anterior para concluir que entre más velocidades críticas existan, más susceptibles son las frecuencias naturales de los modos de los álabes a ser excitados por las frecuencias de los armónicos derivadas de la velocidad rotacional. Lo anterior se agrava cuando las velocidades críticas excitan los modos de vibración iniciales. Esto se debe a que una carga mecánica puede generar una resonancia más fácilmente con los modos menos complejos, es decir, los modos iniciales. Lo anterior debido a que estos últimos corresponden a cargas mecánicas que no son combinadas, por ejemplo, la tensión o compresión pura, y la flexión o torsión pura. De esta manera, se identificó que el álabe plano resultó con la frecuencia más baja de excitación de 3.34 kHz para el cuarto modo.



(a)



(b)



(c)

Figura 4-40. Diagramas Campbell correspondientes al álabe plano para los materiales (a) bronce, (b) resina ABS-Like y (c) aluminio.

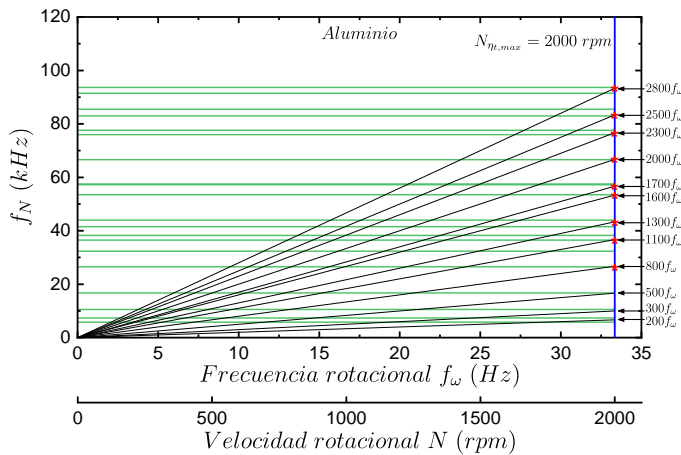
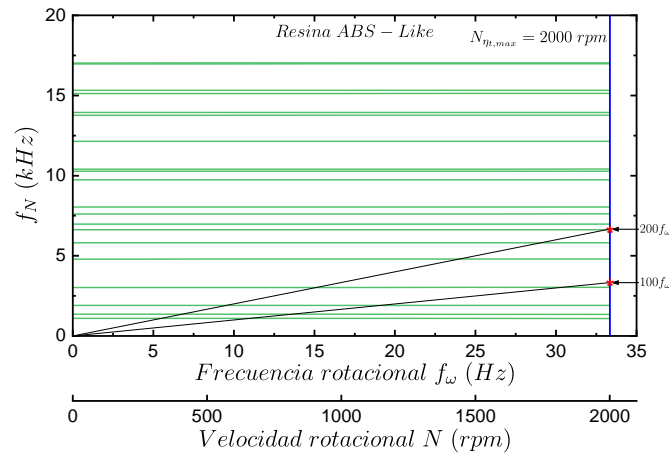
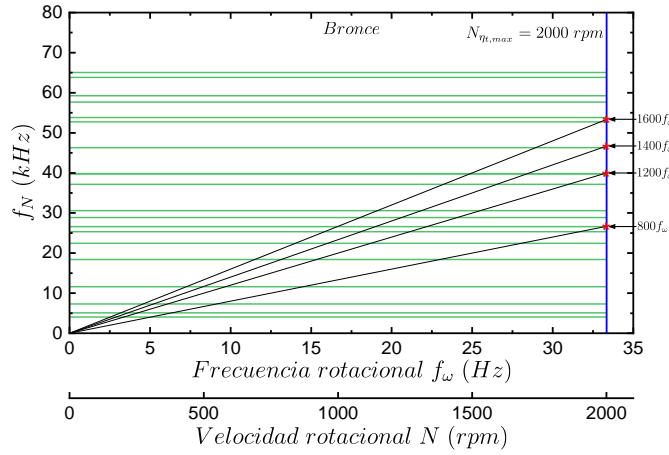
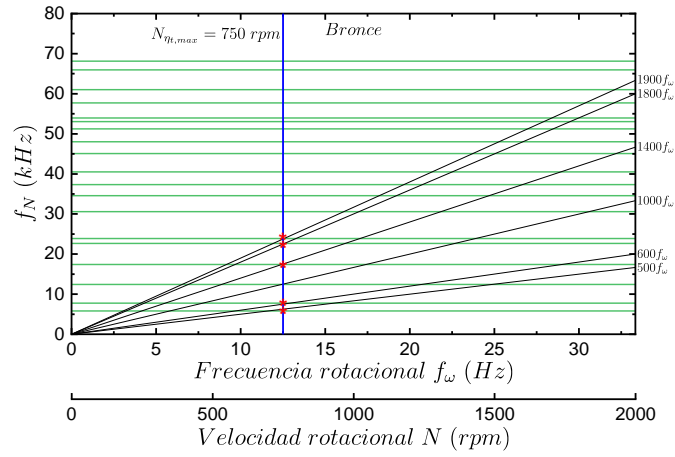
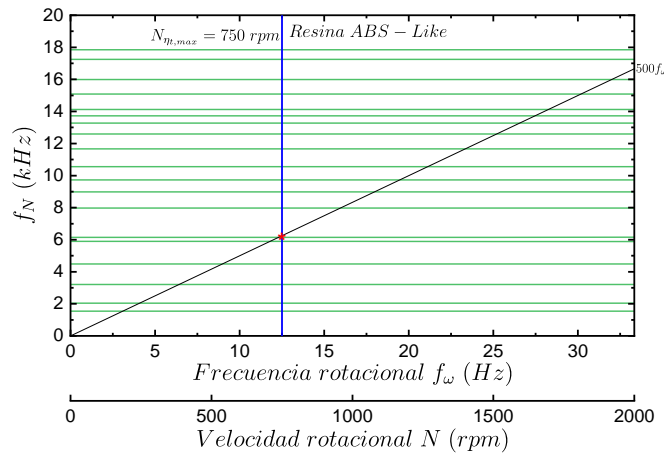


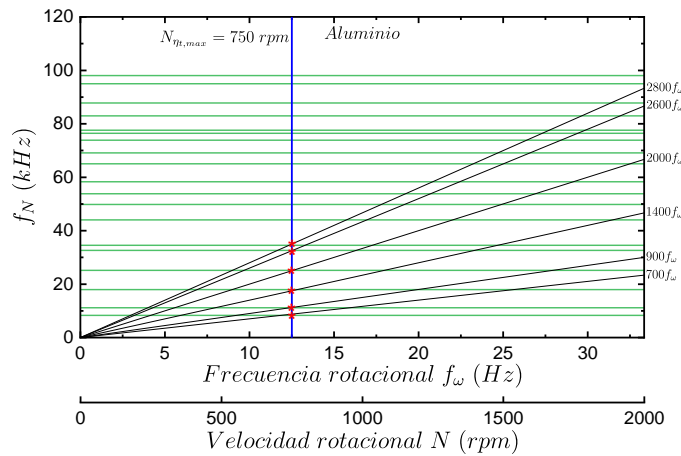
Figura 4-41. Diagramas Campbell correspondientes al álabe circular para los materiales (a) bronce, (b) resina ABS-Like y (c) aluminio.



(a)



(b)

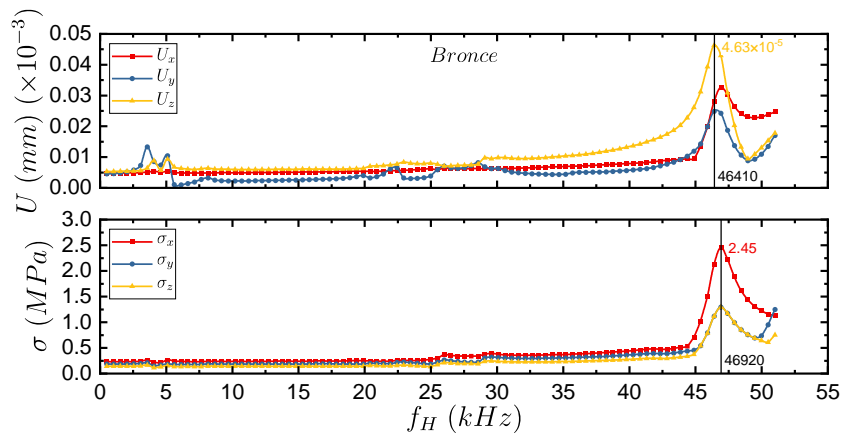


(c)

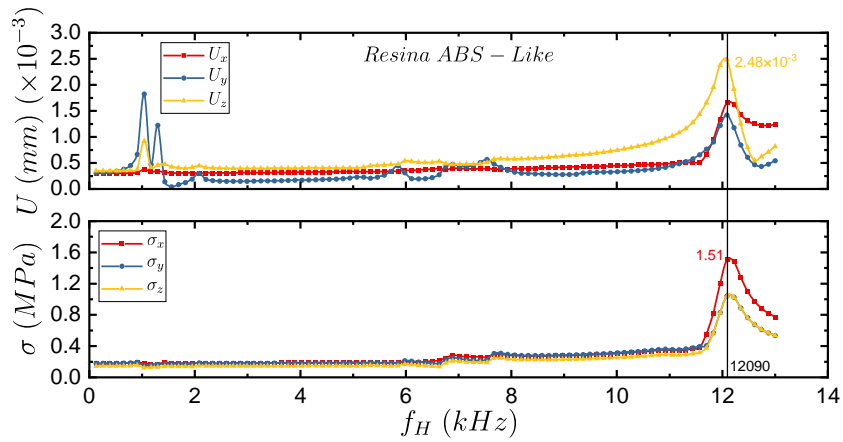
Figura 4-42. Diagramas Campbell correspondientes al álabe MEL031 para los materiales (a) bronce, (b) resina ABS-Like y (c) aluminio.

- Análisis de respuesta armónica

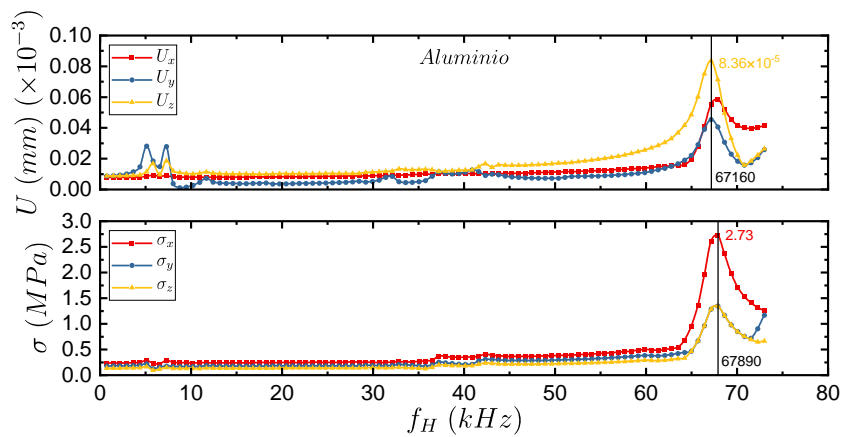
Para concluir el análisis estructural dinámico de los tres tipos de álabes, la respuesta armónica a través de la superposición de modos fue aplicada. El objetivo de este análisis fue determinar la respuesta estructural de los álabes a partir de la variación sinusoidal de las cargas hidrodinámicas y mecánicas ejercidas sobre los álabes. De esta manera, fue posible determinar si los álabes sometidos a cargas dinámicas sostenidas superan o no condiciones de resonancia y fatiga debido a los efectos dañinos de las vibraciones. Para más detalle, ver la sección 3.2.4 en la subsección del análisis de la respuesta armónica. Así, desde la Figura 4-43 hasta la Figura 4-45 se presenta la función de respuesta frecuencial de los álabes plano, circular y MEL031, respectivamente. Para cada una de las figuras, la función de respuesta frecuencial se obtuvo para los materiales bronce, resina ABS-Like y aluminio. Adicionalmente, en el eje vertical de cada figura, para cada material específico, se encuentra la respuesta armónica de la deformación direccional  $U$  (parte superior de la figura) y del esfuerzo normal direccional  $\sigma$  (parte inferior de la figura). Dichas respuestas armónicas estuvieron en función del rango de frecuencia evaluado  $f_H$  ubicada en el eje horizontal. Como se puede apreciar en cada figura, el rango de  $f_H$  varió para cada material, incluso dentro de la definición de un mismo álabes. Lo anterior se debe a que el rango de  $f_H$  para llevar a cabo el análisis de respuesta armónica corresponde a una fracción de la frecuencia natural máxima del modo de vibración para cada material. Por lo tanto, se utilizó la Ec. (128), definida al final de la sección 3.2.4, para determinar el rango de  $f_H$ . Lo anterior es recomendado por el manual de usuarios de ANSYS [67]. Por último, el objetivo de graficar la respuesta armónica es identificar la ubicación en la frecuencia de las amplitudes máximas, tanto de  $U$  y  $\sigma$ , para identificar posibles resonancias con las frecuencias de los modos de vibración y para generar los contornos de  $U$  y  $\sigma$  para las frecuencias identificadas. Es por lo anterior que también se muestran las tres componentes cartesianas  $x, y, z$  correspondientes a las variables de deformación direccional  $U$  y esfuerzo normal direccional  $\sigma$ . De esta manera, para cada una de las gráficas, se generó una línea vertical para indicar los valores máximos de  $U$  y  $\sigma$ , y su ubicación correspondiente dentro del rango de frecuencia (eje horizontal). Por otro lado, un caso peculiar ocurrió para el álabes MEL031 correspondientes a los materiales de resina ABS-Like y aluminio presentados en la Figura 4-45 (b) y (c), respectivamente. Allí existieron dos picos de amplitudes mostrados en las gráficas de las deformaciones  $U$ . Lo anterior quiere decir que puede existir una resonancia para los primeros modos de vibración de este álabes para los materiales mencionados. Para el resto de las respuestas armónicas, se identificaron picos individuales, tanto para  $U$  y  $\sigma$ . En la Tabla 4-14 se resumieron los resultados y se relacionaron con los modos.



(a)

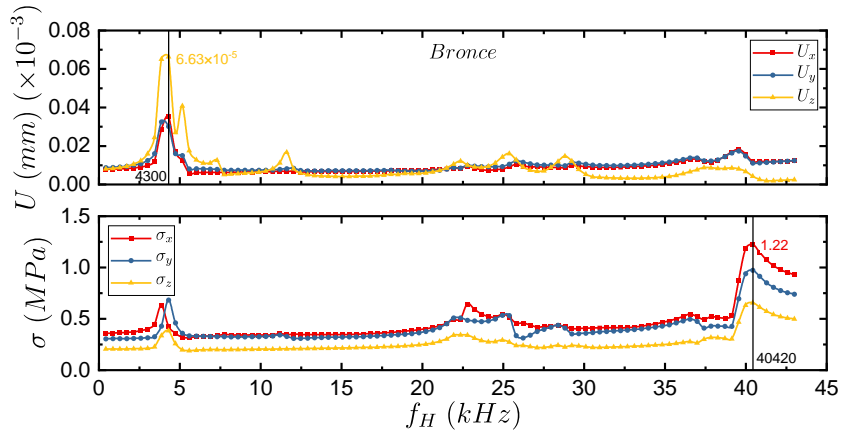


(b)

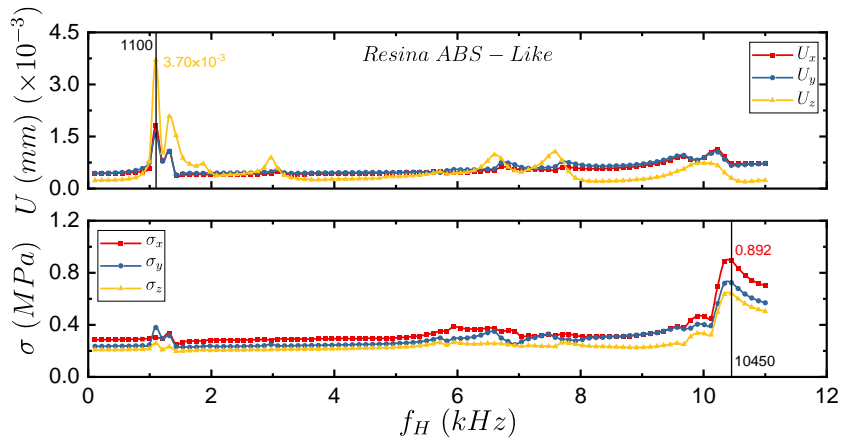


(c)

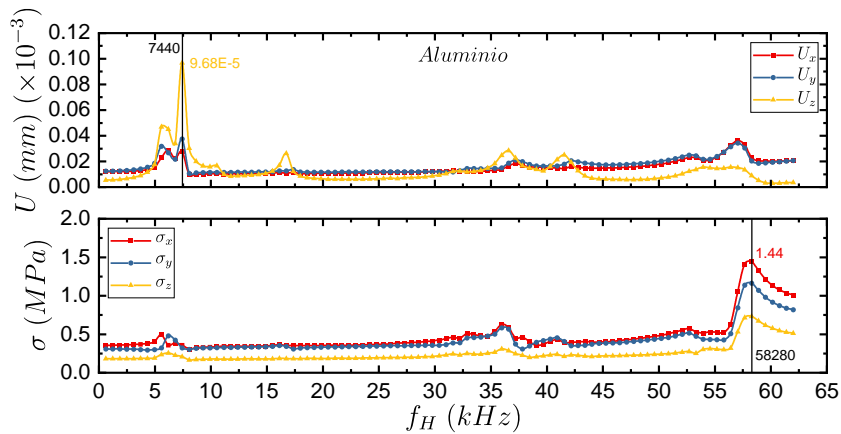
Figura 4-43. Función de respuesta frecuencial del álabo plano para la deformación direccional  $U$  (superior) y el esfuerzo normal direccional  $\sigma$  (inferior) correspondiente a los materiales (a) bronce, (b) resina ABS-Like, y (c) aluminio.



(a)

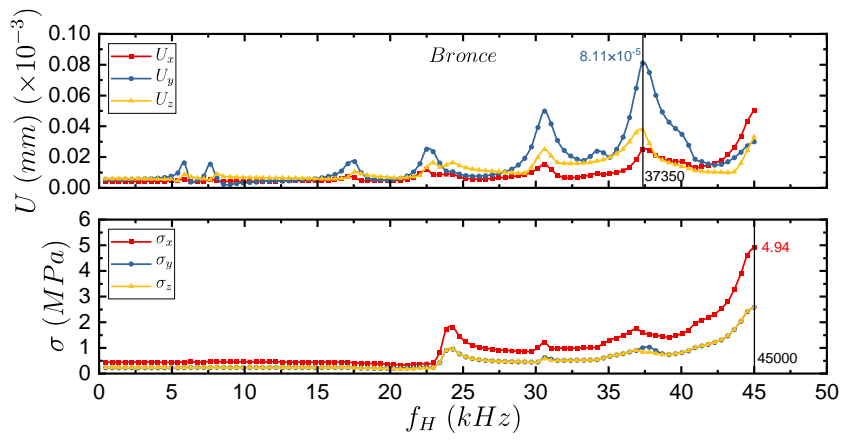


(b)

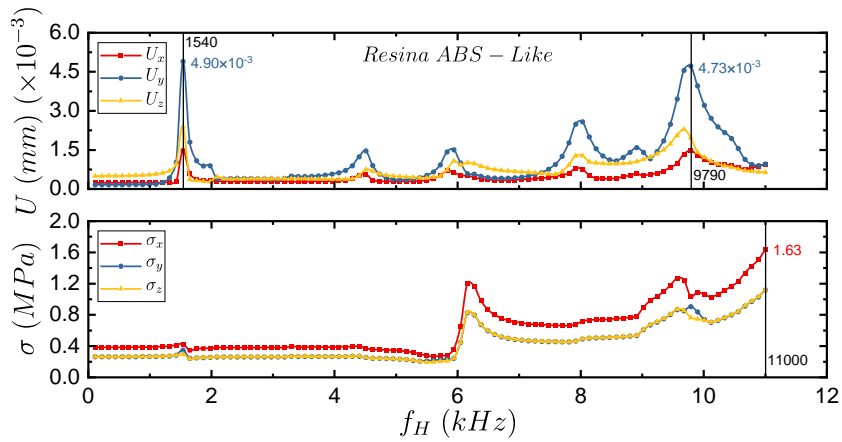


(c)

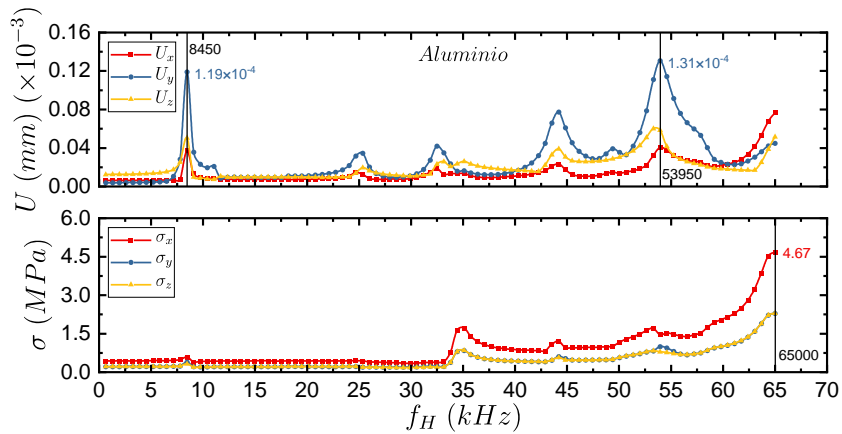
Figura 4-44. Función de respuesta frecuencial del álabe circular para la deformación direccional  $U$  (superior) y el esfuerzo normal direccional  $\sigma$  (inferior) correspondiente a los materiales (a) bronce, (b) resina ABS-Like, y (c) aluminio.



(a)



(b)



(c)

Figura 4-45. Función de respuesta frecuencial del álabo MEL031 para la deformación direccional  $U$  (superior) y el esfuerzo normal direccional  $\sigma$  (inferior) correspondiente a los materiales (a) bronce, (b) resina ABS-Like, y (c) aluminio.

La Tabla 4-14 resume los resultados de los puntos de interés de las respuestas armónicas presentados en las figuras anteriores, complementándolos con los resultados modales. La tabla se divide en dos columnas principales: la columna de la izquierda donde se encuentran los resultados de la deformación direccional  $U$ , y la columna de la derecha correspondiente a los resultados del esfuerzo normal direccional  $\sigma$  en función de los álabes plano, circular y ME031, y de los materiales bronce, resina ABS y aluminio. Bajo las columnas de  $U$  y  $\sigma$  se encuentran las siguientes columnas:  $f_{H,\max(U)}$  y  $f_{H,\max(\sigma)}$  son las frecuencias del rango armónico evaluado a las cuales ocurrieron los valores picos de  $U$  y  $\sigma$ , respectivamente. La columna “componente de  $\max(U)$  y  $\max(\sigma)$ ” hacen referencia a las componentes de  $U$  y  $\sigma$ , respectivamente, para las cuales ocurrieron sus máximos valores.  $\phi$  es el ángulo de fase entre la entrada de carga mecánica armónica y la respuesta armónica de los álabes.  $f_{N,\text{modo cercano}}$  corresponde a la frecuencia natural del modo de vibración más cercano al valor de  $f_{H,\max(U)}$ . Por último, “Modo”, hace referencia al número del modo de vibración correspondiente al valor de  $f_{N,\text{modo cercano}}$ . La columna “Modo” se presenta a través de números ordinales.

Con respecto a los resultados para la deformación direccional  $U$ , se identificó que los valores pico de  $U$  para los álabes plano y circular ocurrieron en la dirección del eje  $z$ , es decir  $U_z$ , para todos los materiales. En contraste, dichos valores pico ocurrieron en la dirección del eje “ $y$ ” ( $U_y$ ). Es decir que la dirección de las deformaciones máximas fue paralela a la dirección del fluido para los álabes plano y circular, mientras que para el álabe MEL031 fue perpendicular. Lo anterior puede atribuirse a la distribución de presión negativa más uniforme del álabe MEL031 en comparación con los demás álabes, lo cual se relaciona directamente con el hecho de que el vector de la fuerza de sustentación es perpendicular al fluido. Por lo tanto, las fuerzas generadas en la dirección “ $y$ ” causaron las mayores deformaciones en el álabe MEL031 para todos los materiales. Con respecto al ángulo de fase  $\phi$ , este relaciona qué tan atrasada o adelantada, en grados, es la respuesta armónica de los álabes con respecto a las cargas mecánicas armónicas de entrada, también conocidas como la fuerza de excitación. Si  $\phi = 0$ , entonces la respuesta armónica de los álabes está en “fase” con las fuerzas de excitación. Físicamente significa que la entrada y respuesta armónica alcanzan sus valores máximos y mínimos al mismo tiempo. Si  $\phi > 0$ , indica que la respuesta alcanza su punto máximo antes de que la fuerza de excitación llegue a su máximo, es decir, la respuesta está adelantada a la excitación. Por el contrario, si  $\phi < 0$ , significa que la respuesta está atrasada a la fuerza de excitación, indicando que la respuesta alcanza su punto máximo después de que la fuerza de

excitación alcance su máximo. De esta manera, se identificó que la respuesta armónica de ninguna combinación entre los álabes y los materiales estuvo en fase con la entrada armónica debido a que ningún ángulo de fase fue  $\phi = 0$ . Adicionalmente, para todas las combinaciones de álabes y materiales se caracterizaron por poseer una respuesta armónica atrasada debido a que todos los ángulos de fase resultaron negativos ( $\phi < 0$ ). Lo anterior se atribuye al factor de amortiguamiento asignado a los materiales, lo cual genera que la respuesta armónica sea retrasada con respecto a la fuerza de excitación de entrada. El valor de amortiguamiento asignado a todos los materiales fue de  $\xi = 0.02$ , lo cual es un valor recomendado cuando no se conoce su magnitud exacta para el material en cuestión, y, además, es recomendado asignarlo para este tipo de simulaciones con el objetivo de evitar resultados que no tienen sentido físico [67]. Por otro lado, se identificó que los valores numéricos máximos de las frecuencias correspondientes a las deformaciones direccionales máximas  $f_{H,\max(U)}$  estuvieron estrechamente relacionados con las frecuencias naturales  $f_N$  de los modos de vibración de cada material. Lo anterior se debe a que los valores numéricos de las frecuencias anteriormente mencionadas se aproximaron entre sí. Esto físicamente implica que puede existir resonancia entre los modos mostrados en la columna “Modos” y las frecuencias  $f_{H,\max(U)}$ . El caso más crítico ocurrió para el álabe circular y MEL031 debido a que el primer y segundo modo poseen las frecuencias más bajas para el material en cuestión, por lo cual puede ser excitados fácilmente generando resonancias en los materiales. Se hace la aclaración para el álabe MEL031, específicamente para los materiales resina ABS y aluminio, que para estos materiales se generaron dos picos de deformación en el eje “y”. El valor de frecuencia que posee la diferenciación “(máx.)” significa que es la frecuencia que generó el valor máximo de  $U$ . De esta manera, la frecuencia que debería tener prioridad, en el sentido de identificar posibles situaciones de resonancia, son aquellas que exciten los modos más bajos. Con respecto a los resultados para el esfuerzo normal direccional  $\sigma$ , la componente de los valores máximos de  $\sigma$  correspondió a la dirección del eje “x” ( $\sigma_x$ ), es decir, en dirección perpendicular al fluido. Este comportamiento se le atribuye directamente al vector de la fuerza de sustentación que también tiene una dirección perpendicular al fluido. Adicionalmente, todas las respuestas armónicas estuvieron atrasadas con respecto las cargas mecánicas armónicas de entrada debido a que los ángulos de fase fueron  $\phi < 0$ . Por último, también se encontraron posibles situaciones de resonancia para todos los álabes. Por ejemplo, el álabe plano podría tener resonancias con las frecuencias del modo 14°, el circular con el modo 13°, y el MEL031 con los modos 10° y 11°. Lo anterior significa que a pesar de que puede existir resonancia con los modos mencionados, es poco posible que suceda debido a que las frecuencias de estos modos son altas.

Tabla 4-14. Compilación de los resultados de la respuesta armónica para los álabes plano, circular y MEL031 en combinación con los materiales bronce, resina ABS y aluminio.

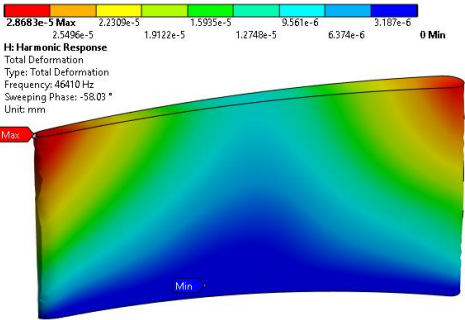
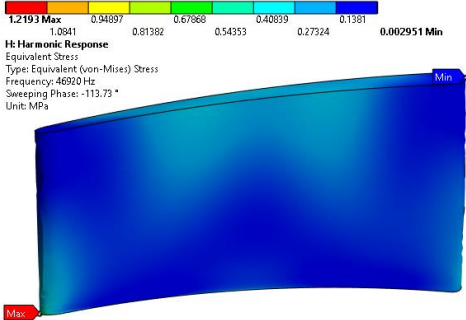
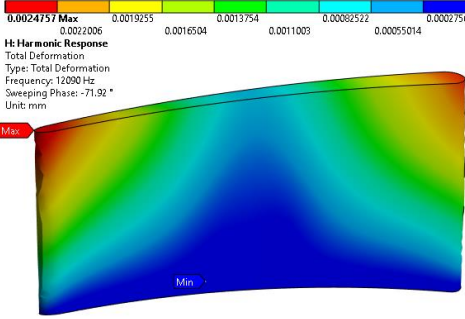
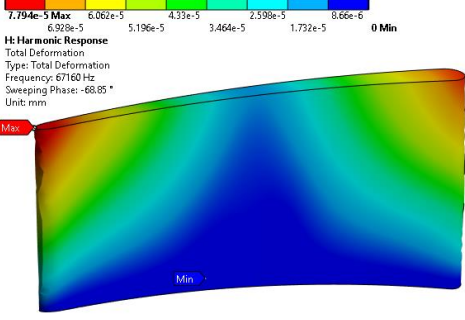
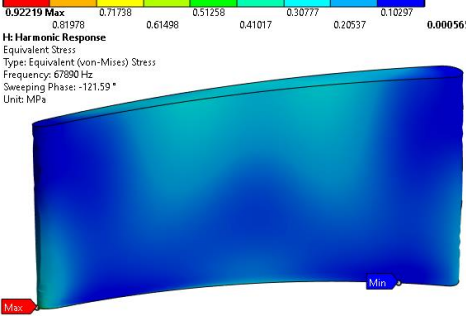
Deformación direccional $U$						Esfuerzo normal direccional $\sigma$				
Material	$f_{H,\max(U)}$ (Hz)	Componente de $\max(U)$	$\phi$ (°)	$f_{N,\text{modo cercano}}$ (Hz)	Modo	$f_{H,\max(\sigma)}$ (Hz)	Componente de $\max(\sigma)$	$\phi$ (°)	$f_{N,\text{modo cercano}}$ (Hz)	Modo
Álabe plano										
Bronce	46410	$U_z$	-58.03	46735	14°	46920	$U_x$	-113.73	46735	14°
Resina ABS	12090	$U_z$	-71.92	12092	14°	12090	$U_x$	-106.05	12092	14°
Aluminio	67160	$U_z$	-68.85	67389	14°	67890	$U_x$	-121.59	67389	14°
Álabe circular										
Bronce	4300	$U_z$	-20.59	4088.70	1 <sup>er</sup>	40420	$U_x$	-152.97	39847	13°
Resina ABS	1100	$U_z$	-79.96	1097.20	1 <sup>er</sup>	10450	$U_x$	-156.25	10401	13°
Aluminio	7440	$U_z$	-59.40	7373	2°	58280	$U_x$	-147.74	57490	13°
Álabe MEL031										
Bronce	37350	$U_y$	-94.89	37372	9°	45000	$U_x$	-105.45	45092	11 <sup>er</sup>
Resina ABS	1540 (máx.)	$U_y$	-78.87	1548.20	1 <sup>er</sup>	11000	$U_x$	-166.84	10555	10°
	9790	$U_y$	-114.49	9727.9	9°					
Aluminio	53950 (máx.)	$U_y$	-103.22	53831	9°	65000	$U_x$	-101.66	65026	11 <sup>er</sup>
	8450	$U_y$	-115.16	8383	1 <sup>er</sup>					

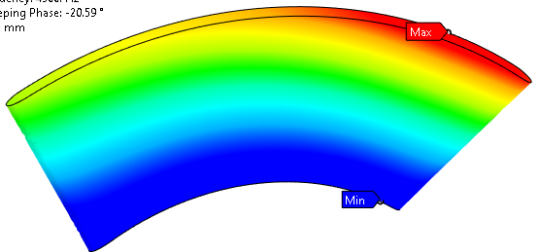
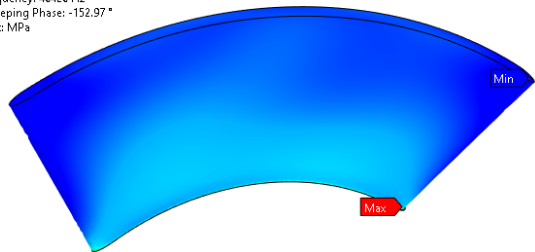
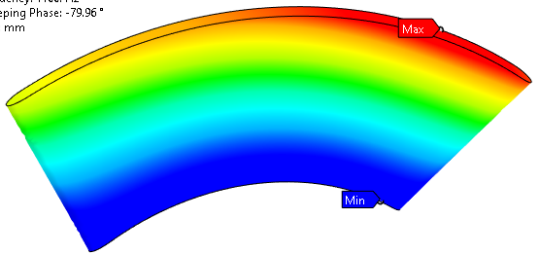
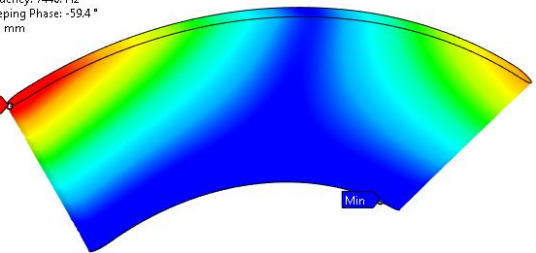
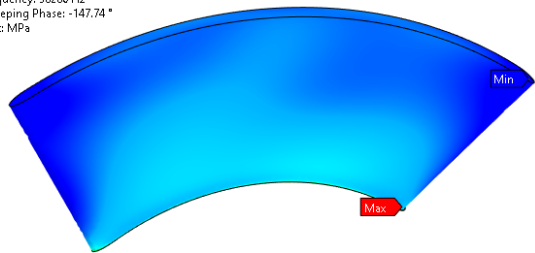
El último resultado reportado para el análisis de respuesta armónica se presenta en la Tabla 4-15. Allí se encuentran los contornos de deformación total  $U$  y del esfuerzo von Mises  $\sigma_v$ . La razón por la cual se reportaron las anteriores variables en lugar de sus equivalentes direccionales se debe a que es necesario conocer dichas variables cuando todas sus componentes son tenidas en cuenta. Es decir, la deformación total  $U$  y el esfuerzo von Mises  $\sigma_v$  se determinan a partir de sus tres componentes cartesianas  $(x, y, z)$ . Además, para determinar si existen condiciones de fatiga, se deben tener en cuenta dichas variables, en vez de sólo una componente específica. En la Tabla 4-15 se puede observar en la columna de la izquierda los materiales correspondientes al bronce, resina ABS y aluminio para los álabes plano, circular y MEL031. Para cada una de las combinaciones de materiales y tipos de álabes, se generaron los contornos de deformación total  $U$  y esfuerzo von Mises  $\sigma_v$  correspondientes a las frecuencias  $f_{H,\max(U)}$  y  $f_{H,\max(\sigma)}$ , respectivamente, con sus correspondientes ángulos de fase  $\phi$ . Estas frecuencias generaron los valores máximos de las respuestas armónicas, las cuales se pueden encontrar en las funciones de respuesta frecuencias mostradas desde la Figura 4-43 a la Figura 4-45, y en la Tabla 4-14.

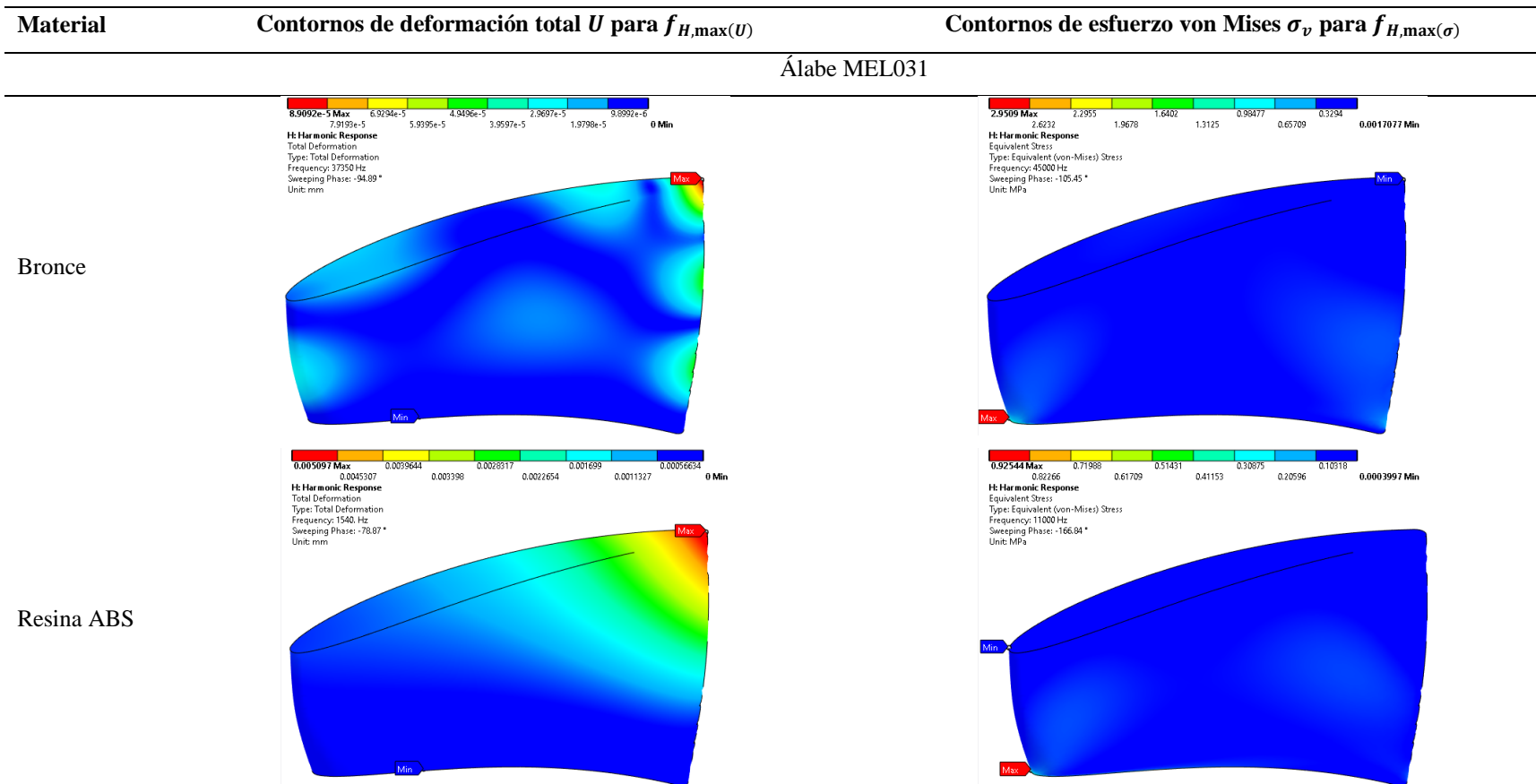
Con respecto a los contornos generados, se puede observar que la deformación total  $U$  se puede relacionar con el modo de vibración con el cual posee resonancia. Lo anterior se puede identificar a partir de los siguiente: para modos de vibración bajos, es decir  $1^\circ$ ,  $2^\circ$ , los valores picos del contorno tienden a estar ubicados en la punta del álabe debido a que corresponden a los modos de flexión y tensión. Por otra parte, cuando el álabe posee resonancia con modos altos, es decir del  $9^\circ$  al  $14^\circ$ , los valores picos del contorno de  $U$  se ubican en varias partes en la superficies de los álabes, lo que indica modos de vibración más complejos. La correspondencia entre las frecuencias de los contornos con los distintos modos de vibración puede encontrarse en la Tabla 4-14.

Por último, del análisis armónico se concluye que no existieron condiciones de fatiga para ninguna combinación entre los tres materiales evaluados y los tres tipos de álabes. Lo anterior se debe a que los máximos valores del esfuerzo von Mises  $\sigma_v$  estuvieron muy por debajo del esfuerzo de fluencia  $\sigma_y$  de los materiales bronce, aluminio y MEL031. Por ejemplo, los esfuerzos de fluencia  $\sigma_y$  para los materiales bronce, resina ABS, y aluminio son 505 MPa, 34 MPa, y 280 MPa, respectivamente. Con lo cual, si se comparan con los esfuerzos von Mises  $\sigma_v$  máximos de los contornos con los esfuerzos de fluencia de los materiales, se puede concluir que todos los álabes para todos los materiales en condiciones de cargas armónicas continua no tendrían el riesgo de presentar deformaciones permanentes. Por lo tanto, no existieron condiciones de fatiga.

Tabla 4-15. Contornos de  $U$  y  $\sigma_v$  para correspondientes a las frecuencias  $f_{H,max(U)}$  y  $f_{H,max(\sigma)}$  para los álabes plano, circular y MEL031 en función de los materiales bronce, resina ABS y aluminio.

Material	Contornos de deformación total $U$ para $f_{H,max(U)}$	Contornos de esfuerzo von Mises $\sigma_v$ para $f_{H,max(\sigma)}$
Álabe plano		
Bronce	 <p> <b>2.8683e-5 Max</b>            2.5498e-5 2.2309e-5 1.9122e-5 1.5935e-5 1.2749e-5 9.561e-6 6.374e-6 0 Min  <b>H: Harmonic Response</b>            Total Deformation            Type: Total Deformation            Frequency: 4610 Hz            Sweeping Phase: -98.03 °            Unit: mm         </p>	 <p> <b>1.2193 Max</b>            1.0941 0.94897 0.81382 0.67868 0.54353 0.40839 0.27324 0.1381 0.002951 Min  <b>H: Harmonic Response</b>            Equivalent Stress            Type: Equivalent (von-Mises) Stress            Frequency: 46920 Hz            Sweeping Phase: -113.73 °            Unit: MPa         </p>
	Resina ABS	 <p> <b>0.0024757 Max</b>            0.0022006 0.0019255 0.0016504 0.0013754 0.0011003 0.00082522 0.00055014 0 Min  <b>H: Harmonic Response</b>            Total Deformation            Type: Total Deformation            Frequency: 12090 Hz            Sweeping Phase: -71.92 °            Unit: mm         </p>
Aluminio	 <p> <b>7.794e-5 Max</b>            6.928e-5 6.062e-5 5.196e-5 4.33e-5 3.464e-5 2.598e-5 1.732e-5 8.66e-6 0 Min  <b>H: Harmonic Response</b>            Total Deformation            Type: Total Deformation            Frequency: 67160 Hz            Sweeping Phase: -68.85 °            Unit: mm         </p>	 <p> <b>0.92219 Max</b>            0.81978 0.71738 0.61498 0.51258 0.41017 0.30777 0.20537 0.10297 0.0005651 Min  <b>H: Harmonic Response</b>            Equivalent Stress            Type: Equivalent (von-Mises) Stress            Frequency: 67890 Hz            Sweeping Phase: -121.59 °            Unit: MPa         </p>

Material	Contornos de deformación total $U$ para $f_{H,max}(U)$	Contornos de esfuerzo von Mises $\sigma_v$ para $f_{H,max}(\sigma)$
Ábalo circular		
Bronce	 <p data-bbox="449 326 1039 370"> <b>7.6635e-5 Max</b>                      6.812e-5 5.9605e-5 5.109e-5 4.2575e-5 3.406e-5 2.5545e-5 1.703e-5 8.515e-6 0 Min  <b>H: Harmonic Response</b>                      Total Deformation                      Type: Total Deformation                      Frequency: 4300. Hz                      Sweeping Phase: -20.59 °                      Unit: mm                 </p>	 <p data-bbox="1220 326 1810 370"> <b>0.53251 Max</b>                      0.47347 0.41442 0.35538 0.29634 0.23729 0.17825 0.11921 0.060163 0.0011201 Min  <b>H: Harmonic Response</b>                      Equivalent Stress                      Type: Equivalent (von-Mises) Stress                      Frequency: 40420 Hz                      Sweeping Phase: -152.97 °                      Unit: MPa                 </p>
	Resina ABS	 <p data-bbox="449 691 1039 735"> <b>0.0041621 Max</b>                      0.0036996 0.0032372 0.0027747 0.0023123 0.0018498 0.0013874 0.00092491 0.00046246 0 Min  <b>H: Harmonic Response</b>                      Total Deformation                      Type: Total Deformation                      Frequency: 1100. Hz                      Sweeping Phase: -79.96 °                      Unit: mm                 </p>
Aluminio	 <p data-bbox="449 1057 1039 1101"> <b>0.0001034 Max</b>                      9.1911e-5 8.0422e-5 6.8933e-5 5.7445e-5 4.5956e-5 3.4467e-5 2.2978e-5 1.1489e-5 0 Min  <b>H: Harmonic Response</b>                      Total Deformation                      Type: Total Deformation                      Frequency: 7440. Hz                      Sweeping Phase: -59.4 °                      Unit: mm                 </p>	 <p data-bbox="1220 1057 1810 1101"> <b>0.47986 Max</b>                      0.42667 0.37349 0.3203 0.26711 0.21393 0.16074 0.10755 0.054368 0.0011813 Min  <b>H: Harmonic Response</b>                      Equivalent Stress                      Type: Equivalent (von-Mises) Stress                      Frequency: 58280 Hz                      Sweeping Phase: -147.74 °                      Unit: MPa                 </p>

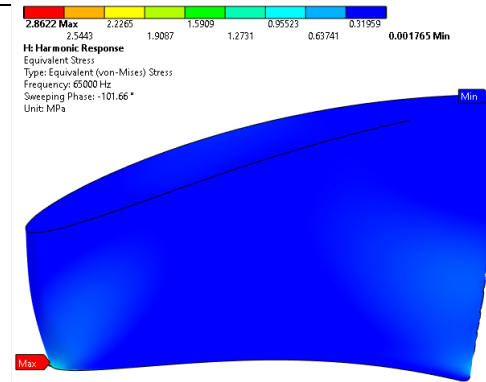
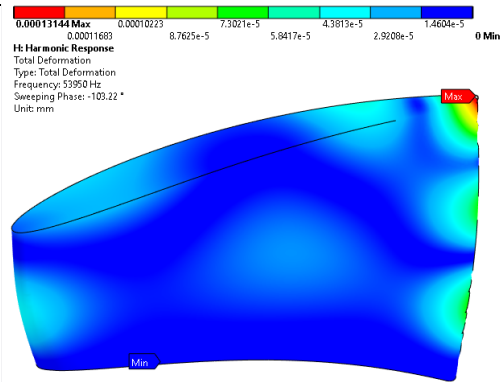


Material

Contornos de deformación total  $U$  para  $f_{H,max}(U)$

Contornos de esfuerzo von Mises  $\sigma_v$  para  $f_{H,max}(\sigma)$

Aluminio



- Comparación de resultados estructurales con la literatura

Durante la aplicación de las simulaciones estructurales no se validó el modelo numérico directamente con resultados experimentales. Lo anterior se debe a que no se encontraron dichos estudios que desarrollaran análisis estructurales estáticos y dinámicos (modal y harmónico) a una turbina tipo propulsor para la instalación al interior de tuberías, y que a su vez permitieran la comparación directa entre los resultados numéricos obtenidos con resultados experimentales para realizar la validación del modelo *FEM*. Sin embargo, la validación del modelo se justificó desde dos puntos de vista: el primero consistió en el hecho que se garantizó la precisión de las simulaciones estructurales paramétricas a través del refinamiento avanzado de la malla del sólido de los álabes para cada condición simulada, lo cual se describió en detalle en la sección 3.2.3. La segunda perspectiva consistió en revisar en la literatura estudios similares estructurales y comparar si la tendencia de los resultados fue similar.

De esta manera, con respecto a los resultados obtenidos correspondientes al análisis estructural estático, se validó el comportamiento de las variables estructurales más importantes como lo son el esfuerzo von Mises y la deformación total con base en los resultados de las simulaciones *FSI* obtenidos por Waqas *et al.*, [165]. La anterior afirmación se debe a que las tendencias de los anteriores parámetros mencionados en el estudio de Waqas coinciden con las tendencias que se obtuvieron en el presente trabajo. Por ejemplo, los resultados obtenidos de los esfuerzos von Mises y las deformaciones totales aumentan a medida que el caudal aumenta. Adicionalmente, se validó que las magnitudes de esfuerzos máximos ocurren en la raíz del alabe, es decir en el radio interior de la turbina, y que las magnitudes máximas de la deformación total ocurren en el borde externo del alabe, es decir en el radio exterior de la turbina.

En referencia al análisis modal, se obtuvieron resultados similares con respecto al número de modos de vibración significativos que posee un alabe bajo condiciones de operación con base en los resultados experimentales de Lin *et al.*, [153]. Por ejemplo, el número de modos máximos encontrados por el trabajo del autor mencionado fue de 27, mientras que en el presente trabajo fue de 26. Lo anterior indica la validez de la selección del número de modos significativos a calcular con base en la relación de masas efectiva y total. Otro aspecto que le aporta validez al presente trabajo es el hecho que las magnitudes de las frecuencias naturales correspondientes a los modos de vibración obtenidas en este trabajo difieren en gran medida con las obtenidas experimentalmente por

Lin *et al.* Lo anterior se debe a la diferencia de tamaños de los álabes. Por ejemplo, la frecuencia natural máxima calculada en este trabajo fue de 110 kHz, mientras que la magnitud máxima encontrada por Lin *et al* fue de 2.02 kHz. La razón por la cual una diferencia en magnitudes le aporta validez al presente trabajo se debe a que esta diferencia concuerda con la realidad porque se trata de dos álabes que difieren en su tamaño. Por ejemplo, se trata de un objeto relativamente pequeño como lo es el diámetro de la turbina investigada en el presente trabajo correspondiente a aproximadamente 73 mm, mientras que el diámetro de la turbina investigada por Lin es de aproximadamente 1000 mm. Para una estructura relativamente pequeña, se espera que la magnitud de la frecuencia de sus modos de vibración sea del orden de  $10^3$  o  $10^4$  para los nodos más complejos debido a que la rigidez de la estructura es mayor comparada con la de un objeto de mayor tamaño.

Con respecto al análisis armónico, se comparó con el estudio desarrollado por Chica *et al.*, [152], donde investigaron una turbina hidrocínética. Se encontró que para el rango de frecuencia evaluado durante la simulación armónica existió como mínimo un pico de amplitud para las variables de la deformación total y el esfuerzo normal. Dichos picos indican que puede existir una condición de fatiga en dicho valor de frecuencia. Adicionalmente, se validó que las amplitudes correspondientes a la deformación y el esfuerzo estuviesen dentro de unas magnitudes realistas. Lo anterior se debe a que los resultados de un análisis armónico son erróneos cuando las amplitudes de las variables estructurales son demasiado grandes en comparación con las propiedades mecánicas del material en cuestión, o incluso divergiendo. Esta situación no ocurrió en nuestro trabajo, por lo cual los resultados armónicos son correctos.

### **4.3 Selección de la turbina a través de matrices de selección**

En la presente sección se reportan los resultados correspondientes a las aplicaciones de la matrices de selección. La subsección 4.3.1 reporta la selección del tipo de álabe a través de la matriz de decisión y la subsección 4.3.1 muestra la selección de los métodos y estrategias de manufactura a través de la utilización de la matriz morfológica y la matriz de decisión.

#### **4.3.1 Selección del tipo de álabe**

Para la primera matriz de decisión correspondiente a la selección del tipo de álabe con base en parámetros técnicos fluido-estructurales, se descartó el parámetro del número de velocidades críticas

derivado del resultado del diagrama de Campbell correspondiente al análisis modal. Lo anterior se debe a que ningún álabe presentó velocidades críticas para armónicos menores o iguales al número máximo de modos de vibración significativos, cuya condición es aplicada para este tipo de análisis [166]. Dicho de manera más clara, el armónico mínimo que generó una velocidad crítica fue de 200 veces la velocidad de operación de la turbina. Por lo cual, se consideró que las velocidades críticas identificadas no son preocupantes debido a que no existió coincidencia con los modos de vibraciones de los álabes máximos correspondientes a 19, 20 y 26 para los álabes plano, circular y MEL031, respectivamente.

Seguidamente, la Tabla 4-16 muestra los valores numéricos de los criterios de diseño en el punto de mejor eficiencia (*BEP*) para el material aluminio. En la tabla se puede observar el criterio de diseño en la columna izquierda junto con sus unidades respectivas. Los criterios de diseño tenidos en cuenta fueron la eficiencia hidráulica  $\eta_t$ , la cabeza de presión  $\Delta H$ , la potencia mecánica  $P_{mec}$ , el esfuerzo von Mises  $\sigma_v$ , la deformación total  $U$ , el factor de seguridad  $F_s$ , y el número de modos de vibración con resonancia  $R_{\{\phi\}_i}$ . A la derecha de la tabla se encuentran los álabes plano, circular y MEL031. Adicionalmente, los parámetros marcados en color verde corresponden a los criterios de diseño deseados ( $C. D_{deseado}$ ), los cuales se utilizaron para realizar la normalización de los demás criterios de diseño. Lo anterior se debe a que los criterios de diseño deseados corresponden al valor mayor o menor si el criterio de diseño conviene que sea alto o bajo, respectivamente.

Tabla 4-16. Magnitudes de los criterios de diseño correspondientes a cada tipo de álabe. Los valores numéricos marcado en color verde son los criterios de diseño deseados ( $C. D_{deseado}$ ).

Criterio de diseño ( $C. D$ )	Unidad	Tipo de álabe		
		Plano	Circular	MEL031
$\eta_t$	%	26.45	<b>75.47</b>	34.32
$\Delta H$	$m$	0.96	<b>1.86</b>	1.14
$P_{mec}$	$W$	54.58	<b>137.65</b>	84.34
$\sigma_v$	$MPa$	15.32	15.20	<b>7.71</b>
$U$	$mm (\times 10^{-3})$	6.21	7.44	<b>0.96</b>
$F_s$	—	<b>15</b>	15	15
$R_{\{\phi\}_i}$	—	<b>1</b>	2	3

Una vez conocidos los valores numéricos de los criterios de diseño, la matriz de decisión pudo ser construida. Así, en la Tabla 4-17 se presenta dicha matriz de decisión para la selección del tipo de álabe con base en criterios de diseño técnicos. Allí se puede observar que se estableció el factor de ponderación ( $F.P$ ) para cada uno de los criterios de diseño ( $C.D$ ). Se aclara que, de acuerdo con la teoría de matrices de selección, la magnitud de  $F.P$ , es decir la importancia de los criterios de diseño, la asigna el diseñador identificando el propósito y objetivo del diseño en cuestión para desempeñarse en una aplicación específica [162]. De manera que, para la selección del tipo de álabe, se consideró para el presente trabajo que el criterio de diseño de mayor importancia correspondió a la eficiencia hidráulica  $\eta_t$  con un 20%, debido a que este parámetro define qué tan bien se desempeña una turbina a la hora de extraer energía de un fluido. Luego, se asignó un 15% de importancia por igual a los criterios a los criterios de diseño de la cabeza de presión  $\Delta H$ , la potencia mecánica  $P_{mec}$ , el esfuerzo von Mises  $\sigma_v$ , y el factor de seguridad  $F_s$ .

Por último, se asignó un 10% de importancia a los criterios de diseño de la deformación total  $U$  y el número de modos de vibración con resonancia  $R_{\{\phi\}_i}$ . La suma del factor de ponderación ( $F.P$ ) o importancia de cada uno de los criterios de diseño debe sumar en total 1. Adicionalmente, en la tabla se puede observar que las columnas de los tipos de álabes se dividieron en dos triángulos rectángulos. Por una parte, en el triángulo superior se encuentra ubicado el factor de calificación ( $F.C$ ) determinado con la Ec. (129), el cual determina la calificación del valor numérico correspondiente al criterio de diseño. Por otra parte, en el triángulo inferior se encuentra ubicado el factor de calificación ponderado ( $F.C.P$ ) calculado a través de la Ec. (130), el cual relaciona el factor de calificación ( $F.C$ ) con el factor de ponderación ( $F.P$ ). Por último, los valores numéricos de  $F.C.P$  correspondiente a cada criterio de diseño ubicados en el triángulo inferior fueron sumados. De esta manera, el valor de la suma más alto indicó el álabe seleccionado con base a los criterios de diseño técnicos, el cual fue el álabe circular o también conocido como el álabe con curvatura y espesor constante.

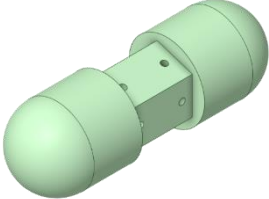
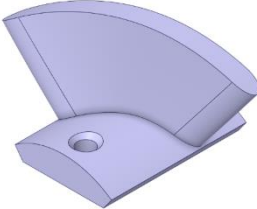
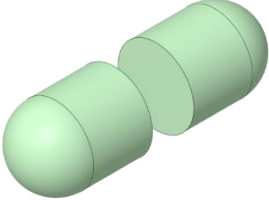
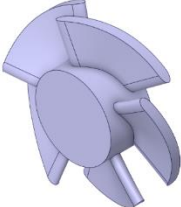
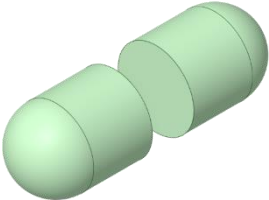
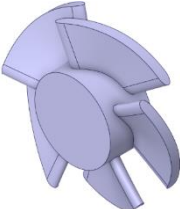
Tabla 4-17. Matriz de decisión para la selección del tipo de álabe.

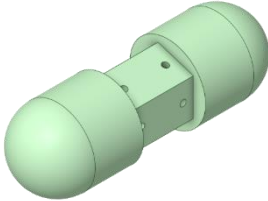
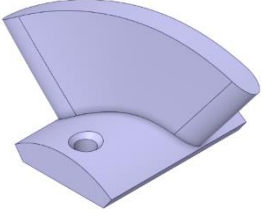
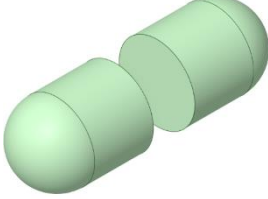
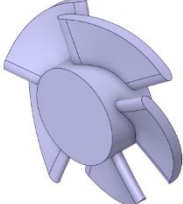
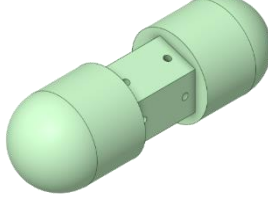
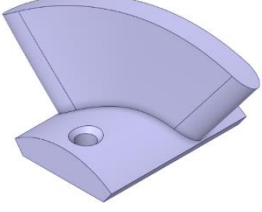
Criterio de diseño (C. D)	Factor de ponderación (F. P)	Alternativas: tipos de álabes		
		Plano	Circular	MEL031
$\eta_t$	0.2	3.5 0.70	10 2	4.55 0.91
$\Delta H$	0.15	5.16 0.77	10 1.50	6.13 0.92
$P_{mec}$	0.15	3.97 0.59	10 1.50	6.13 0.92
$\sigma_v$	0.15	5.03 0.75	5.07 0.76	10 1.50
$U$	0.1	1.55 0.15	1.29 0.13	10 1
$F_s$	0.15	10 1.5	10 1.5	10 1.5
$R_{\{\phi\}_i}$	0.1	10 1	5 0.5	3.33 0.33
Suma	1	5.46	7.89	7.08

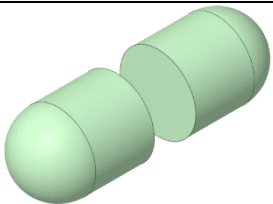
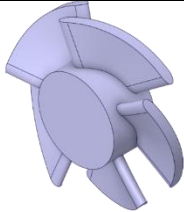
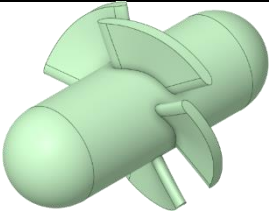
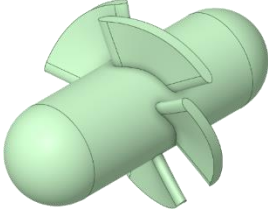
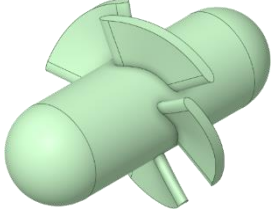
### 4.3.2 Selección de los métodos y estrategias de manufactura

La Tabla 4-18 muestra la matriz morfológica de las estrategias de manufactura correspondientes a las opciones modulares y monolíticas en función de los materiales de resina ABS-Like, aluminio y bronce. Esta matriz morfológica se aplicó para el álabe circular debido a que fue el seleccionado entre los tres tipos de álabes, ver Tabla 4-17. Las opciones modulares permiten ensamblar la turbina a partir de los álabes y el cuerpo manufacturados individualmente. Por otro lado, la opción monolítica permite manufacturar tanto el cuerpo y los álabes de la turbina en una sola pieza con un mismo material. Se aclara que las opciones modular 5 y 9 fueron descartadas. Para conocer las razones, dirigirse a la descripción de la Tabla 3-15 en la sección 3.3.2. De esta manera, a través de la matriz morfológica fue posible simplificar la identificación de las combinaciones entre las estrategias de manufactura y los distintos materiales. A partir de la matriz morfológica, fue posible definir los valores numéricos de los criterios de diseño de los tiempos de manufactura, el costo de la materia prima y los costos de funcionamiento del centro de mecanizado para la remoción de material y de la impresora 3D para la adición de material.

Tabla 4-18. Matriz morfológica de las estrategias de manufactura (modular o monolítica) en función de los materiales resina ABS-Like, aluminio y bronce.

Estrategia de manufactura	Materiales		
	Resina ABS-Like	Aluminio	Bronce
Modular 1	Cuerpo		
	Álabe		
Modular 2	Cuerpo		
	Álabe		
Modular 3	Cuerpo		
	Álabe		

Estrategia de manufactura	Materiales		
	Resina ABS-Like	Aluminio	Bronce
Modular 4	Cuerpo		
	Álabe		
Modular 6	Cuerpo		
	Álabe		
Modular 7	Cuerpo		
	Álabe		

Estrategia de manufactura	Materiales		
	Resina ABS-Like	Aluminio	Bronce
Modular 8	Cuerpo		
	Álabe		
Monolítico 1	Cuerpo Álabe		
	Cuerpo Álabe		
Monolítico 3	Cuerpo Álabe		

- Tiempo de manufactura

Los tiempos de manufactura se dividieron en dos tipos: tiempos de manufactura para remoción de material y adición de material. El primero en tiempos de manufactura pertenecientes al método de remoción de material por medio de un centro de mecanizado de control numérico computarizado (*CNC*). Específicamente, los tiempos de manufactura fueron estimados a través del programa SprutCAM, en el cual se encontraba virtualizado el centro de mecanizado LEADWELL V40iT de 5 ejes perteneciente al laboratorio de Simulación, modelado y prototipos ubicado en Parque i, ITM.

Dentro del programa SprutCAM. De esta manera, la Tabla 4-19 muestra los tiempos de mecanizado estimados por el programa SprutCAM para el centro de mecanizado mencionado. Allí se puede observar el tipo de pieza, el tiempo total en segundos, minutos y horas, y los parámetros de corte usados. De manera que, para estimar el tiempo de mecanizado de las diferentes piezas, se realizó la programación de las trayectorias de corte en el programa SprutCAM. Adicionalmente, el dicho programa es posible definir los parámetros de corte como la velocidad del husillo y la velocidad de avance del centro de mecanizado para simular la manufactura con el aluminio y el bronce. Para dar aclaración a los nombres de las piezas mostradas en la tabla, se proveen los siguientes ejemplos con respecto a la matriz morfológica de la Tabla 4-18. El “cuerpo pentagonal” hace referencia a la pieza mostrada en la opción modular 1 para la resina ABS. Los “álabes modulares sin bulbo” corresponden a los álabes para los materiales de aluminio y bronce. Los “2 bulbos modulares” hacen referencia a al cuerpo que consta de sólo los bulbos (sin álabes), por ejemplo, en la opción modular 2 para la resina ABS.

Tabla 4-19. Tiempos de manufactura por remoción de material (CNC) para las diferentes piezas modulares y monolíticas.

Pieza	Tiempo total (s)	Tiempo total (min)	Tiempo total (h)	Parámetros de corte	
				Velocidad del husillo (rpm)	Velocidad de avance (mm/min)
Cuerpo pentagonal (aluminio)	3409	56.82	0.95	3000	127
Cuerpo pentagonal (bronce)	4700	78.33	1.31	2750	90
Álabes modulares (sin bulbo) (aluminio)	18900	315	5.25	3000	127
Álabes modulares (sin bulbo) (bronce)	26100	435	7.25	2750	90
Turbina monolítica (aluminio)	20300	338.33	5.64	3000	127
Turbina monolítica (bronce)	28200	470	7.83	2750	90
2 bulbo modulares (aluminio)	851	14.18	0.24	3000	127
2 bulbos modulares (bronce)	1150	19.17	0.32	2750	90

Por otra parte, el segundo grupo de tiempos de manufactura correspondió al método de adición de material. Dichas tiempos de manufactura se determinaron por medio de cotización hechas a la empresa 10KLAB [167], la cual ofrece servicios de impresión 3D por medio de estereolitografía con resina. De esta manera, en la Tabla 4-20 se muestran las diferentes piezas contempladas en la matriz morfológica y los tiempos asociados para cada proceso de manufactura. Adicionalmente, en la Tabla 4-21 se reportaron los parámetros de impresión y curado usados para estimar dichos tiempos. Estos parámetros de impresión y curado fueron definidos por el fabricante con base en las mejores prácticas de impresión 3D con estereolitografía.

Tabla 4-20. Tiempos de manufactura para impresión 3D con resina ABS-Like por medio de estereolitografía para las diferentes piezas modulares y monolíticas.

<b>Pieza</b>	<b>Proceso</b>	<b>Tiempo por proceso (s)</b>	<b>Tiempo total (s)</b>	<b>Tiempo total (min)</b>	<b>Tiempo total (h)</b>
5 álabes modulares	Impresión 3D	7140	9780	163	2.72
	Lavado	840			
	Curado	1800			
Cuerpo pentagonal (modular)	Impresión 3D	22200	24000	400	6.67
	Curado	1800			
2 bulbos modulares	Impresión 3D	10380	12180	203	3.38
	Curado	1800			
Turbina monolítica	Impresión 3D	22880	24680	411.33	6.86
	Curado	1800			

Tabla 4-21. Parámetros de impresión y de curado para el proceso de manufactura de impresión 3D.

		<b>Parámetros de impresión</b>			<b>Parámetros de curado</b>		
<b>Proceso</b>	<b>Material</b>	<b>Longitud de onda (nm)</b>	<b>Altura de capa (mm)</b>	<b>Tiempo de exposición por capa (s)</b>	<b>Solvente</b>	<b>Longitud de onda de curado (nm)</b>	<b>Temperatura de curado (°C)</b>
Impresión	Resina						
Curado	ABS-Like	405	0.05	3.5	Etanol 96%	405	30
Lavado	Sunlu						

- Costo de la materia prima

Los costos de la materia prima corresponden al costos comerciales disponibles a la fecha del 16 de enero de 2024 para los materiales bronce, aluminio y resina ABS-Like. Para definir de manera proporcional los costos de los materiales, específicamente para los metálicos pertenecientes al bronce y el aluminio, se definieron las dimensiones generales de la turbina en la Tabla 4-22. Allí se puede evidenciar las dimensiones exactas correspondientes al diámetro exterior de la turbina  $D_t$ , el diámetro del cuerpo de la turbina  $D_h$ , la longitud del cuerpo de la turbina en modo monolítico y la longitud de los 2 bulbos en modo modular.

Tabla 4-22. Dimensiones de las opciones modulares y monolíticas de la turbina.

Parámetro	Dimensión exacta (mm)
Diámetro exterior de la turbina $D_t$	73
Diámetro del cuerpo de la turbina $D_h$	43.8
Longitud del cuerpo de la turbina (monolítica)	113
Longitud de 2 bulbos sin álabes (modular)	93.5

Una vez se definieron las dimensiones de las opciones modulares y monolíticas de la turbina, se procedió a reportar los costos asociados a la materia prima, los cuales pueden ser vistos en la Tabla 4-23. Allí se puede observar distintos materiales en combinación con las piezas correspondientes a las opciones modulares o monolíticas definidas en la matriz morfológica. Para cada una de las opciones, la materia prima correspondiente a los materiales metálicos debe superar las dimensiones de diámetro y longitud reportadas en la Tabla 4-22 para asegurar que exista un exceso de material para que la herramienta de corte del centro de mecanizado pueda comenzar las trayectorias de corte de manera correcta. Así, los precios comerciales asociados a dichas dimensiones para los materiales metálicos fueron cotizados a través de la página web de la empresa colombiana TECTUL [168]. Se aclara que el tipo de bronce cotizado fue el SAE40, el cual no coincide exactamente con el tipo del material simulado estructuralmente (C51000). Lo anterior se debe a que el SAE40 fue el tipo de bronce que se encontró con disponibilidad comercial al por menor y disponible en diferentes diámetros y longitudes, lo cual era deseado para tomar en cuenta los costos justos de los materiales en las matrices de selección. Sin embargo, las propiedades mecánicas y la composición química entre el bronce SAE40 y C51000 son similares. Por lo tanto, se consideró válido utilizar el SAE40 en el análisis de las matrices de selección. Por otra parte, el tipo de aluminio cotizado fue la serie 6000,

específicamente el 6061, el cual coincide con la serie del aluminio simulado. Estas cotizaciones se realizaron el día 16 de enero de 2024, así como su correspondiente conversión a dólares (USD). Por último, la materia prima correspondiente a la resina ABS-Like se cotizó en la página web del fabricante Sunlu [169]. Debido a que el fabricante comercializa la materia prima de la resina ABS-Like por cantidad, en este caso 1 kg, se asignó dicho costo a todas las piezas y combinaciones que involucraron la resina ABS-Like en la matriz morfológica.

Tabla 4-23. Costos de la materia prima para los materiales bronce, aluminio y resina ABS-Like.

<b>Material</b>	<b>Tipo según matriz morfológica</b>	<b>Diámetro (in)</b>	<b>Diámetro (mm)</b>	<b>Longitud (mm)</b>	<b>Cantidad (kg)</b>	<b>Costo (COP)</b>	<b>Costo (USD)</b>
Bronce SAE40	Álabes modulares	3-1/4	82.85	50	N/A	\$285,255	\$72.99
	Cuerpo pentagonal	2	50.80	120	N/A	\$255,432	\$65.36
	Bulbos individuales	2	50.80	100	N/A	\$212,860	\$54.47
	Monolítico	3-1/4	82.85	120	N/A	\$684,612	\$175.17
Aluminio Serie 6061	Álabes modulares	3-1/4	82.85	50	N/A	\$47,600	\$12.18
	Cuerpo pentagonal	2	50.80	120	N/A	\$42,948	\$10.99
	Bulbos individuales	2	50.80	100	N/A	\$35,790	\$9.16
	Monolítico	3-1/4	82.85	120	N/A	\$114,240	\$29.23
Resina ABS-Like Sunlu	N/A	N/A	N/A	N/A	1	\$88,000	\$22.52

- Costos de manufactura por remoción y adición de material

En esta subsección se reportaron los costos relacionados a la manufactura por remoción y adición de material correspondientes al centro de mecanizado e impresora 3D, respectivamente. Estos costos no fueron calculados en el presente trabajo desde cero, sino que fueron los definidos por el Laboratorio de Simulación, modelado y prototipos del ITM para la máquina LEADWELL V40iT de 5 ejes, y por la empresa 10KLAB que manejó la impresora 3D utilizando el método de estereolitografía. De esta manera, la Tabla 4-24 muestra los costos relacionados para cada tipo de

pieza relacionada en la matriz morfológica en función del método de manufactura (impresión 3D y remoción de material). Los costos correspondientes a la manufactura llevada a cabo por la impresora 3D se obtuvieron directamente a través de la cotización realizada a la empresa 10KLAB. Por otro lado, el Laboratorio de Simulación, modelado y prototipos del ITM definió un costo de la máquina LEADWELL V40iT en \$230,000 *COP/h* (58.14 *USD/h*). Por lo tanto, el costo de manufactura utilizando el método de remoción de material fue definido multiplicado el costo por hora y el tiempo total de manufactura para cada una de las piezas.

Tabla 4-24. Costo de manufactura de la impresora 3D y el centro de mecanizado CNC

<b>Pieza</b>	<b>Costo (COP)</b>	<b>Costo (USD)</b>
Impresión 3D (Resina ABS-Like)		
5 álabes modulares	\$152,000	\$38.90
1 cuerpo pentagonal modular	\$150,000	\$38.39
2 bulbos modulares	\$120,000	\$30.71
1 turbina monolítica	\$320,000	\$81.79
Remoción de material (CNC) (\$230,000 <i>COP/h</i> )		
Cuerpo pentagonal (aluminio)	\$217,797.22	\$55.65
Cuerpo pentagonal (bronce)	\$300,277.78	\$76.73
Álabes modulares (sin bulbos) (aluminio)	\$1,207,500	\$308.54
Álabes modulares (sin bulbos) (bronce)	\$1,667,500	\$426.09
Turbina monolítica (aluminio)	\$1,296,944.44	\$331.40
Turbina monolítica (bronce)	\$1,801,666.67	\$460.37
2 bulbos modulares (aluminio)	\$54,369.44	\$13.89
2 bulbos modulares (bronce)	\$73,472.22	\$18.77

- Matriz de decisión aplicada a los métodos y estrategias de manufactura

La Tabla 4-25 muestra los valores numéricos de los criterios de diseño aplicados a los diferentes métodos y estrategias de manufactura. En la tabla se pueden observar los criterios de diseño en la columna de la izquierda junto con sus unidades respectivas. Los criterios de diseño (*C.D*) tenidos en cuenta fueron para esta matriz de decisión fueron el tiempo de manufactura  $t_M$ , el costo de la materia prima  $C_{MP}$  y los costos de manufactura por remoción y adición de material  $C_M$ . En las demás columnas se encuentran las estrategias de manufactura divididas en opciones modulares y

monolíticas. Para cada una de las estrategias de manufactura se definieron las magnitudes correspondientes a los criterios de diseño dependiendo de las combinaciones definidas en la matriz morfológica presentada en la Tabla 4-18. Dichas magnitudes se obtuvieron con la suma de los valores numéricos de los criterios de diseño desde la Tabla 4-19 a la Tabla 4-24 para cada combinación. Adicionalmente, los parámetros marcados en color verde corresponden a los criterios de diseño deseados ( $C. D_{deseado}$ ), los cuales se utilizaron para realizar la normalización de los demás criterios de diseño. Debido que todos los criterios de diseño convienen que sean bajos por tratarse de tiempos de manufactura, costos de materia prima y costos de manufactura, los valores marcados en verde son las magnitudes mínimas para cada criterio de diseño. Por último, se aclara que las estrategias de manufactura modular 5 y 9 fueron descartadas por razones prácticas., ver descripción de la Tabla 4-18

A partir de los valores numéricos de los criterios de diseño ( $C. D$ ) se generó la matriz de decisión aplicada a los métodos y estrategias de manufactura, presentada en la Tabla 4-26. Allí se puede observar que se estableció el factor de ponderación ( $F. P$ ) para cada uno de los criterios de diseño ( $C. D$ ). Este factor de ponderación se asumió con una importancia por igual para los tres criterios de diseño, por lo tanto, los factores de ponderación obtuvieron un valor numérico de  $0.\overline{33}$ . Lo anterior se debe a que se consideró para el presente trabajo que los criterios de diseño relacionados con los tiempos y costos de manufactura son de igual importancia. La suma del factor de ponderación ( $F. P$ ) o importancia de cada uno de los criterios de diseño debe sumar en total 1. Adicionalmente, en la tabla se puede observar que las columnas de los tipos de álabes se dividieron en dos triángulos rectángulos. Por una parte, en el triángulo superior se encuentra ubicado el factor de calificación ( $F. C$ ) determinado con la Ec. (129), el cual determina la calificación del valor numérico correspondiente al criterio de diseño. Por otra parte, en el triángulo inferior se encuentra ubicado el factor de calificación ponderado ( $F. C. P$ ) calculado a través de la Ec. (130), el cual relaciona el factor de calificación ( $F. C$ ) con el factor de ponderación ( $F. P$ ). Por último, los valores numéricos de  $F. C. P$  correspondiente a cada criterio de diseño ubicados en el triángulo inferior fueron sumados. De esta manera, el valor de la suma más alto indicó el método y estrategia de manufactura seleccionado con base a los criterios de diseño técnicos, el cual fue la construcción modular con álabes impresos a través de estereolitografía y cuerpo de la turbina manufacturada por remoción de material en aluminio. Esta opción correspondió a la modular 4.

Tabla 4-25. Magnitudes de los criterios de diseño correspondientes a cada estrategia de manufactura. Los valores numéricos marcado en color verde son los criterios de diseño deseados ( $C \cdot D_{deseado}$ ).

Criterio de diseño (C.D)	Unidad	Estrategia de manufactura									
		Modular 1	Modular 2	Modular 3	Modular 4	Modular 6	Modular 7	Modular 8	Monolítico 1	Monolítico 2	Monolítico 3
$t_M$	s	33780	31080	38280	13189	26951	14480	20050	24680	20300	28200
$C_{MP}$	\$COP	88,000	135,600	373,255	130,948	321,045	343,432	260,460	88,000	114,240	684,612
$C_M$	\$COP	302,000	1,327,500	1,787,500	369,797.2	1,721,869	452,277.8	1,280,972	320,000	1,296,944.4	1,801,666.7

Tabla 4-26. Matriz de decisión aplicada a los métodos y estrategias de manufactura del álabe circular.

Criterio de diseño (C.D)	F.P	Estrategia de manufactura									
		Modular 1	Modular 2	Modular 3	Modular 4	Modular 6	Modular 7	Modular 8	Monolítico 1	Monolítico 2	Monolítico 3
$t_M$	0.33	3.90 1.30	4.24 1.41	3.45 1.15	10 3.33	4.89 1.63	9.11 3.04	6.58 2.19	5.34 1.78	6.50 2.17	4.68 1.56
$C_{MP}$	0.33	10 3.33	6.49 2.16	2.36 0.79	6.72 2.24	2.74 0.91	2.56 0.85	3.38 1.13	10 3.33	7.70 2.57	1.29 0.43
$C_M$	0.33	10 3.33	2.27 0.76	1.69 0.56	8.17 2.72	1.75 0.58	6.68 2.23	2.36 0.79	9.44 3.15	2.33 0.78	1.68 0.56
Suma	1	7.96	4.33	2.5	8.29	3.12	6.12	4.11	8.26	5.52	2.55

## **4.4 Construcción del prototipo de la turbina**

En la presente sección se presentan los resultados derivados de la construcción del prototipo de la turbina. En la sección 4.4.1 se presentó el proceso de construcción del tipo de álabe y cuerpo de la turbina seleccionados a partir de las matrices de selección. En el anexo E se muestran los planos mecánicos de la turbina manufacturada. Seguidamente, en la sección 4.4.2 se muestra la fase de instalación y ensamble de los componentes de la turbina, además de reportar los cambios y adiciones realizados al banco hidráulico de pruebas del ITM. Por último, en la sección 4.4.3 se muestra la fase de pruebas y comprobación del funcionamiento del prototipo de la turbina construida.

### **4.4.1 Fase de construcción de los componentes de la turbina**

La primera actividad realizada en la presente fase fue fabricar los álabes circulares utilizando manufactura aditiva por medio de impresora 3D a través de estereolitografía con el material de resina ABS-Like. Los álabes se manufacturaron con una estrategia modular, es decir, estos fueron ensamblados al cuerpo de la turbina. Por su parte, el cuerpo de la turbina fue manufacturado por remoción de material con aluminio. De manera que, para poder ensamblar los álabes al cuerpo, este último tuvo una forma pentagonal. La Figura 4-46 muestra el proceso general de manufactura para los álabes de la turbina en configuración modular. En la figura (a) se puede observar el modelo CAD obtenido en SpaceClaim de ANSYS. Luego, dicha geometría fue utilizada para ser dispuesta en el área de impresión de la impresora 3D, como se puede ver en la figura (b). Por último, la figura (c) muestra los manufacturados a través del método de impresión 3D de estereolitografía con resina ABS-Like.

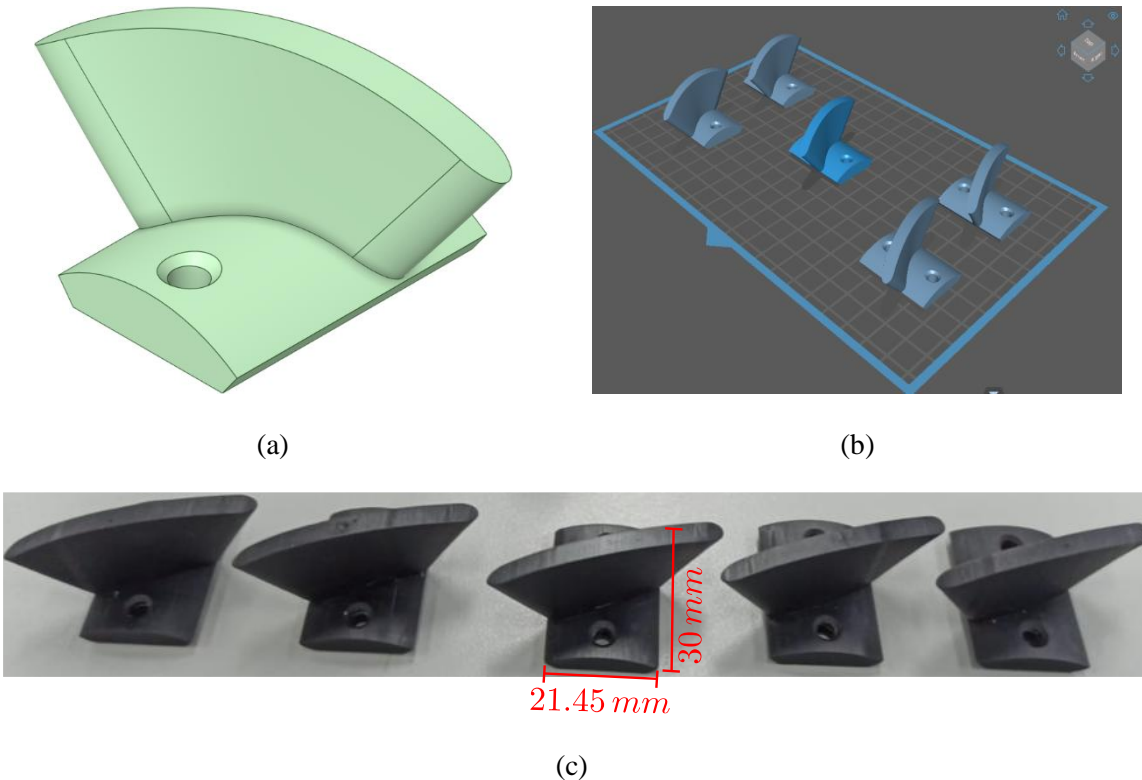


Figura 4-46. Manufactura de los álabes circulares modulares de la turbina. (a) Disposición de los 5 álabes en el área de impresión 3D. (b) Álabes manufacturados con resina ABS-Like.

A continuación, se manufacturó el cuerpo pentagonal de la turbina en aluminio, cuyo proceso general de manufactura se puede evidenciar en la Figura 4-47. Dicho proceso comenzó con el diseño CAD del cuerpo visto en la Figura 4-47 (a). Allí, el cuerpo de la turbina fue diseñado para que pudiese ensamblarse con los álabes modulares por medio de tornillos. Por lo tanto, los agujeros que se pueden ver en las caras pentagonales del cuerpo fueron utilizados para atornillar los álabes de resina ABS al cuerpo de aluminio de la turbina. En la Figura 4-47 (b) se pudo apreciar el cuerpo de aluminio de la turbina montado en el centro de mecanizado antes de comenzar el proceso de remoción de material de las caras pentagonales. Si embargo, previamente se realizaron las operaciones de cilindrado con redondeo del cuerpo en un torno CNC Hass TL-1 debido a la facilidad de dicho proceso. Posteriormente, se programó las trayectorias de corte en el programa SprutCAM para realizar la remoción de material de las caras pentagonales, cuyo resultado se muestra en la Figura 4-47 (c). Luego, los agujeros para ensamblar los álabes fueron hechos manualmente. De esta manera, el cuerpo de aluminio y los álabes modulares de resina ABS-Like pudieron ser ensamblados, lo cual se muestra en la siguiente sección.

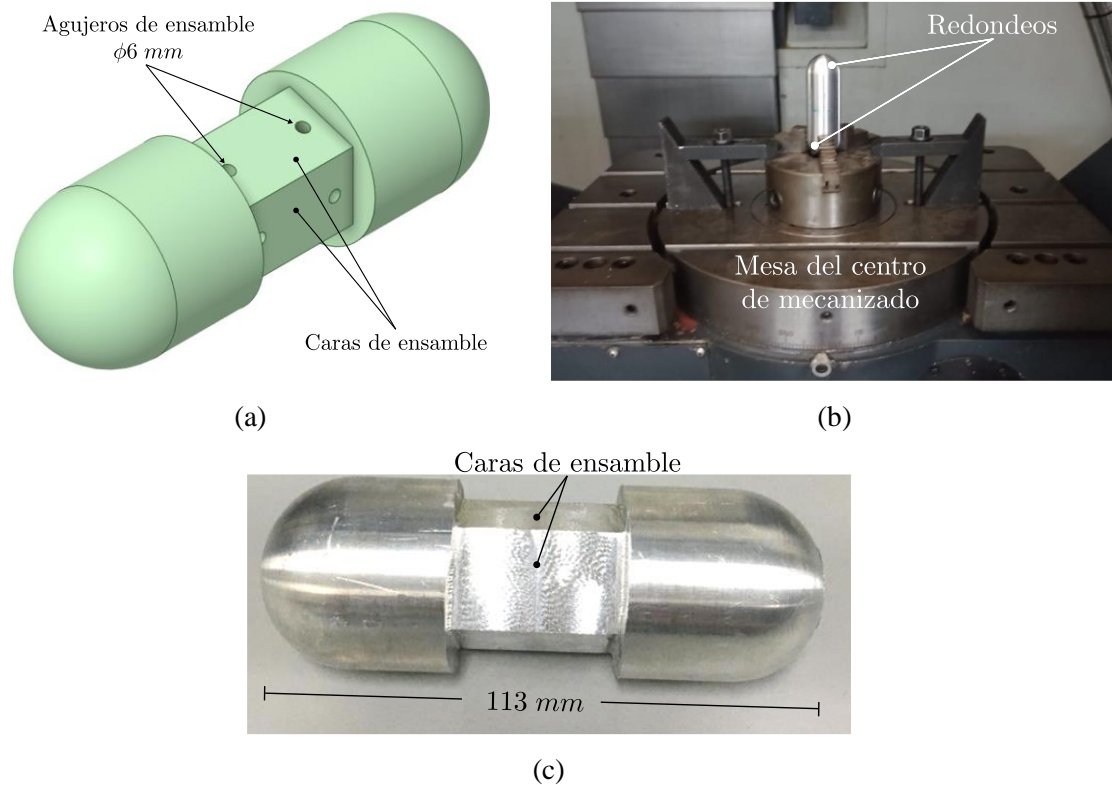


Figura 4-47. Proceso general de manufactura del cuerpo pentagonal modular de la turbina.

#### 4.4.2 Fase de instalación y ensamble

La instalación de la turbina se realizó en el banco hidráulico de pruebas del Laboratorio de Simulación, modelado y prototipos ubicado en Parque i, Institución Universitaria ITM. En la Figura 4-48 se puede visualizar el modelo CAD del banco hidráulico junto con las partes que lo componen. Las partes más relevantes de este último para la instalación del prototipo de la turbina son el motor eléctrico y la bomba hidráulica (ítem 1 y 2) responsables de desplazar el fluido en la dirección mostrada. También fueron esenciales el tramo superior de tubería de PVC de 3'' de diámetro con cédula 40 (ítem 17) y el isotanque de 1000  $m^3$  (ítem 20).

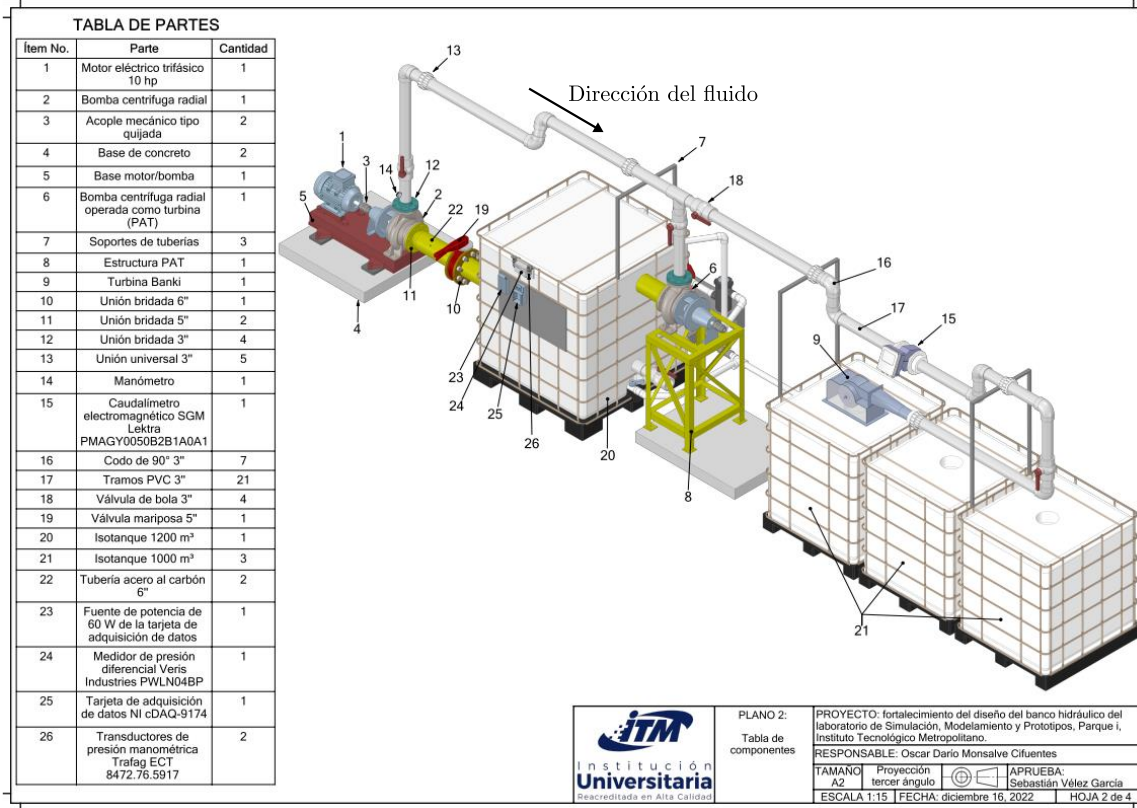


Figura 4-48. Modelo CAD del banco hidráulico usado para la instalación del prototipo.

Sin embargo, fue necesario realizar una adición/adequación al banco hidráulico, la cual se muestra en la Figura 4-49. Allí se puede observar una fotografía del banco hidráulico con la adición/adequación realizada para poder recircular el fluido indefinidamente. Para ello, se agregó un tramo de tubería adicional de PVC de 3'' en el área mostrada. Adicionalmente, se puede observar la ubicación seleccionada para realizar la instalación de la turbina. Esta ubicación fue seleccionada debido a que para este tipo de turbinas tipo propulsor, el eje que de la turbina se debe extraer de la tubería para que este transmita la energía mecánica de la turbina a un generador eléctrico. El lugar más conveniente para extraer el eje de la tubería es a través del codo de acero al carbono de 90° mostrado en la figura.

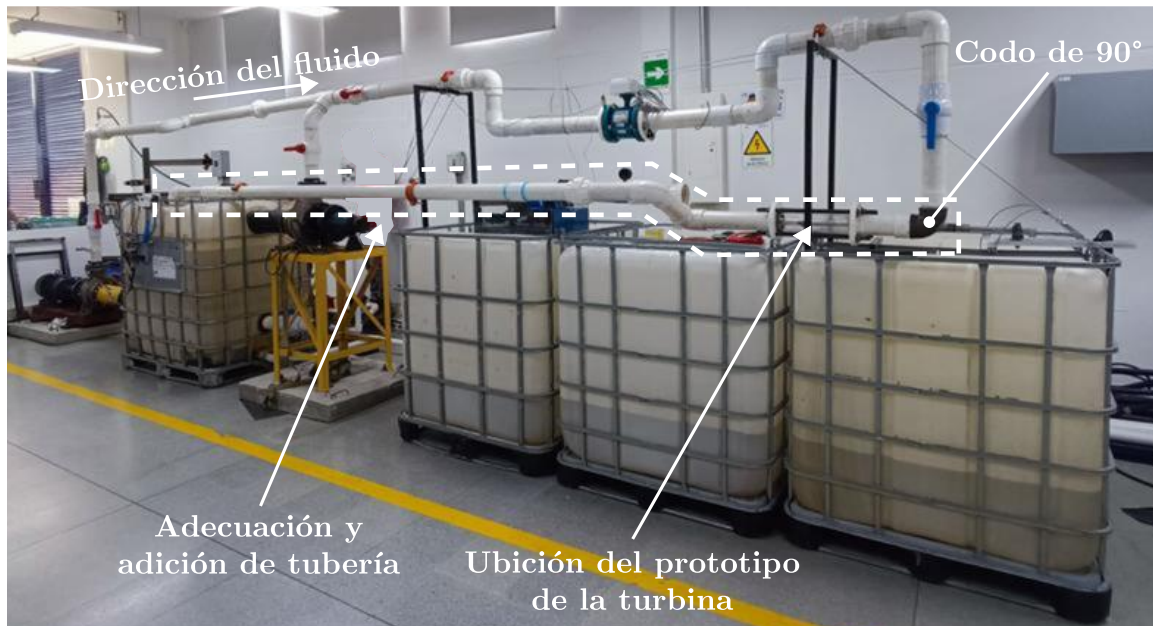


Figura 4-49. Adecuación del banco hidráulico y adición de tubería PVC de 3'' para cerrar el circuito del flujo del fluido, y ubicación del prototipo de la turbina.

El siguiente paso correspondió a la modificación del codo de 90° para extraer el eje de la turbina. Lo anterior se logró perforando la pared del codo tomando como referencia el centro de la circunferencia del codo. Para visualizar este proceso, la Figura 4-50 (a) muestra el codo de 90° de 3'' modificado para extraer el eje de la turbina, en donde se aprecia el cordón de soldadura realizada a través de arco eléctrico. La figura (b) muestra una vista frontal y de corte transversal con dimensiones de la modificación y materiales usados. Los materiales usados fueron acero al carbono para el codo, acero inoxidable para el cilindro contenedor y bronce para el buje. Se decidió que el codo fuera de material metálico en vez de PVC para asegurar que la perforación realizada fuera confiable. Por otro lado, el objetivo del cilindro contenedor fue de proveer soporte al buje, y, su vez, el buje de bronce tuvo el objetivo de darle soporte al eje dado la baja fricción del bronce.

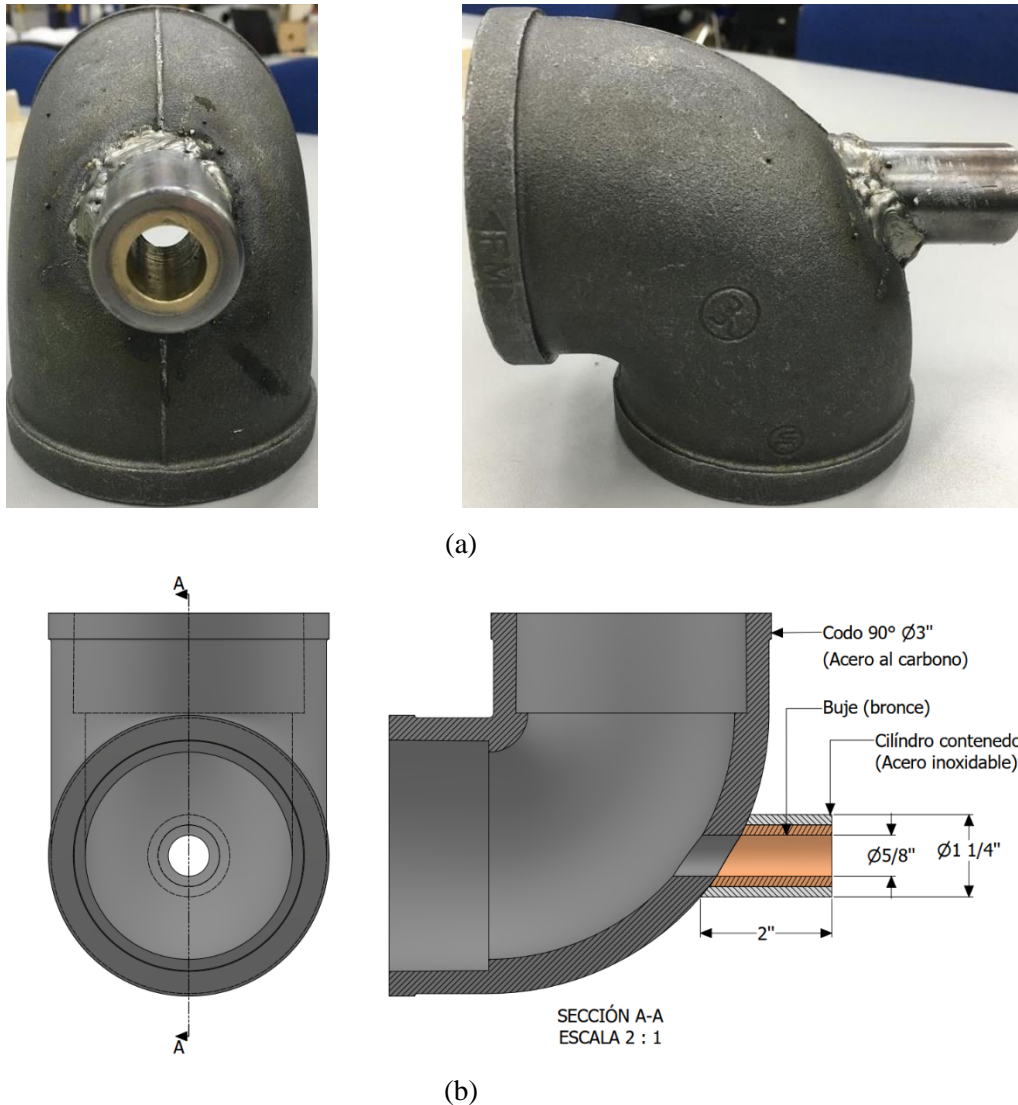


Figura 4-50. (a) Codo de 90° de 3'' modificado para extraer el eje de la turbina. (b) Vista frontal y corte transversal con dimensiones de la modificación y materiales usados.

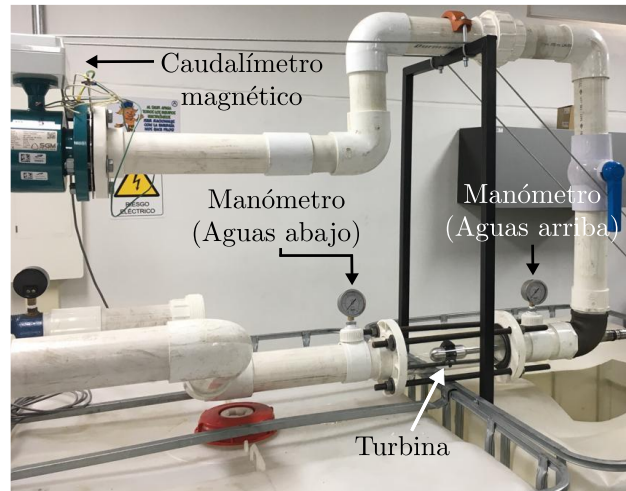
Debido a que el codo se perforó para extraer el eje, se requirió evitar que el fluido de trabajo, en este caso agua, presentara fugas a través de dicha perforación. Para solucionar lo anterior, se reforzó la soldadura realizada por arco eléctrico con resina epoxi, como se puede ver en la Figura 4-51. Adicionalmente, se utilizó un sello mecánico de diámetro nominal de 5/8'' para sellar la película de agua que se generó entre el eje, también se 5/8'' de diámetro, y el buje de bronce. Junto al sello mecánico se encuentra un cilindro con prisioneros, el cual tuvo el objetivo de comprimir el resorte del sello mecánico para asegurar un correcto sellado. Tanto el sello mecánico como el cilindro

prisionero fueron ensamblados alrededor de un eje de 1 metro de longitud, el cual transmite la energía mecánica de la turbina. El material del eje correspondió a acero inoxidable debido a que este estuvo en contacto con el agua, de manera que se pudo evitar situaciones de oxidación. Por último, se realizó un cilindrado con un diámetro final de 5 mm para ensamblar una polea al eje. Lo anterior con el propósito de transmitir la energía mecánica del eje a un generador eléctrico.

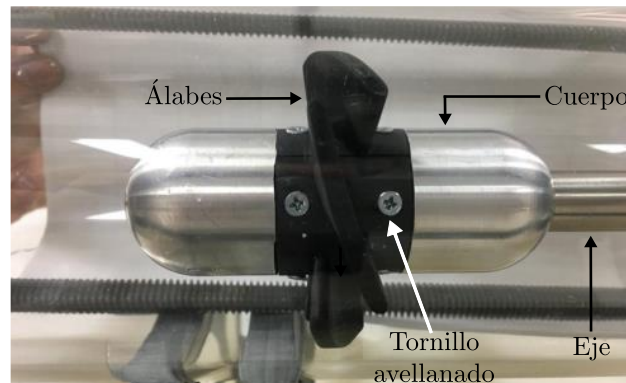


Figura 4-51. Implementación de un sello mecánico para sellar posibles fugas de agua.

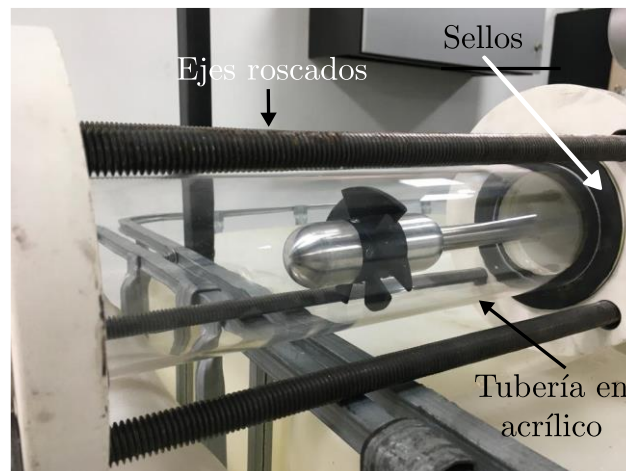
Para finalizar la fase de instalación y ensamble, se muestra en la Figura 4-52 el prototipo de la turbina ensamblada en la tubería. En la Figura 4-52 (a) se puede ver la zona de instalación del prototipo de la turbina dentro de la tubería, la instalación de manómetros aguas arriba y aguas abajo de la misma, y también se puede observar el caudalímetro electromagnético usado para tomar medidas de caudal y velocidad del fluido. En la Figura 4-52 (b) se muestra en detalle el ensamble del cuerpo de la turbina con el eje utilizando las perforaciones en el cuerpo de la turbina mostradas en la Figura 4-47 (a). Lo anterior se realizó con ayuda de 10 tornillos milimétricos de 6 mm avellanados de acero inoxidable, los cuales ensamblaron los álabes al cuerpo, y, a su vez, aprisionaron el cuerpo de la turbina al eje. Por último, en la Figura 4-52 (c) se puede ver el uso de un tramo de tubería de acrílico de 83 mm de diámetro interior y un espesor de pared de 3 mm. El acrílico se utilizó para propósitos de visualización del funcionamiento de la turbina al interior de la tubería. También, se puede observar la utilización de ejes roscados y sellos de caucho para asegurar la estanqueidad del montaje.



(a)



(b)



(c)

Figura 4-52. Ensamble final del prototipo de la turbina. (a) Vista general del área de instalación. (b) Detalle del ensamblaje entre la turbina y el eje. (c) Detalle de acrílico y el método de sellado.

### 4.4.3 Fase de pruebas y comprobación de funcionamiento

Como fue planteado en el cuarto objetivo específico del presente trabajo, el alcance de este último se centra sólo en la construcción y comprobación del funcionamiento del prototipo de la turbina, por ejemplo, a través de la generación eléctrica. Lo anterior significa que estuvo fuera del alcance del objetivo tomar medidas experimentales para compararlas con las simulaciones numéricas fluido-estructurales o con para propósitos de validar el método numérico. De manera que el alcance del cuarto objetivo específico correspondió a la construcción y comprobación del funcionamiento del prototipo de la turbina por medio de la generación de energía eléctrica.

Aclarado lo anterior, con el propósito de comprobar el funcionamiento del prototipo de la turbina, se propuso instalar un generador eléctrico que haga uso de la energía mecánica del eje de la turbina para comprobar la transmisión de energía mecánica y transformarla en energía eléctrica mediante un generador. La validación de lo anterior supuso entonces la comprobación del funcionamiento del prototipo de la turbina. En la Figura 4-53 se puede ver la instalación realizada para comprobar el funcionamiento de la turbina. Los componentes utilizados fueron enumerados y referenciados en la Tabla 4-27. De esta manera, se puede observar la utilización un perfil ranurado para apoyar la chumacera. Por su parte, la chumacera se encargó de proveer el apoyo rotacional al eje, y, a su vez, permitir variar la altura de esta última para centrar el eje. Al final de eje se puede observar la utilización de una polea de 60 dientes conectada por medio de una banda a una polea de 6 dientes. De esta manera, se impuso una relación de transmisión de 60:6 con el objetivo de aumentar la velocidad angular a la entrada del generador. Desde un punto de vista mecánico, se comprobó la rotación de la turbina por medio de la medición de la velocidad angular con un tacómetro digital, cuya medida se visualiza en el computador portátil. Allí se puede observar que la turbina, en el momento de la captura de la foto, estaba operando aproximadamente a 1369 rpm. Desde un punto de vista eléctrico, se utilizó un motor paso a paso (referencia 42BYGHW609) para generar energía eléctrica a partir de la energía mecánica de la turbina. En la Tabla 4-28 se encuentran las especificaciones técnicas del motor paso a paso 42BYGHW609. Adicionalmente, la polea de 6 dientes fue conectada al eje del motor paso a paso para recibir la transmisión de la rotación de la polea de 60 dientes. La razón para la utilización de un motor paso a paso es su cantidad alta del número de pares de polos eléctricos (50), lo cual podría permitir generar magnitudes más altas de voltaje a comparación de otros tipos de motores con un número de polos más bajo. Por ejemplo, la

investigación de García-Vega [170] concluyó que este tipo de motores para utilizarlos como generadores eléctricos son una de las mejores alternativas para implementación en conjunto con turbinas tipo propulsor para la instalación en tuberías. Por otro lado, debido a que el motor paso a paso produce una señal en corriente alterna, las fases de este se conectaron a un puente rectificador doble, cuyo circuito se muestra más adelante, de manera que fuera posible la medición en corriente directa del voltaje y la corriente. Estas dos últimas se midieron con un par de multímetros, los cuales se pueden visualizar en la imagen. Adicionalmente, una carga eléctrica resistiva de  $1\ \Omega$  fue conectada al motor paso a paso por medio de un reóstato. Lo anterior con el fin de simular la conexión de una carga eléctrica al general, y, por ende, para que fuese posible la medición de la corriente eléctrica generada. En la figura se puede observar que el motor paso a paso estaba generando aproximadamente  $1.31\ \text{V}$  a  $1.23\ \text{A}$  con una carga de  $1\ \Omega$ , lo cual equivalió a  $1.61\ \text{W}$ . En el siguiente enlace se adjunta un video para visualizar el funcionamiento del prototipo: <https://bit.ly/3S8vgx3>. Alternativamente, se adjunta un código QR para visualizar el video en la Figura 4-54.

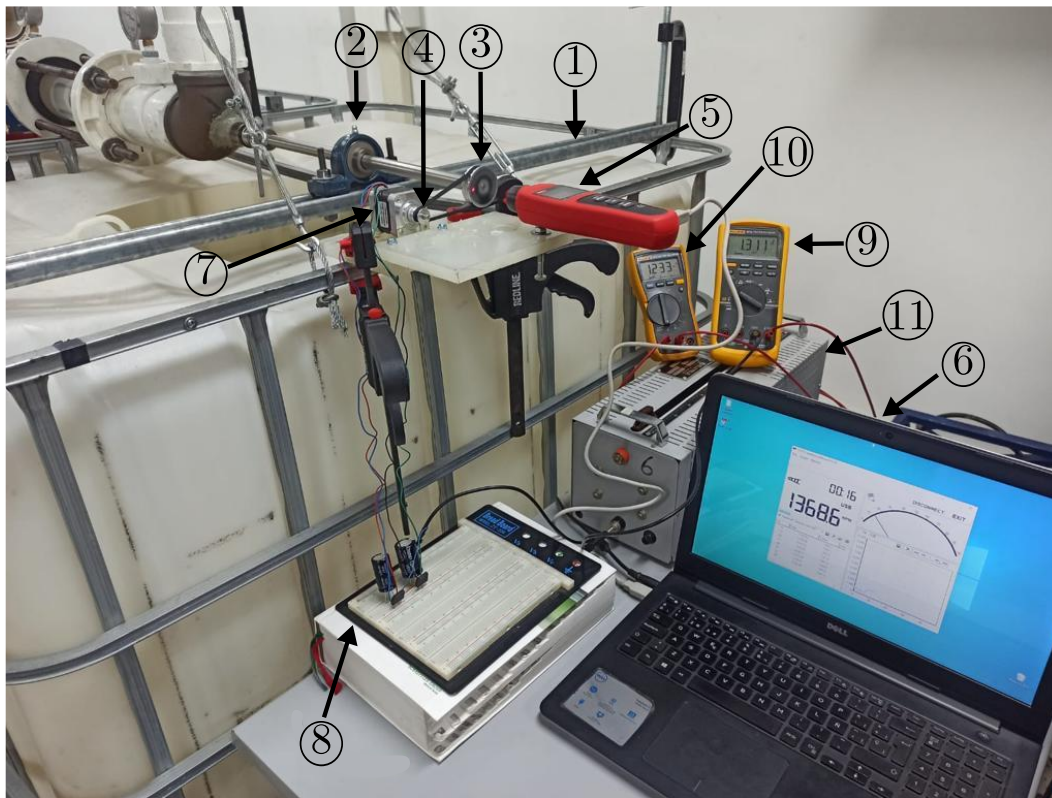


Figura 4-53. Montaje final y componentes usados para la comprobación del funcionamiento del prototipo de la turbina construida.

Tabla 4-27. Componentes utilizados en la comprobación del funcionamiento del prototipo de la turbina.

Ítem	Componente	Referencia
1	Perfil ranurado	Genérico
2	Chumacera	Chumacera UCP-SY tipo pedestal eje 5/8''
3	Polea 60 dientes	Genérica eje 5 mm
4	Polea 6 dientes	Genérico eje 5 mm
5	Tacómetro digital	UNI-T UT372
6	Programa de interfaz del tacómetro	Instalado en computador Dell
7	Motor paso a paso bipolar	42BYGHW609
8	Circuito electrónico conversor AC-DC	–
9	Multímetro para medición de voltaje	FLUKE 87V
10	Multímetro para medición de corriente	FLUKE 117
11	Reóstato	Genérico 0-47 $\Omega$

Tabla 4-28. Especificaciones técnicas del motor paso a paso 42BYGHW609 [171].

Ángulo de paso (°)	Longitud del motor (mm)	Voltaje nominal (V)	Corriente nominal (A)	Resistencia de fase ( $\Omega$ )	Inductancia de fase (mH)	Par de retención (g · cm)	Par de detención (g · cm)	Inercia (g · cm <sup>2</sup> )
1.8	40	3.4	1.7	2	3	4000	220	54



Figura 4-54. QR que direcciona al video que evidencia el funcionamiento del prototipo de la turbina construida.

Por último, en la Figura 4-55 se presenta el circuito electrónico usado para convertir la corriente alterna (AC) generada por el motor paso a paso a corriente directa (DC). El motor paso a paso con

referencia 42BYGHW609, y tratado en esta aplicación como generador ( $G$ ), posee 2 bobinas, las cuales fueron identificadas como “ab” y “cd”. De esta manera, para obtener una salida en corriente directa, se conectaron a cada bobina dos puentes rectificadores de onda completa de 100 V a 2 A. De esta forma, se obtuvieron dos salidas independientes de corriente directa identificada por las polaridades de negativo (–) y positivo (+). Para cada una de estas salidas, se conectó un par de capacitores con capacidad de  $4700 \mu F$  a 50 V para estabilizar el voltaje y eliminar los rizados de la señal. Luego, las dos salidas de corriente directa pueden ser conectadas en serie para obtener dos veces la magnitud del voltaje generado por cada bobina, o en paralelo para obtener una mayor magnitud de corriente, pero al mismo voltaje generado en las bobinas. Para este caso, se eligió realizar las pruebas de generación con la turbina con una conexión en paralelo para aumentar la corriente. Posteriormente, se conectó la carga eléctrica resistiva con un valor de  $1 \Omega$  haciendo uso del reóstato. Por último, la medición del voltaje se realizó en paralelo con los capacitores y la de corriente en serie con el reóstato.

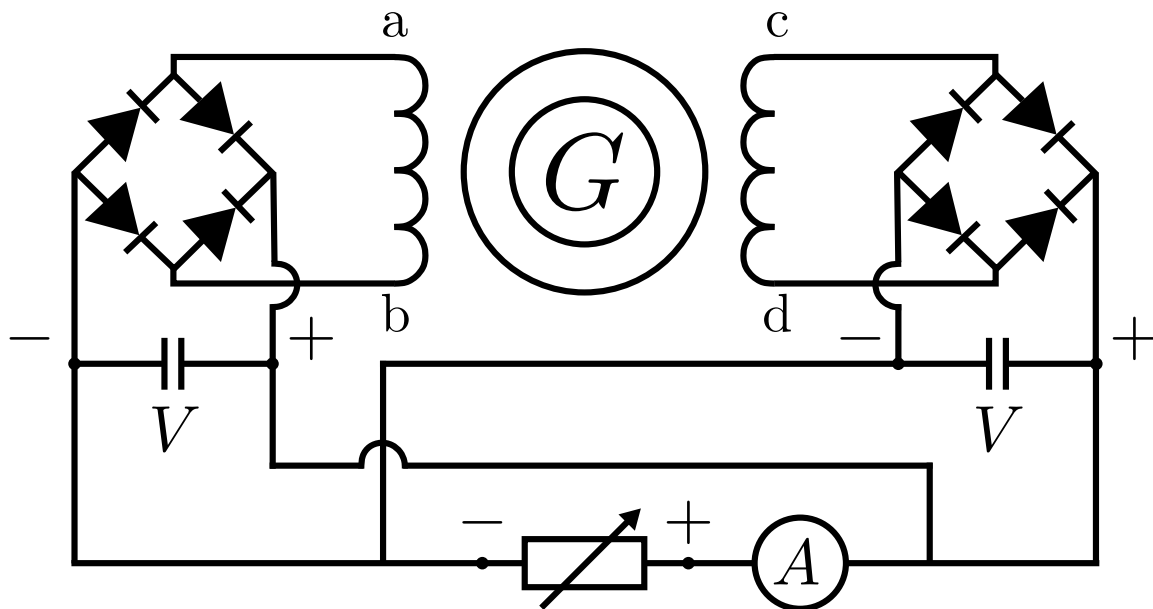


Figura 4-55. Circuito de rectificación AC-DC utilizado para la salida de señal del motor paso a paso.

## **5. Conclusiones y recomendaciones**

### **5.1 Conclusiones**

En la presente investigación se diseñan tres tipos de álabes geoméricamente diferentes con base en parámetros de diseño fluidodinámicos. Estos últimos corresponden a los álabes sin curvatura y espesor constante (álabe plano), con curvatura y espesor constante (álabe circular), y con curvatura y espesor variable (álabe MEL031). Luego, se llevan a cabo las simulaciones numéricas fluido-estructura paramétricas de una vía para determinar el comportamiento hidráulico y la respuesta estructural de los tres tipos de álabes. A partir de los resultados fluido-estructura, se hace uso de la matriz de decisión y la matriz morfológica para seleccionar el tipo de álabe, y los métodos y estrategias de manufactura con base en parámetros técnicos para operar en el mejor punto de eficiencia. Dicha selección corresponde al álabe circular con un método de manufactura que combina la remoción y adición de material y una estrategia de ensamble modular con los materiales de resina ABS-Like y aluminio para los álabes y el cuerpo de la turbina, respectivamente. Por último, el prototipo de la turbina se construye e instala en el banco de pruebas del banco hidráulico de la Institución Universitaria ITM; se concluye que el prototipo es funcional debido a que se logra generar energía eléctrica con el uso de un motor paso a paso como generador eléctrico. Para conocer los detalles, en las siguientes subsecciones se reportan las conclusiones más importantes y los aportes de cada uno de los objetivos específicos planteados:

#### **5.1.1 Diseño y modelo tridimensional de los tres tipos de álabes**

En primer lugar, se identifica en la revisión bibliográfica que el tipo de turbina hidráulica más eficiente para la operación al interior de tubería corresponde a la turbina axial tipo propulsor. Su eficiencia hidráulica varía entre un 40% y 76.8%. De esta manera, la turbina axial tipo propulsor opera con eficiencias hidráulicas mayores que las correspondientes a las turbinas Michell-Banki con modificaciones a la tubería, Darrieus con álabes rectos y esféricos, Savonius, bombas operadas como turbinas (PAT) y de desplazamiento positivo.

Los tres tipos de álabes se diseñan para los mismos parámetros de diseño correspondientes a un caudal de 15 l/s, una cabeza de presión de 3 m, se asume una eficiencia hidráulica del 65%, una velocidad angular de 3600 rpm, y una potencia mecánica de 286 W. Por otra parte, para el diseño de los álabes se asume una condición “libre de vórtice” o (*vortex-free*) en inglés.

Para obtener los modelos geométricos de los tres tipos de álabes, se plantea una metodología matemática para la generación de coordenadas cartesianas bidimensionales con base en los parámetros de diseño. Luego, se utiliza un código escrito en Python encargado de realizar un proceso de transformación de coordenadas para obtener las coordenadas meridionales con las cuales se generan las geometrías en el módulo BladeGen de ANSYS. Este código genera las coordenadas meridionales de los álabes con curvatura. En contraste, debido a que la geometría del álabe plano no posee curvatura, su geometría no se obtiene a partir del código, sino que se puede obtener directamente en BladeGen una vez se realizan los cálculos del método matemático. Los códigos se comparten en los anexos B y C, los cuales, en parte de permitir el cumplimiento de este objetivo específico, se consideran como un aporte a la comunidad científica.

### **5.1.2 Simulaciones fluido-estructurales de una vía**

En un principio se validó el modelo numérico fluidodinámico que se utiliza en esta investigación con respecto a los resultados experimentales de Samora *et al.*, [18]. Para ello, se genera la geometría de la turbina con base en los parámetros fluidodinámicos en el mejor punto de eficiencia experimental y se simula, con la metodología planteada, la condición de operación. Luego, se valida el método fluidodinámico debido a que existió un error relativo del 0.46% entre la eficiencia hidráulica obtenida numéricamente con la metodología planteada en el presente trabajo en comparación con la eficiencia hidráulica obtenida en el resultado experimental de Samora *et al.*

Uno de los contribuyentes a tan buen resultado de validación corresponde al hecho de la utilización de mallas hexaédricas de alta calidad generadas en el módulo TurboGrid de ANSYS. Adicionalmente, la aplicación del Criterio de Convergencia de Malla (*GCI*), recomendado por la Sociedad Americana de Ingenieros Mecánicos (*ASME*), también contribuyó a asegurar una cantidad de elementos de malla que sean independientes a los resultados fluidodinámicos. En el anexo D se comparte un código escrito en Python que aplica la metodología *GCI* y arroja los correspondientes resultados cuantitativos, y a su vez, resultados cualitativos mediante una representación gráfica. Lo anterior también se considera un aporte a la comunidad científica debido a que se fomenta a los investigadores a utilizar una metodología de estudio y cuantificación de la incertidumbre de malla que ya está validada y recomendada por organizaciones internacionales como la *ASME*, especialmente para aquellos investigadores dentro del área de la fluidodinámica computacional.

Con respecto a los resultados de las simulaciones paramétricas fluidodinámicas, se asegura una distancia adimensional  $y^+$  en promedio no mayor a 2.43 para los tres tipos de álabes investigados. Lo anterior asegura unos resultados fluidodinámicos confiables. Por otra parte, el álabe que opera con la mayor eficiencia es el álabe con curvatura y espesor constante (conocido como álabe circular). El punto de mejor eficiencia para el álabe circular fue de 75.47% para las condiciones de operación de 10 l/s y una velocidad angular de 2000 rpm, generando una cabeza de presión de 1.86 m y una potencia mecánica de 138 W. En este orden, le siguió el álabe con curvatura y espesor variable (conocido como MEL031), el cual opera con una eficiencia máxima de 34.32% a un caudal de 22 l/s y una velocidad angular de 750 rpm, generando una cabeza de presión de 1.14 m y una potencia mecánica de 84.34 W. Por último, el álabe con la eficiencia menor es el álabe sin curvatura con espesor constante (conocido como álabe plano), el cual opera con una eficiencia máxima de 26.45% a un caudal de 26 l/s y una velocidad angular de 500 rpm, generando una cabeza de presión de 0.96 m y una potencia mecánica de 54.6 W.

Con respecto a los resultados de las simulaciones estructurales, para las condiciones fluidodinámicas de mejor eficiencia, se identifica que el álabe MEL031 opera con las magnitudes más bajas de esfuerzo von Mises para los materiales de aluminio, bronce y resina ABS-Like en comparación con los demás álabes; el mínimo identificado fue de 7.71 MPa para el aluminio. Lo anterior se debe el espesor mayor del álabe MEL031, el cual en su punto máximo alcanza aproximadamente 3.9 mm, en comparación con el espesor de los demás álabes de 1.7 mm. Por su parte, el álabe plano opera con mayores magnitudes de esfuerzo en comparación con el circular para los tres tipos de materiales, el máximo es de 17.39 MPa para la resina ABS-Like. El circular opera con un esfuerzo máximo de 15.24 MP. Por otra parte, todos los tipos de álabes operan con un factor de seguridad mayor a 1 para todos los materiales. Lo anterior quiere decir que, para las condiciones de operación del punto de mejor eficiencia, ninguna combinación de álabes y materiales genera una deformación plástica del material.

Con respecto al análisis modal, específicamente respecto a las velocidades críticas identificadas a partir del diagrama de Campbell, se concluye que ninguna combinación de los tipos de álabe y los materiales evaluados presentaron velocidades críticas preocupantes para las condiciones de máxima eficiencia. Lo anterior se debe a que las magnitudes de los armónicos para los cuales se identificaron posibles velocidades críticas son muy altos, del orden de 700 veces o más la frecuencia de rotación de los distintos álabes. Con lo cual, las velocidades críticas son muy poco probable que ocurran.

Por último, se concluye del análisis de respuesta armónica que existen resonancias con la deformación direccional  $U_z$  para el álabe circular con el modo de vibración 1 y 2 para el bronce y la resina ABS-Like, respectivamente. Para el álabe MEL031 existen resonancias con los modos de vibración 1 y 9 para la resina, y el bronce y el aluminio, respectivamente. Sin embargo, el álabe plano tiene menor posibilidad de generar resonancias con sus modos de vibración debido a que el único modo que puede tener resonancia es el 14°, lo cual es poco probable debido a la complejidad del modo de vibración en comparación con los primeros modos. Con respecto a posibles situaciones adversas de fatiga, se concluye que ningún álabe para ningún material presenta dicha situación. Lo anterior es debido a que los esfuerzos von Mises máximos resultaron muy inferiores a los esfuerzos de fluencia de los materiales.

### **5.1.3 Selección de la turbina a partir de matrices de selección**

Para la selección del tipo de álabe, se considera que los siguientes parámetros de selección posean valores numéricos altos, por ejemplo, la eficiencia hidráulica, la cabeza de presión, y la potencia mecánica. Por el contrario, se considera que los siguientes parámetros de selección posean valores numéricos bajos, por ejemplo, el esfuerzo von Mises máximo, la deformación total, el factor de seguridad, y el número de modos de vibración con resonancia. De esta manera, y teniendo en cuenta los anteriores criterios de diseño, el tipo de álabe seleccionado fue el álabe con curvatura y espesor constante, es decir, el álabe circular.

Con respecto a la selección de los métodos y estrategias de manufactura, la estrategia de manufactura seleccionada corresponde a la estrategia modular. Lo anterior significa que la turbina la componen álabes y cuerpo manufacturados por separado, por lo tanto, se ensamblan. Lo anterior quiere decir que se seleccionan ambos métodos de manufactura evaluados, es decir, la remoción y adición de material. La remoción de material para fabricar el cuerpo de la turbina en aluminio, el cual posee una geometría pentagonal; y los álabes se manufactura a través de manufactura aditiva con la técnica de estereolitografía con resina ABS-Like. La anterior selección se realiza con respecto a los criterios de diseño del tiempo total de manufactura, el costo de la materia prima, y el costo de la manufactura para el centro de mecanizado y la impreso 3D.

### 5.1.4 Construcción del prototipo de la turbina

El cumplimiento de este objetivo específico es posible debido a que se comprueba el funcionamiento del prototipo de la turbina para instalación en tuberías. Lo anterior es posible debido a que se propone una metodología de construcción, instalación y ensamble, y comprobación de funcionamiento para:

1. Manufacturar los álabes y el cuerpo de la turbina con resina ABS-Like por medio de impresión 3D (estereolitografía) y remoción de material con aluminio, respectivamente.
2. Modificar el codo de  $90^\circ$  para extraer el eje de la turbina por fuera de la tubería y darle apoyo. Adicionalmente, se concluye que es válida la utilización de un sello mecánico para asegurar la estanqueidad de la instalación en la zona del codo.
3. La implementación de acrílico transparente para visualizar la turbina al interior de la tubería. También, validar el uso de ejes roscado en conjunto con sellos de caucho para asegurar la estanqueidad de la instalación en la zona donde se encuentra la turbina y el acrílico.
4. La correcta transmisión mecánica del eje y la implementación de un motor paso a paso para generar energía eléctrica. Por ejemplo, para una carga eléctrica de  $1\Omega$ , se logró generar 1.31 V a 1.23 A con una velocidad angular del eje de aproximadamente 1370 rpm. Se clara que este resultado corresponde a una carga eléctrica específica, sin embargo, no representa el valor de voltaje máximo que se pueda generar, por lo cual, la potencia eléctrica también puede ser mayor. Para propósitos de demostración, se mostraron las anteriores condiciones. En conclusión, se comprueba el funcionamiento del prototipo de la turbina, por lo tanto, cumple con este objetivo específico.

## 5.2 Recomendaciones

Con respecto a la generación de geometría a través de las coordenadas meridionales en el módulo de BladeGen, es suficiente implementar un polinomio de cuarto grado para interpolar los puntos de interés para la coordenada meridional angular  $\theta_m$  para puntos específicos de  $m'$ .

En referencia a las simulaciones fluidodinámicas, se identificó que, para el volumen de control específico usado, la ubicación de las condiciones de frontera de la entrada y salida del fluido no generaron mayores cambios en la caída de presión generada por los diferentes álabes. Por lo tanto, se recomienda evaluar la ubicación de dichas condiciones de frontera de manera que se ubiquen más cerca de la turbina. Lo anterior podría evitar un costo computacional adicional debido a que el número de elementos de la malla se reduciría.

Cuando se alcance la etapa de transferir la geometría del álabe desde BladeGen al módulo estructural de ANSYS, se recomienda dar clic derecho en el módulo de BladeGen y seleccionar la opción de “crear nueva geometría”. De esta manera, es posible usar las geometrías generadas en el módulo de BladeGen y usarlas para cualquier otro análisis que requiere transferencia de geometría. De lo contrario, si se intenta enlazar directamente el módulo de BladeGen con el módulo de geometría del módulo estructural, no será posible.

Con respecto al análisis estructural, específicamente en análisis modal, si se quiere obtener el resultado de los factores de participación de masa correspondientes a los modos de vibración calculados en el módulo de análisis modal de ANSYS, se recomienda cambiar la siguiente configuración: en el menú de “*Analysis settings*” → “*Analysis Data Management*” → “*Future Analysis*”, la opción por defecto es “*None*”, la cual se debe cambiar a “*MSUP Analyses*”. Esta última opción significa que dentro del análisis modal se contempla un análisis posterior de respuesta harmónica por medio del método de superposición de nodos (*Mode Superposition MSUP*).

Para generar satisfactoriamente los resultados correspondientes al diagrama de Campbell, se deben activar los efectos Coriolis en el menú de configuraciones del módulo de análisis modal.

Con respecto al análisis harmónico, se recomienda asignar un factor de amortiguamiento para evitar que los resultados harmónicos diverjan con valores infinitos, y por tanto no se obtengan resultados acordes a la realidad. Un factor de amortiguamiento del 20% se utiliza de manera general para una gran variedad de materiales metálicos y plásticos.

Haciendo alusión a la fase de construcción del prototipo de la turbina, se recomienda realizar redondeos en la raíz del álabe. Lo anterior se debe a que se identificaron concentradores de esfuerzos en estos lugares que sobrepasaron los esfuerzos de fluencia para las condiciones de caudal máximo de alrededor de 26 l/s. De manera que, incluyendo dichos redondeos en el proceso de manufactura, es posible asegurar que el álabe opere con un factor de seguridad mayor a 1.

### 5.3 Trabajos futuros

De acuerdo con las observaciones realizadas durante la operación del prototipo de la turbina, a pesar de haber demostrado una operación general aceptable, se advierte la necesidad de introducir un mecanismo destinado a mitigar las vibraciones inherentes al funcionamiento del prototipo. En este contexto, se sugiere la implementación de un sistema de soporte adicional en proximidad al cuerpo de la turbina, complementario a los apoyos existentes en la zona del buje de bronce y la chumacera.

Una estrategia viable consistiría en la incorporación de un soporte adicional situado aguas abajo de la turbina, mediante la integración de un rodamiento cerámico que pueda entrar en contacto directo con el agua. Esta configuración podría tener el potencial de atenuar las vibraciones de manera efectiva, contribuyendo así a optimizar el desempeño mecánico de la turbina.

Es fundamental destacar que la adopción de medidas orientadas a la reducción de las vibraciones no solo mejorará la eficiencia operativa de la turbina debido a la minimización de pérdidas mecánicas, sino que también prolongará la vida útil de los componentes de la turbina al minimizar el desgaste asociado a las fuerzas dinámicas. Por ende, se insta a considerar detenidamente la implementación de este mecanismo de soporte adicional como una mejora esencial para la operatividad sostenible de la turbina en cuestión.

Adicionalmente, considerando el rendimiento notablemente elevado alcanzado por la turbina equipada con álabes circulares, que logró una eficiencia cercana al 75%, aproximándose a los niveles observados en turbinas investigadas por diferentes autores en la bibliografía de tipo propulsor que emplean dispositivos pasivos como álabes direccionadores de flujo, se plantea la perspectiva de integrar este tipo de dispositivos en trabajos futuros relacionados con la turbina de álabes circulares. La inclusión de estos dispositivos direccionadores de flujo permitiría explorar y evaluar de manera sistemática la influencia de este tipo de dispositivos en el rendimiento de la turbina.

En esta línea, se sugiere llevar a cabo investigaciones específicas destinadas a analizar la repercusión de los álabes direccionadores de flujo en el rendimiento global de la turbina con álabes circulares. Este enfoque no solo constituiría una extensión lógica de la presente investigación, sino que también ofrecería la oportunidad de discernir el potencial incremento en la eficiencia de la turbina al implementar dichos dispositivos pasivos.

En futuras investigaciones, es fundamental centrarse en optimizar la forma del álabe circular. Sería interesante explorar qué parámetros geométricos podrían mejorar la eficiencia hidráulica de la turbina. Esto implica analizar de manera sistemática cómo la geometría del álabe, como su inclinación, espesor, redondeos, curvatura y solidez, influyen en el rendimiento de la turbina. Este enfoque no solo ampliará nuestro entendimiento sobre cómo la geometría afecta la eficiencia, sino también nos acercará a diseñar álabes que maximicen el rendimiento de la turbina.

Por último, otro aspecto crucial para investigaciones futuras es examinar las condiciones de cavitación utilizando el número de Thoma y simulaciones multifásicas. La cavitación, que implica la formación y colapso de burbujas de vapor, puede afectar significativamente la eficiencia y la integridad estructural de la turbina. Al utilizar el número de Thoma y simulaciones multifásicas, podemos obtener una comprensión detallada de las condiciones de cavitación a las que se enfrenta la turbina. Este enfoque no solo nos ayudará a identificar áreas propensas a la cavitación, sino que también nos permitirá proponer estrategias para mitigar este fenómeno y así preservar la eficiencia y durabilidad de este tipo de turbinas en diversos entornos operativos.

## **A. Anexo: publicaciones**

A continuación, se anexan los productos de generación y apropiación de conocimiento derivados de resultados previos de esta investigación.

Artículo:

Monsalve, O.; Sebastián Velez-Garcia; Josept David Revuelta-Acosta. Influence of Blade Number on the Hydrodynamic Performance of a Propeller-Type Axial Turbine for In-Pipe Installation. *CFD Lett.* 2024, 16 (4 SE-Articles), 134–158. <https://doi.org/10.37934/cfdl.16.4.134158>.

Esta revista científica fue indexada con categoría B por Publindex y con cuartil Q2 por Scopus en el momento de la publicación.

Ponencia internacional en español:

Monsalve-Cifuentes, O. D.; Sanín-Villa, D.; Velez-García, S. Incidencia Del Número de Álabes En El Rendimiento Hidráulico de Una Turbina Axial Usad Al Interior de Tuberías. In *10a Semana Internacional de Ciencia, Tecnología e Innovación*, Cúcuta, Colombia, 2023; p 273.

## B. Anexo: Código (Python) generador de coordenadas meridionales de BladeGen para el álabe con curvatura y espesor constante (álabe circular)

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

def generate_circular_profile(H, Q, N, eff, ri, rh, rt, z):
    """
    Circular profile generator. It projects the 2D mean line into 3D coordinates

    Function arguments:
    H: head (m)
    Q: flow rate (m^3/s)
    N: angular velocity (rpm)
    eff: turbine efficiency (-)
    ri: radius design point (m)
    rh: hub radius (m)
    rt: tip radius (m)
    z: number of blades
    """

    # Step 1. Project the circular profile to 2D cartesian coordinates x,y

    # Velocity triangle calculations

    # Constants
    rho = 997 # Water density (kg/m^3)
    g = 9.81 # Gravitational acceleration (m/s^2)
    k = (g*H*eff*60) / (N*2*np.pi) # Free vortex constant (m^2/s)
    wrap_angle = np.deg2rad(360 / z) # Wrap angle (To insert in Bladegen for the
    first window in angle/thickness mode)
    omega = N * (2*np.pi/60) # Angular velocity in rad/s

    # Velocities
```

```

va = Q / (np.pi * (rt**2 - rh**2)) # Axial velocity
vt = omega * ri # Tangential velocity
vc = k / ri # Circumferential velocity

# Leading and trailing edge angles
beta1 = np.arctan(va / vt)
beta2 = np.arctan(va / (vc + vt))

# Circular profile x,y coordinates calculation
L = ri * wrap_angle
x1 = -L / 2
x2 = L / 2

rc = L / ((np.sin(np.pi/2 - beta1) / (np.tan(np.pi/2 - beta1))) -
np.sin(beta2)) # Profile circle radius
xc = L/2 + rc*np.sin(beta2) # Circle center at x coordinate
yc = rc * np.sin(np.pi/2 - beta1) # Circle center at y coordinate

# Calculate the half axial chord for bladegen to use on the meridional view.
In bladegen, the axial chord is Ca/2.
ca = ((rc * np.cos(beta2) - yc) * 1000 # mm

# 2D projection x,y

number_of_points = 40
# x coordinate generation
x_2d = []
for i in range(number_of_points, -1, -1):
    xi_iter = x2 + (i/number_of_points) * (x1 - x2)
    x_2d.append(xi_iter)

# y coordinate generation
y_2d = yc - np.sqrt(rc**2 - (x_2d - xc)**2)

# Displace x to the right by L/2 to make the first values of x,y equal 0.
This is mandatory to transform to bladegen coord
# x_2d = x_2d + L/2

# -----

```

```

# Step 2. Project the profile to 3D cylindrical coordinates (ri, theta, z)

# Projecting the camber

theta = [i / ri for i in x_2d]
# theta = x_2d/ri
z_3d = y_2d

# -----

# Step 3. Transform the cylindrical coordinates to x,y,z. The coordinate z is
equal to z_cylindrical

x_3d = ri*np.cos(theta)
y_3d = ri*np.sin(theta)

return x_3d, y_3d, z_3d, x_2d, y_2d, np.rad2deg(beta1), np.rad2deg(beta2), L,
x1, x2, rc, xc, yc, ca

def cartesian_to_meridional(x, y, z):
    """Transforms 3D cartesian coordinates (x, y, z) to meridional coordinates
    (%m_prime, theta)"""

    m = []
    theta = []

    # Initial values for m and r (Assuming the first node as the origin)
    m_prev = 0
    r_prev = 0

    for i in range(len(x)):
        # Calculate r_i for the current node
        r_i = np.sqrt(x[i]**2 + y[i]**2)

        if i == 0:
            # Special case for the first node
            m_i = 0
        else:
            m_i = m_prev + np.sqrt((z[i]-z[i-1])**2 + (r_i-r_prev)**2) / r_i

```

```

        # Calculate theta_i for the current node
        theta_i = np.rad2deg((np.arctan2(x[i], y[i]) - np.arctan2(x[0], y[0]))) #
Theta_i in degrees [°]

        m_prev = m_i
        r_prev = r_i

        m.append(m_i)
        theta.append(theta_i*-1) # theta_i was multiplied by -1 to obtain
positive values for theta

        # Calculate %m_i
        max_m = max(m)
        m_i_percentage = [i/max_m for i in m]

        return m_i_percentage, theta

def interpolate_polynomial(m_prime_percentage, theta, points_to_evaluate):
    """Interpolates the meridional coordinates (%m_prime, theta) and evaluates at
    %m_prime(0, 25, 50, 75, 100) %"""

    # 5th grade polynomial fit
    coefficients = np.polyfit(m_prime_percentage, theta, 5)

    # Evaluate the polynomial at all data points and points_to_evaluate
    interpolated_values_all = np.polyval(coefficients, m_prime_percentage)
    interpolated_values_points = np.polyval(coefficients, points_to_evaluate)

    # Calculate R^2
    mean_theta = np.mean(theta)
    total_sum_of_squares = np.sum((theta - mean_theta)**2)
    residual_sum_of_squares = np.sum((interpolated_values_all - theta)**2)
    r_squared = 1 - (residual_sum_of_squares / total_sum_of_squares)

    return interpolated_values_points, r_squared

# -----

# User inputs

```

```
H = 3
Q = 0.015
N = 3600
eff = 0.65
ri_hub = 0.02259
ri_tip = 0.03765
# ri_mid = 0.0318

# Do not change the following definitions
rh = ri_hub
rt = ri_tip
ri_mid = (ri_hub + ri_tip) / 2
z = 5

# -----

# Generate the 3D circular profile with user inputs

(
  x_3d_hub, y_3d_hub, z_3d_hub,
  x_hub_2d, y_hub_2d,
  beta1_hub, beta2_hub,
  L_hub, x1_hub, x2_hub, rc_hub, xc_hub, yc_hub, ca_hub
) = generate_circular_profile(H, Q, N, eff, ri_hub, rh, rt, z)

(
  x_3d_mid, y_3d_mid, z_3d_mid,
  x_mid_2d, y_mid_2d,
  beta1_mid, beta2_mid,
  L_mid, x1_mid, x2_mid, rc_mid, xc_mid, yc_mid, ca_mid
) = generate_circular_profile(H, Q, N, eff, ri_mid, rh, rt, z)

(
  x_3d_tip, y_3d_tip, z_3d_tip,
  x_tip_2d, y_tip_2d,
  beta1_tip, beta2_tip,
  L_tip, x1_tip, x2_tip, rc_tip, xc_tip, yc_tip, ca_tip
) = generate_circular_profile(H, Q, N, eff, ri_tip, rh, rt, z)
```

```
# Transform x,y,z to Bladegen meridional coordinates %m_prime, theta
m_hub, theta_hub = cartesian_to_meridional(x_3d_hub, y_3d_hub, z_3d_hub)
m_mid, theta_mid = cartesian_to_meridional(x_3d_mid, y_3d_mid, z_3d_mid)
m_tip, theta_tip = cartesian_to_meridional(x_3d_tip, y_3d_tip, z_3d_tip)

# # Interpolate the meridional coordinates (%m_prime, theta) with 5th grade
polynomial at specified points
percentage_positions = [0.0, 0.25, 0.5, 0.75, 1.0] # Points to evaluate the
fitted function theta(%m_prime)
interpolated_values_hub, r_squared_hub = interpolate_polynomial(m_hub, theta_hub,
percentage_positions)
interpolated_values_mid, r_squared_mid = interpolate_polynomial(m_mid, theta_mid,
percentage_positions)
interpolated_values_tip, r_squared_tip = interpolate_polynomial(m_tip, theta_tip,
percentage_positions)

# -----

# Print 2D coordinates
# print("2D x-coordinate")
# for i in x_tip_2d:
#     print(f"{i*1000:.2f}")

# print("2D y-coordinate")
# for i in y_tip_2d:
#     print(f"{i*1000:.2f}")

# Print 3D coordinates
# print("z-coordinate")
# for i in z_3d_tip:
#     print(i)
# print("x-coordinate")
# for i in x_3d_tip:
#     print(i)
# print("y-coordinate")
# for i in y_3d_tip:
#     print(i)

# Print circular profile geometry results
print(f"beta1_hub : {beta1_hub:.4f} °, beta2_hub : {beta2_hub:.4f} °, L_hub :
```

```

{L_hub:.4f}, x1_hub : {x1_hub:.4f}, x2_hub : {x2_hub:.4f}, rc_hub : {rc_hub:.4f},
xc_hub : {xc_hub:.4f}, yc_hub : {yc_hub:.4f}")
print(f"beta1_mid : {beta1_mid:.4f} °, beta2_mid : {beta2_mid:.4f} °, L_mid :
{L_mid:.4f}, x1_mid : {x1_mid:.4f}, x2_mid : {x2_mid:.4f}, rc_mid : {rc_mid:.4f},
xc_mid : {xc_mid:.4f}, yc_mid : {yc_mid:.4f}")
print(f"beta1_tip : {beta1_tip:.4f} °, beta2_tip : {beta2_tip:.4f} °, L_tip :
{L_tip:.4f}, x1_tip : {x1_tip:.4f}, x2_tip : {x2_tip:.4f}, rc_tip : {rc_tip:.4f},
xc_tip : {xc_tip:.4f}, yc_tip : {yc_tip:.4f}\n")
print("-----")

# Print R^2 for the interpolated values of theta(%m_prime)
print("Coefficient of determination R^2 for the interpolated values of %m vs
theta")
print(f"R^2 at hub = {r_squared_hub}")
print(f"R^2 at mid = {r_squared_mid}")
print(f"R^2 at tip = {r_squared_tip}\n")
print("-----")

# Print the blade axial chord Ca/2 for bladegen in mm
print("Axial chord Ca/2 for the Bladegen meridional view:")
print(f"Ca/2_hub = {ca_hub/2:.4f}")
print(f"Ca/2_mid = {ca_mid/2:.4f}")
print(f"Ca/2_tip = {ca_tip/2:.4f}")
print("-----")

# Printing interpolated values of the function theta(%m_prime) and R^2
for i, pos in enumerate(percentage_positions):
    print(f"Interpolated value at %m_prime = {int(pos*100)}%")
    print(f"theta_hub = {interpolated_values_hub[i]:.4f} ")
    print(f"theta_mid = {interpolated_values_mid[i]:.4f} ")
    print(f"theta_tip = {interpolated_values_tip[i]:.4f} ")
    print("-----")

# -----

# 2D plotting
plt.figure(figsize=(16, 4))
plt.plot(x_hub_2d, y_hub_2d, label= "Hub")
plt.plot(x_mid_2d, y_mid_2d, label= "Mid")

```

```
plt.plot(x_tip_2d, y_tip_2d, label= "Tip")
plt.title("2D cartesian projection of circular profile")
plt.xlabel("x")
plt.ylabel("y")
# plt.xlim(0,)
plt.grid(True)
# plt.axis("scaled")
plt.legend()
plt.show()

# 3D plotting
fig = plt.figure()
ax = fig.add_subplot(111, projection='3d', proj_type="ortho")
ax.plot(x_3d_hub, y_3d_hub, z_3d_hub, label="Hub")
ax.plot(x_3d_mid, y_3d_mid, z_3d_mid, label="Mid")
ax.plot(x_3d_tip, y_3d_tip, z_3d_tip, label="Tip")
ax.set_title("3D projection of circular profiles")
ax.set_xlabel("x")
ax.set_ylabel("y")
ax.set_zlabel("z")
ax.set_aspect("equal")
ax.legend()
plt.show()

# Export profile 3D data in mm for the thesis methodology
# np.savetxt("x_3D_hub.txt", x_3d_hub * 1000, delimiter=",")
# np.savetxt("y_3D_hub.txt", y_3d_hub * 1000, delimiter=",")
# np.savetxt("z_3D_hub.txt", z_3d_hub * 1000, delimiter=",")

# np.savetxt("x_3D_mid.txt", x_3d_mid * 1000, delimiter=",")
# np.savetxt("y_3D_mid.txt", y_3d_mid * 1000, delimiter=",")
# np.savetxt("z_3D_mid.txt", z_3d_mid * 1000, delimiter=",")

# np.savetxt("x_3D_tip.txt", x_3d_tip * 1000, delimiter=",")
# np.savetxt("y_3D_tip.txt", y_3d_tip * 1000, delimiter=",")
# np.savetxt("z_3D_tip.txt", z_3d_tip * 1000, delimiter=",")

# -----

# # Plotting %m_prime vs. theta
```

```
plt.plot(m_hub, theta_hub, label="Hub")
plt.plot(m_mid, theta_mid, label="Mid")
plt.plot(m_tip, theta_tip, label="Tip")
plt.xticks(percentage_positions)
# plt.xlim(0, 1)
# plt.ylim(0,)
plt.xlabel(r"$\%m_{prime}$")
plt.ylabel(r"$\theta$")
plt.grid(True)
plt.legend()
plt.show()

# # Export meridional coordinates data for the thesis methodology
# np.savetxt("m_hub.txt", m_hub, delimiter=",")
# np.savetxt("m_mid.txt", m_mid, delimiter=",")
# np.savetxt("m_tip.txt", m_tip, delimiter=",")

# np.savetxt("theta_hub.txt", theta_hub, delimiter=",")
# np.savetxt("theta_mid.txt", theta_mid, delimiter=",")
# np.savetxt("theta_tip.txt", theta_tip, delimiter=",")
```

## C. Anexo: Código (Python) generador de coordenadas meridionales de BladeGen para el álabe con curvature y espesor variable (Álabe MEL031)

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

def calculate_velocity_triangle_and_chord_length(H, Q, N, eff, ri, rh, rt, z):
    """
    Resolves the velocity triangle assuming free vortex at leading edge.
    Calculates the airfoil chord length and the blade stagger angle

    Function arguments:
    H: head (m)
    Q: flow rate (m^3/s)
    N: angular velocity (rpm)
    eff: turbine efficiency (-)
    rh: hub radius (m)
    rt: tip radius (m)
    z: number of blades
    """

    # Constants
    g = 9.81 # Gravitational acceleration (m/s^2)
    k = (g*H*eff*60) / (N**2*np.pi) # Free vortex constant (m^2/s)
    omega = N * (2*np.pi/60) # Angular velocity in rad/s
    cl = 0.57692 # Lift coefficient
    lift_to_drag = 59 # Drag-to-lift coefficient
    cd = cl / lift_to_drag # Drag coefficient
    drag_to_lift = cd / cl

    # Velocities
    va = Q / (np.pi * (rt**2 - rh**2)) # Axial velocity
    vt = ri * omega # Tangential velocity
    vc = k / ri # Circumferential velocity
```

```

# Blade angles
beta1 = np.arctan(va / (vt - vc))
beta2 = np.arctan(va / vt)

# Mean beta angle
beta_mean = np.arctan(0.5 * (np.tan(beta1) + np.tan(beta2)))

# theta angle
theta = beta_mean - np.deg2rad(2) # AoA = 2°

# Stagger angle
stagger_angle = np.deg2rad(270) - theta

# Mean relative velocity
w_mean = va / np.cos(beta_mean)

# Blade pitch at ri
pitch = (2*np.pi*ri) / z

# Chord length l
l = (2 * g * pitch * eff * H) / (cl * vt * w_mean * (1-
(drag_to_lift/np.tan(beta_mean))))

# Calculate axial chord for bladegen to use on the meridional view. In
bladegen, the axial chord is Ca/2.
ca = (l * np.sin(np.deg2rad(90) - theta)) * 1000 # Converted to mm

# Blade solidity
solidity = l / pitch

return va, vt, vc, np.rad2deg(beta1), np.rad2deg(beta2),
np.rad2deg(beta_mean), np.rad2deg(stagger_angle), l, solidity, ca

def generate_naca_4_digit(C, ri, stagger_angle):
    """
    NACA 4-digit airfoil generator. It projects the 2D profile into 3D
    coordinates

```

```

Function arguments:
C : chord length
r : design radius
gamma : stagger angle

Variables subindex meaning
c : camber
u : upper
l : lower
"""

# Step 1. Project the airfoil profile to a x,y 2D coordinate
# MEL031 airfoil parameters
M = 0.04 # Maximum camber
P = 0.5 # Maximum camber location
T = 0.12 # Maximum thickness

# Thickness constants
A0 = 0.2969
A1 = -0.126
A2 = -0.3516
A3 = 0.2843
A4 = -0.1015 # Opened trailing edge. Change to -0.1036 for a closed trailing
edge.

# Normalized x-coordinate. Cosine spacing is used to group more points at the
leading and trailing edges
beta = np.linspace(0, np.pi, 100)
x = (1-np.cos(beta))/2

# Camber line yc and its derivative dyc_dx
yc_2d = np.where(x < P, (M/(P**2)) * (2*P*x - x**2), (M/(1-P)**2) * (1 - 2*P
+ 2*P*x - x**2))
dyc_dx = np.where(x < P, (2*M/(P**2)) * (P - x), (2*M/(1-P)**2) * (P - x))

camber_2d = yc_2d * C # Variable created to plot the 2D profile

# Thickness distribution yt
yt = 5*T*C * (A0*np.sqrt(x) + A1*(x) + A2*(x)**2 + A3*(x)**3 + A4*(x)**4)

```

```

# Upper surface coordinates
xu_2d = x * C - yt * np.sin(np.arctan(dyc_dx))
yu_2d = yc_2d * C + yt * np.cos(np.arctan(dyc_dx))

# Lower surface coordinates
xl_2d = x * C + yt * np.sin(np.arctan(dyc_dx))
yl_2d = yc_2d * C - yt * np.cos(np.arctan(dyc_dx))

# -----

# Step 2. Rotate the profiles by 270-theta. Where theta = beta_avg - AoA

# rotating the camber
xc_2d_rotated = xl_2d*np.cos(np.deg2rad(stagger_angle)) -
yc_2d*C*np.sin(np.deg2rad(stagger_angle))
yc_2d_rotated = xl_2d*np.sin(np.deg2rad(stagger_angle)) +
yc_2d*C*np.cos(np.deg2rad(stagger_angle))

# Rotating the upper
xu_2d_rotated = xu_2d*np.cos(np.deg2rad(stagger_angle)) -
yu_2d*np.sin(np.deg2rad(stagger_angle))
yu_2d_rotated = xu_2d*np.sin(np.deg2rad(stagger_angle)) +
yu_2d*np.cos(np.deg2rad(stagger_angle))

# Rotating thde lower
xl_2d_rotated = xl_2d*np.cos(np.deg2rad(stagger_angle)) -
yl_2d*np.sin(np.deg2rad(stagger_angle))
yl_2d_rotated = xl_2d*np.sin(np.deg2rad(stagger_angle)) +
yl_2d*np.cos(np.deg2rad(stagger_angle))

# -----

# Step 3. Project the profile to 3D cylindrical coordinates (r, theta, z)

# Projecting the camber
theta_camber = xc_2d_rotated/ri
zc_3d = yc_2d_rotated

# Projecting to cylindrical coordinates the upper surface

```

```

theta_upper = xu_2d_rotated/ri
zu_3d = yu_2d_rotated

# Projecting to cylindrical coordinates the lower surface
theta_lower = xl_2d_rotated/ri
zl_3d = yl_2d_rotated

# -----

# Step 4. Transform the cylindrical coordinates to x,y,z. The coordinate z is
equal to z_cylindrical

xc_3d = ri*np.cos(theta_camber)
yc_3d = ri*np.sin(theta_camber)

xu_3d = ri*np.cos(theta_upper)
yu_3d = ri*np.sin(theta_upper)

xl_3d = ri*np.cos(theta_lower)
yl_3d = ri*np.sin(theta_lower)

return (
    # 2D profile (not rotated)
    camber_2d, xu_2d, yu_2d, xl_2d, yl_2d,
    # 2D rotated profile
    xc_2d_rotated, yc_2d_rotated, xu_2d_rotated, yu_2d_rotated,
xl_2d_rotated, yl_2d_rotated,
    # 3D profile projection
    xc_3d, yc_3d, zc_3d, xu_3d, yu_3d, zu_3d, xl_3d, yl_3d, zl_3d
)

def cartesian_to_meridional(x, y, z):
    """Transforms 3D cartesian coordinates (x, y, z) to meridional coordinates
(m, theta)"""

    m = [] # Store the m_i values
    theta = [] # Stores the theta_i values

    # Initial values for m and r (Assuming the first node as the origin)
    m_prev = 0

```

```

r_prev = 0

for i in range(len(x)):
    # Calculate r_i for the current node
    r_i = np.sqrt(x[i]**2 + y[i]**2)

    if i == 0:
        # Special case for the first node
        m_i = 0
    else:
        m_i = m_prev + np.sqrt((z[i]-z[i-1])**2 + (r_i-r_prev)**2) / r_i

    # Calculate theta_i for the current node
    theta_i = np.rad2deg((np.arctan2(x[i], y[i]) - np.arctan2(x[0], y[0]))) #
Theta_i in degrees [°]

    m_prev = m_i
    r_prev = r_i

    m.append(m_i)
    theta.append(theta_i)

# Calculate %m_i
max_m = max(m)
m_i_percentage = [i/max_m for i in m]

return m_i_percentage, theta

def interpolate_polynomial(m_prime_percentage, theta, points_to_evaluate):
    """Interpolates the meridional coordinates (%m_prime, theta) and evaluates at
    %m_prime(0, 25, 50, 75, 100) %"""

    # 5th grade polynomial fit
    coefficients = np.polyfit(m_prime_percentage, theta, 5)

    # Evaluate the polynomial at all data points and points_to_evaluate
    interpolated_values_all = np.polyval(coefficients, m_prime_percentage)
    interpolated_values_points = np.polyval(coefficients, points_to_evaluate)

```

```
# Calculate R^2
mean_theta = np.mean(theta)
total_sum_of_squares = np.sum((theta - mean_theta)**2)
residual_sum_of_squares = np.sum((interpolated_values_all - theta)**2)
r_squared = 1 - (residual_sum_of_squares / total_sum_of_squares)

return interpolated_values_points, r_squared

# -----

"""
User inputs:
    H: head (m)
    Q: flow rate (m^3/s)
    N: angular velocity (rpm)
    eff: turbine efficiency (-)
    r_hub: hub radius (m)
    r_tip: tip radius (m)
    z: number of blades
"""

# Hydraulic parameters
H = 3 # m
Q = 0.015 # m^3/s
N = 3600 # rpm
eff = 0.65
r_hub = 0.02259 # m
r_tip = 0.03765 # m
z = 5

# Do not change the following definitions
rh = r_hub
rt = r_tip
r_mid = (r_hub + r_tip) / 2

# -----

# Solve the turbine velocity triangle and calculate the chord length and the
stagger angle
(
```

```

    va, vt_hub, vc_hub,
    beta1_hub, beta2_hub, beta_mean_hub, stagger_angle_hub,
    chord_length_hub, solidity_hub, ca_hub
) = calculate_velocity_triangle_and_chord_length(H, Q, N, eff, r_hub, rh, rt, z)

(
    va, vt_mid, vc_mid,
    beta1_mid, beta2_mid, beta_mean_mid, stagger_angle_mid,
    chord_length_mid, solidity_mid, ca_mid
) = calculate_velocity_triangle_and_chord_length(H, Q, N, eff, r_mid, rh, rt, z)

(
    va, vt_tip, vc_tip,
    beta1_tip, beta2_tip, beta_mean_tip, stagger_angle_tip,
    chord_length_tip, solidity_tip, ca_tip
) = calculate_velocity_triangle_and_chord_length(H, Q, N, eff, r_tip, rh, rt, z)

# Generate the MEL031 4-digit profile
(
    camber_2d_hub, xu_2d_hub, yu_2d_hub, xl_2d_hub, yl_2d_hub,
    xc_2d_rotated_hub, yc_2d_rotated_hub, xu_2d_rotated_hub, yu_2d_rotated_hub,
xl_2d_rotated_hub, yl_2d_rotated_hub,
    xc_3d_hub, yc_3d_hub, zc_3d_hub, xu_3d_hub, yu_3d_hub, zu_3d_hub, xl_3d_hub,
yl_3d_hub, zl_3d_hub
) = generate_naca_4_digit(chord_length_hub, r_hub, stagger_angle_hub)

(
    camber_2d_mid, xu_2d_mid, yu_2d_mid, xl_2d_mid, yl_2d_mid,
    xc_2d_rotated_mid, yc_2d_rotated_mid, xu_2d_rotated_mid, yu_2d_rotated_mid,
xl_2d_rotated_mid, yl_2d_rotated_mid,
    xc_3d_mid, yc_3d_mid, zc_3d_mid, xu_3d_mid, yu_3d_mid, zu_3d_mid, xl_3d_mid,
yl_3d_mid, zl_3d_mid
) = generate_naca_4_digit(chord_length_mid, r_mid, stagger_angle_mid)

(
    camber_2d_tip, xu_2d_tip, yu_2d_tip, xl_2d_tip, yl_2d_tip,
    xc_2d_rotated_tip, yc_2d_rotated_tip, xu_2d_rotated_tip, yu_2d_rotated_tip,
xl_2d_rotated_tip, yl_2d_rotated_tip,

```

```

    xc_3d_tip, yc_3d_tip, zc_3d_tip, xu_3d_tip, yu_3d_tip, zu_3d_tip, xl_3d_tip,
yl_3d_tip, zl_3d_tip
) = generate_naca_4_digit(chord_length_tip, r_tip, stagger_angle_tip)

# Transform x,y,z to Bladegen meridional coordinates m, theta
m_c_hub, theta_c_hub = cartesian_to_meridional(xc_3d_hub, yc_3d_hub, zc_3d_hub)
m_c_mid, theta_c_mid = cartesian_to_meridional(xc_3d_mid, yc_3d_mid, zc_3d_mid)
m_c_tip, theta_c_tip = cartesian_to_meridional(xc_3d_tip, yc_3d_tip, zc_3d_tip)

# Interpolate the meridional coordinates (%m_prime, theta) with 5th grade
polynomial at specified points
percentage_positions = [0.0, 0.25, 0.5, 0.75, 1.0]
interpolated_values_hub, r_squared_hub = interpolate_polynomial(m_c_hub,
theta_c_hub, percentage_positions)
interpolated_values_mid, r_squared_mid = interpolate_polynomial(m_c_mid,
theta_c_mid, percentage_positions)
interpolated_values_tip, r_squared_tip = interpolate_polynomial(m_c_tip,
theta_c_tip, percentage_positions)

# -----

# Printing the velocity triangle results and the turbine geometry parameters
print(f"Axial velocity: {va:.4f} m/s\n")
print(f"Tangential velocities (m/s):")
print(f"Hub: {vt_hub:.4f}\nMid: {vt_mid:.4f}\nTip: {vt_tip:.4f}\n")

print(f"Circumferential velocities (m/s):")
print(f"Hub: {vc_hub:.4f}\nMid: {vc_mid:.4f}\nTip: {vc_tip:.4f}\n")

print(f"Leading edge angle beta 1 (°):")
print(f"Hub: {beta1_hub:.4f}\nMid: {beta1_mid:.4f}\nTip: {beta1_tip:.4f}\n")
print(f"Trailing edge angle beta 2 (°):")
print(f"Hub: {beta2_hub:.4f}\nMid: {beta2_mid:.4f}\nTip: {beta2_tip:.4f}\n")

print(f"Beta mean angle (°):")
print(f"Hub: {beta_mean_hub:.4f}\nMid: {beta_mean_mid:.4f}\nTip:
{beta_mean_tip:.4f}\n")

print(f"Stagger angles (°):")

```

```

print(f"Hub: {stagger_angle_hub:.4f}\nMid: {stagger_angle_mid:.4f}\nTip:
{stagger_angle_tip:.4f}\n")

print(f"Solidity (-):")
print(f"Hub: {solidity_hub:.4f}\nMid: {solidity_mid:.4f}\nTip:
{solidity_tip:.4f}\n")

print(f"Chord length (m):")
print(f"Hub: {chord_length_hub:.5f}\nMid: {chord_length_mid:.5f}\nTip:
{chord_length_tip:.5f}\n")

# -----

# Printing interpolated values of the function theta(%m_prime) and R^2
print("Bladegen meridional coordinates (%m_prime vs. theta):\n\n")
print("Coefficients of determination for interpolation of coordinates:")
print(f"R^2 at hub = {r_squared_hub}")
print(f"R^2 at mid = {r_squared_mid}")
print(f"R^2 at tip = {r_squared_tip}")
print("-----")

# Printing half axial chord length "ca/2" to be used in the Bladegen Meridional
view
print(f"Half axial chord \"ca/2\" for Bladegen (mm):")
print(f"Hub: {ca_hub/2:.4f}\nMid: {ca_mid/2:.4f}\nTip: {ca_tip/2:.4f}")
print("-----")

# Printing Bladegen coordinates (theta vs. %m_prime)
for i, pos in enumerate(percentage_positions):
    print(f"Interpolated value at %m_prime = {int(pos*100)}%")
    print(f"theta_hub = {interpolated_values_hub[i]:.4f} ")
    print(f"theta_mid = {interpolated_values_mid[i]:.4f} ")
    print(f"theta_tip = {interpolated_values_tip[i]:.4f} ")
    print("-----")

# -----

# 2D plots
# Profile without rotation

```

```
plt.figure(figsize=(16, 4))
plt.plot(xl_2d_hub, camber_2d_hub, "g", label="Camber")
plt.plot(xu_2d_hub, yu_2d_hub, "r", label="Upper surface")
plt.plot(xl_2d_hub, yl_2d_hub, "b", label="Lower surface")
plt.title(fr"MEL031 profile at $r_{{hub}}$. Chord length C={chord_length_hub:.5f}
m")
plt.xlabel("x")
plt.ylabel("y")
plt.legend()
plt.axis("scaled")
plt.grid(True)
plt.show()

# # Scatter
plt.figure(figsize=(16, 4))
plt.scatter(xl_2d_hub, camber_2d_hub, c="g", s=5, label="Camber")
plt.scatter(xu_2d_hub, yu_2d_hub, c="r", s=5, label="Upper surface")
plt.scatter(xl_2d_hub, yl_2d_hub, c="b", s=5, label="Lower surface")
plt.title(fr"Visualization of cosine spacing. It generates more points at the
leading and trailing edge")
plt.xlabel("x")
plt.ylabel("y")
plt.legend()
plt.axis("scaled")
plt.grid(True)
plt.show()

# Export profile 2D data in mm for the thesis methodology
# np.savetxt("lower_x.txt", xl_2d_hub * 1000, delimiter=",")
# np.savetxt("camber_y.txt", camber_2d_hub * 1000, delimiter=",")
# np.savetxt("lower_y.txt", yl_2d_hub * 1000, delimiter=",")
# np.savetxt("upper_x.txt", xu_2d_hub * 1000, delimiter=",")
# np.savetxt("upper_y.txt", yu_2d_hub * 1000, delimiter=",")

# -----

# 2D rotated profiles

plt.figure(figsize=(9, 8))
```

```

plt.plot(xu_2d_rotated_hub, yu_2d_rotated_hub, "b", label="Hub")
plt.plot(xl_2d_rotated_hub, yl_2d_rotated_hub, "b")
plt.plot(xu_2d_rotated_mid, yu_2d_rotated_mid, "g", label="Mid")
plt.plot(xl_2d_rotated_mid, yl_2d_rotated_mid, "g")
plt.plot(xu_2d_rotated_tip, yu_2d_rotated_tip, "r", label="Tip")
plt.plot(xl_2d_rotated_tip, yl_2d_rotated_tip, "r")
plt.title(fr"Rotated profiles at the stagger angle $\Gamma = 270^\circ - \lambda$")
plt.xlabel("x")
plt.ylabel("y")
plt.legend()
plt.axis("scaled")
plt.grid(True)
plt.show()

# Export rotated profile 2D data in mm for the thesis methodology
# Upper and lower surfaces
# np.savetxt("xu_rotated_hub.txt", xu_2d_rotated_hub * 1000, delimiter=",")
# np.savetxt("yu_rotated_hub.txt", yu_2d_rotated_hub * 1000, delimiter=",")
# np.savetxt("xl_rotated_hub.txt", xl_2d_rotated_hub * 1000, delimiter=",")
# np.savetxt("yl_rotated_hub.txt", yl_2d_rotated_hub * 1000, delimiter=",")

# np.savetxt("xu_rotated_mid.txt", xu_2d_rotated_mid * 1000, delimiter=",")
# np.savetxt("yu_rotated_mid.txt", yu_2d_rotated_mid * 1000, delimiter=",")
# np.savetxt("xl_rotated_mid.txt", xl_2d_rotated_mid * 1000, delimiter=",")
# np.savetxt("yl_rotated_mid.txt", yl_2d_rotated_mid * 1000, delimiter=",")

# np.savetxt("xu_rotated_tip.txt", xu_2d_rotated_tip * 1000, delimiter=",")
# np.savetxt("yu_rotated_tip.txt", yu_2d_rotated_tip * 1000, delimiter=",")
# np.savetxt("xl_rotated_tip.txt", xl_2d_rotated_tip * 1000, delimiter=",")
# np.savetxt("yl_rotated_tip.txt", yl_2d_rotated_tip * 1000, delimiter=",")

# # Camber line
# np.savetxt("xc_rotated_hub.txt", xc_2d_rotated_hub * 1000, delimiter=",")
# np.savetxt("yc_rotated_hub.txt", yc_2d_rotated_hub * 1000, delimiter=",")

# np.savetxt("xc_rotated_mid.txt", xc_2d_rotated_mid * 1000, delimiter=",")
# np.savetxt("yc_rotated_mid.txt", yc_2d_rotated_mid * 1000, delimiter=",")

# np.savetxt("xc_rotated_tip.txt", xc_2d_rotated_tip * 1000, delimiter=",")

```

```
# np.savetxt("yc_rotated_tip.txt", yc_2d_rotated_tip * 1000, delimiter=",")

# -----

# 3D Plotting

fig = plt.figure()
ax = fig.add_subplot(111, projection='3d', proj_type="ortho")

# Plotting cambers
ax.plot(xc_3d_hub, yc_3d_hub, zc_3d_hub, "g", label="Camber")
ax.plot(xc_3d_mid, yc_3d_mid, zc_3d_mid, "g")
ax.plot(xc_3d_tip, yc_3d_tip, zc_3d_tip, "g")

# Plotting upper surfaces
ax.plot(xu_3d_hub, yu_3d_hub, zu_3d_hub, "r", label="Upper surface")
ax.plot(xu_3d_mid, yu_3d_mid, zu_3d_mid, "r")
ax.plot(xu_3d_tip, yu_3d_tip, zu_3d_tip, "r")

# Plotting lower surfaces
ax.plot(xl_3d_hub, yl_3d_hub, zl_3d_hub, "b", label="Lower surface")
ax.plot(xl_3d_mid, yl_3d_mid, zl_3d_mid, "b")
ax.plot(xl_3d_tip, yl_3d_tip, zl_3d_tip, "b")

# Plot settings
ax.set_aspect("equal")
ax.set_xlabel("x")
ax.set_ylabel("y")
ax.set_zlabel("z")
ax.set_title(fr"MEL031 3D projected profiles. $C_{{hub}}$={chord_length_hub:.5f} m, $C_{{mid}}$={chord_length_mid:.5f} m, $C_{{tip}}$={chord_length_tip:.5f} m")
ax.legend()
plt.show()

# Export rotated profile 2D data in mm for the thesis methodology
# Camber line
# np.savetxt("xc_3d_hub.txt", xc_3d_hub * 1000, delimiter=",")
# np.savetxt("yc_3d_hub.txt", yc_3d_hub * 1000, delimiter=",")
# np.savetxt("zc_3d_hub.txt", zc_3d_hub * 1000, delimiter=",")
```

```
# np.savetxt("xc_3d_mid.txt", xc_3d_mid * 1000, delimiter=",")
# np.savetxt("yc_3d_mid.txt", yc_3d_mid * 1000, delimiter=",")
# np.savetxt("zc_3d_mid.txt", zc_3d_mid * 1000, delimiter=",")

# np.savetxt("xc_3d_tip.txt", xc_3d_tip * 1000, delimiter=",")
# np.savetxt("yc_3d_tip.txt", yc_3d_tip * 1000, delimiter=",")
# np.savetxt("zc_3d_tip.txt", zc_3d_tip * 1000, delimiter=",")

# # Upper surface
# np.savetxt("xu_3d_hub.txt", xu_3d_hub * 1000, delimiter=",")
# np.savetxt("yu_3d_hub.txt", yu_3d_hub * 1000, delimiter=",")
# np.savetxt("zu_3d_hub.txt", zu_3d_hub * 1000, delimiter=",")

# np.savetxt("xu_3d_mid.txt", xu_3d_mid * 1000, delimiter=",")
# np.savetxt("yu_3d_mid.txt", yu_3d_mid * 1000, delimiter=",")
# np.savetxt("zu_3d_mid.txt", zu_3d_mid * 1000, delimiter=",")

# np.savetxt("xu_3d_tip.txt", xu_3d_tip * 1000, delimiter=",")
# np.savetxt("yu_3d_tip.txt", yu_3d_tip * 1000, delimiter=",")
# np.savetxt("zu_3d_tip.txt", zu_3d_tip * 1000, delimiter=",")

# # Lower surface
# np.savetxt("xl_3d_hub.txt", xl_3d_hub * 1000, delimiter=",")
# np.savetxt("yl_3d_hub.txt", yl_3d_hub * 1000, delimiter=",")
# np.savetxt("zl_3d_hub.txt", zl_3d_hub * 1000, delimiter=",")

# np.savetxt("xl_3d_mid.txt", xl_3d_mid * 1000, delimiter=",")
# np.savetxt("yl_3d_mid.txt", yl_3d_mid * 1000, delimiter=",")
# np.savetxt("zl_3d_mid.txt", zl_3d_mid * 1000, delimiter=",")

# np.savetxt("xl_3d_tip.txt", xl_3d_tip * 1000, delimiter=",")
# np.savetxt("yl_3d_tip.txt", yl_3d_tip * 1000, delimiter=",")
# np.savetxt("zl_3d_tip.txt", zl_3d_tip * 1000, delimiter=",")

# -----

# Plotting %m_prime vs. theta
plt.plot(m_c_hub, theta_c_hub, label="Hub")
plt.plot(m_c_mid, theta_c_mid, label="Mid")
```

```
plt.plot(m_c_tip, theta_c_tip, label="Tip")
plt.xticks(percentage_positions)
plt.xlim(0, 1)
plt.ylim(0,)
plt.title("Bladegen meridional coordinates")
plt.xlabel(r"$\%m_{\prime}$")
plt.ylabel(r"$\theta$")
plt.grid(True)
plt.legend()
plt.show()

# Export meridional coordinates data for the thesis methodology
np.savetxt("m_c_hub.txt", m_c_hub, delimiter=",")
np.savetxt("m_c_mid.txt", m_c_mid, delimiter=",")
np.savetxt("m_c_tip.txt", m_c_tip, delimiter=",")

# np.savetxt("theta_c_hub.txt", theta_c_hub, delimiter=",")
# np.savetxt("theta_c_mid.txt", theta_c_mid, delimiter=",")
# np.savetxt("theta_c_tip.txt", theta_c_tip, delimiter=",")
```

## D. Anexo: Código (Python) generador de resultados del método del Índice de Convergencia de Malla (*GCI*)

```
from prettytable import PrettyTable
import matplotlib.pyplot as plt
import numpy as np

while True:
    # Define the physical dimension of the problem
    while True:
        f = 0
        dimension = input("Type '2D' or '3D' if your simulation is in two or
three dimensions, respectively: ")
        print()
        if dimension == "2D" or dimension == "2d" or dimension == "3D" or
dimension == "3d":
            if dimension == "2D" or dimension == "2d":
                f = 1/2
            elif dimension == "3D" or dimension == "3d":
                f = 1/3
            break
        else:
            print("Error. Insert a valid argument for the dimensions of the
problem. Enter either (2D, 2d), or (3D, 3d).\n")
            continue

    # Define the grid cell counts
    n1 = int(input("Enter the total cell count of the fine grid N1: "))
    n2 = int(input("Enter the total cell count of the medium grid N2: "))
    n3 = int(input("Enter the total cell count of the coarse grid N3: "))
    print()

    # Define the representative grid size h

    h1 = (1 / n1) ** f
    h2 = (1 / n2) ** f
    h3 = (1 / n3) ** f
```

```
print("The grid size representative values are: ")
print("h1: ", format(h1, ".4f"))
print("h2: ", format(h2, ".4f"))
print("h3: ", format(h3, ".4f"))
print()

# Define the grid refinement factor r

r21 = h2/h1
r32 = h3/h2

print("The grid refinement factors are: ")
print("r21: ", format(r21, ".4f"))
print("r32: ", format(r32, ".4f"))
print()

# Define the grid solution values

phi1 = float(input("Enter the grid solution value for N1: "))
phi2 = float(input("Enter the grid solution value for N2: "))
phi3 = float(input("Enter the grid solution value for N3: "))
print()

ep21 = phi2-phi1
ep32 = phi3-phi2

# Define the apparent order p by fixed-point iteration

s = 1*np.sign(ep32/ep21)

def fixedp(g, x0, tol=1e-6, max_iter=100):

    x = x0

    for i in range(max_iter):
        x_next = g(x)
        if abs(x_next-x) < tol:
            return x_next, i
        x = x_next
```

```

    raise ValueError(f"Failed to converge after {max_iter} iterations")

def g(x):

    return (1/(np.log(r21)))*(np.abs(np.log(ep32/ep21)+np.log(((r21**x)-
s)/((r32**x)-s))))

x0 = 1
x, num_iterations = fixedp(g, x0)
print(f"The apparent order is p: {x:.4f}. Converged after {num_iterations}
iterations")
print()

# Define the extrapolated values

phi21_ext = (((r21**x)*phi1)-phi2)/((r21**x)-1)
phi32_ext = (((r32**x)*phi2)-phi3)/((r32**x)-1)

print("The extrapolated grid solution values are: ")
print("phi21_ext: ", format(phi21_ext, ".4f"))
print("phi32_ext: ", format(phi32_ext, ".4f"))
print()

# Define the approximate relative errors

e21_a = (np.abs((phi1-phi2)/phi1))*100
e32_a = (np.abs((phi2-phi3)/phi2))*100

print("The approximate relative errors are: ")
print("e21_a: " + str(format(e21_a, ".4f")) + " %")
print("e32_a: " + str(format(e32_a, ".4f")) + " %")
print()

# Define the extrapolated relative errors

e21_ext = (np.abs((phi21_ext-phi1)/phi21_ext))*100
e32_ext = (np.abs((phi32_ext-phi2)/phi32_ext))*100

print("The extrapolated relative errors are: ")

```

```

print("e21_ext: ", str(format(e21_ext, ".4f")) + " %")
print("e32_ext: ", str(format(e32_ext, ".4f")) + " %")
print()

# Define the GCI values for the fine and medium grids

GCI21_fine = ((1.25*e21_a)/((r21**x)-1))
GCI32_medium = ((1.25*e32_a)/((r32**x)-1))

print("The Grid Convergence Index (GCI) values are: ")
print("GCI21_fine: ", str(format(GCI21_fine, ".4f")) + " %")
print("GCI32_medium: ", str(format(GCI32_medium, ".4f")) + " %")
print()

# define the approximate constancy GCI

GCI = (GCI32_medium)/((r21**x) * GCI21_fine)

print("The approximate constancy GCI is: ", format(GCI, ".4f"))
print()
print("Note: If GCI is approximately equal to 1, the grid solution is within
the asymptotic range of convergence. Thus, no further grid refinement is
neccessary.")

# Output table summarizing the GCI results using the package "prettytable".

table = PrettyTable()
table.field_names = ["Parameters", "Results for grid solution phi"]

table.add_row(["N1", n1])
table.add_row(["N2", n2])
table.add_row(["N3", n3])
table.add_row(["r21", format(r21, ".4f")])
table.add_row(["r32", format(r32, ".4f")])
table.add_row(["phi1", format(phi1, ".4f")])
table.add_row(["phi2", format(phi2, ".4f")])
table.add_row(["phi3", format(phi3, ".4f")])
table.add_row(["p", format(x, ".4f")])
table.add_row(["phi_ext", format(phi21_ext, ".4f")])
table.add_row(["e_21_a (%)", format(e21_a, ".4f")])

```

```

table.add_row(["e_32_a (%)", format(e21_a, ".4f")])
table.add_row(["e_21_ext (%)", format(e21_ext, ".4f")])
table.add_row(["e_32_ext (%)", format(e32_ext, ".4f")])
table.add_row(["GCI_21_fine (%)", format(GCI21_fine, ".4f")])
table.add_row(["GCI_32_medium (%)", format(GCI32_medium, ".4f")])
table.add_row(["GCI", format(GCI, ".4f")])
print()
print("The following table summarizes the GCI results")
print(table)

# Plotting the grid size h vs. the solution grid value phi

hi = [h1, h2, h3]
y = [phi1, phi2, phi3]
phi_ext_x = [0, h1]
phi_ext_y = [phi21_ext, phi1]

plt.plot(hi, y, 'o-k', label=r"Grid solution $\phi_i$")
plt.plot(0, phi21_ext, '*r', markersize=9, label="Richardson extrapolation")
plt.plot(phi_ext_x, phi_ext_y, 'r--')

plt.title(r"$h_i$ vs. $\phi_i$", fontsize=16)
plt.xlabel(fr"$h_i = \left( 1/N_i \right)^{\{f:.2f\}}$", fontsize=16)
plt.ylabel(r"$\phi_i$", fontsize=16)
plt.legend(fontsize=12)

plt.xlim(-0.002, None)

plt.annotate(
    r'$N_1$',
    xy=(h1, phi1),
    horizontalalignment='center',
    verticalalignment='bottom',
    fontsize=14,
)

plt.annotate(
    r'$N_2$',
    xy=(h2, phi2),

```

```
        horizontalalignment='center',
        verticalalignment='bottom',
        fontsize=14,
    )

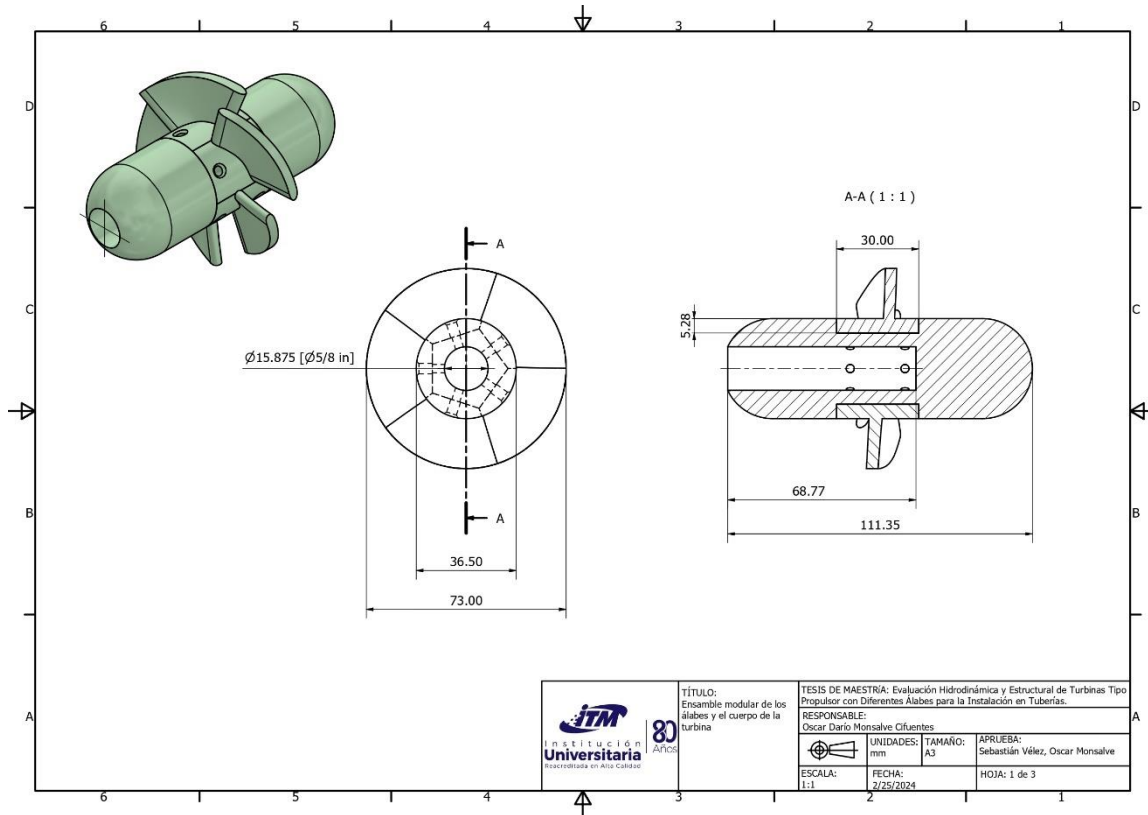
    plt.annotate(
        r'$N_3$',
        xy=(h3, phi3),
        horizontalalignment='center',
        verticalalignment='bottom',
        fontsize=14,
    )

    plt.annotate(
        r'$\phi_{ext}^{21}$',
        xy=(0, phi21_ext),
        horizontalalignment='right',
        verticalalignment='top',
        fontsize=14,
    )

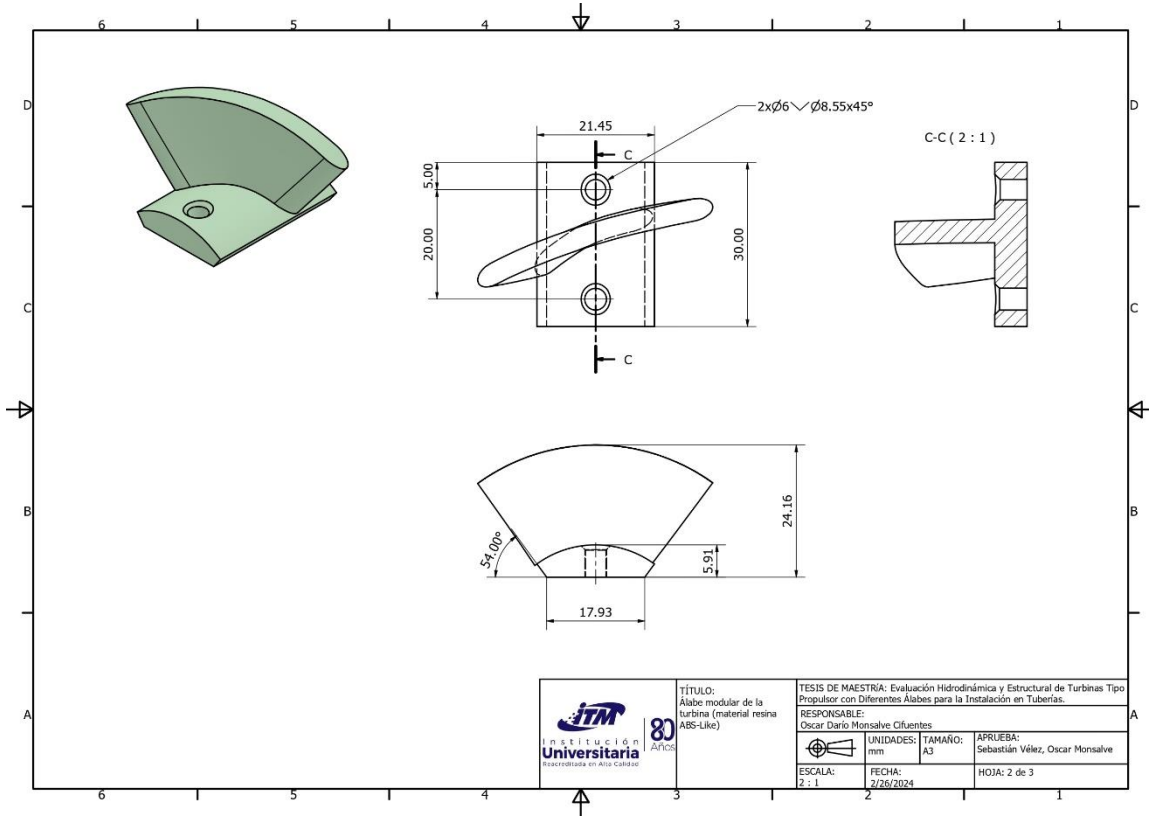
    plt.show()
    print()
    repeat_input = input("Enter 'y' if you want to calculate the GCI with
different values. Otherwise, enter 'n' to end the program: ")
    print()
    if repeat_input == "y":
        continue
    else:
        break
```

# E. Anexo: Planos mecánicos de la turbina manufacturada

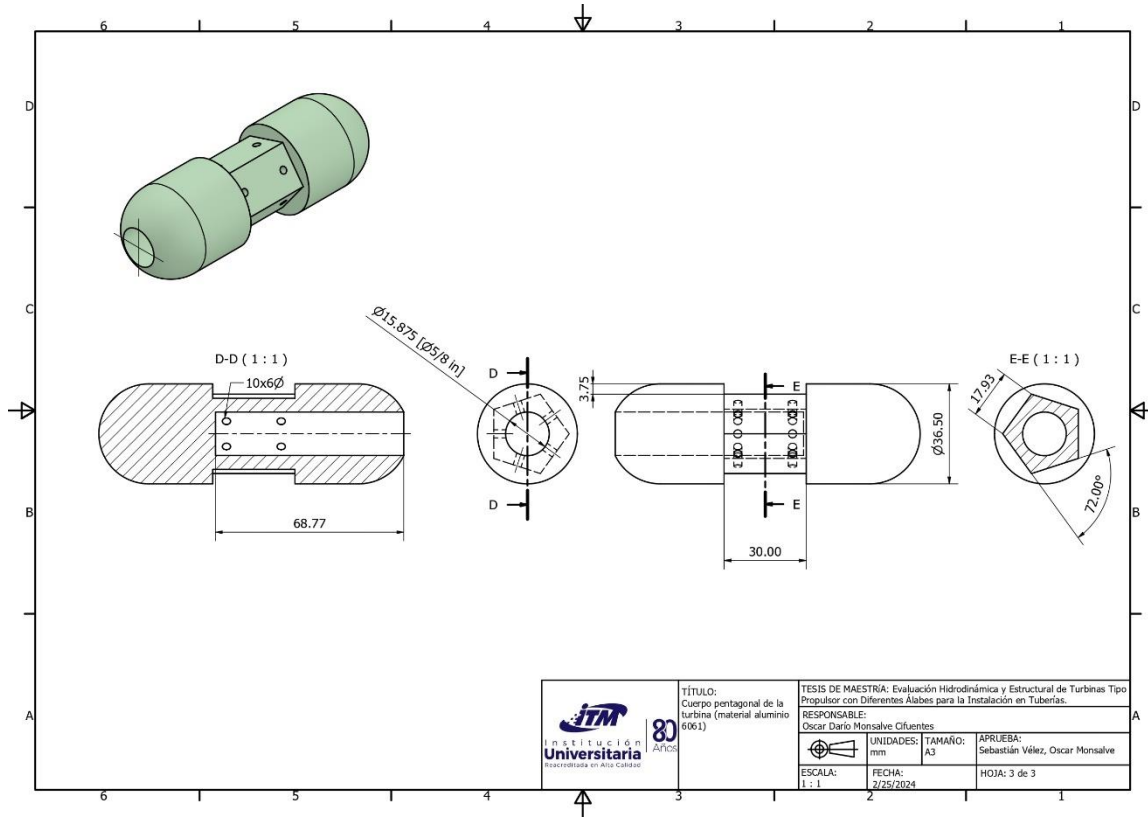
Plano mecánico del ensamble de la turbina:



Plano mecánico del álabes modular de la turbina:



Plano mecánico del cuerpo de la turbina:



# Bibliografía

1. Unidad de Planeación Minero Energética UPME. INFORME MENSUAL DE VARIABLES DE GENERACIÓN Y DEL MERCADO ELÉCTRICO COLOMBIANO [http://www.siel.gov.co/portals/0/generacion/2018/Informe\\_de\\_variables\\_Ago\\_2018.pdf](http://www.siel.gov.co/portals/0/generacion/2018/Informe_de_variables_Ago_2018.pdf) (accessed May 29, 2023).
2. Slavik, I.; Oliveira, K. R.; Cheung, P. B.; Uhl, W. Water Quality Aspects Related to Domestic Drinking Water Storage Tanks and Consideration in Current Standards and Guidelines throughout the World – a Review. *J. Water Health* **2020**, *18* (4), 439–463. <https://doi.org/10.2166/wh.2020.052>.
3. Bonilla-Granados, C. A.; Cely-Calixto, N. J.; Carrillo Soto, G. A. Hydraulic Optimization of the Physical Parameters of a Drinking Water Distribution System. *J. Phys. Conf. Ser.* **2021**, *2139* (1), 012013. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/2139/1/012013>.
4. Weston, S. L.; Collins, R. P.; Boxall, J. B. An Experimental Study of How Hydraulic Transients Cause Mobilisation of Material within Drinking Water Distribution Systems. *Water Res.* **2021**, *194*, 116890. <https://doi.org/10.1016/j.watres.2021.116890>.
5. Barton, N. A.; Farewell, T. S.; Hallett, S. H.; Acland, T. F. Improving Pipe Failure Predictions: Factors Affecting Pipe Failure in Drinking Water Networks. *Water Res.* **2019**, *164*, 114926. <https://doi.org/10.1016/j.watres.2019.114926>.
6. Kohlitz, J.; Chong, J.; Willetts, J. Rural Drinking Water Safety under Climate Change: The Importance of Addressing Physical, Social, and Environmental Dimensions. *Resources* **2020**, *9* (6), 77. <https://doi.org/10.3390/resources9060077>.
7. Kirke, B. Hydrokinetic Turbines for Moderate Sized Rivers. *Energy Sustain. Dev.* **2020**, *58*, 182–195. <https://doi.org/10.1016/j.esd.2020.08.003>.
8. Shashikumar, C. M.; Vijaykumar, H.; Vasudeva, M. Numerical Investigation of Conventional and Tapered Savonius Hydrokinetic Turbines for Low-Velocity Hydropower Application in an Irrigation Channel. *Sustain. Energy Technol. Assessments* **2021**, *43* (October 2020), 100871. <https://doi.org/10.1016/j.seta.2020.100871>.
9. Nishi, Y.; Suzuo, R.; Sukemori, D.; Inagaki, T. Loss Analysis of Gravitation Vortex Type Water Turbine and Influence of Flow Rate on the Turbine's Performance. *Renew. Energy* **2020**, *155*, 1103–1117. <https://doi.org/10.1016/j.renene.2020.03.186>.
10. Hasanzadeh, N.; Payambarpour, S. A.; Najafi, A. F.; Magagnato, F. Investigation of In-Pipe Drag-Based Turbine for Distributed Hydropower Harvesting: Modeling and Optimization. *J.*

- Clean. Prod.* **2021**, 298, 126710. <https://doi.org/10.1016/j.jclepro.2021.126710>.
11. Muratoglu, A.; Demir, M. S. Modeling Spherical Turbines for In-Pipe Energy Conversion. *Ocean Eng.* **2022**, 246, 110497. <https://doi.org/10.1016/j.oceaneng.2021.110497>.
  12. Vivas, A.; Viedma, A.; S. Kaiser, A. In-Pipe Axial Pico-Hydraulic Tailored Turbine Design: A Novel Approach Using a Dimensionless Design Chart. *Energy Convers. Manag.* **2021**, 250, 114884. <https://doi.org/10.1016/j.enconman.2021.114884>.
  13. Fayzul, M.; Pasha, M. F. K.; Weathers, M.; Smith, B. Investigating Energy Flow in Water-Energy Storage for Hydropower Generation in Water Distribution Systems. *Water Resour. Manag.* **2020**. <https://doi.org/10.1007/s11269-020-02497-5>.
  14. Dequesene, J.; Valimahamed, A.; Bréjoux, E. *Observatoire Des Services Publics d'eau et d'assainissement - Panorama Des Services et de Leur Performance En 2016*; 2016.
  15. Ramos, H. M.; Mello, M.; De, P. K. Clean Power in Water Supply Systems as a Sustainable Solution: From Planning to Practical Implementation. *Water Sci. Technol. Water Supply* **2010**, 10 (1), 39–49. <https://doi.org/10.2166/ws.2010.720>.
  16. Sammartano, V.; Aricò, C.; Carravetta, A.; Fecarotta, O.; Tucciarelli, T. Banki-Michell Optimal Design by Computational Fluid Dynamics Testing and Hydrodynamic Analysis. *Energies* **2013**, 6 (5), 2362–2385. <https://doi.org/10.3390/en6052362>.
  17. Saoutieff, E.; Gasnier, P.; Boisseau, S.; Ojer-Aranguren, J.; Rodot, I. Performances of a Cm-Scale Water Flow Energy Harvester in Real Environment for Autonomous Flowmeters. *J. Phys. Conf. Ser.* **2019**, 1407 (1). <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1407/1/012074>.
  18. Samora, I.; Hasmatuchi, V.; Münch-Alligné, C.; Franca, M. J.; Schleiss, A. J.; Ramos, H. M. Experimental Characterization of a Five Blade Tubular Propeller Turbine for Pipe Inline Installation. *Renew. Energy* **2016**, 95, 356–366. <https://doi.org/10.1016/j.renene.2016.04.023>.
  19. Sinagra, M.; Picone, C.; Aricò, C.; Pantano, A.; Tucciarelli, T.; Hannachi, M.; Driss, Z. Impeller Optimization in Crossflow Hydraulic Turbines. *Water* **2021**, 13 (3), 313. <https://doi.org/10.3390/w13030313>.
  20. Sammartano, V.; Sinagra, M.; Filianoti, P.; Tucciarelli, T. A Banki–Michell Turbine for in-Line Water Supply Systems. *J. Hydraul. Res.* **2017**, 55 (5), 686–694. <https://doi.org/10.1080/00221686.2017.1335246>.
  21. Chong, W. T.; Muzammil, W. K.; Wong, K. H.; Wang, C. T.; Gwani, M.; Chu, Y. J.; Poh, S. C. Cross Axis Wind Turbine: Pushing the Limit of Wind Turbine Technology with

- Complementary Design. *Appl. Energy* **2017**, *207*, 78–95. <https://doi.org/10.1016/j.apenergy.2017.06.099>.
22. Goyal, S.; Maurya, S. K.; Kumar, S.; Agarwal, D. A Consolidation Review of Major Wind Turbine Models in Global Market. *2020 Int. Conf. Power Electron. IoT Appl. Renew. Energy its Control. PARC 2020* **2020**, 246–251. <https://doi.org/10.1109/PARC49193.2020.236601>.
23. Ibrahim, W. I.; Mohamed, M. R.; Ismail, R. M. T. R.; Leung, P. K.; Xing, W. W.; Shah, A. A. Hydrokinetic Energy Harnessing Technologies: A Review. *Energy Reports* **2021**, *7*, 2021–2042. <https://doi.org/10.1016/j.egy.2021.04.003>.
24. Sakurai, T.; Funato, H.; Ogasawara, S. Fundamental Characteristics of Test Facility for Micro Hydroelectric Power Generation System. *2009 IEEE 6th Int. Power Electron. Motion Control Conf. IPEMC '09* **2009**, No. 6, 2612–2617. <https://doi.org/10.1109/IPEMC.2009.5157848>.
25. Okot, D. K. Review of Small Hydropower Technology. *Renew. Sustain. Energy Rev.* **2013**, *26*, 515–520. <https://doi.org/10.1016/j.rser.2013.05.006>.
26. Barelli, L.; Liucci, L.; Ottaviano, A.; Valigi, D. Mini-Hydro: A Design Approach in Case of Torrential Rivers. *Energy* **2013**, *58*, 695–706. <https://doi.org/10.1016/j.energy.2013.06.038>.
27. Aqel, M. O. A.; Issa, A.; Qasem, E.; El-Khatib, W. Hydroelectric Generation from Water Pipelines of Buildings. *Proc. - 2018 Int. Conf. Promis. Electron. Technol. ICPET 2018* **2018**, 63–68. <https://doi.org/10.1109/ICPET.2018.00018>.
28. ANSYS. ANSYS CFX-Solver Theory Guide. *ANSYS Inc* **2023**, 724–746.
29. Menter, F. R. Two-Equation Eddy-Viscosity Turbulence Models for Engineering Applications. *AIAA J.* **1994**, *32* (8), 1598–1605. <https://doi.org/10.2514/3.12149>.
30. Wilcox, D. C. *Turbulence Modelling for CFD*, 3rd editio.; 2006.
31. Schlichting, H. *Boundary Layer Theory*, 7th editio.; McGraw-Hill: Göttingen, 1979.
32. Çengel, Y. A.; Cimbala, J. M. *Fluid Mechanics: Fundamentals and Applications*; 2013; Vol. 53. <https://doi.org/10.1017/CBO9781107415324.004>.
33. Kline, S. J.; Moffatt, H. K.; Morkovin, M. V. Report on the AFOSR-IFP-Stanford Conference on Computation of Turbulent Boundary Layers. *J. Fluid Mech.* **1969**, *36* (3), 481–484. <https://doi.org/10.1017/S0022112069001777>.
34. NASA/Glenn. What is Lift? <https://go.nasa.gov/2G3vMeK> (accessed Sep 29, 2020).
35. Nakayama, Y.; Boucher, R. F. Drag and Lift. *Introd. to Fluid Mech.* **1998**, 148–170. <https://doi.org/10.1016/b978-034067649-3/50011-7>.
36. Akay, B.; Ragni, D.; Ferreira, C. S.; Bussel, G. J. W. Van. The Betz–Joukowsky Limit: On

- the Contribution to Rotor Aerodynamics by the British, German and Russian Scientific Schools. *Wind Energy* **2013**, No. April 2011, 1–20. <https://doi.org/10.1002/we>.
37. Van Kuik, G. A. M. The Lanchester-Betz-Joukowski Limit. *Wind Energy* **2007**, *10* (3), 289–291. <https://doi.org/10.1002/we.218>.
38. Sataloff, R. T.; Johns, M. M.; Kost, K. M. *Wind Energy Explained: Theory, Design, and Application*; WILEY, 2009.
39. Gorban', A. N.; Gorlov, A. M.; Silantyev, V. M. Limits of the Turbine Efficiency for Free Fluid Flow. *J. Energy Resour. Technol. Trans. ASME* **2001**, *123* (4), 311–317. <https://doi.org/10.1115/1.1414137>.
40. Furukawa, A.; Watanabe, S.; Matsushita, D.; Okuma, K. Development of Ducted Darrieus Turbine for Low Head Hydropower Utilization. *Curr. Appl. Phys.* **2010**, *10* (2 SUPPL.), S128–S132. <https://doi.org/10.1016/j.cap.2009.11.005>.
41. Khan, S. Conflicts in Betz Limit and An Alternative Approach for Wind Turbines. *2020 IEEE Reg. 10 Symp. TENSYP 2020* **2020**, No. June, 1438–1443. <https://doi.org/10.1109/TENSYP50017.2020.9230876>.
42. Saini, G.; Saini, R. P. A Computational Investigation to Analyze the Effects of Different Rotor Parameters on Hybrid Hydrokinetic Turbine Performance. *Ocean Eng.* **2020**, *199* (October 2019), 107019. <https://doi.org/10.1016/j.oceaneng.2020.107019>.
43. Guney, M. S. Evaluation and Measures to Increase Performance Coefficient of Hydrokinetic Turbines. *Renew. Sustain. Energy Rev.* **2011**, *15* (8), 3669–3675. <https://doi.org/10.1016/j.rser.2011.07.009>.
44. Wortman, A. J. *Introduction to Wind Turbine Engineering.*; 1983.
45. Yi, M.; Jianjun, Q.; Yan, L. Airfoil Design for Vertical Axis Wind Turbine Operating at Variable Tip Speed Ratios. *Open Mech. Eng. J.* **2015**, *9* (1), 1007–1016. <https://doi.org/10.2174/1874155X015090101007>.
46. Yurdusev, M. A.; Ata, R.; Çetin, N. S. Assessment of Optimum Tip Speed Ratio in Wind Turbines Using Artificial Neural Networks. *Energy* **2006**, *31* (12), 2153–2161. <https://doi.org/10.1016/j.energy.2005.09.007>.
47. Wood, D. H. Ideal Wind Turbine Performance at Very Low Tip Speed Ratio. *J. Renew. Sustain. Energy* **2014**, *6* (3). <https://doi.org/10.1063/1.4879276>.
48. Schubel, P. J.; Crossley, R. J. Wind Turbine Blade Design. *Energies* **2012**, *5* (9), 3425–3449. <https://doi.org/10.3390/en5093425>.

49. Gasch, R.; Twele, J. *Wind Power Plants: Fundamentals, Design, Construction and Operation*, Second edi.; Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2012. <https://doi.org/10.1002/047134608x.w3050>.
50. Ponta, F.; Shankar Dutt, G. An Improved Vertical-Axis Water-Current Turbine Incorporating a Channelling Device. *Renew. Energy* **2000**, *20* (2), 223–241. [https://doi.org/10.1016/S0960-1481\(99\)00065-8](https://doi.org/10.1016/S0960-1481(99)00065-8).
51. Kirke, B. K. Tests on Ducted and Bare Helical and Straight Blade Darrieus Hydrokinetic Turbines. *Renew. Energy* **2011**, *36* (11), 3013–3022. <https://doi.org/10.1016/j.renene.2011.03.036>.
52. Salleh, M. B.; Kamaruddin, N. M.; Mohamed-Kassim, Z. The Effects of Deflector Longitudinal Position and Height on the Power Performance of a Conventional Savonius Turbine. *Energy Convers. Manag.* **2020**, *226* (October), 113584. <https://doi.org/10.1016/j.enconman.2020.113584>.
53. Vennell, R. The Energetics of Large Tidal Turbine Arrays. *Renew. Energy* **2012**, *48*, 210–219. <https://doi.org/10.1016/j.renene.2012.04.018>.
54. Vennell, R. Exceeding the Betz Limit with Tidal Turbines. *Renew. Energy* **2013**, *55*, 277–285. <https://doi.org/10.1016/j.renene.2012.12.016>.
55. Hu, Z.; Wang, D.; Lu, W.; Chen, J.; Zhang, Y. Performance of Vertical Axis Water Turbine with Eye-Shaped Baffle for Pico Hydropower. *Front. Energy* **2020**. <https://doi.org/10.1007/s11708-020-0689-9>.
56. Hansen, M. O. L.; Sørensen, N. N.; Flay, R. G. J. Effect of Placing a Diffuser around a Wind Turbine. *Wind Energy* **2000**, *3* (4), 207–213. <https://doi.org/10.1002/we.37>.
57. Garrett, C.; Cummins, P. The Efficiency of a Turbine in a Tidal Channel. *J. Fluid Mech.* **2007**, *588*, 243–251. <https://doi.org/10.1017/S0022112007007781>.
58. Roache, P. J. Perspective: A Method for Uniform Reporting of Grid Refinement Studies. *J. Fluids Eng.* **1994**, *116* (3), 405–413. <https://doi.org/10.1115/1.2910291>.
59. Richardson, L. F. The Approximate Arithmetical Solution by Finite Differences of Physical Problems Involving Differential Equations, with an Application to the Stresses in a Masonry Dam. *Philos. Trans. R. Soc. London. Ser. A, Contain. Pap. a Math. or Phys. Character* **1911**, *210* (459–470), 307–357. <https://doi.org/10.1098/rsta.1911.0009>.
60. Richardson, L. F. The Deferred Approach to the Limit. *Philos. Trans. R. Soc. London. Ser. A, Contain. Pap. a Math. or Phys. Character* **1927**, *226* (636–646), 299–361.

- <https://doi.org/10.1098/rsta.1927.0008>.
61. Celik, I. B.; Ghia, U.; Roache, P. J.; Freitas, C. J.; Coleman, H.; Raad, P. E. Procedure for Estimation and Reporting of Uncertainty Due to Discretization in CFD Applications. *J. Fluids Eng.* **2008**, *130* (7), 078001. <https://doi.org/10.1115/1.2960953>.
  62. Karaalioglu, M. S.; Bal, S. Performance Prediction of Cavitating Marine Current Turbine by BEMT Based on CFD. *Ocean Eng.* **2022**, *255*, 111221. <https://doi.org/10.1016/j.oceaneng.2022.111221>.
  63. Eça, L.; Hoekstra, M. Evaluation of Numerical Error Estimation Based on Grid Refinement Studies with the Method of the Manufactured Solutions. *Comput. Fluids* **2009**, *38* (8), 1580–1591. <https://doi.org/10.1016/j.compfluid.2009.01.003>.
  64. Celik, I.; Karatekin, O. Numerical Experiments on Application of Richardson Extrapolation With Nonuniform Grids. *J. Fluids Eng.* **1997**, *119* (3), 584–590. <https://doi.org/10.1115/1.2819284>.
  65. Liu, Q.; Miao, W.; Ye, Q.; Li, C. Performance Assessment of an Innovative Gurney Flap for Straight-Bladed Vertical Axis Wind Turbine. *Renew. Energy* **2022**, *185*, 1124–1138. <https://doi.org/10.1016/j.renene.2021.12.098>.
  66. ANSYS Inc. Theory Reference for the Mechanical APDL and Mechanical Applications. **2023**.
  67. ANSYS Inc. Harmonic Response Analysis in Ansys Mechanical <https://courses.ansys.com/index.php/courses/harmonic-response-analysis-in-ansys-mechanical/>.
  68. Yang, W.; Hou, Y.; Jia, H.; Liu, B.; Xiao, R. Lift-Type and Drag-Type Hydro Turbine with Vertical Axis for Power Generation from Water Pipelines. *Energy* **2019**, *188*, 116070. <https://doi.org/10.1016/j.energy.2019.116070>.
  69. Chen, J.; Yang, H. X.; Liu, C. P.; Lau, C. H.; Lo, M. A Novel Vertical Axis Water Turbine for Power Generation from Water Pipelines. *Energy* **2013**, *54*, 184–193. <https://doi.org/10.1016/j.energy.2013.01.064>.
  70. Prasetyo, A.; Kristiawan, B.; Danardono, D.; Hadi, S. The Effect of Deflector Angle in Savonius Water Turbine with Horizontal Axis on the Power Output of Water Flow in Pipe. *J. Phys. Conf. Ser.* **2018**, *979* (1). <https://doi.org/10.1088/1742-6596/979/1/012043>.
  71. Bachant, P.; Wosnik, M. Performance Measurements of Cylindrical- and Spherical-Helical Cross-Flow Marine Hydrokinetic Turbines, with Estimates of Exergy Efficiency. *Renew.*

- Energy* **2015**, *74*, 318–325. <https://doi.org/10.1016/j.renene.2014.07.049>.
72. Vidya Sagar, M.; Surendar, E. Design and Fabrication of Spherical-S Turbine. *Int. J. Latest Trends Eng. Technol.* **2016**, *7* (3), 73–81. <https://doi.org/http://dx.doi.org/10.21172/1.73.011>.
73. Oladosu, T. L.; Koya, O. A. Numerical Analysis of Lift-Based in-Pipe Turbine for Predicting Hydropower Harnessing Potential in Selected Water Distribution Networks for Waterlines Optimization. *Eng. Sci. Technol. an Int. J.* **2018**, *21* (4), 672–678. <https://doi.org/10.1016/j.jestch.2018.05.016>.
74. Mutlu, Y.; Çakan, M. Evaluation of In-Pipe Turbine Performance for Turbo Solenoid Valve System. *Eng. Appl. Comput. Fluid Mech.* **2018**, *12* (1), 625–634. <https://doi.org/10.1080/19942060.2018.1506364>.
75. Jiyun, D.; Zhicheng, S.; Hongxing, Y. Numerical Study on the Impact of Runner Inlet Arc Angle on the Performance of Inline Cross-Flow Turbine Used in Urban Water Mains. *Energy* **2018**, *158*, 228–237. <https://doi.org/10.1016/j.energy.2018.06.033>.
76. Sonohata, R.; Fukutomi, J.; Toru Shigemitsu, T. Study on Contra-Rotating Small-Sized Axial Flow Hydro Turbine. *Open J. Fluid Dyn.* **2012**, *02* (04), 318–323. <https://doi.org/10.4236/ojfd.2012.24a039>.
77. Shigemitsu, T.; Fukutomi, J.; Sonohata, R. Performance and Internal Flow of Contra-Rotating Small Hydro Turbine. *Am. Soc. Mech. Eng. Fluids Eng. Div. FEDSM* **2013**, *1 B*, 1–8. <https://doi.org/10.1115/FEDSM2013-16274>.
78. Melly, D.; Horta, R.; Münch, C.; Biner, H.; Chevaller, S. Development of a PM-Generator for a Counter-Rotating Micro-Hydro Turbine. **2014**, 124–129.
79. Nishi, Y.; Inagaki, T.; Okubo, K.; Kikuchi, N. Study on an Axial Flow Hydraulic Turbine with Collection Device. *Int. J. Rotating Mach.* **2014**, *2014*. <https://doi.org/10.1155/2014/308058>.
80. Nishi, Y.; Kobayashi, Y.; Inagaki, T.; Kikuchi, N. The Design Method of Axial Flow Runners Focusing on Axial Flow Velocity Uniformization and Its Application to an Ultra-Small Axial Flow Hydraulic Turbine. *Int. J. Rotating Mach.* **2016**, *2016*. <https://doi.org/10.1155/2016/5390360>.
81. Nishi, Y.; Kobori, T.; Mori, N.; Inagaki, T.; Kikuchi, N. Study of the Internal Flow Structure of an Ultra-Small Axial Flow Hydraulic Turbine. *Renew. Energy* **2019**, *139*, 1000–1011. <https://doi.org/10.1016/j.renene.2019.03.004>.
82. Ramos, H. M.; Simão, M.; Kenov, K. N. Low-Head Energy Conversion: A Conceptual

- Design and Laboratory Investigation of a Microtubular Hydro Propeller. *ISRN Mech. Eng.* **2012**, 2012, 1–10. <https://doi.org/10.5402/2012/846206>.
83. Ramos, H. M.; Simão, M.; Borga, A. Experiments and CFD Analyses for a New Reaction Microhydro Propeller with Five Blades. *J. Energy Eng.* **2013**, 139 (2), 109–117. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)EY.1943-7897.0000096](https://doi.org/10.1061/(ASCE)EY.1943-7897.0000096).
84. Hakimi-Khiabani, C.; Omar, I. Micro-Turbine Installation Feasibility in Bulk Water Reticulation Pipelines. *Proc. Conf. Ind. Commer. Use Energy, ICUE* **2013**.
85. Tucciarelli, T.; Criminisi, A.; D., T. Leak Analysis in Pipeline Systems by Means of Optimal Valve Regulation. *J. Hydraul. Eng.* **1999**, No. March, 277–285. [https://doi.org/https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9429\(1999\)125:3\(277\)](https://doi.org/https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9429(1999)125:3(277)).
86. Almandoz, J.; Cabrera, E.; Arregui, F.; Cabrera, E.; Cobacho, R. Leakage Assessment through Water Distribution Network Simulation. *J. Water Resour. Plan. Manag.* **2005**, 131 (6), 458–466. [https://doi.org/10.1061/\(asce\)0733-9496\(2005\)131:6\(458\)](https://doi.org/10.1061/(asce)0733-9496(2005)131:6(458)).
87. Araujo, A. S. R.; Ribeiro, M. F. M.; Enzweiler, A.; Schenkel, P.; Fernandes, T. R. G.; Partata, W. A.; Irigoyen, M. C.; Llesuy, S.; Belló-Klein, A. Pressure Control for Leakage Minimisation in Water Distribution Systems Management. *Mol. Cell. Endocrinol.* **2006**, 249 (1–2), 133–139. <https://doi.org/10.1007/s11269-006-4635-3>.
88. Prescott, S. L.; Ulanicki, B. Improved Control of Pressure Reducing Valves in Water Distribution Networks. *J. Hydraul. Eng.* **2008**, 134 (1), 56–65. [https://doi.org/10.1061/\(asce\)0733-9429\(2008\)134:1\(56\)](https://doi.org/10.1061/(asce)0733-9429(2008)134:1(56)).
89. Nazif, S.; Karamouz, M.; Tabesh, M.; Moridi, A. Pressure Management Model for Urban Water Distribution Networks. *Water Resour. Manag.* **2010**, 24 (3), 437–458. <https://doi.org/10.1007/s11269-009-9454-x>.
90. Fontana, N.; Giugni, M.; Portolano, D. Losses Reduction and Energy Production in Water-Distribution Networks. *J. Water Resour. Plan. Manag.* **2012**, 138 (3), 237–244. [https://doi.org/10.1061/\(asce\)wr.1943-5452.0000179](https://doi.org/10.1061/(asce)wr.1943-5452.0000179).
91. Uchiyama, T.; Honda, S.; Okayama, T.; Degawa, T. A Feasibility Study of Power Generation from Sewage Using a Hollowed Pico-Hydraulic Turbine. *Engineering* **2016**, 2 (4), 510–517. <https://doi.org/10.1016/J.ENG.2016.04.007>.
92. Samora, I.; Manso, P.; Franca, M. J.; Schleiss, A. J.; Ramos, H. M. Opportunity and Economic Feasibility of Inline Microhydropower Units in Water Supply Networks. *J. Water Resour. Plan. Manag.* **2016**, 142 (11), 1–13. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)WR.1943-](https://doi.org/10.1061/(ASCE)WR.1943-)

- 5452.0000700.
93. Ramos, H. M.; Borga, A.; Simão, M. New Design Solutions for Low-Power Energy Production in Water Pipe Systems. *Water Sci. Eng.* **2009**, 2 (4), 69–84. <https://doi.org/10.3882/j.issn.1674-2370.2009.04.007>.
  94. Casini, M. Harvesting Energy from In-Pipe Hydro Systems at Urban and Building Scale. *Int. J. Smart Grid Clean Energy* **2015**, 316–327. <https://doi.org/10.12720/sgce.4.4.316-327>.
  95. Empresas Públicas de Medellín EPM. PROPUESTA DE ADAPTACIÓN DEL SISTEMA DE BOMBEO DE LA ESTACIÓN PLANTA DE POTABILIZACIÓN CALDAS – TANQUE PARAÍSO PARA GENERACIÓN DE ENERGÍA <https://cu.epm.com.co/Portals/institucional/Documents/encuentro-pyc/memorias/jueves-28/propuesta-de-adaptacion-del-sistema-de-bombeo.pdf> (accessed Mar 1, 2024).
  96. Ministerio de Vivienda de Colombia. Reglamento Técnico del Sector de Agua Potable y Saneamiento Básico de Colombia RAS 2000 [https://www.minvivienda.gov.co/sites/default/files/documentos/010710\\_ras\\_titulo\\_a\\_.pdf](https://www.minvivienda.gov.co/sites/default/files/documentos/010710_ras_titulo_a_.pdf) (accessed Feb 27, 2024).
  97. Empresas Públicas de Medellín EPM. Proyecto piloto de generación de energía en redes de acueducto <https://cu.epm.com.co/Portals/institucional/Documents/encuentro-pyc/memorias/miercoles-27/Modelo-de-economia-circular-en-el-Grupo-EPM.pdf#page=12> (accessed Feb 29, 2024).
  98. Schlabach, R. A.; Cosby, M.; Kurth, E.; Palley, I.; Smith, G. IN-PIPE HYDRO-ELECTRIC POWER SYSTEM AND TURBINE. US Patent 7,959,411 B2, 2011.
  99. Lucid Energy. *Riverside Public Utilities Lucid Pipe Power System Case Study*; 2013.
  100. Lucid Energy. *PORTLAND WATER BUREAU. Portland, Oregon*; 2016.
  101. Porkumaran, K.; Tharu, R. P.; Sukanya, S.; Elezabeth, V. V. I.; Gowtham, N. Micro In-Pipe Hydro Power Plant for Rural Electrification Using LabVIEW. *IEEE Int. Conf. Innov. Green Energy Healthc. Technol. - 2017, IGEHT 2017* **2017**, 1–5. <https://doi.org/10.1109/IGEHT.2017.8094098>.
  102. Kaunda, C. S.; Kimambo, C. Z. M.; Nielsen, T. K. A Numerical Investigation of Flow Profile and Performance of a Low Cost Crossflow Turbine; 2014.
  103. Chen, J.; Yang, H.; Yang, M.; Xu, H. The Effect of the Opening Ratio and Location on the Performance of a Novel Vertical Axis Darrieus Turbine. *Energy* **2015**, 89, 819–834. <https://doi.org/10.1016/j.energy.2015.05.136>.

- 
104. Li, G.; Wu, G.; Tan, L.; Fan, H. A Review: Design and Optimization Approaches of the Darrieus Water Turbine. *Sustainability* **2023**, *15* (14), 11308. <https://doi.org/10.3390/su151411308>.
  105. Brijkishore; Khare, R.; Prasad, V. Numerical Analysis of Cavitation Hydrodynamics at Different Kaplan Runner Solidity. *Ocean Eng.* **2022**, *266*, 112218. <https://doi.org/10.1016/j.oceaneng.2022.112218>.
  106. Brijkishore; Khare, R.; Prasad, V. Performance Evaluation of Kaplan Turbine with Different Runner Solidity Using CFD; 2020; pp 757–767. [https://doi.org/10.1007/978-981-13-8196-6\\_67](https://doi.org/10.1007/978-981-13-8196-6_67).
  107. Nan, D.; Shigemitsu, T.; Zhao, S.; Ikebuchi, T.; Takeshima, Y. Study on Performance of Contra-Rotating Small Hydro-Turbine with Thinner Blade and Longer Front Hub. *Renew. Energy* **2018**, *117*, 184–192. <https://doi.org/10.1016/j.renene.2017.10.046>.
  108. Jiyun, D.; Zhicheng, S.; Hongxing, Y. Effects of Different Block Designs on the Performance of Inline Cross-Flow Turbines in Urban Water Mains. *Appl. Energy* **2018**, *228* (June), 97–107. <https://doi.org/10.1016/j.apenergy.2018.06.079>.
  109. Jiyun, D.; Hongxing, Y.; Zhicheng, S.; Xiaodong, G. Development of an Inline Vertical Cross-Flow Turbine for Hydropower Harvesting in Urban Water Supply Pipes. *Renew. Energy* **2018**, *127*, 386–397. <https://doi.org/10.1016/j.renene.2018.04.070>.
  110. Jiyun, D.; Zhicheng, S.; Hongxing, Y. Performance Enhancement of an Inline Cross-Flow Hydro Turbine for Power Supply to Water Leakage Monitoring System. *Energy Procedia* **2018**, *145*, 363–367. <https://doi.org/10.1016/j.egypro.2018.04.065>.
  111. Bachant, P.; Wosnik, M. Experimental Investigation of Helical Cross-Flow Axis Hydrokinetic Turbines, Including Effects of Waves and Turbulence. *Proc. ASME-JSME-KSME 2011 Jt. Fluids Eng. Conf.* **2011**, 1–12.
  112. Tahadjodi Langroudi, A.; Zare Afifi, F.; Heyrani Nobari, A.; Najafi, A. F. Modeling and Numerical Investigation on Multi-Objective Design Improvement of a Novel Cross-Flow Lift-Based Turbine for in-Pipe Hydro Energy Harvesting Applications. *Energy Convers. Manag.* **2020**, *203* (November 2019). <https://doi.org/10.1016/j.enconman.2019.112233>.
  113. Yeo, H.; Seok, W.; Shin, S.; Huh, Y. C.; Jung, B. C.; Myung, C. S.; Rhee, S. H. Computational Analysis of the Performance of a Vertical Axis Turbine in a Water Pipe. *Energies* **2019**, *12* (20), 1–15. <https://doi.org/10.3390/en12203998>.
  114. Payambarpour, S. A.; Najafi, A. F.; Magagnato, F. Investigation of Blade Number Effect on

- Hydraulic Performance of In-Pipe Hydro Savonius Turbine. *Int. J. Rotating Mach.* **2019**, *2019*. <https://doi.org/10.1155/2019/8394191>.
115. Payambarpour, S. A.; Najafi, A. F.; Magagnato, F. Investigation of Deflector Geometry and Turbine Aspect Ratio Effect on 3D Modified In-Pipe Hydro Savonius Turbine: Parametric Study. *Renew. Energy* **2020**, *148*, 44–59. <https://doi.org/10.1016/j.renene.2019.12.002>.
116. Payambarpour, S. A.; Najafi, A. F. Experimental and Numerical Investigations on a New Developed Savonius Turbine for In-Pipe Hydro Application. *Proc. Inst. Mech. Eng. Part A J. Power Energy* **2020**, *234* (2), 195–210. <https://doi.org/10.1177/0957650919854583>.
117. Sonawat, A.; Choi, Y. S.; Kim, K. M.; Kim, J. H. Parametric Study on the Sensitivity and Influence of Axial and Radial Clearance on the Performance of a Positive Displacement Hydraulic Turbine. *Energy* **2020**, *201*, 117587. <https://doi.org/10.1016/j.energy.2020.117587>.
118. Ocepek, M.; Peršin, Z.; Kern, I.; Djelić, V.; Muhič, S.; Lipej, A. Experimental and Numerical Analysis of Cavitation and Pressure Fluctuations in Large High Head Propeller Turbine. *IOP Conf. Ser. Earth Environ. Sci.* **2019**, *405* (1). <https://doi.org/10.1088/1755-1315/405/1/012032>.
119. Amjadi, H.; Khashehchi, M.; Soltani, J. Experimental Investigation and Numerical Simulation of an Inline Low-Head Microhydropower Turbine for Applications in Water Pipelines. *IET Renewable Power Generation*. 2020, pp 3209–3219. <https://doi.org/10.1049/iet-rpg.2019.1283>.
120. Junginger, B.; Riedelbauch, S. Numerical Analysis of a Propeller Turbine Operated in Part Load Conditions. *High Perform. Comput. Sci. Eng. 17 Trans. High Perform. Comput. Center, Stuttgart 2017* **2018**, 355–368. [https://doi.org/10.1007/978-3-319-68394-2\\_21](https://doi.org/10.1007/978-3-319-68394-2_21).
121. Nagel, W. E.; Kröner, D. H.; Resch, M. M. Numerical Investigation of a Full Load Operation Point for a Low Head Propeller Turbine. *High Perform. Comput. Sci. Eng. '15 Trans. High Perform. Comput. Center, Stuttgart 2015* **2016**, 1–701. <https://doi.org/10.1007/978-3-319-24633-8>.
122. Gagnon, J.-M.; Deschênes, C. Numerical Simulation with Flow Feature Extraction of a Propeller Turbine Unsteady Rotor-Stator Interaction. *Comput. Methods Exp. Meas. XIII* **2007**, *1*, 55–64. <https://doi.org/10.2495/CMEM070061>.
123. Maulana Bs, Q.; Susatyo, A.; Fathul, M. H.; Suherman. Numerical Simulation of the Effect of Flow Direction Angle at Inlet Boundary Condition on Flow Characteristics and

- Performance of Axial Flow Hydraulic Propeller Turbine Runner. *Proceeding - 2015 Int. Conf. Sustain. Energy Eng. Appl. Sustain. Energy Gt. Dev. ICSEEA 2015* **2016**, No. July, 88–94. <https://doi.org/10.1109/ICSEEA.2015.7380751>.
124. Demetriades, G. M.; Williams, A. A.; Smith, N. P. A. A Simplified Propeller Turbine Runner Design for Stand Alone Micro-Hydro Power Generation Units. *Int. J. Ambient Energy* **1996**, *17* (3), 151–156. <https://doi.org/10.1080/01430750.1996.9675235>.
125. Alexander, K. V.; Giddens, E. P.; Fuller, A. M. Axial-Flow Turbines for Low Head Microhydro Systems. *Renew. Energy* **2009**, *34* (1), 35–47. <https://doi.org/10.1016/j.renene.2008.03.017>.
126. Singh, P.; Nestmann, F. Experimental Optimization of a Free Vortex Propeller Runner for Micro Hydro Application. *Exp. Therm. Fluid Sci.* **2009**, *33* (6), 991–1002. <https://doi.org/10.1016/j.expthermflusci.2009.04.007>.
127. Singh, P.; Nestmann, F. Experimental Investigation of the Influence of Blade Height and Blade Number on the Performance of Low Head Axial Flow Turbines. *Renew. Energy* **2011**, *36* (1), 272–281. <https://doi.org/10.1016/j.renene.2010.06.033>.
128. Ho-Yan, B. Design of a Low Head Pico Hydro Turbine for Rural Electrification in Cameroon, University of Guelph, 2012.
129. Byeon, S.-S.; Kim, Y.-J. Influence of Blade Number on the Flow Characteristics in the Vertical Axis Propeller Hydro Turbine. *Int. J. Fluid Mach. Syst.* **2013**, *6* (3), 144–151. <https://doi.org/10.5293/IJFMS.2013.6.3.144>.
130. Nan, D.; Shigemitsu, T.; Zhao, S.; Ikebuchi, T.; Takeshima, Y. Study on Performance of Contra-Rotating Small Hydro-Turbine with Thinner Blade and Longer Front Hub. *Renew. Energy* **2018**, *117*, 184–192. <https://doi.org/10.1016/j.renene.2017.10.046>.
131. Tran, B. N.; Kim, J. Design and Analysis of A Pico Propeller Hydro Turbine Applied in Fish Farms Using CFD and Experimental Method. *J. Korean Soc. Mar. Environ. Saf.* **2019**, *25* (3), 373–380. <https://doi.org/10.7837/kosomes.2019.25.3.373>.
132. Kurniawan, R.; Himawanto, D. A.; Widodo, P. J. The Performance of Numbers of Blade towards Picohydro Propeller Turbine. *IOP Conf. Ser. Mater. Sci. Eng.* **2019**, *508*, 012057. <https://doi.org/10.1088/1757-899X/508/1/012057>.
133. Pienika, R.; Rodríguez, N.; Rovira, I. Design and Scale Model Manufacturing of a Micro Hydraulic Axial Turbine. *IV Lat. Am. Hydro Power Syst. Meet. IAHR* **2019**, No. October.
134. Nono Suprayetno; Priyono Sutikno; Nathanael P. Tandian; Firman Hartono. Numerical

- Simulation of Cascade Flow: Vortex Element Method for Inviscid Flow Analysis and Axial Turbine Blade Design. *J. Adv. Res. Fluid Mech. Therm. Sci.* **2021**, 85 (2), 14–23. <https://doi.org/10.37934/arfmts.85.2.1423>.
135. Yang, F.; Chang, P.; Hu, W.; Mao, B.; Liu, C.; Li, Z. Numerical Study on Pressure Pulsation in a Slanted Axial-Flow Pump Device under Partial Loads. *Processes* **2021**, 9 (8), 1404. <https://doi.org/10.3390/pr9081404>.
136. Wu, Y.; Wang, X.; Yang, X.; Ding, J.; Zhu, D.; Tao, R.; Wang, H.; Xiao, R. Prediction of the Influence of Runner Tip Clearance on the Performance of Tubular Turbine. *J. Mar. Sci. Eng.* **2022**, 10 (2), 136. <https://doi.org/10.3390/jmse10020136>.
137. Wegiel, T.; Borkowski, D.; Liszka, D. Efficiency Analysis of an Energy Conversion System for a Variable Speed Small Hydropower Plant. *E3S Web Conf.* **2016**, 10, 00100. <https://doi.org/10.1051/e3sconf/20161000100>.
138. Tran, B. N.; Jeong, H.; Kim, J.-H.; Park, J.-S.; Yang, C. Effects of Tip Clearance Size on Energy Performance and Pressure Fluctuation of a Tidal Propeller Turbine. *Energies* **2020**, 13 (16), 4055. <https://doi.org/10.3390/en13164055>.
139. Monsalve, O.; Sebastián Velez-Garcia; Josept David Revuelta-Acosta. Influence of Blade Number on the Hydrodynamic Performance of a Propeller-Type Axial Turbine for In-Pipe Installation. *CFD Lett.* **2024**, 16 (4 SE-Articles), 134–158. <https://doi.org/10.37934/cfdl.16.4.134158>.
140. Dixon, S. L.; Hall, C. A. *Fluid Mechanics and Thermodynamics of Turbomachinery*, 7th Edition; 2013. <https://doi.org/10.1016/C2011-0-05059-7>.
141. Nishi, Y.; Kobayashi, Y.; Inagaki, T.; Kikuchi, N. The Design Method of Axial Flow Runners Focusing on Axial Flow Velocity Uniformization and Its Application to an Ultra-Small Axial Flow Hydraulic Turbine. *Int. J. Rotating Mach.* **2016**, 2016, 1–13. <https://doi.org/10.1155/2016/5390360>.
142. Sutikno, P.; Adam, I. Design, Simulation and Experimental of the Very Low Head Turbine with Minimum Pressure and Free Vortex Criteria. *Int. J. Mech. Mechatronics Eng.* **2011**, 11.
143. MATSUMIYA, H.; KOGAKI, T.; TAKAHASHI, N.; IIDA, M.; WASEDA, K. Development and Experimental Verification of the New MEL Airfoil Series for Wind Turbines. *Proc. Japan Wind Energy Symp.* **2000**, 22, 92–95. <https://doi.org/10.11333/jweasympo1979.22.92>.
144. Matsumiya. Performance of the New Type Airfoil MEL Series for Wind Turbines. *Inst.*

- Mech. Technol.* **1992**.
145. Tournier, J.-M.; El-Genk, M. S. Axial Flow, Multi-Stage Turbine and Compressor Models. *Energy Convers. Manag.* **2010**, *51* (1), 16–29. <https://doi.org/10.1016/j.enconman.2009.08.005>.
  146. Yanza Vargas, J. I. Estudio Numérico Para Evaluar Las Características Hidrodinámicas de Perfiles NACA Aplicados Al Rodete de Una Microturbina Axial, Universidad Politécnica Salesiana Sede Cuenca, Ecuador, 2022.
  147. Chen, Y.; Zhou, J.; Karney, B.; Guo, Q.; Zhang, J. Analytical Implementation and Prediction of Hydraulic Characteristics for a Francis Turbine Runner Operated at BEP. *Sustainability* **2022**, *14* (4), 1965. <https://doi.org/10.3390/su14041965>.
  148. National Program for Applications-Oriented Research in CFD. Examining Spatial (Grid) Convergence <https://www.grc.nasa.gov/www/wind/valid/tutorial/spatconv.html> (accessed Aug 14, 2023).
  149. Almohammadi, K. M.; Ingham, D. B.; Ma, L.; Pourkashan, M. Computational Fluid Dynamics (CFD) Mesh Independency Techniques for a Straight Blade Vertical Axis Wind Turbine. *Energy* **2013**, *58*, 483–493. <https://doi.org/10.1016/j.energy.2013.06.012>.
  150. ANSYS Inc. ANSYS CFX-Solver Modeling Guide. **2023**, 626.
  151. ANSYS. ANSYS Fluent-Solver User's Guide. *ANSYS Inc.* **2023**.
  152. Chica, E.; Rubio-Clemente, A. Design of Zero Head Turbines for Power Generation. In *Renewable Hydropower Technologies*; InTech, 2017. <https://doi.org/10.5772/66907>.
  153. Lin, C.-S.; Chiang, H.-T.; Hsu, C.-H.; Lin, M.-H.; Liu, J.-K.; Bai, C.-J. Modal Verification and Strength Analysis of Bladed Rotors of Turbine in Rated Working Conditions. *Appl. Sci.* **2021**, *11* (14), 6306. <https://doi.org/10.3390/app11146306>.
  154. ANSYS Inc. Ansys Granta EduPack software [www.ansys.com/materials](http://www.ansys.com/materials).
  155. SUNLU. Technical Data Sheet SUNLU ABS-Like UV Resin [https://cdn.shopify.com/s/files/1/0152/6507/1190/files/SUNLU\\_ABS-Like\\_UV\\_Resin\\_Data\\_Sheet.pdf?v=1691779412](https://cdn.shopify.com/s/files/1/0152/6507/1190/files/SUNLU_ABS-Like_UV_Resin_Data_Sheet.pdf?v=1691779412).
  156. Singh, R.; Tiwari, S. K.; Mishra, S. K. Cavitation Erosion in Hydraulic Turbine Components and Mitigation by Coatings: Current Status and Future Needs. *J. Mater. Eng. Perform.* **2012**, *21* (7), 1539–1551. <https://doi.org/10.1007/s11665-011-0051-9>.
  157. Khalid Mohammed Ridha, W.; Reza Kashyzadeh, K.; Ghorbani, S. Common Failures in Hydraulic Kaplan Turbine Blades and Practical Solutions. *Materials (Basel)*. **2023**, *16* (9),

3303. <https://doi.org/10.3390/ma16093303>.
158. Kharat, V. J.; Singh, P.; Sharath Raju, G.; Kumar Yadav, D.; Satyanarayana.Gupta, M.; Arun, V.; Hussein Majeed, A.; Singh, N. Additive Manufacturing (3D Printing): A Review of Materials, Methods, Applications and Challenges. *Mater. Today Proc.* **2023**. <https://doi.org/10.1016/j.matpr.2023.11.033>.
159. An, X.; Mu, Y.; Liang, J.; Li, J.; Zhou, Y.; Sun, X. Stereolithography 3D Printing of Ceramic Cores for Hollow Aeroengine Turbine Blades. *J. Mater. Sci. Technol.* **2022**, *127*, 177–182. <https://doi.org/10.1016/j.jmst.2022.01.042>.
160. Rouway, M.; Nachtane, M.; Tarfaoui, M.; Chakhchaoui, N.; Omari, L. E. H.; Fraija, F.; Cherkaoui, O. 3D Printing: Rapid Manufacturing of a New Small-Scale Tidal Turbine Blade. *Int. J. Adv. Manuf. Technol.* **2021**, *115* (1–2), 61–76. <https://doi.org/10.1007/s00170-021-07163-7>.
161. Patil, H.; Jeyakarthykeyan, P. V. Mesh Convergence Study and Estimation of Discretization Error of Hub in Clutch Disc with Integration of ANSYS. *IOP Conf. Ser. Mater. Sci. Eng.* **2018**, *402*, 012065. <https://doi.org/10.1088/1757-899X/402/1/012065>.
162. Haik, Y.; Shahin, T. M.; Sivaloganathan, S. *Engineering Design Process*; Cengage Learning, 2010.
163. ANSYS. Ansys TurboGrid User’s Guide. **2023**, 218.
164. Moshfeghi, M.; Song, Y. J.; Xie, Y. H. Effects of Near-Wall Grid Spacing on SST-K- $\omega$  Model Using NREL Phase VI Horizontal Axis Wind Turbine. *J. Wind Eng. Ind. Aerodyn.* **2012**, *107–108*, 94–105. <https://doi.org/10.1016/j.jweia.2012.03.032>.
165. Waqas, M.; Ahmad, N. Computation of Stress Distribution in Hydraulic Horizontal Propeller Turbine Runner Based on Fluid–Structure Interaction Analysis. *Arab. J. Sci. Eng.* **2020**, *45* (11), 9325–9337. <https://doi.org/10.1007/s13369-020-04727-9>.
166. Yin, L. L.; Lo, K. H.; Wang, S. S. Structural Dynamics and Load Analysis of Large Offshore Wind Turbines in Western Gulf of Mexico Shallow Water. In *Volume 9B: Ocean Renewable Energy*; American Society of Mechanical Engineers, 2014. <https://doi.org/10.1115/OMAE2014-24258>.
167. 10kLAB. 10KLAB [https://www.instagram.com/10k\\_lab/?hl=en](https://www.instagram.com/10k_lab/?hl=en).
168. TECTUL. TECTUL <https://tectul.com/es>.
169. SUNLU. SUNLU RESINA ABS-LIKE.
170. García Vega, L. F. Caracterización de Un Motor Paso a Paso Como Generador Eléctrico.

---

Uniandes 2013.

171. Open Impulse. Stepper Motor 42BYGHW609 DataSheet  
<https://www.openimpulse.com/blog/wp-content/uploads/wpsc/downloadables/42BYGHW609-Stepper-Motor-Datasheet1.pdf>  
(accessed Mar 6, 2024).