

# MATEMÁTICAS BÁSICAS

## GUÍA DE TRABAJO INDEPENDIENTE

Sergio Alberto Alarcón Vasco  
María Cristina González Mazuelo



# Matemáticas Básicas

Guía de trabajo independiente

# Matemáticas Básicas

## Guía de trabajo independiente

MARÍA CRISTINA GONZÁLEZ MAZUELO  
SERGIO ALBERTO ALARCÓN VASCO



González Mazuelo, María Cristina  
Matemáticas Básicas. Guía de trabajo independiente / María Cristina González Mazuelo, Sergio Alberto Alarcón Vasco – 1a ed. – Medellín : Instituto Tecnológico Metropolitano, 2017.  
231 p. – (Serie Textos Académicos)

Incluye referencias bibliográficas  
ISBN 978-958-5414-19-8

1. Matemáticas I. Alarcón Vasco, Sergio Alberto II. Título III. Serie

510 SCDD Ed.21

Catalogación en la publicación - Biblioteca ITM

Matemáticas Básicas. Guía de trabajo independiente  
© Instituto Tecnológico Metropolitano –ITM–

Edición: diciembre 2017  
ISBN: 978-958-5414-19-8

#### **Autores**

MARÍA CRISTINA GONZÁLEZ MAZUELO  
SERGIO ALBERTO ALARCÓN VASCO

#### **Rectora**

MARÍA VICTORIA MEJÍA OROZCO

#### **Directora Editorial**

SILVIA INÉS JIMÉNEZ GÓMEZ

#### **Comité Editorial**

EDUARD EMIRO RODRÍGUEZ RAMÍREZ, MSC.  
JAIME ANDRÉS CANO SALAZAR, PHD.  
SILVIA INÉS JIMÉNEZ GÓMEZ, MSC.  
YUDY ELENA GIRALDO PÉREZ, MSC.  
VIVIANA DÍAZ, ESP.

#### **Corrección de textos**

LILA MARÍA CORTÉS FONNEGRA

#### **Secretaria Técnica**

VIVIANA DÍAZ

#### **Diagramación**

JORGE DAVID GARCÉS GÓMEZ

#### **Diseño de carátula**

ALFONSO TOBÓN BOTERO

#### **Impresión**

EDICIONES DIARIO ACTUAL

Editado en Medellín, Colombia  
Sello editorial Fondo Editorial ITM  
Instituto Tecnológico Metropolitano  
Calle 73 No. 76A 354  
Tel.: (574) 440 5197 • Fax: 440 5382  
www.itm.edu.co

Las opiniones, originales y citas del texto son de la responsabilidad de los autores. El ITM salva cualquier obligación derivada del libro que se publica. Por lo tanto, ella recaerá única y exclusivamente sobre los autores.

# Prólogo

Cuando los estudiantes ingresan a la educación superior, en particular a programas que incluyen asignaturas específicas de ciencias básicas, manifiestan dificultades en habilidades de tipo lingüístico y matemático que les impide afrontar de una manera óptima su proceso formativo.

En el caso de las matemáticas, la deficiencia en el desarrollo de habilidades de pensamiento numérico y algebraico puede traer dificultades para el buen desempeño en asignaturas como el cálculo, la química y la física. Estas dificultades, además de retrasar el proceso de aprendizaje, causan desmotivación en los estudiantes, generando la pérdida de estas asignaturas y llevando, en muchos casos, a una deserción temprana de los programas.

Consciente de esta problemática, algunas universidades, además de implementar en el primer semestre la asignatura de Matemáticas Básicas (aritmética, algebra y trigonometría) dentro de su plan formativo, se han dado a la tarea de diseñar estrategias de diferente tipo que permitan la adquisición de competencias matemáticas que ayuden a los estudiantes a desarrollar habilidades de pensamiento numérico y algebraico.

No ajeno a esta situación, en el Instituto Tecnológico Metropolitano ITM, desde su Facultad de Artes y Humanidades, se planteó el «Proyecto Hurón para la mitigación de causas de deserción estudiantil en los programas de la Facultad de Artes y Humanidades del ITM», donde se implementaron una serie de estrategias con el propósito de disminuir los índices de pérdida y deserción de las asignaturas de ciencias básicas, como una manera de aportar a la solución del problema de deserción temprana de la Institución.

Dentro de las estrategias implementadas se encuentra el diseño de módulos de trabajo independiente para la asignatura de Matemáticas Básicas, con los que se pretendió ayudar al estudiante a desarrollar habilidades de pensamiento numérico y algebraico y, de esta manera, la adquisición de un conocimiento claro y preciso de los conocimientos propios de esta área.

Este texto es la recopilación de dichos módulos, donde cada uno de ellos conforma un capítulo y se desarrolla haciendo énfasis en los conceptos fundamentales de las matemáticas básicas; es así, como en el texto se tratarán las siguientes temáticas:

Capítulo I. Conjuntos numéricos

Capítulo II. Expresiones algebraicas

Capítulo III. Factorización

Capítulo IV. Expresiones racionales

Capítulo V. Ecuaciones

Capítulo VI. Sistemas de ecuaciones

Capítulo VII. Inecuaciones

Capítulo VIII. Exponenciación y logaritmicación

Capítulo IX. Trigonometría

El texto presenta, además, las siguientes características:

**Objetivos por capítulo.** Cada capítulo comienza con una lista de habilidades que el estudiante debe adquirir.

**Aspectos teóricos.** En cada uno de los capítulos se construyen los conceptos básicos y explica de manera breve las propiedades y principios fundamentales de cada uno de ellos.

**Ejemplos.** Se explican, con detalle y paso a paso, algunos ejemplos prototipo para el afianzamiento de los conceptos presentados en cada capítulo y a modo de guía para facilitar al estudiante el desarrollo de los ejercicios propuestos posteriormente.

**Errores comunes.** En el desarrollo de algunos conceptos se advierte sobre los errores más frecuentes en que pueden incurrir los estudiantes, se explica la razón para dichos errores y se da la aclaración sobre la forma correcta de proceder.

**Sugerencias.** Se presentan recuadros con sugerencias sobre la forma más fácil de abordar un tema o propiedad.

**Ejercicios.** Al final de cada capítulo se presentan una serie de ejercicios prototipo, clasificados según el grado de dificultad, partiendo desde ejercicios conceptuales básicos hasta otros con mayor grado de dificultad.

**Bibliografía.** Al final de cada capítulo se presenta una bibliografía con la que se pueden complementar los temas trabajados en cada uno de ellos.

Por la manera como está escrito el texto, las estrategias implementadas en él y la forma como se desarrollan los ejemplos paso a paso, este se convierte en una herramienta importante tanto para estudiantes de los primeros semestres de la educación superior, como para estudiantes de la educación media secundaria.

# Contenido

<b>1</b>	<b>CONJUNTOS NUMÉRICOS</b>	<b>13</b>
1.1	Relaciones de orden y representación en la recta numérica . . . . .	18
1.2	Operaciones y propiedades de los números reales . . . . .	21
1.3	Potenciación y Radicación . . . . .	26
1.4	Ejercicios de aplicación . . . . .	30
1.5	Referencias . . . . .	32
<b>2</b>	<b>EXPRESIONES ALGEBRAICAS</b>	<b>33</b>
2.1	Polinomios . . . . .	36
2.2	Operaciones con polinomios . . . . .	40
2.3	Multiplicación de polinomios . . . . .	44
2.4	Productos notables . . . . .	48
2.5	División de polinomios . . . . .	53
2.6	Referencias . . . . .	62
<b>3</b>	<b>FACTORIZACIÓN</b>	<b>63</b>
3.1	Factorización de polinomios . . . . .	66
3.2	Factorización - casos particulares . . . . .	71
3.3	Referencias . . . . .	85
<b>4</b>	<b>EXPRESIONES RACIONALES</b>	<b>87</b>
4.1	Simplificación de expresiones racionales . . . . .	89
4.2	Operaciones con expresiones racionales . . . . .	90
4.3	Referencias . . . . .	102
<b>5</b>	<b>ECUACIONES</b>	<b>103</b>
5.1	Tipos de ecuaciones . . . . .	105
5.2	Métodos de solución de ecuaciones . . . . .	107
5.3	Referencias . . . . .	117



<b>6</b>	<b>SISTEMAS DE ECUACIONES</b>	<b>119</b>
6.1	Métodos para encontrar las soluciones de un sistema de ecuaciones . . . . .	121
6.2	Sistemas de ecuaciones lineales $3 \times 3$ . . . . .	133
6.3	Sistemas de ecuaciones no lineales . . . . .	135
6.4	Referencias . . . . .	142
<b>7</b>	<b>INECUACIONES</b>	<b>143</b>
7.1	Desigualdades . . . . .	144
7.2	Intervalos . . . . .	145
7.3	Inecuaciones . . . . .	148
7.4	Inecuaciones algebraicas . . . . .	149
7.5	Referencias . . . . .	165
<b>8</b>	<b>EXPONENCIACIÓN Y LOGARITMACIÓN</b>	<b>167</b>
8.1	Leyes de la exponenciación y la logaritmación . . . . .	170
8.2	Ecuaciones exponenciales y logarítmicas . . . . .	174
8.3	Referencias . . . . .	186
<b>9</b>	<b>TRIGONOMETRÍA</b>	<b>187</b>
9.1	Ángulo . . . . .	188
9.2	Relación entre grados y radianes . . . . .	191
9.3	Ángulo de referencia . . . . .	192
9.4	Triángulos . . . . .	194
9.4.1	Triángulos rectángulos . . . . .	195
9.4.2	Relaciones entre los elementos de un triángulo rectángulo . . . . .	196
9.5	Razones trigonométricas . . . . .	197
9.6	Trigonometría en la circunferencia unitaria . . . . .	200
9.7	Identidades . . . . .	211
9.8	Fórmulas trigonométricas . . . . .	214
9.9	Ecuaciones trigonométricas . . . . .	218
9.10	Ejercicios en contexto . . . . .	227
9.11	Referencias . . . . .	228

**Sergio Alberto Alarcón Vasco**

Matemático de la Universidad de Antioquia; Magíster en Educación y Docencia de las Matemáticas, de la Universidad de Antioquia; Profesor Asociado del Instituto Tecnológico Metropolitano e investigador del grupo GNOMON del ITM.

[sergioalarcon@itm.edu.co](mailto:sergioalarcon@itm.edu.co)

**María Cristina González Mazuelo**

Ingeniera Civil de la Universidad Nacional de Colombia sede Medellín; Magíster en Educación, de la Universidad Pontificia Bolivariana; Profesor Asociado del Instituto Tecnológico Metropolitano e investigador del grupo GNOMON del ITM.

[mariagonzalez@itm.edu.co](mailto:mariagonzalez@itm.edu.co)



La carátula se imprimió en propalcote C1S 240 gramos,  
las páginas interiores en Bond Bahía 75 gramos.

La fuente tipográfica empleada es: Times New Roman  
11 puntos en texto corrido.