



Institución Universitaria

Metodología para la determinación de la incertidumbre asociada a la medición en fuentes fijas usando la guía para la expresión de la incertidumbre de medida y un método estocástico

Jhon Jaime Cárdenas Monsalve

Instituto Tecnológico Metropolitano
Facultad de Ingenierías
Maestría en Automatización y Control Industrial
Ciudad, Colombia

2018

Metodología para la determinación de la incertidumbre asociada a la medición en fuentes fijas usando la guía para la expresión de la incertidumbre de medida y un método estocástico

¹Jhon Jaime Cárdenas Monsalve

Tesis de grado presentada como requisito parcial para optar al título de:
Magíster en Automatización y Control Industrial

Director:

²Andrés Felipe Ramírez Barrera, M.Sc.

Codirector:

³Edilson Delgado Trejos, Ph.D.

Líneas de Investigación:

¹Máquinas Inteligentes y Reconocimiento de Patrones

²Ciencias Ingenieriles Biomédicas

³Calidad y Metrología

Grupo de Investigación:

¹Automática, electrónica y ciencias computacionales (AEyCC)

²Grupo de Investigación e Innovación Biomédica (GI2B)

³Calidad, Metrología y Producción (CMYP)

Instituto Tecnológico Metropolitano
Facultad de Ingenierías
Maestría en Automatización y Control Industrial
Medellín, Colombia
2018

A mis padres, seres maravillosos, que me inculcaron el trabajo duro y quienes siempre me han apoyado.

“Todos somos muy ignorantes. Lo que ocurre es que no todos ignoramos las mismas cosas”.

Albert Einstein

Agradecimientos

Agradezco a mi director de tesis, Andrés Felipe Ramírez Barrera y codirector Edilson Delgado Trejos, por su valiosa asesoría y acompañamiento, por todos los conocimientos compartidos conmigo y por su valioso tiempo dedicado a lo largo de este trabajo. Cada uno de sus aportes hizo posible convertir en realidad la culminación de esta tesis de maestría.

De manera muy especial a todo el personal del Laboratorio de Salud Pública, Ana María Ramírez Vélez, Heisling Alexander Cubaque López, Jonathan Cano Córdoba, Hermes Yesid Betancur y Julio Cesar Fera, quienes me facilitaron el acceso a todos los datos que se utilizaron durante este trabajo, y además estuvieron siempre dispuestos en el desarrollo de pruebas adicionales durante los monitoreos.

Al Instituto Tecnológico Metropolitano (ITM) y al Grupo de Investigación en Automática, Electrónica y Ciencias Computacionales. A mis excelentes compañeros y a mis buenos amigos.

Jhon Jaime Cárdenas Monsalve

Resumen

El presente trabajo define una metodología que permite la estimación de la incertidumbre de medición asociada a las emisiones de contaminantes de fuentes fijas muestreados de acuerdo a los métodos de muestreo EPA 1 a 8, los cuales se encuentran definidos en el Code Of Federal Regulations Title 40 Part 60 (apéndices A1 a A4) de la Agencia de Protección Ambiental de los Estados Unidos. Para lo cual, se empleó un método no estocástico como el propuesto en la guía para la expresión de la incertidumbre de medida (GUM), y otro estocástico como lo es el Método Monte Carlo (MCM).

El desarrollo de la estimación aplicando el método no estocástico propuesto en la GUM, incluyó la identificación de las fuentes de incertidumbre, establecimiento del modelo matemático, asociación de fuentes y variables de entrada a una distribución estadística, estimación de la incertidumbre estándar y combinada, cuantificación de los grados de libertad efectivos y por último cuantificación de la incertidumbre expandida, para cada una de las variables de entrada y mensurandos. Lo anterior requirió de la implementación de diferentes rutinas en ®Matlab, las cuales se retroalimentaban de la información recolectada durante los estudios de emisiones (datos tabulados en una hoja electrónica de ®Excel). Adicionalmente, se exploró la influencia que presentaba la inclusión de términos de orden superior de la serie de Taylor en la cuantificación de la incertidumbre, bajo el supuesto de no correlación entre las variables de entrada.

Por el alto costo computacional que requería la implementación directa del Método Monte Carlo, se decide aplicar la técnica de reducción de la varianza mediante muestreo aleatorio simple, la cual produjo una disminución del tamaño de muestras requeridas para alcanzar los niveles de convergencia fijados en las diferentes pruebas de comparación.

Entre los resultados más relevantes, se destaca que la inclusión de los términos de segundo y tercer orden no son requeridos para dar un buen estimativo de la incertidumbre cuando se emplea la guía GUM, pero su inclusión incrementa de forma

exponencial el tiempo de cómputo. Para las ochenta y seis pruebas de validación realizadas entre los resultados estimados por la estructura GUM y MCM, se encontró que la GUM proporciona resultados similares a MCM, cuando solo se emplea el primer término de la serie de Taylor. Los tiempos de cómputo consumidos por MCM fueron inferiores en el 95.31% de las pruebas comparado con el requerido por la estructura GUM cuando las derivadas parciales se estiman utilizando la función `diff` implementada en `@Matlab`, por otro lado, si se utilizan las derivadas tabuladas en el Anexo C, para el 100% de los casos es MCM quien requiere mayor tiempo de ejecución. En cuanto a los tamaños de muestra empleados por MCM estos fueron del orden de 10^4 a 10^5 , valores muy inferiores a los reportados en la literatura que son del orden de 10^7 .

Palabras clave: Estimación de la incertidumbre asociada al monitoreo de fuentes fijas, cuantificación incertidumbre aplicando Monte Carlo, cuantificación incertidumbre aplicando GUM, comparación resultados de cuantificación incertidumbre entre GUM y MCM, técnica de reducción de la varianza.

Abstract

The present work defines a methodology that allows the estimation of the measurement uncertainty associated to the pollutant emissions from stationary sources sampled according to the EPA Sampling Methods 1 to 8, which are defined in the Code of Federal Regulations Title 40 Part 60 (Appendices A1 to A4) from the United States Environmental Protection Agency. Therefore, a non-stochastic method was used as the one proposed in the Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement (GUM), and another stochastic method such as Monte Carlo Method (MCM).

The development of the estimation using the non-stochastic method proposed in the GUM included the identification of sources of uncertainty, establishment of the mathematical model, association of sources and input variables to a statistical distribution, estimation of standard and combined uncertainty, quantification of the effective degrees of freedom and finally quantification of the expanded uncertainty, for each of the input variables and measurands. The previous, it required the implementation of different routines in @Matlab, which feedback from the information collected during the emissions studies (data tabulated in an electronic sheet of @Excel). In addition, the influence of the inclusion of higher order terms of the Taylor series on the quantification of uncertainty was explored, assuming no correlation between the input variables.

Due to the high computational cost required by the direct implementation of the Monte Carlo Method, it was decided to apply the technique of reduction of variance by simple random sampling, which produced a decrease in the sample size required to reach the convergence levels set in the different comparison tests.

Among the most relevant results, it is highlighted that the inclusion of the second and third order terms are not required to give a good estimate of the uncertainty when using the GUM guide, but its inclusion exponentially increases the computation time. For the eighty-six validation tests performed between the results estimated by the GUM and MCM structure, it was found that GUM provides similar results to MCM, when only the first term

in the Taylor series is used. The computation times consumed by MCM were lower in 95.31% of the tests compared to that required by the GUM structure when the partial derivatives were estimated using the `diff` function implemented in `®Matlab`, on the other hand, if the derivatives tabulated in Annex C, for 100% of cases is MCM that requires a longer execution time. As for the sample sizes used by MCM, these values ranged from 10^4 to 10^5 , values much lower than those reported in the literature that are on the order of 10^7 .

Keywords:

Estimation of uncertainty associated with stationary source monitoring, quantification uncertainty applying Monte Carlo, quantification uncertainty applying GUM, comparison results of quantification uncertainty between GUM and MCM, variance reduction technique.

Contenido

	Pág.
.....	
Resumen	IX
Abstract	XI
Lista de figuras	XVIII
Lista de Símbolos y abreviaturas	XXIX
Introducción	33
Objetivos.....	38
1. Estado del arte sobre evaluación y aplicación de la incertidumbre en la determinación de las emisiones de fuentes fijas.....	40
1.1 Estimación de la incertidumbre: metodologías y aplicaciones.....	41
1.2 Estimación de la incertidumbre aplicando la guía GUM y documentos relacionados	42
1.3 Métodos alternativos a la GUM para la estimación de la incertidumbre	44
1.4 Estimación de la incertidumbre utilizando métodos combinados.....	46
1.5 Empleo de herramientas estocásticas y no estocásticas para la estimación de la incertidumbre en fuentes fijas.....	47
1.6 Hallazgos de la revisión	48
2. Marco teórico	50
2.1 Error en el proceso de medición	50
2.2 Incertidumbre de medición.....	50
2.2.1 Tipos de incertidumbre	51
▪ Incertidumbre tipo A	51
▪ Incertidumbre tipo B	52
2.3 Estimación de la incertidumbre empleando la GUM.....	52
2.3.1 Definición del mensurando.....	52
2.3.2 Modelo físico, matemático e identificación de magnitudes de entrada	53
2.3.3 Modelo matemático y variables de entrada.....	54
2.3.4 Identificación de las fuentes de incertidumbre	54
2.3.5 Cuantificación de la variabilidad de cada fuente	55
2.3.6 Coeficientes de sensibilidad.....	57
2.3.7 Cálculo de incertidumbre combinada	57
2.3.8 Cuantificación del número de grados de libertad	57
2.3.9 Factor de cobertura	58
2.3.10 Incertidumbre expandida	58
2.4 Estimación de incertidumbre empleando el Método Monte Carlo (MCM)	58
2.4.1 Reducción de la varianza.....	59
2.4.2 Etapas necesarias para la implementación del Método Monte Carlo ...	61
2.4.3 Validación del número de ensayos requeridos por el Método Monte Carlo.	61

2.4.4	Comparación entre la estructura de la GUM y el Método Monte Carlo (MCM)	62
2.5	Redondeo y cifras significativas	63
2.6	Linealidad y no-linealidad de los modelos matemáticos asociados a los mensurandos en fuentes fijas	64
2.6.1	Inclusión de términos de segundo y tercer orden	65
2.7	Identificación de distribuciones estadísticas	66
2.8	Descripción de los métodos de muestreo EPA 1 a 8	67
2.8.1	Método 1: Muestreo y velocidad transversal para fuentes fijas	67
2.8.2	Método 1A: Muestreo y velocidad transversal para fuentes estacionarias con diámetro pequeño	68
2.8.3	Método 2: Determinación de la velocidad de gases en ductos y rata de flujo volumétrico (Tubo Pitot tipo S)	69
2.8.4	Método 2C: Determinación de la velocidad de gases en ductos y rata de flujo volumétrico en pequeños ductos (Tubo Pitot estándar)	69
2.8.5	Método 3: Análisis de gases para la determinación del peso molecular en base seca	70
2.8.6	Método 3B: Análisis de gases para la determinación del factor de corrección para la tasa de emisión o de exceso aire	72
2.8.7	Método 4: Determinación del contenido de humedad en los gases de la chimenea	72
2.8.8	Método 5: Determinación de las emisiones de partículas de fuentes fijas	73
2.8.9	Método 6: Determinación de las emisiones de dióxido de azufre de fuentes fijas	74
2.8.10	Método 7: Determinación de las emisiones de óxidos de nitrógeno procedentes de fuentes fijas	75
2.8.11	Método 8: Determinación de las emisiones de ácido sulfúrico y dióxido de azufre de fuentes fijas	76
3.	Marco experimental	80
3.1	Desarrollo de los métodos de muestreo EPA 1 a 8	80
3.1.1	Recolección de los datos	81
3.2	Descripción de los equipos de muestreo	81
3.2.1	Consola de muestreo C-5000 y accesorios	81
3.2.2	Analizador de combustión Fyrite®	82
3.2.3	Analizador de combustión Orsat Apex Instruments	83
3.2.4	Analizador instrumental de combustión BACHARACH PCA	83
3.2.5	Kit de muestreo de fuentes para el Método EPA 7 Apex Instruments	85
3.2.6	Balanza analítica Precisa	85
3.2.7	Balanza de campo OHAUS	86
3.2.8	Espectrofotómetro SPECORD 50 PLUS	87
3.2.9	Bureta digital Brand Clase A	88
3.2.10	Equipo y software utilizado para implementar las funciones y rutinas requeridas	89
3.3	Desarrollo de etapas para estimación de la incertidumbre aplicando la Guía GUM	89
3.3.1	Definición del mensurando, modelo físico, identificación de magnitudes de entrada y establecimiento de modelo matemático	89
3.3.2	Identificación de las fuentes de incertidumbre	90
3.3.3	Cuantificar la variabilidad de cada fuente y asociación de distribuciones	92

- Ajuste de datos a distribuciones estadísticas92
- Cuantificación de cada fuente93
- 3.3.4 Estimación de incertidumbre estándar combinada.....94
- 3.3.5 Estimación de la incertidumbre expandida.....95
- 3.4 Estimación de la incertidumbre aplicando el Método Monte Carlo95
- 3.5 Procedimiento para comparar los resultados de la incertidumbre estimada empleando GUM y MCM..... 96
- 4. Resultados98**
- 4.1 Resultados de la aplicación de la GUM.....98
 - 4.1.1 Resultados del ajuste de datos a distribuciones estadísticas98
 - 4.1.2 Cuantificación de cada fuente105
 - 4.1.3 Estimación de incertidumbre estándar combinada.....106
 - 4.1.4 Estimación de incertidumbre expandida.....109
- 4.2 Resultados de la aplicación de MCM 110
 - 4.2.1 Aplicación de la metaheurística PSO para la obtención de los parámetros para el muestreo SBSS y SRS111
 - 4.2.2 Resultados al aplicar Monte Carlo a la estimación de la incertidumbre asociada a los mensurandos de los Métodos EPA 1 a 8.115
- 4.3 Comparación de los resultados estimados entre la GUM y MCM..... 117
- 5. Conclusiones128**
- 5.1 Trabajo futuro 130
- Bibliografía208**

Lista de figuras

	<i>Pág.</i>
Figura 1-1: Métodos de estimación de la incertidumbre. Fuente: Autores.	42
Figura 1-2: Aplicación de la GUM y documentos relacionados en la estimación de la incertidumbre. Fuente: Autores.	43
Figura 1-3: Aplicación de métodos alternativos a la GUM en la estimación de la incertidumbre. Fuente: Autores.	45
Figura 1-4: Aplicación de la GUM y métodos alternativos combinados a la estimación de la incertidumbre. Fuente: Autores.	47
Figura 1-5: Cuantificación de la incertidumbre en fuentes fijas mediante el uso de diferentes métodos. Fuente: Autores.	48
Figura 2-1: Diagrama esquemático para la estimación de la incertidumbre de medición empleando la GUM [5].	53
Figura 2-2: Diagrama de causas para identificación de las fuentes de incertidumbre del peso molecular de los gases en la chimenea en base húmeda.	55
Figura 2-3: Proceso general adaptativo para cuantificación de la incertidumbre [2].	60
Figura 2-4: Arreglo de muestreo recomendado para ductos o chimeneas con $De \geq 0.3048\text{ m}$ (12 <i>pulgadas</i>). Fuente: Método 1 US EPA.	68
Figura 2-5: Arreglo recomendado de muestreo para pequeños ductos o chimeneas con $De \leq 0.3048\text{ m}$ (12 <i>pulgadas</i>). Fuente: Método 1A US EPA.	68
Figura 2-6: Ensamble del manómetro al tubo pitot Tipo S. Fuente: Método 2 US EPA. .	69
Figura 2-7: Especificaciones de diseño del tubo Estándar. Fuente: Método 2C US EPA.	70
Figura 2-8: Diagrama del tren de muestreo para la toma de muestras puntuales. Método 3 US EPA.	70
Figura 2-9: Analizador de gases de combustión Fyrite®. Fuente: http://www.directindustry.es/prod/bacharach/product-17316-456564.html	71
Figura 2-10: Diagrama de un analizador de gases de combustión Orsat. Fuente: http://steamofboiler.blogspot.com.co/2011/08/orsat-analysis.html	71
Figura 2-11: Analizadores de gases de combustión portátiles. Fuentes: https://www.instrumart.com/products/38404/bacharach-fyrite-insight-plus-combustion-analyzer ; http://www.trutechtools.com/testo320	72
Figura 2-12: Tren de muestro para la determinación de humedad por el método de referencia. Fuentes: Método 4 US EPA; http://www.activeset.org/methods/5.htm	73
Figura 2-13: Tren de muestro para la determinación de material particulado. Fuente: Método 5 US EPA; http://www.activeset.org/methods/5.htm	74
Figura 2-14: Tren de muestro para la determinación simultanea de material particulado (PM) y dióxido de azufre (SO ₂). Fuente: Método 6 US EPA; http://www.activeset.org/methods/5and6.htm	75
Figura 2-15: Diagrama del tren de muestreo, válvula del balón y balón. Fuente: Método 7 US EPA.	76

Figura 2-16: Diagrama del tren de muestreo para neblinas ácidas de ácido sulfúrico. Fuente: Método 8 US EPA; http://www.activeset.org/methods/8.htm	77
Figura 2-17: Diagrama del tren de muestreo para neblinas ácidas de H ₂ SO ₄ en combinación con PM. Fuente: Método 8 US EPA; http://www.activeset.org/methods/8.htm	78
Figura 3-1: Diagrama de la ejecución de los métodos de muestreo EPA 1 a 8. Fuente: Elaboración Propia.	80
Figura 3-2: Consola de muestreo C-5000 y sus componentes principales. Fuente: Environmental Supply Company Inc.	82
Figura 3-3: Analizador de gases de combustión Fyrite®. Fuente: https://www.mybacharach.com/product-view/fyrite-classic/	83
Figura 3-4: Componentes del analizador de gases de combustión Orsat. Fuente: http://www.apexinst.com/product/vsc-33	84
Figura 3-5: Analizador de gases de combustión portátil BACHARACH PCA. Fuente: https://www.mybacharach.com/product-view/pca3/	84
Figura 3-6: Equipo para muestreo de óxidos de nitrógeno Método EPA 7. Fuente: http://old.apexinst.com/products/m7.htm	85
Figura 3-7: Balanza analítica Precisa empleada para el pesaje de filtros del Método EPA 5. Fuente: Elaboración propia.....	86
Figura 3-8: Balanza portátil Scout Pro, empleada para el pesaje de los impactadores usados por el Método EPA 4. Fuente: Elaboración propia.....	87
Figura 3-9: Espectrofotómetro SPECORD 50 PLUS empleado para las lecturas de las muestras del Método EPA 7. Fuente: http://50-years-specord.analytik-jena.com/index.php?id=114	88
Figura 3-10: Bureta digital marca Brand empleada para las valoraciones de los Métodos EPA 6 y 8. Fuente: http://www.brand.de/fileadmin/user/pdf/Leaflets/Titrette_ES.pdf	89
Figura 3-11: Diagrama de causa y efecto para identificación de las fuentes de incertidumbre del mensurando V_s y sus variables de entrada. Fuente: Elaboración propia.	91
Figura 3-12: Proceso desarrollado para la identificación de las distribuciones estadísticas asociadas a las diferentes fuentes de incertidumbre. Fuente: Elaboración propia.	92
Figura 3-13: Pruebas de bondad de ajuste realizadas. Fuente: Elaboración propia 93	93
Figura 3-14: Rutinas en Matlab implementadas para la estimación de la incertidumbre asociada a los Métodos EPA 1 a 8 aplicando GUM. Fuente: Elaboración propia 94	94
Figura 3-15: Rutinas en Matlab implementadas para la estimación de la incertidumbre asociada a los Métodos EPA 1 a 8 aplicando MCM. Fuente: Elaboración propia 95	95
Figura 3-16: Esquema del procedimiento empleado para la validación de la estructura GUM contra MCM. Fuente: Elaboración propia 96	96
Figura 4-1: Resultados de las pruebas de bondad de ajuste. Fuente: EasyFit®.....	100
Figura 4-2: Histogramas y distribuciones estadísticas ajustadas para la variable T_m , el número de mediciones realizadas fue 8 para la fila 1, 9 para la fila 2, 12 para la fila 3 y 24 para la fila 4. Fuente: Elaboración propia.	101
Figura 4-3: Histogramas y distribuciones estadísticas ajustadas para la variable ΔP , el número de mediciones realizadas fue 8 para la fila 1, 9 para la fila 2, 12 para la fila 3 y 24 para la fila 4. Fuente: Elaboración propia.	102
Figura 4-4: Histogramas y distribuciones estadísticas ajustadas para la variable P_g , el número de mediciones realizadas fue 8 para la fila 1, 9 para la fila 2, 12 para la fila 3 y 24 para la fila 4. Fuente: Elaboración propia.	103
Figura 4-5: Histogramas y distribuciones estadísticas ajustadas para la variable T_s , el número de mediciones realizadas fue 8 para la fila 1, 9 para la fila 2, 12 para la fila 3 y 24 para la fila 4. Fuente: Elaboración propia.	104

Figura 4-6: Graficas de contribución para las fuentes de incertidumbre asociadas a diferentes variables. Fuente: Elaboración propia.....	107
Figura 4-7: Graficas de las contribuciones de las fuentes de incertidumbre el mensurando <i>V_S</i> . Fuente: Elaboración propia.	109
Figura 4-8: Resultados obtenidos para las pruebas cuando el tamaño de muestra $n=100$. Fuente: Elaboración propia.	112
Figura 4-9: Resultados obtenidos para las pruebas cuando el tamaño de muestra $n=50$. Fuente: Elaboración propia.	112
Figura 4-10: Resultados obtenidos para las pruebas cuando el tamaño de muestra $n=20$. Fuente: Elaboración propia.	113
Figura 4-11: Tiempos de ejecución y número de muestras requeridas (N) para diferentes niveles de tolerancia, para las técnicas de reducción de varianza SRS y SBSS y un tamaño de muestra $n = 100$. Fuente: Elaboración propia.	115
Figura 4-12: Distribución de frecuencias de las evaluaciones simuladas del mensurando <i>V_s</i> . Fuente: Elaboración propia.	116
Figura 4-13: Tiempos de computo consumido en función del número de términos de la serie de Taylor y de variables de entrada. Fuente: Elaboración propia.	125
Figura B-1: Diagramas de causas para variables de entradas comunes a diferentes mensurandos.	149
Figura B-2: Diagramas de causas para variables de entradas estimadas como promedios y que son comunes a diferentes mensurandos.	150
Figura B-3: Diagramas de causas para variables de entradas que son a su vez mensurandos comunes a diferentes mensurandos.	150
Figura B-4: Diagramas de causas para la determinación del diámetro equivalente de la chimenea Método EPA 1 y 1A.	151
Figura B-5: Diagramas de causas para la determinación del número de diámetros corriente arriba y abajo requeridos para determinar el número de puntos, Método EPA 1 y 1A.	151
Figura B-6: Diagramas de causas para la estimación de la posición de los puntos de monitoreo en la sección transversal de la chimenea, Método EPA 1 y 1A.	152
Figura B-7: Diagramas de causas para la determinación del área transversal de la chimenea y velocidad del gas, Método EPA 2 y 2C.	152
Figura B-8: Diagramas de causas para la determinación del flujo de gas a través de la chimenea, Método EPA 2 y 2C.	153
Figura B-9: Diagramas de causas para la determinación del peso molecular en base seca (M_d) y húmeda (M_s), Método EPA 3 y 3B, equipos manuales.	153
Figura B-10: Diagramas de causas para la determinación del peso molecular en base seca (M_d) y húmeda (M_s), Método EPA 3 y 3A, equipos de lectura directa.....	154
Figura B-11: Diagramas de causas para la determinación del peso de agua recolectada en los impactadores por gravimetría, Método EPA 4.....	154
Figura B-12: Diagramas de causas para la determinación del volumen de agua recolectada en los impactadores por volumetría, Método EPA 4.	155
Figura B-13: Diagramas de causas para la determinación del volumen de aire registrado por el medidor de gas seco a condiciones de referencia, Método EPA 4.	155
Figura B-14: Diagrama de causas para la determinación de la humedad del gas en la chimenea usando el método volumétrico, Método EPA 4.	156
Figura B-15: Diagrama de causas para la determinación de la humedad del gas en la chimenea usando el método gravimétrico, Método EPA 4.	156
Figura B-16: Diagramas de causas para la determinación del diámetro ideal de la boquilla (D_n) y calibración de la boquilla seleccionada, Método EPA 5.....	157

Figura B-17: Diagramas de causas para la verificación del Y de trabajo del equipo, de la caída de presión ideal en el medidor (ΔH_{ideal}) y el factor de proporcionalidad (K), Método EPA 5.....	157
Figura B-18: Diagramas de causas para la determinación del porcentaje de isocinetismo por punto y acumulado, Método EPA 5.	158
Figura B-19: Diagramas de causas para la determinación de la concentración de material particulado en el flujo de gas de la chimenea, Método EPA 5.	158
Figura B-20: Diagrama de causas para la determinación de la concentración de dióxido de azufre en el flujo de gas de la chimenea, Método EPA 6.	159
Figura B-21: Diagramas de causas para la determinación del factor de calibración espectrofotométrico (K_C), Método EPA 7.	159
Figura B-22: Diagrama de causas para la determinación de la concentración de dióxido de nitrógeno en el flujo de gas de la chimenea, Método EPA 7.	160
Figura B-23: Diagrama de causas para la determinación de la concentración de neblinas ácidas de ácido sulfúrico en el flujo de gas de la chimenea, Método EPA 8.	160
Figura B-24: Diagramas de causas para la determinación de la emisión másica de los contaminantes: material particulado, dióxido de azufre, dióxido de nitrógeno y neblinas ácidas de ácido sulfúrico desde la chimenea, Métodos EPA 5, 6, 7 y 8.....	161
Figura B-25: Diagramas de causas para la determinación de la concentración de los contaminantes: material particulado, dióxido de azufre, dióxido de nitrógeno y neblinas ácidas de ácido sulfúrico, en el flujo de gas de la chimenea ajustadas al porcentaje de oxígeno de referencia, Métodos EPA 5, 6, 7 y 8.....	161
Figura B-26: Diagramas de causas para la obtención del $\Delta H@$ y Y del equipo empleando un juego de orificios críticos, Método EPA 5.	162
 Figura E-1: Implementación del análisis de reducción de varianza aplicando muestreo aleatorio simple (SRS) y muestreo estratificado simétricamente balanceado (SBSS). Fuente: Elaboración Propia.	196
Figura E-2: Implementación de la GUM y el Método Monte Carlo para la estimación de la incertidumbre asociada a los Métodos de muestreo de fuentes fijas EPA 1 a 8. Fuente: Elaboración Propia.	204
 Figura F-1: Hoja electrónica utilizada para ingresar la información requerida para la implementación de las rutinas desarrolladas en Matlab. Fuente: Elaboración Propia.	206

Lista de tablas

Pág.

Tabla 2-1: Ecuaciones utilizadas para estimar la incertidumbre estándar de fuentes asociadas a distribuciones estadísticas. Fuente: Elaboración propia.....	56
Tabla 2-2: Tabla de posibles valores de redondeo. Fuente: Elaboración propia.	64
Tabla 4-1: Resultados de pruebas de bondad de ajuste para las variables ΔP , P_g , T_m y T_s	98
Tabla 4-2: Incertidumbre estándar para algunas fuentes de las variables de entrada de los Métodos EPA 1 a 8. Fuente: Elaboración propia.....	105
Tabla 4-3: Incertidumbre estándar para algunas fuentes de las variables de los Métodos EPA 1 a 8. Fuente: Elaboración propia.....	106
Tabla 4-4: Datos para la estimación de la incertidumbre combinada asociada a la mensurando V_s . Fuente: Elaboración propia.	108
Tabla 4-5: Estimación de los grados de libertad efectivos asociados a la estimación de la incertidumbre del mensurando V_S . Fuente: Elaboración propia.....	110
Tabla 4-6: Resultados de las pruebas de optimización y de ajuste de parámetros para la aplicación de la técnica de reducción de varianza. Fuente: Elaboración propia.	114
Tabla 4-7: Información de las distribuciones estadísticas y parámetros asociadas a las variables de entrada del mensurando V_s . Fuente: Elaboración propia.	116
Tabla 4-8: Resultados de la comparación de los valores de la incertidumbre asociada a los mensurandos, resultante de aplicar la GUM y MCM: Elaboración propia.....	119
Tabla 4-9: Influencia del número de variables de entrada y términos de la serie de Taylor en el tiempo de computo. Fuente: Elaboración propia.....	124
Tabla 4-10: Influencia en la estimación de la incertidumbre, producto de la no linealidad de los mensurandos. Fuente: Elaboración propia.....	126
Tabla C-1: Clasificación de las fuentes de incertidumbre para las variables de entrada del Método EPA 1 y 1A. Fuente: Elaboración Propia.	164
Tabla C-2: Clasificación de las fuentes de incertidumbre para mensurandos del Método EPA 1 y 1A. Fuente: Elaboración Propia.	166
Tabla C-3: Clasificación de las fuentes de incertidumbre para las variables de entrada del Método EPA 2 y 2C. Fuente: Elaboración Propia.	167
Tabla C-4: Clasificación de las fuentes de incertidumbre para mensurandos del Método EPA 2 y 2C. Fuente: Elaboración Propia.....	168
Tabla C-5: Clasificación de las fuentes de incertidumbre para las variables de entrada del Método EPA 3, 3A y 3B. Fuente: Elaboración Propia.	169
Tabla C-6: Clasificación de las fuentes de incertidumbre para mensurandos del Método EPA 3, 3A y 3B. Fuente: Elaboración Propia.....	169
Tabla C-7: Clasificación de las fuentes de incertidumbre para las variables de entrada del Método EPA 4. Fuente: Elaboración Propia.	170
Tabla C-8: Clasificación de las fuentes de incertidumbre para mensurandos del Método EPA 4. Fuente: Elaboración Propia.	170
Tabla C-9: Clasificación de las fuentes de incertidumbre para las variables de entrada del Método EPA 5. Fuente: Elaboración Propia.	171
Tabla C-10: Clasificación de las fuentes de incertidumbre para mensurandos del Método EPA 5. Fuente: Elaboración Propia.	172
Tabla C-11: Clasificación de las fuentes de incertidumbre para las variables de entrada del Método EPA 6. Fuente: Elaboración Propia.	173

Tabla C-12: Clasificación de las fuentes de incertidumbre para mensurandos del Método EPA 6. Fuente: Elaboración Propia.....	174
Tabla C-13: Clasificación de las fuentes de incertidumbre para las variables de entrada del Método EPA 7. Fuente: Elaboración Propia.....	174
Tabla C-14: Clasificación de las fuentes de incertidumbre para mensurandos del Método EPA 7. Fuente: Elaboración Propia.....	175
Tabla C-15: Clasificación de las fuentes de incertidumbre para las variables de entrada del Método EPA 8. Fuente: Elaboración Propia.....	175
Tabla C-16: Clasificación de las fuentes de incertidumbre para mensurandos del Método EPA 8. Fuente: Elaboración Propia.....	176
Tabla C-17: Clasificación de las fuentes de incertidumbre para mensurandos para estimar la emisión másica de los contaminantes. Fuente: Elaboración Propia.....	176
Tabla C-18: Clasificación de las fuentes de incertidumbre para las variables de entrada para la estimación de la corrección por oxígeno. Fuente: Elaboración Propia.....	177
Tabla C-19: Clasificación de las fuentes de incertidumbre para mensurandos para estimar la emisión de contaminantes corregida a oxígeno de referencia. Fuente: Elaboración Propia.....	177
Tabla C-20: Clasificación de las fuentes de incertidumbre para las variables de entrada para la estimación del $\Delta H@$ y Y_{ds} del equipo empleando orificios críticos. Fuente: Elaboración Propia.....	178
Tabla C-21: Clasificación de las fuentes de incertidumbre para mensurandos para la estimación del $H@$ y Y_{ds} del equipo empleando orificios críticos. Fuente: Elaboración Propia.....	178
Tabla D- 1: Coeficientes de sensibilidad para mensurandos del Método EPA 1 y 1A. Fuente: Elaboración Propia.....	180
Tabla D- 2: Coeficientes de sensibilidad para mensurandos del Método EPA 2 y 2C. Fuente: Elaboración Propia.....	182
Tabla D- 3: Coeficientes de sensibilidad para mensurandos del Método EPA 3, 3A y 3B. Fuente: Elaboración Propia.....	183
Tabla D- 4: Coeficientes de sensibilidad para mensurandos del Método EPA 4. Fuente: Elaboración Propia.....	184
Tabla D- 5: Coeficientes de sensibilidad para mensurandos del Método EPA 5. Fuente: Elaboración Propia.....	185
Tabla D- 6: Coeficientes de sensibilidad para mensurandos del Método EPA 6. Fuente: Elaboración Propia.....	187
Tabla D- 7: Coeficientes de sensibilidad para mensurandos del Método EPA 7. Fuente: Elaboración Propia.....	188
Tabla D- 8: Coeficientes de sensibilidad para mensurandos del Método EPA 8. Fuente: Elaboración Propia.....	189
Tabla D- 9: Coeficientes de sensibilidad para mensurandos para estimar la emisión másica de los contaminantes. Fuente: Elaboración Propia.....	189
Tabla D- 10: Coeficientes de sensibilidad para mensurandos para estimar la emisión de contaminantes corregida a oxígeno de referencia. Fuente: Elaboración Propia.....	190
Tabla D- 11: Coeficientes de sensibilidad para mensurandos para la estimación del $\Delta H@$ y Y_{ds} del equipo empleando orificios críticos. Fuente: Elaboración Propia.....	191

Tabla D- 12: Coeficientes de sensibilidad para mensurandos para la estimación del $\Delta H@$ y Yds del equipo empleando medidor de gas húmedo o seco. Fuente: Elaboración Propia.	192
Tabla E-1: Rutinas empleadas para realizar el análisis de reducción de la varianza mediante muestreo aleatorio simple (SRS) y muestreo estratificado balanceado simétricamente (SBSS). Fuente: Elaboración Propia.	194
Tabla E-2: Rutinas empleadas para la implementación de la GUM y el Método Monte Carlo, en la estimación de la incertidumbre asociada a los Métodos de muestreo de fuentes fijas EPA 1 a 8. Fuente: Elaboración Propia.	197

Lista de anexos

ANEXO A: Modelos matemáticos asociados a la estimación de emisiones de fuentes fijas empleando los métodos EPA 1 a 8.....	132
ANEXO B: Diagramas de causa efecto usados para la identificación de las fuentes de incertidumbre para los métodos EPA 1 a 8.....	149
ANEXO C: Distribuciones estadísticas asociadas a las fuentes de incertidumbre, variables de entrada y mensurandos para los métodos EPA 1 a 8.....	164
ANEXO D: Coeficientes de sensibilidad	180
ANEXO E: Descripción de funciones y rutinas implementadas en Matlab	194
ANEXO F: Ingreso de información del monitoreo en hoja electrónica de [®] Excel	206

Lista de Símbolos y abreviaturas

Símbolos con letras latinas

Símbolos	Término	Definición
U	Incertidumbre expandida	$U = k * u_C$
k	Factor de Cobertura	Ver [1]
\bar{x}	Media muestral	$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$
c_i	Coficiente de sensibilidad	$c_i = \frac{\partial f(x_1, x_2, \dots, x_N)}{\partial x_i}$
S	Desviación estándar	$S = \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}}{n - 1}$
$r(x_i, x_j)$	Coficiente correlación	Ver [1]
N	Número de muestras requeridas al aplicar MCM	Ver [2]
N_{min}	Tamaño mínimo de muestras empleadas en la aplicación de MCM	Ver [2]
N_{add}	Número de muestras adicionadas en cada etapa del muestreo estratificado	Ver [2]
n	Tamaño de las muestras simuladas por MCM	Ver [2]
d_{low}	Distancia inferior para comparar GUM contra MCM	Ver [3]
d_{high}	Distancia inferior para comparar GUM contra MCM	Ver [3]

Símbolos con letras griegas

Símbolos	Término	Definición
μ	Incertidumbre estándar	<i>Ver</i> [1]
μ_c	Incertidumbre combinada	<i>Ver</i> [1], [4]
κ	Coeficiente de curtosis	$\kappa = \frac{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^4}{\left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2\right)^2}$
γ	Coeficiente de asimetría	$\gamma = \frac{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^3}{\left(\sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}\right)^2}$
ν_{eff}	Grados de libertad efectivos	<i>Ver</i> [1, 5]
ν_i	Grados de libertad asociados a la variable x_i	<i>Ver</i> [6]
δ	Tolerancia requerida para prueba de validación de la GUM contra MCM	<i>Ver</i> [3]

Abreviaturas

Abreviatura	Término
1. <i>GUM</i>	<i>(Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement)</i> Guía para la expresión de la incertidumbre de medida
2. <i>MCM</i>	<i>(Monte Carlo Method)</i> Método Monte Carlo
3. <i>JCGM</i>	<i>(Joint Committee for Guides in Metrology)</i> Comité conjunto para guías en metrología
4. <i>US EPA</i>	<i>(United States Environmental Protection Agency)</i> Agencia de Protección Ambiental de los Estados Unidos
5. <i>IDEAM</i>	Instituto de Hidrología, Meteorología y Estudios Ambientales
6. <i>GHG</i>	<i>(Greenhouse Gas)</i> Gases de efecto invernadero
7. <i>LPU</i>	<i>(Law of Propagation of Uncertainties)</i> Ley de propagación de la incertidumbre
8. <i>PDF</i>	<i>(Probability Distribution Function)</i> Función de distribución de probabilidad
9. <i>GFAAS</i>	<i>(Graphite Furnace Atomic Absorption Spectrometry)</i> Espectroscopia de absorción atómica con horno de grafito
10. <i>NO_x</i>	<i>(Nitrogen Oxides)</i> Óxidos de nitrógeno
11. <i>PM</i>	<i>(Particulate Material)</i> Material particulado
12. <i>VIM</i>	<i>(Vocabulaire International de Métrologie)</i> Vocabulario internacional de metrología.
13. <i>SBSS</i>	<i>(Symmetrically Balanced Stratified Sampling)</i> Muestreo estratificado simétricamente balanceado
14. <i>SRS</i>	<i>(Simple Random Sampling)</i> Muestreo aleatorio simple

Introducción

Un valor de medición está completamente definido cuando se encuentra acompañado de una estimación y posterior declaración de su incertidumbre [7]; lo que requiere una identificación y cuantificación exhaustiva de las fuentes de incertidumbre asociadas al proceso de medición. En la literatura, se dispone de diferentes herramientas o métodos para realizar esta tarea, entre las que se destaca la Guía para la Expresión de la Incertidumbre de Medida (GUM), la cual provee una estructura para la estimación de la incertidumbre, pero presenta algunos inconvenientes en su implementación, como son el volumen de cálculos resultantes de la modelación matemática, estimación de derivadas parciales e identificación exhaustiva de todas las fuentes de incertidumbre y sus distribuciones de probabilidad asociadas [8], siendo este último el punto más difícil de implementar, tanto que en muchos casos no se conoce con certeza la distribución de probabilidad actual de cada fuente, lo cual puede llevar a una estimación equivocada de la incertidumbre de salida [9]. Por otro lado, si se emplean otros métodos de estimación de la incertidumbre, estos presentan limitantes en su aplicación como son: convergencia y modelos matemáticos robustos que generan un alto costo computacional [10], unido a que reportan directamente la incertidumbre expandida. Entre los otros métodos de estimación resalta Monte Carlo, el cual es un método estocástico de amplia aceptación y difusión, que pese a sus bondades puede guiar a resultados erróneos si la elección de la distribución de probabilidad de entrada difiere de la real.

El método de propagación de la incertidumbre y caracterización de la cantidad de salida por una distribución normal o t-Student, son premisas utilizadas por la GUM para proveer un intervalo de cobertura, dentro del cual el mensurando se cree que se encuentra con un grado de confianza conocida [10]. En la estructura de la Guía GUM, esta tarea es difícil de completar, aun de forma aproximada, principalmente por las dos razones siguientes [11]: primero, la forma de la función de la distribución de probabilidad (pdf) para la cantidad de salida no es conocida, especialmente en los extremos; y segundo, la incertidumbre en sí misma es incierta, lo cual hace incierta la forma y tamaño de la pdf. Para lidiar con la segunda limitante, la GUM propone estimar los grados de libertad efectivos y de esta forma obtener un mejor estimativo del factor de cobertura basado en la distribución t-Student, mientras para la primera, la GUM aplica el teorema del límite central, y supone que la distribución resultante para el mensurando es aproximadamente normal para la mayoría de los casos [10].

En las mediciones ambientales, las implicaciones del conocimiento de la incertidumbre son particularmente relevantes en la evaluación de las posibles opciones de regulación, por ejemplo, el seguimiento y control de los niveles de calidad del aire [12]. El monitoreo de las emisiones de contaminantes desde fuentes fijas, se puede realizar a través de

monitoreos continuos [13] o mediante la aplicación de los métodos definidos por la Agencia de Protección Ambiental de los Estados Unidos (US EPA) [14], estos últimos adoptados en Colombia mediante la Resolución 0935 del año 2011 del Instituto de Hidrología, Meteorología y Estudios Ambientales [15]. Ambas formas de monitoreo requieren de la estimación de la incertidumbre asociada al proceso de medición con el fin de garantizar la trazabilidad y validez de los datos generados, y de esta forma poder ser usados en la verificación de cumplimientos legales y elaboración de inventarios de emisiones. Dentro de las publicaciones revisadas específicas al área de emisiones de fuentes fijas se resalta la de Gomes et al. [16], quienes aplican la GUM para construir un estimativo de la incertidumbre asociada al monitoreo de óxidos de Nitrógeno (NO_x) cuando se aplica el método de medición US EPA 7.

Justificación

La contaminación del aire se ha convertido en una de las principales preocupaciones de la salud pública en muchas ciudades de América Latina y el Caribe, donde las concentraciones de partículas y de otros contaminantes exceden las normas nacionales de calidad del aire. La exposición a los tipos y concentraciones de contaminantes que frecuentemente se encuentran en las zonas urbanas, se ha relacionado con un aumento de riesgo de mortalidad y morbilidad debido a una variedad de condiciones, incluidas las enfermedades respiratorias y cardiovasculares [17].

La proporción de las emisiones de fuentes fijas (FF), en relación a las emisiones totales (incluyendo las fuentes móviles (FM)), depende del grado de desarrollo o industrialización de los centros urbanos, así para el Valle de Aburrá en el año de 2015, se reportan los siguientes valores, óxidos de azufre (FF:3237.96 ton/año y FM:341.78 ton/año), óxidos de nitrógeno (FF:2901.97 ton/año y FM:14292.91 ton/año) y material particulado (FF: 2385.50 ton/año y FM:2377.00 ton/año), lo cual evidencia el aporte de las fuentes fijas al problema de la contaminación atmosférica [18], la validez de los valores anteriores dependerá de la trazabilidad de las mediciones realizadas.

Los valores reportados para las emisiones de fuentes fijas en Colombia, no tienen en cuenta la incertidumbre asociada al proceso de medición, lo que implica que para este tipo de mediciones no se cuantifique la variabilidad propia del proceso de toma de muestras. La estimación y reporte de la incertidumbre asociada a las emisiones de fuentes fijas, permitirá obtener un mejor conocimiento del aporte real de las fuentes fijas al problema de la contaminación atmosférica.

Las entidades ambientales en Colombia no cuentan con una herramienta o guía que los consultores ambientales puedan utilizar para cuantificar la incertidumbre asociada a la determinación de las emisiones de fuentes fijas, cuando éstas se estiman mediante la aplicación de los métodos de muestreo instrumentales definidos por la US EPA. Lo anterior implica que los resultados de emisiones entregados por las empresas producto de sus evaluaciones no cumplen con lo exigido en la normatividad [19], dentro de la cual se hace explícita la necesidad de acompañar el resultado de la medición de una declaración de la incertidumbre asociada a ésta. Por lo tanto, estos resultados no deberían ser utilizados para la evaluación de cumplimiento normativo, reporte de inventarios de emisiones, en el desarrollo de modelos de dispersión, o en otro tipo de actividades cruciales para la determinación de la calidad del aire.

Adicionalmente, no es frecuente encontrar en la literatura una metodología para estimar la incertidumbre asociada al resultado de las emisiones de fuentes fijas, cuando se emplean los métodos US EPA 1 a 8. Establecidos para Colombia a nivel nacional mediante la Resolución 0935 del año 2011 como los métodos de referencia para la evaluación de emisiones contaminantes por fuentes fijas [15].

Es responsabilidad del Ministerio del Medio Ambiente y Desarrollo Sostenible, y de las 40 Corporaciones existentes, que comprende seis Unidades Ambientales Urbanas, veintiséis Corporaciones Autónomas Regionales y ocho Autónomas Regionales para Desarrollo Sostenible (8) [20], velar por la calidad y exactitud de los resultados obtenidos por los laboratorios ambientales acreditados por el IDEAM en la matriz aire, empleando los métodos de referencia US EPA 1 a 8 [21]. No siendo suficiente para el reporte de los resultados de emisiones, garantizar la calibración de los equipos y seguir detalladamente los requisitos de los métodos, sino que, además, se deben acompañar éstos de la estimación de la incertidumbre resultante de las diferentes etapas que componen el desarrollo de las pruebas. Quizás la razón más clara para cuantificar la incertidumbre sea la expresada en [8], donde se afirma que “el incremento de la confiabilidad de los estimados de emisiones, permite un estimativo más exacto de la extensión en la cual los contaminantes afectan el estado del ambiente”.

Problema

La estimación de la incertidumbre global y sus fuentes asociadas, resultantes de la aplicación de la GUM a las pruebas instrumentales para la cuantificación de las emisiones de fuentes fijas, cuando se emplean los métodos EPA 1 a 8 para el proceso de medición, involucra una alta complejidad y volumen de cálculos, los cuales requieren considerable modelación matemática (se deben implementar más de 500 ecuaciones, distribuidas entre las del modelo matemático, las empleadas para estimar las derivadas parciales, grados de libertad efectivos, los términos de segundo y tercer orden de la serie de Taylor y por último las requeridas para estimar las incertidumbres combinadas y expandidas), procesamiento y análisis estadístico. Adicionalmente la identificación exhaustiva de todas las fuentes y la respectiva asociación de éstas a una distribución de probabilidad limita aún más su aplicación, ya que en muchos casos no se conoce con certeza la distribución actual de cada fuente, lo cual puede llevar a una estimación equivocada de la incertidumbre de salida. Por otro lado, si se emplean métodos de simulación estocástica, se encuentran limitantes en su aplicación como son: convergencia y modelos matemáticos robustos que generan un alto costo de recursos computacionales, unido a que solo reportan directamente la incertidumbre expandida, sin realizar los cálculos de las diferentes incertidumbres asociadas como son las incertidumbres estadística y la incertidumbre sistemática, que conjuntamente permiten encontrar la incertidumbre combinada, saltándose igualmente las derivadas parciales que se consideran en los coeficientes de sensibilidad, información importante para el desarrollo de estrategias encaminadas a la reducción de la incertidumbre. De los métodos estocásticos empleados para estimar la incertidumbre, Monte Carlo es el de mayor aceptación, pero este puede guiar a resultados erróneos si la distribución de probabilidad de entrada seleccionada está lejana de la distribución real, mientras que otro método popular como es Bootstrap, puede verse afectado por la pobreza de la representatividad de la muestra.

Hipótesis

La metodología que se propone en esta tesis de maestría para la estimación de la incertidumbre asociada a la medición instrumental de las emisiones de fuentes fijas cuando se emplean los métodos US EPA 1 a 8, será la resultante de la aplicación de la guía GUM, teniendo en cuenta variables de entrada mutuamente excluyentes e inconvenientes en su implementación como son: identificación exhaustiva de todas las fuentes, asociación de distribuciones estadísticas a cada una de éstas e inclusión de términos de segundo y tercer orden para funciones fuertemente no lineales. La cual además, permitirá conseguir resultados similares a los obtenidos cuando se emplea una metodología de simulación estocástica como Monte Carlo, pero con un menor costo computacional.

Organización del manuscrito

En el Capítulo 1, se presenta una revisión sobre la evaluación y aplicación de la incertidumbre en la determinación de las emisiones de fuentes fijas. La revisión incluye la identificación de los diferentes métodos de estimación de la incertidumbre como son: GUM, MCM, Remuestreo, Conjuntos Difusos, Caos Polinomial, Bayesiano e Intervalo Generalizado, el contraste entre el uso de la GUM frente a los demás métodos, así como la posibilidad del uso combinado de la GUM con éstos.

En el Capítulo 2, se recopila el marco teórico donde se incluyen los temas requeridos para el desarrollo de la investigación, comprende el estudio de las metodologías seleccionadas para la evaluación de la incertidumbre GUM y MCM, aplicación de la técnica de reducción de la varianza, manejo de cifras significativas y redondeo, inclusión de términos de segundo y tercer orden, descripción de los métodos US EPA 1-18, entre otros.

En el Capítulo 3, se describen los equipos de muestreo empleados, el desarrollo de los métodos de muestreo y la implementación de la metodología para la estimación de la incertidumbre asociada a los Métodos US EPA 1-8 aplicando tanto la guía GUM como MCM.

Posteriormente en el capítulo 4, se tabulan y discuten los resultados obtenidos durante la investigación.

El capítulo 5 presenta las conclusiones de esta investigación y algunas recomendaciones para trabajos futuros.

Finalmente se incluyen los Anexos A hasta F, los cuales comprenden la descripción del modelo matemático, los diagramas de causas, las distribuciones estadísticas (asociadas a fuentes, variables de entrada y mensurandos), coeficientes de sensibilidad estimados mediante derivadas parciales, rutinas implementadas en Matlab y de la hoja electrónica en Excel empleada para el ingreso de los datos recolectados en campo.

Objetivos

Principal

Proponer una metodología para la estimación de la incertidumbre asociada a la medición de fuentes fijas utilizando los métodos EPA 1-8, empleando la guía GUM en combinación con una técnica estocástica, a fin de garantizar la trazabilidad de las mediciones.

Específicos

- Proponer un modelo matemático para la estimación de la incertidumbre asociada a la medición de fuentes fijas usando los métodos EPA 1- 8 aplicando la guía GUM.
- Proponer un modelo matemático para la estimación de la incertidumbre asociada a la medición de fuentes fijas usando los métodos EPA 1- 8 aplicando métodos de simulación estocástica como Monte Carlo.
- Verificar mediante un análisis comparativo que la metodología de estimación de la incertidumbre asociada a la medición de fuentes fijas usando los métodos EPA 1- 8, resultante de la aplicación de la guía GUM, da resultados similares a los obtenidos al aplicar una simulación estocástica con la técnica Monte Carlo.

1. Estado del arte sobre evaluación y aplicación de la incertidumbre en la determinación de las emisiones de fuentes fijas

La comunidad científica ha invertido décadas tratando de entender la incertidumbre, debido a que cuanto más incertidumbre en un problema, menos preciso o correcto podemos estar en nuestra comprensión de éste. La mayoría de los analistas están de acuerdo en que debemos entender y evaluar la incertidumbre que existe al resolver problemas o hacer predicciones de ésta, y equilibrar esa incertidumbre frente a la precisión que buscamos [22]. La incertidumbre de una medición se define como un parámetro no negativo que caracteriza la dispersión de los valores atribuidos a un mensurando, a partir de la información utilizada, y dependiendo de cómo esta dispersión es caracterizada, incluye componentes de efectos sistemáticos, tales como los asociados a correcciones y valores asignados a patrones [14].

En cuanto al medio ambiente, las implicaciones de la incertidumbre son particularmente relevantes en la evaluación de las posibles opciones de regulación, como es el seguimiento y control de los niveles de calidad del aire [12]. Actualmente, con el incremento de la aplicación de la metrología en las mediciones ambientales, se han explorado diferentes metodologías para la estimación de la incertidumbre, entre las cuales se incluye la aplicación de la Guía para la Expresión de la Incertidumbre de Medida (GUM [23]. Esta guía ha sido ampliamente aceptada dentro de la comunidad científica desde su primera versión de 1993 y para el 2017 permanece vigente la versión del año 2008 [10]. La GUM cuenta además con dos complementos para su aplicación, el primero es una introducción con documentos relacionados [24], y el segundo es un suplemento que permite trabajar con modelos multivariados y cualquier número de variables de salida [25]. La complejidad de los modelos matemáticos requerida para estimar la incertidumbre asociada con los inventarios de emisiones para fuentes fijas, como también el seguimiento dinámico a esas emisiones, ha limitado la aplicación de la GUM, si bien, son frecuentes aplicaciones de ésta [26], [27], [8], es más común encontrar trabajos usando otros métodos como Monte Carlo, Bootstrap, Intervalo Generalizado, Conjuntos Difusos, entre otros [12], [28], [29], [30], [31], [32], [33]. Las emisiones contaminantes de las fuentes fijas pueden ser monitoreadas de forma continua [34] o mediante los métodos definidos por la Agencia de Protección Ambiental de los Estados Unidos (US EPA) [35], estos últimos adoptados en Colombia mediante la Resolución 0935 de 2011 por el Instituto de Hidrología, Meteorología y Estudios Ambientales [36]. Ambas formas de monitoreo requieren de la estimación de la incertidumbre asociada al proceso de medición con el fin de garantizar la trazabilidad y validez de los datos generados, para así poder usarlos en la verificación de cumplimientos legales y elaboración de inventarios de emisiones. Dentro de la literatura revisada sobre la

determinación de la incertidumbre asociada a las emisiones en fuentes fijas, resalta el trabajo desarrollado por Gomes et al, donde la guía GUM es aplicada para la estimación de la incertidumbre asociada al monitoreo de Óxidos de Nitrógeno (NO_x), usando el método US EPA 7 [37].

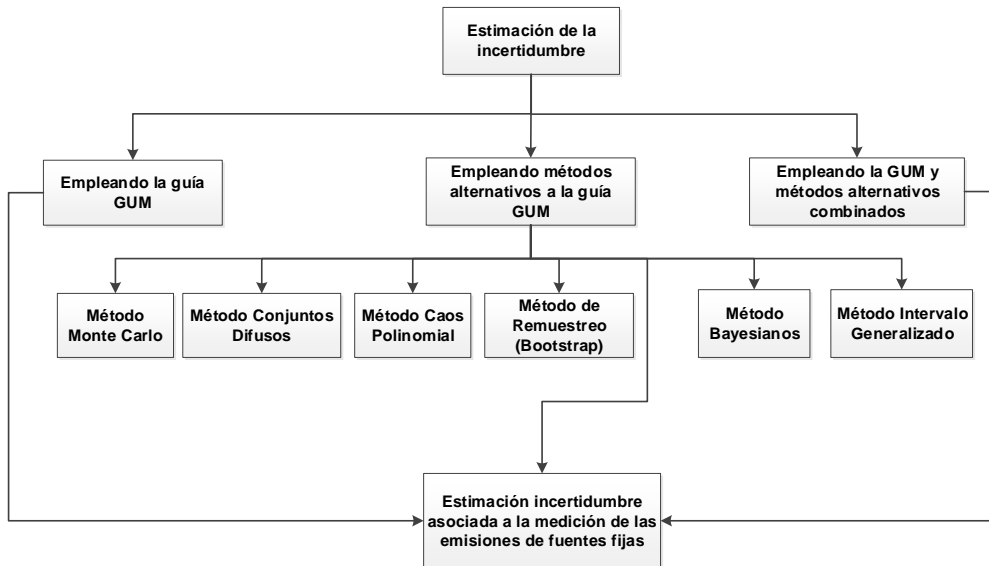
En este Capítulo, se realiza una revisión del estado del arte en la evaluación de la incertidumbre de medición, se exploran los diferentes métodos y metodologías disponibles para su estimación, y el grado de aplicación de las mismas al campo de las mediciones de las emisiones de fuentes fijas, para lo cual se inicia con una revisión sobre las metodologías disponibles para la estimación de la incertidumbre y se termina con los hallazgos de los estudios realizados aplicados al área de interés del estudio. Además, la revisión destaca las fortalezas, debilidades, grado de difusión y aplicación de cada una de las metodologías que estiman la incertidumbre.

1.1 Estimación de la incertidumbre: metodologías y aplicaciones

La importancia de la incertidumbre y la necesidad de estimarla han llevado a la comunidad científica a generar conocimiento alrededor de nuevos desarrollos en diferentes áreas de aplicación. En la Figura 1-1, se muestra un esquema general de los métodos para la estimación de la incertidumbre, uso en la cuantificación de las emisiones de fuentes fijas, y la aplicación de ésta como herramienta para la evaluación de conformidad de los resultados obtenidos.

Dentro de la variabilidad de propuestas para la estimación de la incertidumbre, se encuentran herramientas como la GUM [10], Conjuntos Difusos [29], Caos Polinomial [30], Remuestreo (Bootstrap) [31], Inferencia Bayesiana [32], Intervalo Generalizado [33] y Monte Carlo (MCM) [38]. La combinación de la GUM con otros métodos de estimación, se ha empleado principalmente en aquellos casos donde los modelos matemáticos son muy complejos y la aplicación de la guía GUM resulta difícil de implementar, debido a la imposibilidad de realizar una identificación exhaustiva de todas las fuentes de incertidumbre y sus respectivas distribuciones estadísticas asociadas, lo que conduce a que se deban realizar simplificaciones del modelo de propagación de la incertidumbre [39]. Una ventaja del uso de ambas metodologías de forma simultánea, es que permite validar las simplificaciones realizadas en el proceso de estimación de la incertidumbre al aplicar la guía GUM.

Figura 1-1: Métodos de estimación de la incertidumbre. Fuente: Autores.



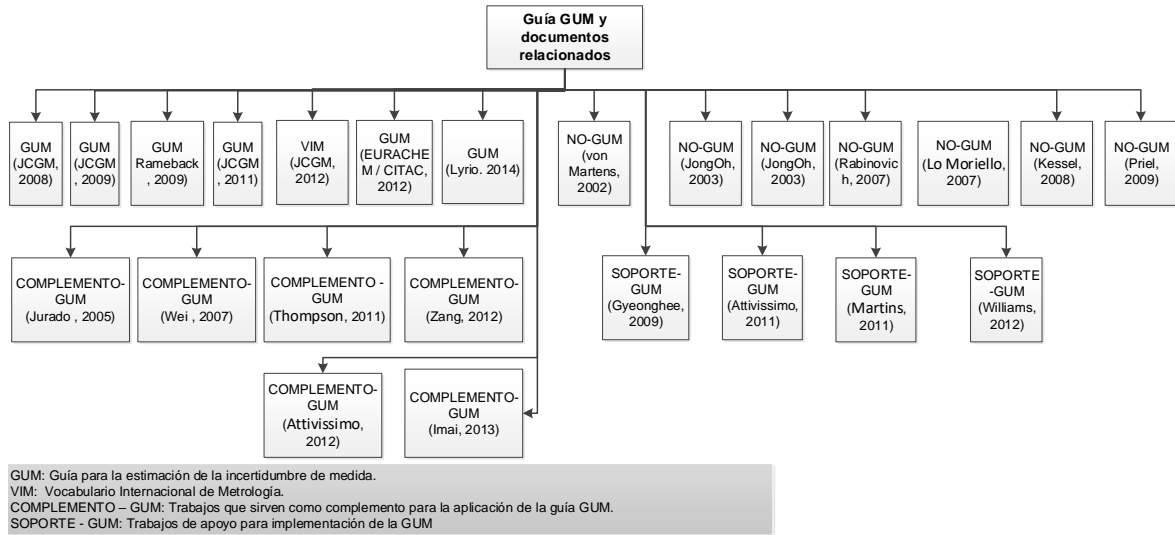
1.2 Estimación de la incertidumbre aplicando la guía GUM y documentos relacionados

La evaluación de la incertidumbre puede hacerse por métodos no estocásticos, como el propuesto en los documentos desarrollados por el Joint Committee for Guides in Metrology (JCGM), entre los documentos desarrollados está la guía GUM [10], compuesta por un documento introductorio y otros reportes relacionados [24], además del suplemento 2, el cual permite trabajar con modelos multivariados en relación a cualquier número de variables de salida o múltiples mensurandos [25]. La guía GUM desde su primera versión publicada en 1993, estableció una serie de recomendaciones con gran acogida por la comunidad científica, lo que llevó a que se presentaran numerosas aplicaciones de ésta en diferentes campos del conocimiento, entre los que se incluye: implementación de un procedimiento para la incertidumbre combinada en mediciones de espectrometría gamma [40], mediciones analíticas a través el desarrollo de la guía para la cuantificación de la incertidumbre [41], evaluación y discusión de la estimación de la incertidumbre en análisis farmacéuticos [42], entre otros.

En la parte izquierda de la Figura 1-2, se presenta un recuento de algunas publicaciones que han aplicado la GUM, para estimar la incertidumbre de medición, así como aquellas que se han utilizado como complemento para su interpretación y aplicación, mientras en el lado derecho, se hace mención de aquellos trabajos que buscan cubrir aspectos necesarios para la estimación de la incertidumbre y que la GUM no contempla o incluye para su implementación. Cuando la estimación de la incertidumbre se realiza mediante el uso de distribuciones de probabilidad, se identifican dentro de la literatura diferentes trabajos que abordan vacíos que posee la GUM para su implementación, entre los cuales están: evaluación de la incertidumbre en mediciones, problemas y herramientas [23]; evaluación de la incertidumbre para múltiples mediciones usando GUM [43]; evaluación de la incertidumbre para múltiples mediciones usando GUM, parte II [44]; exactitud de mediciones simples, las cuales no son mencionadas por la GUM [45]; aplicación para el

chequeo de consistencia en la evaluación de la incertidumbre en mediciones de múltiples réplicas [46]; de la GUM a métodos alternativos para la evaluación de la incertidumbre de medición [47]; evaluación de la incertidumbre para múltiples mediciones por GUM, parte III, usando coeficientes de correlación [48].

Figura 1-2: Aplicación de la GUM y documentos relacionados en la estimación de la incertidumbre. Fuente: Autores.



De otra parte, en [49] se discute el problema de la cuantificación del error sistemático sobre la medición de la incertidumbre total, eludiendo los conceptos de grados de libertad y probabilidad subjetiva que hacen parte de la razón de ser de la GUM, aplicados al caso cuando la función de medición es fuertemente no-lineal y el uso de la aproximación lineal puede ser inadecuada, donde los términos de orden superior de la serie de Taylor no pueden ser despreciados, para lo cual se propone el uso de expresiones generalizadas para aquellos términos de segundo y tercer orden en la evaluación de la incertidumbre estándar [4], mientras en [50] se realiza una revisión de las debilidades de la GUM cuando se efectúan mediciones con resultados cercanos a cero.

Otras investigaciones han reportado trabajos que más que cubrir aspectos no implementados por la GUM, han buscado ampliarla. Es el caso de una propuesta reportada en [51], en la cual se estima la incertidumbre de medición mediante el desarrollo de una aplicación que emplea software comercial (Maple) y permite trabajar con funciones simbólicas. En [52], se muestran las ventajas del cálculo simbólico frente al numérico usado por otros paquetes comerciales para la estimación de las derivadas parciales. Otros trabajos buscan ayudar a la interpretación de la GUM y resumen las terminologías de probabilidad pertinentes para la cuantificación de la incertidumbre en ingeniería [53], además de presentar ideas y observaciones sobre el uso del frecuentismo y la aplicación de la inferencia bayesiana en la estimación de la incertidumbre, en términos de méritos y fallas de la aplicación bayesiana comparada con la frecuentista [54]. En [55], se describe la manera de obtener mediciones confiables, usando la expresión de trazabilidad metrológica junto con la medición de incertidumbre. Las deficiencias de la estructura de la GUM, son expuestas y presentadas bajo el término de incertidumbre oscura en [56], la cual se refiere a aquella que aparece como una dispersión grande e inesperada de los valores, y examina la evidencia de su ocurrencia

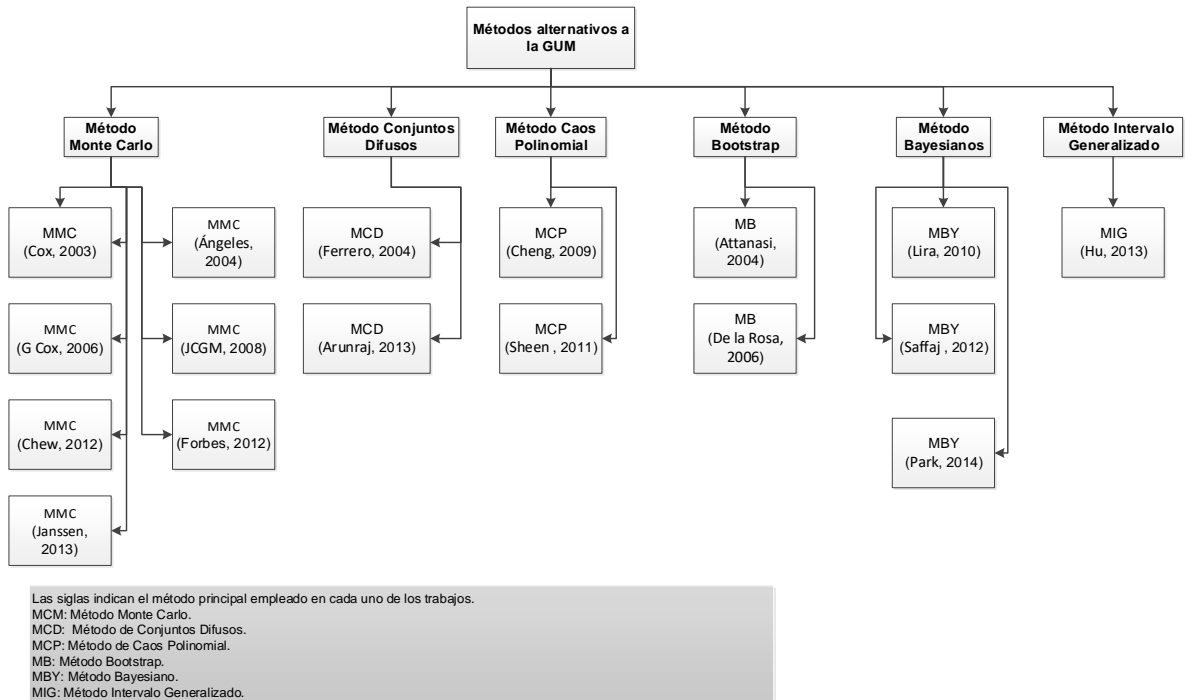
al comparar los resultados obtenidos por la GUM frente a los arrojados por la reproducibilidad estimada a partir de las comparaciones entre los diferentes laboratorios. Los resultados muestran una tendencia general en la cual los valores de incertidumbre estándar estimados empleando la GUM son sustancialmente inferiores a la desviación estándar de reproducibilidad, lo que evidencia los problemas de implementación de la GUM al no incluir todas las fuentes de incertidumbre dentro del modelo de propagación.

1.3 Métodos alternativos a la GUM para la estimación de la incertidumbre

La metodología basada en la GUM por derivadas parciales presenta varias limitaciones. En primer lugar, implica el cálculo de derivadas de primer orden para cada componente de la magnitud de salida, requiriéndose un considerable procesamiento matemático especializado, que puede llegar a ser exhaustivo si el modelo matemático es complejo; y en segundo lugar, no se tiene la posibilidad de hacer predicciones sobre la distribución de probabilidad de la magnitud de salida con valores adecuados de precisión, si las magnitudes de entrada no tienen distribución normal [57], y es bien conocido que el conocimiento de la distribución de probabilidad es esencial para determinar el intervalo de cobertura. La Figura 1-3 muestra el diagrama conceptual sobre la revisión de diferentes trabajos basados en métodos alternativos a la GUM para la estimación de la incertidumbre.

Entre los métodos revisados el de mayor difusión y aceptación es Monte Carlo, el cual realiza un muestreo aleatorio de las distribuciones de probabilidad de las magnitudes de entrada; por lo tanto, no requiere calcular derivadas de primer orden, ni la función de densidad de probabilidad de la cantidad de salida. En el suplemento 1 del JCGM para estimación de la incertidumbre usando MCM, se dan condiciones sobre cuando es aplicable la GUM a sistemas lineales y no lineales y en qué casos es preferible el uso de una herramienta estocástica como MCM [3].

Figura 1-3: Aplicación de métodos alternativos a la GUM en la estimación de la incertidumbre. Fuente: Autores.



El MCM se ha utilizado para la estimación de la incertidumbre por Cox [58], donde se describe la situación actual de la evaluación de la incertidumbre en el contexto de las normas internacionales, y se recomienda una aplicación usando Monte Carlo para la evaluación de la incertidumbre de medición basada en la propagación de distribuciones. El método Monte Carlo ha sido también empleado para estimar la incertidumbre en modelos fuertemente no lineales [59], y ha demostrado ser una herramienta efectiva y versátil para la determinación de la función de distribución de probabilidad (pdf) para mensurandos [60]. Adicionalmente, se han desarrollado algoritmos que permiten al usuario elegir la distribución de salida preferida para el mensurando [61], más que la asignada implícitamente en el suplemento 1 de la GUM, esto unido a investigaciones que buscan mejorar la eficiencia de muestreo y convergencia del método Monte Carlo [62], con el fin de reducir el gasto computacional tanto como sea posible.

Para la estimación de la incertidumbre existen otros métodos estocásticos, como es Caos Polinomial, el cual es más apropiado para modelos a gran escala, donde el método Monte Carlo converge lentamente [63], o en modelos de alta complejidad como ocurre con las ratas de reacción al interior de un reactor [64]. El método Bootstrap ha sido utilizado para aquellos casos donde el método Monte Carlo no puede ser aplicado directamente para la caracterización de la incertidumbre, como es el caso de ensayos no destructivos donde no se puede medir directamente la cantidad de interés [65], asimismo este método se ha empleado para la estimación de la incertidumbre en la inferencia de los estimativos de las reservas de petróleo y gas [66]. Otro método estocástico es la Inferencia Bayesiana, por medio de la cual se ha demostrado [67] que hay maneras alternativas de aplicar el teorema de Bayes y que estas formulaciones alternativas producen los mismos resultados. El método bayesiano comparado con el método clásico (GUM), es más corto y no requiere conocer todas las etapas individuales en los cuales un

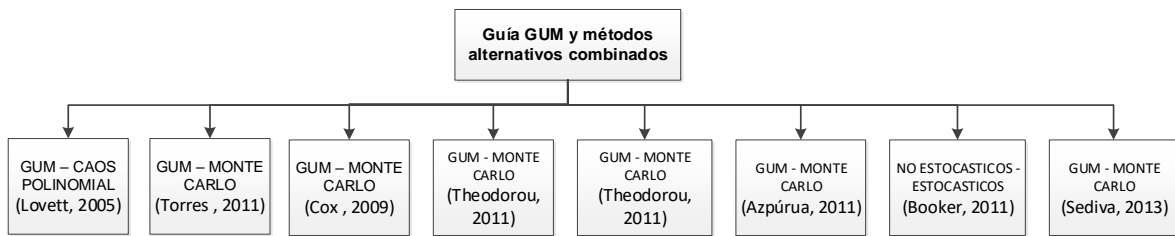
proceso puede ser descompuesto (ejemplo: aplicaciones de métodos analíticos o bio-analíticos), ya que es tomado como un todo [68]. El método bayesiano también ha mostrado sus bondades en la cuantificación de la incertidumbre asociada a la selección del mejor modelo [69], lo cual puede ser problemático debido a la posible subestimación de la variabilidad de las predicciones. Por último, se referencian dos trabajos donde han sido empleados otros métodos para la estimación de la incertidumbre estos son Conjuntos Difusos [70] e Intervalo Generalizado [33]. De todos los métodos estocásticos, el que cuenta con mayor difusión y aplicabilidad es el Monte Carlo, al punto que el JCGM emitió en 2008 una guía con el fin de ayudar en su implementación. En general, se encuentra que muchos de los esfuerzos investigativos sobre el uso de otros métodos para estimar la incertidumbre, se concentran en la obtención de un método estadístico estable que permita una determinación aceptable de la incertidumbre asociada a los procesos de medición, que paralelamente disminuya el porcentaje de duda en los cálculos matemáticos y permita crear un modelo que se acerque al proceso de medición real, tomando todas las fuentes involucradas en el proceso.

1.4 Estimación de la incertidumbre utilizando métodos combinados

Por otro lado, se encuentran los estudios en los cuales se ha utilizado la combinación de diferentes métodos de estimación, como los que se ilustran de la Figura 1-4.

La aplicación de métodos híbridos a la estimación de la incertidumbre es amplia y comprende diferentes campos del conocimiento, entre los que se incluyen trabajos donde se aplica MCM y la guía GUM como: estimación de la incertidumbre en pruebas de compatibilidad electromagnética [39], análisis de cadmio por GFAAS [71], medición del poder calórico de combustión de un combustible usando una bomba calorimétrica [72], y mediciones de resistencia y potencia eléctrica [73], asimismo, se encuentran trabajos como el desarrollado en [74], donde se usan en conjunto ambas metodologías de estimación en la cuantificación de la incertidumbre asociada a la determinación de la concentración de sólidos totales, mientras en [75], se describen las propiedades y limitaciones de la estructura para estimar la incertidumbre de la GUM y el método Monte Carlo, empleando un modelo de razones. De forma similar, una aplicación para la estimación de la incertidumbre basada en la teoría del Caos Polinomial es propuesta en [76] y se compara con el método tradicional basado en la guía GUM. Por último otros trabajos han desarrollado un panorama de la evolución de la estimación de la incertidumbre tanto desde el punto de vista estocástico como no estocástico [22]. La literatura actual no permite determinar y establecer de manera acertada cuál de las metodologías, o combinación de las mismas, es más adecuada para la aplicación de la determinación de la incertidumbre de medición, todo dependerá del campo de aplicación.

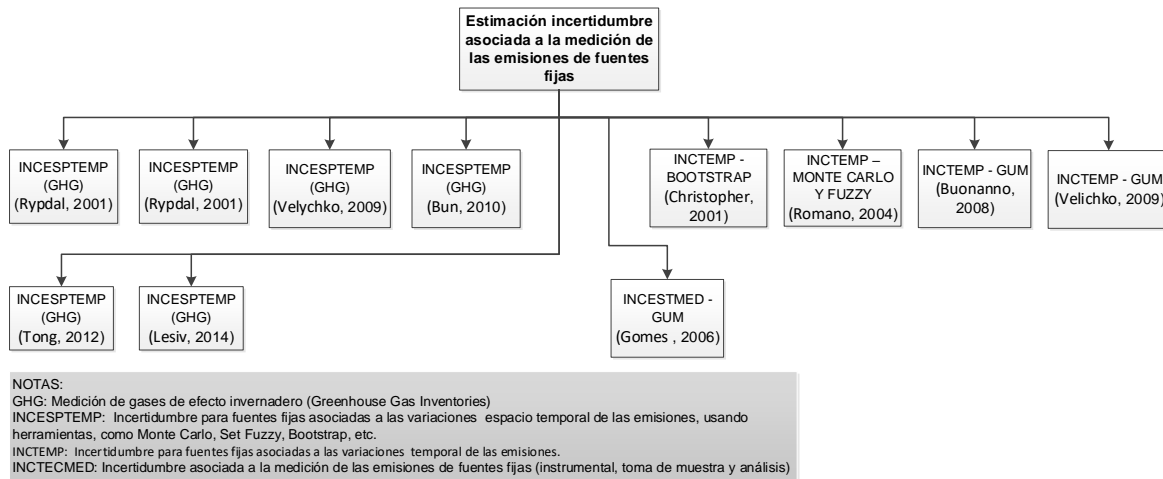
Figura 1-4: Aplicación de la GUM y métodos alternativos combinados a la estimación de la incertidumbre. Fuente: Autores.



1.5 Empleo de herramientas estocásticas y no estocásticas para la estimación de la incertidumbre en fuentes fijas

En la ilustración de la Figura 1-5, se resaltan algunos trabajos importantes de la literatura donde se han empleado métodos estocásticos, y no estocásticos, para la estimación de la incertidumbre asociada a las emisiones de fuentes fijas. Estos trabajos se pueden clasificar en dos partes, la *primera* comprende los que se orientan hacia estimar la variación espacio temporal de las fuentes y la incertidumbre asociada, dentro de esta categoría se encuentra una amplia cantidad de estudios en la literatura, entre los que se incluyen los realizados para la elaboración de los inventarios de gases de efecto invernadero (GHG) [26], [27], [28], [77], [78], [79], así como trabajos donde se estima la variación temporal mediante la recolección de datos de mediciones continuas, los cuales se pueden usar para cuantificar la incertidumbre asociada mediante métodos como Monte Carlo, *Bootstrap* y Conjuntos Difusos [12], [80]. Por otra parte, la *segunda* corresponde a la incertidumbre asociada a la medición instrumental de la emisión desde fuentes fijas, empleando los métodos definidos en el Código Federal de Regulaciones (CFR) título 40 parte 60 Apéndices A1 a A8 [14], el cual incluye métodos para la determinación de Material Particulado (MP), Óxidos de Nitrógeno (NO_x), Dióxido de Azufre (SO₂) y Neblinas Ácidas (H₂SO₄), entre otros. Al respecto son escasas las publicaciones en la literatura, se destaca la propuesta desarrollada en [37], donde se aplica la GUM para la estimación de la incertidumbre asociada a la medición de las emisiones de NO_x, cuando la muestra es colectada de acuerdo a lo descrito en el método EPA 7 “Determinación de emisiones de óxidos de nitrógeno de fuentes fijas”.

Figura 1-5: Cuantificación de la incertidumbre en fuentes fijas mediante el uso de diferentes métodos. Fuente: Autores.



Las investigaciones encontradas sobre estimación de la incertidumbre en fuentes fijas, no ofrecen un procedimiento claro que permita establecer cual método es el más adecuado a la hora de determinar la incertidumbre asociada al proceso de medición de las emisiones de fuentes fijas, y es por esto que se requieren de avances investigativos en esta área del conocimiento que permitan determinarla con mayor exactitud.

1.6 Hallazgos de la revisión

No es frecuente encontrar en la literatura metodologías específicas que permitan estimar la incertidumbre asociada a los métodos desarrollados por la Agencia de Protección Ambiental de los Estados Unidos (US EPA 1 al 8), para la toma instrumental de muestras usadas en la determinación de las emisiones de contaminantes de fuentes fijas. Entre los trabajos desarrollados se destaca el reportado en [37], el cual se limita a la estimación de la incertidumbre para el método EPA 7 empleando la GUM, sin realizar una validación de los resultados obtenidos mediante otro método de carácter estocástico como MCM.

De acuerdo con la literatura revisada en esta tesis, la aplicación de la metodología de estimación propuesta en la GUM requiere superar los siguientes inconvenientes, cuando es aplicada a la estimación de la incertidumbre asociada a la medición de fuentes fijas: 1) El incremento de la complejidad cuando el método de medición comprende muchas etapas y cada una contribuye a la incertidumbre del resultado final; 2) Conocer con exactitud la distribución estadística asociada a cada fuente, con el fin de poder reducirla e ingresarla al modelo de propagación en el que se basa la GUM; 3) Suponer un comportamiento lineal de la función de medición, aunque hay casos en los cuales ésta es fuertemente no-lineal y el uso de la aproximación lineal puede ser inadecuada, dado que los términos de orden superior de la serie de Taylor no pueden ser despreciados; 4) Calcular derivadas de primer orden de cada componente de la magnitud de salida, lo cual demanda buen entendimiento y procesamiento matemático y puede ser exhaustivo si el modelo matemático es complejo; 5) Predecir la distribución de probabilidad de la magnitud de salida con precisión si no se distribuyen con distribución normal las magnitudes de entrada; y 6) La imposibilidad de ingresar al modelo todas las fuentes de

incertidumbre, ya sea porque se desconoce su presencia, o no se cuenta con un estimativo de su influencia.

De otra parte, se encuentran los métodos estocásticos que a diferencia de la metodología basada en la GUM no poseen todas las limitaciones anteriores, pero en cambio presentan otros inconvenientes, como: 1) Incremento de los costos computacionales, que puede convertirse en un factor limitante para su implementación; 2) Algunos métodos estocásticos, como Monte Carlo requieren de la selección apropiada de la distribución estadística para los parámetros del modelo, lo cual puede ser un inconveniente debido a la falta de comprensión subyacente de los fenómenos físicos; y 3) El grado de conocimiento requerido para la selección e implementación del método estocástico más apropiado a usarse, exige un alto grado de experticia, cuando se es compara con el requerido para el empleo de la GUM.

La aplicación en simultáneo de ambas metodologías, estocásticas y no estocásticas, para la estimación de la incertidumbre ha permitido realizar una validación de los resultados obtenidos cuando los modelos matemáticos que se trabajan son complejos y la identificación de todas las fuentes de incertidumbre se puede convertir en un procedimiento exhaustivo, de forma que la aplicación de la metodología basada en la GUM tiende a subestimar el valor de la incertidumbre, y el uso en simultáneo con un método estocástico permite su validación.

La necesidad de cuantificar la incertidumbre radica en el papel que juega en las mediciones y en su importancia como herramienta para dar solución al problema, el cual se presenta cuando se requiere la toma de decisiones que involucran límites de carácter regulatorio, o de conformidad, como es el caso de las mediciones de las emisiones de fuentes fijas. Es por esto, que se requieren de nuevos estudios en cuanto al desarrollo de una metodología conjunta que implemente métodos estocásticos y no estocásticos en la determinación de la incertidumbre asociada a la determinación de las emisiones para este tipo de evaluaciones, con el fin de alcanzar un mejoramiento importante en el proceso de medición de fuentes fijas.

2. Marco teórico

En este capítulo se presenta el marco teórico de la temática abordada en el desarrollo de la investigación. En la primera parte se desarrolla la fundamentación teórica y matemática con la cual se definen los aspectos principales de la estimación de la incertidumbre de medición aplicando la GUM. Posteriormente se aborda el método Monte Carlo para la estimación de la incertidumbre, donde se presenta la teoría de reducción de varianza. Finalmente se abordan los temas de redondeo de cifras, linealidad de los modelos matemáticos, identificación de distribuciones estadísticas, y la descripción de los métodos de muestreo, conceptos requeridos para el desarrollo del Capítulo 3.

2.1 Error en el proceso de medición

El error en un proceso de medición es la diferencia entre el valor medido de un mensurando y el valor verdadero de éste [81]. El valor verdadero no puede ser conocido, esto es una idea inalcanzable en un mundo imperfecto. Lo que se puede hacer es mirar a éste como aquel que se puede estimar, si se pudiera especificar ambos el mensurando y su ambiente con suficiente detalle, y si además para su medición, se tuviese un instrumento de medición de muy alta exactitud que sea trazable a estándares internacionales. El error en el proceso de medición se puede clasificar en dos tipos: aleatorio y sistemático, el primero se refiere a las variaciones en los valores del mensurando obtenidos bajo condiciones de repetibilidad (condiciones no cambiantes), la razón para esta falta de perfecta repetibilidad es que el instrumento de medición que se usa o el mensurando, o ambos, se ven afectados por cambios pequeños y no controlados en el ambiente o dentro del mensurando. Mientras el error sistemático es aquel que probablemente permanezca constante cuando la medición es repetida bajo las mismas condiciones. A diferencia de los errores aleatorios, los sistemáticos no pueden ser reducidos mediante repeticiones de la medición, éstos se resisten a este tratamiento estadístico [81].

2.2 Incertidumbre de medición

El intervalo dentro del cual el valor verdadero del mensurando se cree que se encuentra con una probabilidad dada. Como un error, la incertidumbre puede ser especificada en forma absoluta o relativa [82]. La incertidumbre de un resultado de medición refleja la falta de conocimiento del valor exacto del mensurando. El resultado de una medición después de la corrección por un reconocido efecto sistemático es aún solo un estimativo del valor del mensurando, debido a que la incertidumbre procede de efectos aleatorios y de correcciones imperfectas de los efectos sistemáticos [1]. La incertidumbre de medición es un fenómeno inevitable en el área de la ciencia que no tiene nada que ver con errores

o medidas incorrectas, y es la naturaleza de la incertidumbre que ésta no sea conocida y puede que nunca lo sea [83].

En algunos reportes científicos de la literatura, los componentes de la incertidumbre se categorizan como aleatorios (tipo A) y sistemáticos (tipo B) y están asociados a los errores derivados de efectos conocidos como aleatorios y sistemáticos respectivamente. El propósito de la clasificación en tipo A y B, es indicar dos diferentes maneras de evaluar los componentes de la incertidumbre, y es solo por conveniencia. La clasificación no está destinada a indicar si hay alguna diferencia en la naturaleza de los componentes resultantes de los dos tipos de evaluación [1].

2.2.1 Tipos de incertidumbre

La clasificación por tipos de la incertidumbre, como se indicó anteriormente no está destinada a indicar que hay alguna diferencia en la naturaleza de los componentes resultantes de los dos tipos de evaluación. Ambos tipos de evaluación (aleatorio y sistemático) se basan en distribuciones de probabilidad y los componentes de la incertidumbre que resultan de cualquiera de éstos, es cuantificada por varianzas o desviaciones estándar [1].

▪ Incertidumbre tipo A

En una situación común, una secuencia de mediciones repetidas cuando contiene valores ligeramente diferentes es analizada mediante el cálculo de la media y luego se tiene en cuenta las diferencias individuales con respecto a la media. La dispersión de estas diferencias individuales es una indicación aproximada de la incertidumbre de la medición: cuanto mayor es la dispersión, más incierta será la medición. La desviación estándar s es la raíz cuadrada positiva de la varianza y por conveniencia es algunas veces llamada incertidumbre estándar. Si hay n valores de una cantidad, x_1, x_2, \dots, x_n , entonces la incertidumbre estándar ($\mu(x)$) se estima por medio de la Ecuación (2.1) [81]:

$$\mu(x) = S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n - 1}} \quad (2.1)$$

La incertidumbre estándar de la media esperada ($\mu(\bar{x})$) es menor que la incertidumbre estándar S , donde $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$. Lo anterior es correcto si los valores x_i ($i = 1, 2, \dots, n$) son no correlacionados. La incertidumbre para este caso, se estima por medio de la Ecuación (2.2):

$$\mu(x) = \frac{S}{\sqrt{n}} \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n - 1}} \quad (2.2)$$

▪ Incertidumbre tipo B

La incertidumbre tipo B puede ser determinada a través de la información específica acerca de un mensurando tal como el encontrado en un reporte de calibración o manual, este tipo de incertidumbre es estimada empleando métodos no estadísticos [86]. Otro ejemplo de incertidumbre tipo B viene de valores reportados de materiales certificados de referencia, de deriva y resolución de equipos, de la clase de exactitud de un equipo, obtenido de límites deducidos a través de la experiencia personal [89].

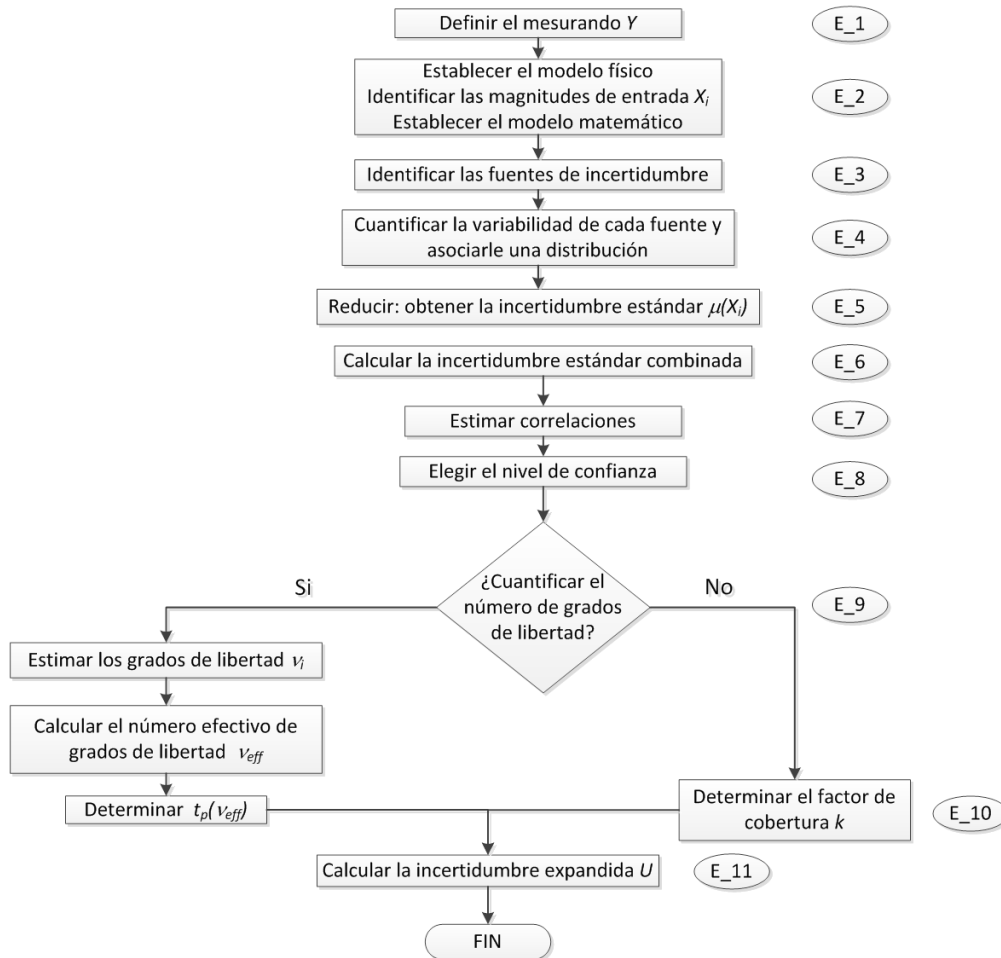
2.3 Estimación de la incertidumbre empleando la GUM

La GUM establece reglas generales para la evaluación y expresión de la incertidumbre en mediciones, las cuales pueden ser seguidas a varios niveles de exactitud y en muchos campos, que van desde un taller hasta la investigación en sentido estricto. Sin embargo, los principios de esta guía pretenden ser aplicables en un amplio espectro de mediciones, pero ésta no discute cómo utilizar la incertidumbre de un resultado de medición a casos particulares. Una vez la incertidumbre es evaluada, pueda ser usada para diferentes propósitos, por ejemplo, en la obtención de conclusiones acerca de la compatibilidad de dicho resultado con otros similares, en el establecimiento de límites de tolerancia en un proceso de fabricación, o para decidir si una determinada acción puede ejecutarse con seguridad. En consecuencia, puede ser necesario desarrollar normas particulares basadas en esta guía, para ocuparse de problemas particulares en campos de medida específicos [1]. Para la identificación y caracterización de las fuentes de incertidumbre, y la estimación de la incertidumbre combinada y expandida, se deben realizar las etapas propuestas por la GUM [1], las cuales, se muestran en la Figura 2-1, y se describen en las siguientes subsecciones.

2.3.1 Definición del mensurando

El propósito de una medición es determinar el valor de una magnitud, llamada el mensurando, que de acuerdo con el Vocabulario Internacional de Metrología (VIM), es la magnitud que se desea medir [84]. La especificación de un mensurando requiere del conocimiento de la naturaleza de la magnitud y la descripción del estado del fenómeno, cuerpo o sustancia cuya magnitud es una propiedad, incluyendo las componentes pertinentes y las entidades químicas involucradas [84]. Una definición completa del mensurando incluye especificaciones sobre las magnitudes de entrada relevantes. Para la definición de los diferentes mensurandos que aparecen en las mediciones de las emisiones de fuentes fijas se utiliza el *Electronic Code of Federal Regulations* disponible en [14].

Figura 2-1: Diagrama esquemático para la estimación de la incertidumbre de medición empleando la GUM [5].



2.3.2 Modelo físico, matemático e identificación de magnitudes de entrada

El modelo físico de medición consiste en el conjunto de suposiciones sobre el propio mensurando y las variables físicas y químicas relevantes para la medición. Estas suposiciones usualmente incluyen [5]:

- Relaciones fenomenológicas entre variables.
- Consideraciones sobre el fenómeno como conservación de cantidades, comportamiento temporal, comportamiento espacial, simetrías.
- Consideraciones sobre propiedades de la sustancia como homogeneidad e isotropía.

Una medición física, por simple que sea, tiene asociado un modelo que solo aproxima el proceso real. Por ejemplo, la medición de viscosidad con viscosímetros capilares usa un modelo que supone un capilar con longitud infinita, de diámetro constante y que la

temperatura es absolutamente uniforme y constante en todos los puntos del viscosímetro.

2.3.3 Modelo matemático y variables de entrada

El modelo físico se representa por un modelo descrito con lenguaje matemático. El modelo matemático o de medición describe la relación entre el mensurando y las cantidades usadas para determinar su valor, típicamente empleando el lenguaje matemático. La GUM provee un amplio rango de modelos de medición, cuando esta reconoce que la relación puede ser complicada y esta no puede ser nunca escrita explícitamente o existe como un algoritmo que debería ser evaluada numéricamente. En muchos casos, el mensurando Y es expresada como una función conocida (totalmente especificada) f de un conjunto bien definido de cantidades de entrada, $Y = f(X_1, X_2, \dots, X_n)$ el cual ocasionalmente es informalmente referido como la ecuación de medición [85].

2.3.4 Identificación de las fuentes de incertidumbre

Una vez determinados el mensurando, el principio, el método y el procedimiento de medición, se identifican las posibles fuentes de incertidumbre, éstas provienen de los diversos factores involucrados en la medición, por ejemplo [1, 5],

- los resultados de la calibración del instrumento;
- la incertidumbre del patrón o del material de referencia;
- la reproducibilidad de las mediciones por cambio de observadores, instrumentos u otros elementos;
- características del propio instrumento, como resolución, histéresis, deriva, etc.;
- variaciones de las condiciones ambientales;
- incompleta definición del mensurando;
- variaciones en las magnitudes de influencia;
- muestreo no representativo - la muestra medida puede no representar al mensurando definido.

No es recomendable desechar alguna de las fuentes de incertidumbre bajo la suposición que es poco significativa, sin una cuantificación previa de su contribución, comparada con las demás. Es preferible la inclusión de un exceso de fuentes que ignorar algunas entre las cuales pudiera descartarse una importante.

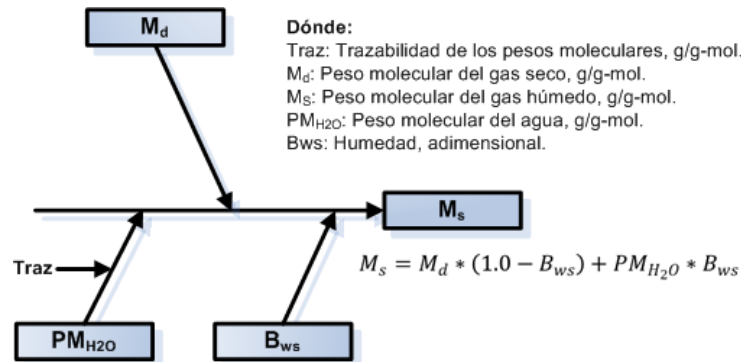
No obstante, siempre estarán presentes efectos que la experiencia, conocimientos y actitud crítica del metrólogo permitirán calificar como irrelevantes después de las debidas consideraciones.

En la formación de la lista requerida de fuentes de incertidumbre es conveniente comenzar con el análisis del modelo matemático utilizado para calcular el valor del

mensurando desde valores intermedios. Todos los parámetros en esta expresión pueden tener una incertidumbre asociada con sus valores y son fuentes de incertidumbre potenciales. Además, puede haber otros parámetros que no aparezcan explícitamente en la expresión utilizada para calcular el valor del mensurando, pero sin embargo afectan los resultados del mensurando. Todas estas diferentes fuentes deben ser incluidas [86].

El diagrama de causa y efecto es una forma muy conveniente de listar las fuentes de incertidumbre, mostrando como se relaciona cada una e indicando su influencia en la incertidumbre del resultado. Además, ayuda a evitar duplicar las fuentes al considerarlas nuevamente. En la Figura 2-2, se muestra un diagrama de causas aplicado a la determinación del peso molecular en base húmeda de los gases de la chimenea (M_s), el cual es función del peso molecular del agua (PM_{H_2O}), del peso molecular en base seca (M_d), y del porcentaje de humedad de los gases en la chimenea (B_{ws}).

Figura 2-2: Diagrama de causas para identificación de las fuentes de incertidumbre del peso molecular de los gases en la chimenea en base húmeda.



2.3.5 Cuantificación de la variabilidad de cada fuente

La cuantificación de una fuente de incertidumbre incluye la asignación de un valor y la determinación de la distribución estadística a la cual se refiere éste. Para obtener un estimativo de la incertidumbre Tipo A, se puede estimar la desviación estándar de los datos o de las medias. Mientras que para la incertidumbre Tipo B se usa un conjunto de límites, conocidos como límites de contención del error y la probabilidad de contención, que es la probabilidad de encontrar los errores o valores dentro de estos límites. Existe una gran variedad de distribuciones que se pueden utilizar para representar la distribución subyacente de los errores o desviaciones. En la literatura, las distribuciones más usadas para la cuantificación de la incertidumbre son: uniforme, normal, lognormal, cuadrática, triangular, exponencial, coseno, coseno medio, U, trapezoidal y la t-Student [87], [88]. En la Tabla 2-1 se muestran las ecuaciones utilizadas para obtener la incertidumbre estándar. Si desea más información sobre cuando aplicar una distribución en particular consultar las referencias [87, 88, 89, 90].

Tabla 2-1: Ecuaciones utilizadas para estimar la incertidumbre estándar de fuentes asociadas a distribuciones estadísticas. Fuente: Elaboración propia.

Distribución	Incertidumbre estándar	Parámetros
Uniforme	$\mu(x) = \frac{a}{\sqrt{3}}$	a : Semiancho del intervalo.
Normal	$\mu(x) = \frac{a}{\Phi^{-1}\left(\frac{1+p}{2}\right)}$	Φ^{-1} : Inversa de la distribución normal. p : Probabilidad de contención. a : Semiancho del intervalo.
Triangular	$\mu(x) = \frac{a}{\sqrt{6}}$	a : Semiancho del intervalo.
Lognormal	$\mu(x) = e^{\left(M + \frac{S^2}{2}\right)} * \sqrt{e^{S^2} - 1}$	S : Parámetro de escala. M : Parámetro de localización.
Exponencial	$\mu(x) = \frac{1}{\sqrt{\lambda}}$	λ : Parámetro de forma.
cuadrática	$\mu(x) = \frac{a}{\sqrt{5}}$	a : Semiancho del intervalo.
coseno	$\mu(x) = \frac{a}{\sqrt{3}} * \sqrt{1 - \frac{6}{\pi^2}}$	a : Semiancho del intervalo.
Coseno medio	$\mu(x) = \sqrt{1 - \frac{8}{\pi^2}} * a$	a : Semiancho del intervalo
U	$\mu(x) = \frac{a}{\sqrt{2}}$	a : Semiancho del intervalo
Trapezoidal	$\mu(x) = \sqrt{\frac{c^2 + d^2}{6}}$	d : Límites de base mayor. c : Límites de base menor.
t-Student	$\mu(x) = \frac{L}{t_{\frac{\alpha}{2}, \nu}}$	L : Límites de contención o confianza. α : Nivel de significación ν : Grados de libertad. t : Valor crítico para la prueba t-Student.

2.3.6 Coeficientes de sensibilidad

Describe qué tan sensible es el mensurando con respecto a variaciones de la magnitud de entrada correspondiente, en otras palabras, expresa como el estimativo de salida y varía con cambios en los estimativos de entrada x_1, x_2, \dots, x_N [1]. En su determinación se emplean principalmente los siguientes métodos [5]:

- a) Determinación a partir de una relación funcional: si el modelo matemático para el mensurando $y = f(x_1, x_2, \dots, x_N)$ describe la influencia de la magnitud de entrada x_i mediante una relación funcional, el coeficiente de sensibilidad c_i puede estimarse por medio de la derivada parcial de f con respecto a x_i (ver Ecuación (2.3)).

$$c_i = \frac{\partial f(x_1, x_2, \dots, x_N)}{\partial x_i} \quad (2.3)$$

- b) Otros métodos de determinación: si no hay una relación funcional entre la magnitud de entrada x_i y el mensurando y , el coeficiente de sensibilidad c_i se puede determinar mediante el impacto que causa una variación de x_i en y , matemáticamente expresado por medio de la Ecuación (2.4):

$$c_i = \frac{\Delta y}{\Delta x_i} \quad (2.4)$$

Para la aplicación de la Ecuación (2.4), se deben mantener constantes las demás variables o magnitudes de entrada, y se determina el cambio en y por un cambio en x_i .

2.3.7 Cálculo de incertidumbre combinada

El resultado de la combinación de todas las fuentes es la incertidumbre combinada $\mu_c(y)$, y la contribución de cada fuente a la incertidumbre combinada dependerá de la incertidumbre $\mu(x_i)$ de la propia fuente y del impacto de la fuente sobre el mensurando (coeficiente de sensibilidad (c_i), el cual describe que tan sensible es el mensurando con respecto a variaciones de la magnitud de entrada i), si adicionalmente algunas de las magnitudes de entrada están correlacionadas, hay que considerar las covarianzas entre éstas, todo lo anterior se puede expresar matemáticamente para N variables de entrada por medio de la Ecuación (2.5) [1].

$$\mu_c^2(y) = \sum_{i=1}^N c_i^2 * \mu^2(x_i) + 2 * \sum_{i=1}^N \sum_{j=i+1}^N c_i * c_j * \mu(x_i) * \mu(x_j) * r(x_i, x_j) \quad (2.5)$$

Donde $r(x_i, x_j)$ es el coeficiente de correlación, para el caso en el cual todas las variables son no correlacionadas el segundo término de la ecuación anterior se hace cero.

2.3.8 Cuantificación del número de grados de libertad

De cierta manera el número ν de grados de libertad asociado a una distribución de una magnitud (X_i o Y) puede considerarse una medida de incertidumbre de la incertidumbre asociada a esa magnitud. Entre mayor sea ν , la estimación de la incertidumbre será más confiable. El número efectivo de grados de libertad (ν_{eff}), del mensurando considera el número de grados de libertad ν_i de cada fuente de incertidumbre [5]. Para la estimación

de los grados de libertad efectivos, se aplica la ecuación de Welch-Satterthwaite, que se escribe matemáticamente como se muestra en la Ecuación (2.6) [6].

$$\frac{\mu_c^4(y)}{v_{eff}} = \sum_{i=1}^N \frac{c_i^4 * \mu^4(x_i)}{v_i} + 2 * \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^N \left(\frac{c_i * c_j * \mu(x_i) * \mu(x_j) * r(x_i, x_j)}{* v_j} \right)^2 \quad (2.6)$$

Dónde:

N : Numero de fuentes de incertidumbre identificadas y cuantificadas.

v_i, v_j : Grados de libertad asociados a la fuente de incertidumbre i o j .

$r(x_i, x_j)$: Coeficiente de correlación entre las variables i y j .

Para el caso en el cual todas las variables son no correlacionadas el segundo término de la Ecuación (2.6) se hace cero.

2.3.9 Factor de cobertura

La incertidumbre estándar $\mu_c(y)$ representa un intervalo centrado en el mejor estimado del mensurando que contiene el valor verdadero con una probabilidad p de 68% aproximadamente, bajo la suposición de que los posibles valores del mensurando siguen una distribución normal. Generalmente se desea una probabilidad mayor, lo que se obtiene expandiendo el intervalo de incertidumbre por un factor k , llamado factor de cobertura [5]. El valor del factor de cobertura k se elige con base en el nivel de confianza requerido para el intervalo $y - U$ hasta $y + U$. En general, los valores de k se encuentran en el rango de 2 a 3, pero para aplicaciones especiales k puede estar fuera de este rango [1]. Para obtener una mejor aproximación del factor de cobertura, se puede utilizar los grados de libertad efectivos v_{eff} estimados usando la ecuación de Welch-Satterthwaite en conjunto con la distribución t , con lo cual se obtiene el factor $k = t_p(v_{eff})$, para un nivel de confianza dado p .

2.3.10 Incertidumbre expandida

Cantidad que define un intervalo sobre el resultado de una medición dentro del cual se puede esperar la inclusión de una gran fracción de la distribución de valores que razonablemente se podrían atribuir al mensurando y , la incertidumbre expandida (U), se obtiene al multiplicar la incertidumbre estándar combinada ($\mu_c(y)$) por el factor de cobertura (k), y matemáticamente se expresa por medio de la Ecuación (2.7) [1]:

$$U = k * \mu_c(y) \quad (2.7)$$

El resultado de la medición se expresa comúnmente como $Y = y \pm U$, que es equivalente al intervalo $[y - U, y + U]$.

2.4 Estimación de incertidumbre empleando el Método Monte Carlo (MCM)

Para aplicar el Método Monte Carlo, el analista construye un modelo matemático que simula al sistema real, y sobre éste un gran número de muestreos aleatorios es aplicado generando una cantidad equivalente de muestras aleatorias de resultados del modelo.

El método se basa en ejecutar el modelo muchas veces como en un muestreo aleatorio, de tal forma que para cada muestra, se generan variables aleatorias de todas las variables de entrada; y paso seguido los cálculos se ejecutan a través del modelo arrojando resultados aleatorios para cada una de las variables de salida [91].

2.4.1 Reducción de la varianza

Monte Carlo es una herramienta importante en evaluaciones que involucran la confiabilidad y robustez de sistemas, estructuras o soluciones. Pero a medida que la simulación del núcleo determinista se alarga, los costes computacionales de Monte Carlo pueden convertirse en un factor limitante. Para reducir ese gasto computacional tanto como sea posible, la eficiencia de muestreo y la convergencia del Método Monte Carlo han sido investigadas [62]. Para mejorar la tasa de convergencia, algunos trabajos se han enfocado en técnicas para reducción de la varianza [2, 92, 93], entre las cuales, se encuentra el muestreo estratificado, el cual opera subdividiendo el espacio de muestreo en regiones más pequeñas.

Consideremos el estadístico general definido por la Ecuación (2.8):

$$T(y_1, \dots, y_N) = \sum_{i=1}^n w_i * g(y_i) \quad (2.8)$$

Donde $y_i = F(X_i)$ y X_i denota una muestra generada de acuerdo a SRS (Simple Random Sampling) o SS (Stratified Sampling), w_i son los pesos atribuidos a cada muestra ($w_i = \frac{1}{N}$ para SRS, pero puede diferir para SS), y $g(\cdot)$ es una función arbitraria. Teniendo en mente la notación anterior, denotaremos a T_R y T_S como los estimadores estadísticos producidos de aplicar SRS y SS respectivamente [2].

- **Muestreo aleatorio simple (SRS):** Para el SRS la varianza de muestreo de N muestras de Tamaño n , se puede expresar mediante el estimador estadístico dado por la Ecuación (2.9) [2]:

$$Var(T_R) = f(N_{min}, n, N_{add}, Tol) = \frac{\sigma^2}{N} \quad (2.9)$$

Dónde:

σ^2 : Varianza de la función $g(Y)$

N : Tamaño final de muestras estimadas (valor de optimización)

N_{min} : Tamaño mínimo de muestras fijado a priori. ($N_{min} \in \mathbb{Z} > 2$).

N_{add} : Incremento en el tamaño de muestra utilizado en la exploración para obtener el número de muestras N que satisface el criterio de convergencia. ($N_{add} \in \mathbb{Z} \geq 1$).

n : Tamaño de las muestras simuladas empleando Monte Carlo ($n \in \mathbb{Z} \geq 2$).

Tol : Tolerancia permitida en el estimador o umbral que se debe superar (criterio de convergencia) ($Tol \in \mathbb{R} > 0$).

El número de muestras N estimado mediante el muestreo aleatorio simple, sirve como comparativo (benchmark) con la otra técnica considerada para la reducción de la varianza (SS), la cual deben alcanzar el mismo nivel de convergencia (Tol) con un menor número de muestras N , o para el mismo número de muestras una varianza menor y por ende un mejor estimativo.

- Muestreo aleatorio estratificado:** ha mostrado incondicionalmente reducir la varianza de los estimadores estadísticos cuando son comparados con el método SRS. Además, se ha demostrado que para diseños estratificados balanceados (SBSD (Symmetrically Balanced Stratified Design) y asimétricos ABSD (Asymmetrically Balanced Stratified Design)), la varianza de muestreo se puede estimar utilizando la Ecuación (2.10) [2]:

$$Var(T_S) = f(N_{min}, n, N_{add}, M, Tol) = \frac{\sigma^2}{N} - \frac{1}{N} * \sum_{i=1}^M p_k * (\mu_k - \tau)^2 \quad (2.10)$$

Dónde:

μ_k : Valor medio de la respuesta evaluada sobre el estrato k .

τ : Respuesta media global.

p : Probabilidad de ocurrencia del estrato.

M : Número de estratos en que se dividen las N muestras. ($M \in \mathbb{Z}; 1 \leq M \leq \frac{N}{2}$; N es múltiplo de M).

N_{min} : Tamaño mínimo de muestras fijado a priori ($N_{min} \in \mathbb{Z} > 4$).

N_{add} : Incremento en el tamaño de muestra utilizado en la exploración para obtener el N mínimo, que satisface el criterio de convergencia. ($M \leq N_{add} \leq N_{min}$; N_{add} debe ser múltiplo de M).

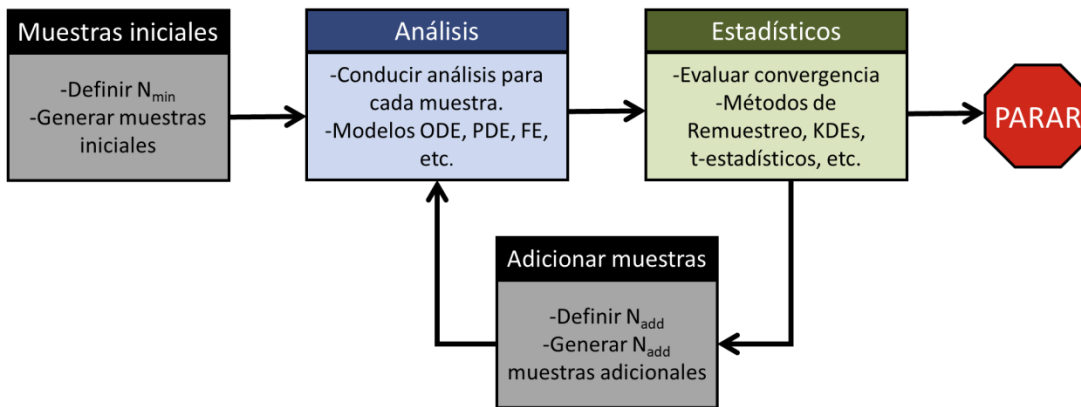
n : Tamaño de las muestras simuladas empleando Monte Carlo ($n \in \mathbb{Z} \geq 2$).

Tol : Tolerancia permitida en el estimador o umbral que se debe superar (criterio de convergencia) ($Tol \in \mathbb{R} > 0$).

▪ **Análisis de reducción de varianza**

Las Ecuaciones (2.10 y 2.11) constituyen las funciones objetivo a minimizar, la minimización está orientada a obtener la tolerancia o criterio fijado con el menor tamaño de muestras (N). La Figura 2-3 muestra un esquema de lo descrito anteriormente, el cual permite la cuantificación de la incertidumbre mediante un proceso adaptativo.

Figura 2-3: Proceso general adaptativo para cuantificación de la incertidumbre [2].



- Aplicación de metaheurísticas para la obtención de parámetros de las técnicas SRS y SBSS**

Las metaheurísticas se caracterizan por utilizar cierta compensación entre aleatoriedad y búsqueda local. Entre las metaheurísticas modernas de mayor difusión se incluyen las siguientes, cuyas siglas en inglés se muestran entre paréntesis: *recocido simulado (SA)*, *algoritmos genéticos (GA)*, *optimización basada en colonia de hormigas (ACO)*, *algoritmo de colonia de abejas (BA)*, *algoritmo de búsqueda diferencial (DE)*, *algoritmo de búsqueda armónica (HS)*, *algoritmo Firefly (FA)*, *búsqueda cuckoo (CS)*, *optimización enjambre de partículas (PSO)*, entre otros [94].

De las metaheurísticas anteriores, se optó por seleccionar *PSO*, la cual permite realizar una optimización global y es resistente a la presencia de máximos locales, como es el caso del problema bajo estudio en esta tesis. Para una descripción del funcionamiento e implementación del algoritmo *PSO* se puede consultar la referencia [94].

2.4.2 Etapas necesarias para la implementación del Método Monte Carlo

El MCM puede ser declarado como un procedimiento que consta de las siguientes etapas:

- a) Seleccionar un número M de ensayos de Monte Carlo a ser efectuados.
- b) Generar M vectores, por muestreo de las funciones de distribución de probabilidades (*PDFs*) esperadas, como realizaciones de las (subconjunto de n) cantidades de entrada X_i .
- c) Para cada vector, del correspondiente modelo de valores de Y , produzca M valores del modelo.
- d) Ordenar estos M valores del modelo en orden estrictamente creciente, y con los valores ordenados formar el vector G .
- e) Usar G para realizar un estimativo y de Y , y la incertidumbre estándar $\mu(y)$ asociado con M .
- f) Utilizar G para formar un apropiado intervalo de cobertura para Y , dada una probabilidad de cobertura p .

2.4.3 Validación del número de ensayos requeridos por el Método Monte Carlo.

La cantidad de muestras requeridas para la ejecución del Método Monte Carlo, puede fijarse de dos maneras. La primera consiste en elegir un valor M para el cual se espera que frecuentemente se encuentre con un 95.45% de confianza el intervalo de cobertura para la variable de salida, de tal forma que la longitud de este intervalo es correcto en uno o dos dígitos decimales significativos (un valor del orden de $M = 10^6$ y 10^7 , es recomendado en [3] y [4] respectivamente), por otra parte, la segunda forma es la resultante de aplicar la técnica de reducción de varianza hasta cumplir un nivel de tolerancia δ , la cual se puede estimar empleando el siguiente procedimiento: si n_{dig}

denota el número de dígitos decimales significativos en un valor numérico z , la tolerancia δ asociada con z es dada como sigue [3]:

- a) Expresar z en la forma $c \times 10^l$, donde c es un entero que representa el número de dígitos decimales (n_{dig}) y l es un entero;
- b) Tomar δ estimado a partir de la Ecuación (2.11).

$$\delta = \frac{1}{2} * 10^l \quad (2.11)$$

Ejemplo: La cantidad de salida estimada para una medición nominal de 100 g es $y = 100.02147$ g. La incertidumbre estándar $\mu(y) = 0.00035$, ambos dígitos significantes vistos como significativos. Por lo tanto, $n_{dig} = 2$ y $\mu(y)$ puede ser expresada como $\mu(y) = 35 * 10^{-5}$ g de donde $c = 35$ y $l = -5$, con lo que se obtiene $\delta = \frac{1}{2} * 10^{-5} = 0.000005$ g.

2.4.4 Comparación entre la estructura de la GUM y el Método Monte Carlo (MCM)

La estructura de la GUM se espera trabaje bien en muchas circunstancias. Sin embargo, no es tan directo determinar si todas las condiciones para su aplicación están dadas, y el grado de dificultad de verificarlas puede ser considerablemente mayor que aplicar el MCM. No obstante, cuando estas circunstancias no pueden ser fácilmente probadas, en caso de duda deberían ser validadas. Para lo cual es recomendado que ambas formas de estimar la incertidumbre sean aplicadas y los resultados comparados. Si la comparación es favorable, la estructura propuesta por la GUM para estimar la incertidumbre debería ser utilizada, de lo contrario será MCM quien deba ser aplicado [3]. Se recomienda que las dos etapas siguientes sean realizadas para el proceso de comparación:

- a) aplicar la estructura de la GUM (posiblemente con la ley de propagación de la incertidumbre basada en órdenes superiores de la aproximación de la serie de Taylor), para producir el intervalo de cobertura $y \pm U$ para la cantidad de salida (100p%), donde p es la probabilidad de confianza estipulada.
- b) aplicar el procedimiento MCM (empleando la técnica de reducción de la varianza o un procedimiento adaptativo), para proveer una aproximación a la incertidumbre estándar $\mu(y)$ y los puntos extremos y_{low} y y_{high} para el intervalo de cobertura de la cantidad de salida (100p%).

El procedimiento de comparación se hace con el fin de determinar si los intervalos de cobertura obtenidos por la estructura de la GUM y MCM están dentro de una tolerancia numérica estipulada. La tolerancia numérica es evaluada en términos de los puntos finales de los intervalos de cobertura, como sigue:

- a) forme una tolerancia numérica δ asociada con $\mu(y)$ como se describió anteriormente.
- b) compare los intervalos obtenidos por la estructura de la GUM y MCM, para determinar si el número requerido de dígitos decimales es correcto en el intervalo de cobertura provisto por la estructura para la incertidumbre por la GUM ha sido obtenida. Específicamente determine d_{low} y d_{high} mediante las Ecuaciones (2.12 y 2.13):

$$d_{low} = |y - U - y_{low}| \quad (2.12)$$

$$d_{high} = |y + U - y_{high}| \quad (2.13)$$

Si d_{low} y d_{high} no son mayores que δ , la comparación es favorable y la estructura para la incertidumbre GUM ha sido validada.

2.5 Redondeo y cifras significativas

Cuando un número tiene muchas cifras significativas para un propósito particular, la cantidad de cifras significativas puede ser reducida por medio de procedimiento simple conocido como redondeo. Ejemplo, si una distancia ha sido medida como 1.1451 m, ésta tiene 5 cifras significativas, pero si tres cifras significativas se consideran suficientes, entonces el valor se puede redondear a 1.15 m. Redondear consiste en colocar el número de cifras significativas deseadas, teniendo presente que siempre se redondea al entero más cercano, y solo cuando el valor a redondear es 5, se recomienda ajustar al número par, así: 1.135 redondeado a tres cifras significativas quedaría como 1.14, pero si se redondea a dos el valor sería 1.1 [81].

Para la determinación del número de cifras significativas producto de una operación matemática, suma, sustracción, división, multiplicación, por nombrar algunas, se determina de acuerdo a lo descrito en [81]. Donde se exponen 4 reglas que se pueden aplicar, y que se basan en el porcentaje de error de las magnitudes de entrada, de tal forma que el error del redondeo en la variable de salida sea del mismo orden que el mayor error relativo de entre todas las variables de entrada. Ejemplo, supóngase que se requiere la velocidad de los gases en una chimenea, cuando la temperatura media de los gases $T_s = 525.15 K$, la presión de velocidad $\Delta P = 5.3 mmH_2O$, la presión del gas en la chimenea $P_s = 642.8 mmHg$ y el peso molecular del gas en la chimenea $M_s = 29.854 g/gmol$. Si las variables de entrada se miden con las siguientes porcentajes de incertidumbres relativas: temperatura 3 partes en 500 ($\mu(T_s)/T_s * 100 = 0.6\%$), presión de velocidad 3 partes en 300 ($\mu(\Delta P)/\Delta P * 100 = 1.0\%$) presión de los gases con 3 partes en 600 ($\mu(P_s)/P_s * 100 = 0.5\%$), y el peso molecular con 3 parte en 200 ($\mu(M_s)/M_s * 100 = 1.5\%$). Se escribe provisionalmente V_s como la Ecuación (2.14):

$$V_s = K_P * C_P \sqrt{\frac{\Delta P * T_s}{M_s * P_s}} = 34.97 * 0.84 \sqrt{\frac{5.3 * 525.15}{29.854 * 642.8}} = 11.1870438 m/s \quad (2.14)$$

El mayor de los componentes de la incertidumbre es de 3.0%, este valor se utiliza para construir la Tabla 2-2, con los posibles valores redondeados y la incertidumbre resultante proporcional implicada.

Tabla 2-2: Tabla de posibles valores de redondeo. Fuente: Elaboración propia.

Valor redondeado	Incertidumbre proporcional implicada
11.187	5 partes en 111870 o 0.004%
11.18	5 partes en 11180 o 0.04%
11.2	5 partes en 1120 o 0.4%
11	5 partes en 110 o 4.5%

De las posibilidades tabuladas, se elige la asociada al 0.4%, de incertidumbre proporcional, por ser la que se encuentra más cercana de 1.5%, con lo cual la velocidad redondeada es 11.2 m/s, con tres cifras significativas.

2.6 Linealidad y no-linealidad de los modelos matemáticos asociados a los mensurandos en fuentes fijas

Dentro del proceso de medición de fuentes fijas se utilizan relaciones matemáticas que presentan comportamiento no lineal de sus variables de entrada. Entre éstas se encuentran la velocidad de los gases en la chimenea, la cual se relaciona con la presión de velocidad a través de la Ecuación (2.15) de Bernoulli [14]:

$$V_s = K_p * C_p \sqrt{\frac{\Delta P * T_s}{M_s * P_s}} \quad (2.15)$$

Dónde:

V_s : Velocidad promedio del gas en la chimenea, m/s.

C_p : Coeficiente del tubo Pitot = 0.84.

ΔP : Presión de velocidad promedio del gas en la chimenea, mmH₂O.

T_s : Temperatura promedio del gas en la chimenea, K.

P_s : Presión absoluta en la chimenea, mmHg.

M_s : Masa molar del gas en la chimenea, g/g-mol.

K_p : Constante (ver Ecuación (2.16)).

$$K_p = \frac{34.97m}{s} \sqrt{\frac{\frac{g}{g-mol} * mmHg}{K * mmH_2O}} \quad (2.16)$$

La GUM recomienda el uso del primer orden de la serie de Taylor para la propagación del error e incertidumbre, sin embargo, cuando no linealidades de la función f son

significativas, la GUM también requiere del uso términos superiores de la serie de Taylor [1].

2.6.1 Inclusión de términos de segundo y tercer orden

La evaluación de la incertidumbre estándar basado en expresiones de orden superior (segundo y tercero, ver Ecuaciones (2.17 y 2.18)) a través del enfoque de la ley de propagación de la incertidumbre (*LPU*), requiere de la estimación del segundo y tercer orden de la aproximación de Taylor para una función de medición.

Este procedimiento también requiere de la estimación de los momentos estadísticos de orden superior, como el tercero, cuarto, quinto y sexto momento. En el contexto GUM, el tercero y cuarto momento pueden estar relacionados con la varianza (incertidumbre estándar al cuadrado) a través de parámetros tales como la asimetría γ_i y curtosis κ_i , respectivamente [4].

Segundo orden: para evaluar la incertidumbre estándar usando el método de segundo orden, se requiere primero expandir la función de medición mediante el truncado de la serie de Taylor de segundo orden, así la expresión obtenida es [4]:

$$\begin{aligned} \mu_c^2(y) &\approx \mu^2(y_{2ord}) \\ &= \sum_{i=1}^N \left[\left(\frac{\partial f}{\partial X_i} \right)^2 \mu^2(x_i) + \gamma_i \left(\frac{\partial f}{\partial X_i} \right) \left(\frac{\partial^2 f}{\partial X_i^2} \right)^2 \mu^3(x_i) \right] + \sum_{i=1}^N \left(\frac{\kappa_i - 1}{4} \right) \left(\frac{\partial^2 f}{\partial X_i^2} \right)^2 \mu^4(x_i) \\ &\quad + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1, j \neq i}^N \left(\frac{\partial^2 f}{\partial X_i \partial X_j} \right)^2 \mu^2(x_i) \mu^2(x_j) \end{aligned} \quad (2.17)$$

Tercer orden: La inclusión de los términos de tercer orden de la serie de Taylor del resultado de la función de medición, da una mejor comprensión del método que el propuesto por la GUM y el método de segundo orden [4]:

$$\begin{aligned}
\mu_c^2(y) \approx \mu^2(y_{3ord}) = \mu^2(y_{2ord}) &+ \sum_{i=1}^N \frac{\kappa_i}{3} \left(\frac{\partial f}{\partial X_i} \right) \left(\frac{\partial^3 f}{\partial X_i^3} \right)^2 \mu^4(x_i) \\
&+ \frac{1}{6} \sum_{i=1}^N \left(\frac{\partial^2 f}{\partial X_i^2} \right) \left(\frac{\partial^3 f}{\partial X_i^3} \right) \{E[(X_i - x_i)^5] - \gamma_i \mu^5(x_i)\} \\
&+ \frac{1}{36} \sum_{i=1}^N \left(\frac{\partial^3 f}{\partial X_i^3} \right)^2 \{E[(X_i - x_i)^6] - \gamma_i^2 \mu^6(x_i)\} \\
&+ \sum_{i=1}^N \sum_{j=1; j \neq i}^N \left(\frac{\partial f}{\partial X_i} \right) \left(\frac{\partial^3 f}{\partial X_i \partial X_j^2} \right)^2 \mu^2(x_i) \mu^2(x_j) \\
&+ \sum_{i=1}^N \sum_{j=1; j \neq i}^N \gamma_i \left\{ \frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 f}{\partial X_i \partial X_j} \right) \left(\frac{\partial^3 f}{\partial X_i^2 \partial X_j} \right) \right. \\
&\quad \left. + \frac{1}{4} \left(\frac{\partial^2 f}{\partial X_i^2} \right) \left(\frac{\partial^3 f}{\partial X_i \partial X_j^2} \right) \right\} \mu^3(x_i) \mu^2(x_j) \\
&+ \sum_{i=1}^N \sum_{j=1; j \neq i}^N \kappa_i \left\{ \frac{1}{4} \left(\frac{\partial^3 f}{\partial X_i^2 \partial X_j} \right)^2 + \frac{1}{6} \left(\frac{\partial^3 f}{\partial X_i^3} \right) \left(\frac{\partial^3 f}{\partial X_i \partial X_j^2} \right) \right\} \mu^4(x_i) \mu^2(x_j) \\
&\quad + \frac{1}{4} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1; j \neq i}^N \gamma_i \gamma_j \left(\frac{\partial^3 f}{\partial X_i \partial X_j^2} \right) \left(\frac{\partial^3 f}{\partial X_i^2 \partial X_j} \right) \mu^3(x_i) \mu^3(x_j) \\
&+ \sum_{i=1}^N \sum_{j=1; j \neq i}^N \sum_{k=1; k \neq i, j}^N \left\{ \frac{1}{6} \left(\frac{\partial^2 f}{\partial X_i \partial X_j \partial X_k} \right) \left(\frac{\partial^3 f}{\partial X_i^2 \partial X_j} \right) \right. \\
&\quad \left. + \frac{1}{4} \left(\frac{\partial^3 f}{\partial X_i^2 \partial X_j} \right) \left(\frac{\partial^3 f}{\partial X_i \partial X_k^2} \right) \right\} \mu^2(x_i) \mu^2(x_j) \mu^2(x_k)
\end{aligned} \tag{2.18}$$

2.7 Identificación de distribuciones estadísticas

Para la identificación de las funciones de distribución de probabilidad (PDF) asociadas a las fuentes de incertidumbre se emplean tres estrategias, la primera incluye la asociación de una función de distribución de probabilidad, a fuentes que no son variables de entrada ni mensurandos durante el proceso de propagación mediante distribuciones de probabilidad; se refiere a fuentes como: resolución de escala (análoga o digital), certificados de calibración, pruebas de repetibilidad, efecto de deriva en equipos, trazabilidad de patrones, influencia de condiciones ambientales (temperatura, humedad y presión). La segunda estrategia incluye la identificación de la PDF asociada a variables de entrada, para las cuales se utilizan n datos recolectados durante el proceso de medición, los cuales se ajustan mediante diferentes técnicas de estimación de parámetros como son máxima verosimilitud, regresión lineal y no-lineal, método de los momentos y percentiles [95]. El ajuste de las diferentes distribuciones y métodos se

compara mediante un índice calificador que combina las pruebas de Kolmogorov-Smirnov y Anderson-Darling; por último, la tercera estrategia está orientada hacia la identificación de la PDF asociada a mensurandos que no disponen de n mediciones de campo, para lo cual en la literatura se propone el uso del Método Monte Carlo [3]. Para la aplicación de este Método se genera un vector de M valores aleatorios para cada una de las variables de entrada, y con éstos se evalúa M veces el mensurando Y ; los valores estimados del mensurando se representan mediante un histograma, del cual se deduce la distribución de probabilidad.

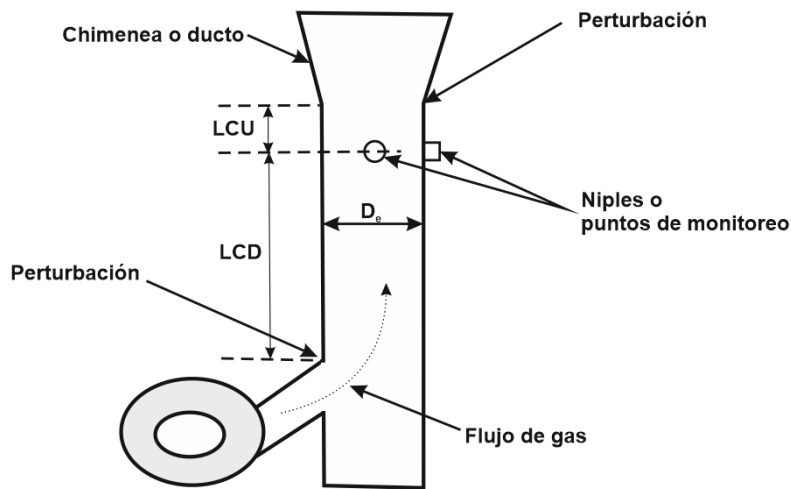
2.8 Descripción de los métodos de muestreo EPA 1 a 8.

A continuación, se realiza una descripción corta de los métodos de muestreo empleados para la toma de las muestras provenientes de las emisiones de fuentes fijas, los cuales se encuentran descritos con mayor detalle en el Code Of Federal Regulations Title 40 Part 60 (Appendices A1 a A4) [14].

2.8.1 Método 1: Muestreo y velocidad transversal para fuentes fijas.

El propósito de este método es suministrar una guía para la selección de los puertos de muestreo y los puntos transversales en los cuales se debe realizar el muestreo de los contaminantes, para verificar el cumplimiento con la normatividad vigente. Este método es aplicable a corrientes de gas fluyendo a través de ductos y chimeneas, y no puede ser usado cuando (1) el flujo es ciclónico o presenta remolinos; o (2) una chimenea con diámetro inferior a 0.3048 m (12 pulgadas); o (3) cuando el sitio de medición es menor a dos diámetros corriente abajo o menos de medio diámetro corriente arriba de una perturbación de flujo [14], como se muestra en la Figura 2-4. Para la aplicación del método se requiere medir la distancia corriente abajo (LCD), distancia corriente arriba (LCU) y el diámetro equivalente de la chimenea (D_e). Con estos valores se determina el número de diámetros corriente arriba (DCU) y corriente abajo (DCD), y a partir de las Figuras 1-1 y 1-2 del Método 1 US EPA [14], se lee el número de puntos n que se deben muestrear. La primera figura se utiliza, cuando se desea estimar la cantidad de partículas emitidas y la segunda cuando se está interesado en estimar la velocidad del gas a través de la chimenea. Para el caso de chimeneas rectangulares se debe utilizar el mayor de los dos números que aparecen en las Figuras. Para el caso de chimeneas con diámetros en el intervalo de 12 pulgadas (0.3048 m) a 24 pulgadas (0.6096 m), cuando el número de diámetros corriente arriba es ≥ 2.0 y el número de diámetros corriente abajo ≥ 8.0 , se debe trabajar con 8 puntos si la chimenea es circular o elíptica, y 9 para el caso rectangular.

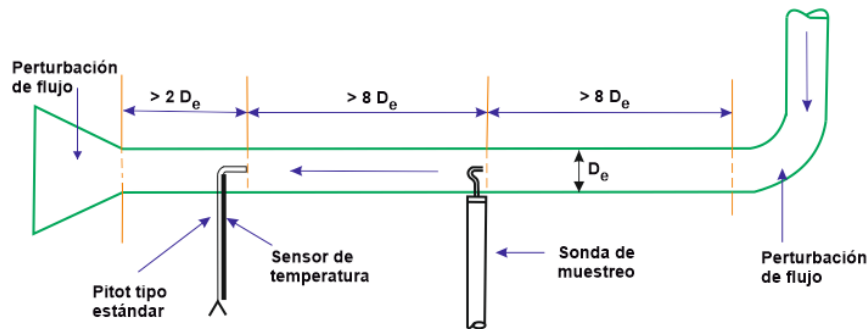
Figura 2-4: Arreglo de muestreo recomendado para ductos o chimeneas con $D_e \geq 0.3048 \text{ m}$ (12 pulgadas). Fuente: Método 1 US EPA.



2.8.2 Método 1A: Muestreo y velocidad transversal para fuentes estacionarias con diámetro pequeño.

La aplicabilidad y principio de este método son idénticos al Método 1, excepto que su aplicabilidad está limitada a pequeños ductos. Es aplicable cuando el diámetro del ducto es inferior 0.3048 m (12 pulgadas), pero mayor o igual a 0.1016 m (4 pulgadas). Este método no puede ser usado cuando el flujo de gas es ciclónico o en remolinos. En chimeneas o ductos el Método 5 convencional (consistente de un pitot Tipo S unido a una sonda de muestreo, equipado con boquilla y termopar), bloquea una porción significativa del área de la sección transversal y causa inexactitudes en la medición. Para aplicar el Método 5 en ductos de diámetro pequeño se requiere el uso de un pitot estándar corriente abajo del sitio actual de medición de la emisión [14], ver Figura 2.5.

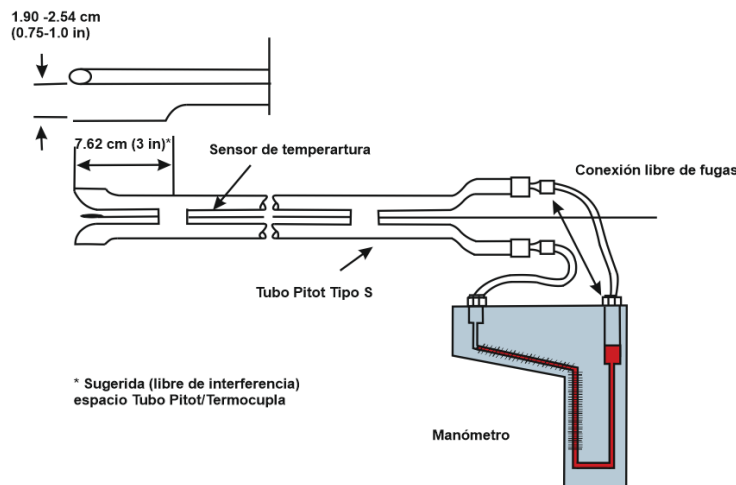
Figura 2-5: Arreglo recomendado de muestreo para pequeños ductos o chimeneas con $D_e \leq 0.3048 \text{ m}$ (12 pulgadas). Fuente: Método 1A US EPA.



2.8.3 Método 2: Determinación de la velocidad de gases en ductos y rata de flujo volumétrico (Tubo Pitot tipo S).

Es aplicable para la determinación de la velocidad promedio y la rata de flujo volumétrica de una corriente de gas. Este método no es aplicable a sitios de medición que no cumplen con los criterios del Método 1. Tampoco el método puede ser usado para la medición directa en corrientes de gas, que presentan flujo ciclónico o remolinos. La velocidad promedio del gas en la chimenea es determinada de la densidad del gas y de la medición de la cabeza de velocidad promedio con un tubo pitot Tipo S como el que se muestra en la Figura 2-6 [14].

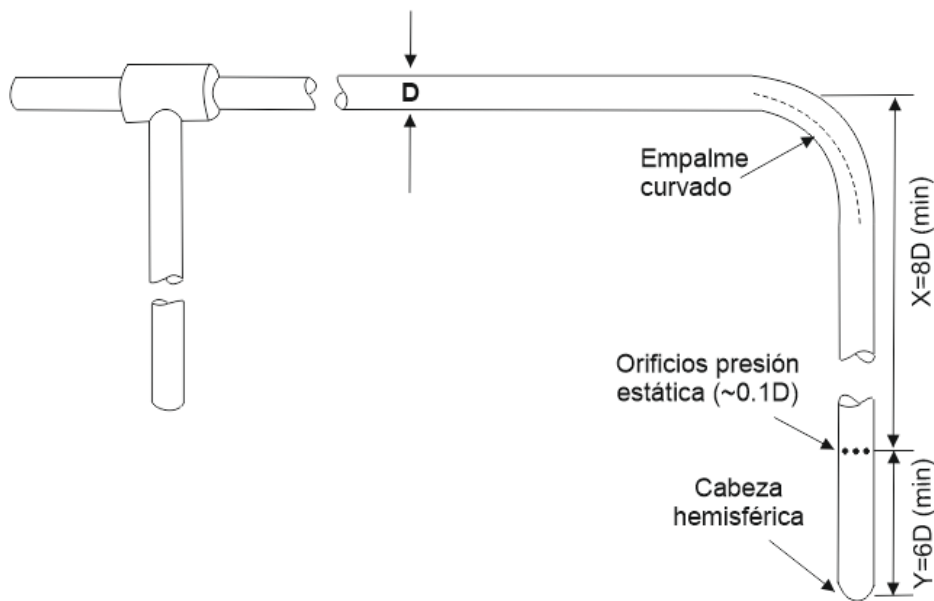
Figura 2-6: Ensamble del manómetro al tubo pitot Tipo S. Fuente: Método 2 US EPA.



2.8.4 Método 2C: Determinación de la velocidad de gases en ductos y rata de flujo volumétrico en pequeños ductos (Tubo Pitot estándar).

Es aplicable para la determinación de la velocidad promedio y rata de flujo volumétrica de una corriente de gas en ductos o chimeneas de diámetro pequeño (menores a 0.3048 m). Los límites de aplicabilidad de este método son similares a los del Método 2. En vez del tubo pitot Tipo S, este método emplea un tubo pitot Estándar como el de la Figura 2-7, el cual debe cumplir todos los requisitos descritos en el Método 2.

Figura 2-7: Especificaciones de diseño del tubo Estándar. Fuente: Método 2C US EPA.



2.8.5 Método 3: Análisis de gases para la determinación del peso molecular en base seca.

Aplicable para la determinación de las concentraciones de dióxido de carbono (CO_2), oxígeno (O_2) y peso molecular seco (M_d), de una muestra de corriente de gas proveniente de un proceso de combustión de un combustible fósil o de otro proceso [14]. Para lo cual se realiza una toma de la muestra utilizando un dispositivo similar al que se muestra en la Figura 2-8, el gas muestreado puede ser almacenado en una bolsa flexible, o enviado directamente al analizador de combustión, entre los que se encuentran los Fyrite[®] (Figura 2-9), el Orsat (Figura 2-10) y los analizadores instrumentales (Figura 2-11).

Figura 2-8: Diagrama del tren de muestreo para la toma de muestras puntuales. Método 3 US EPA.

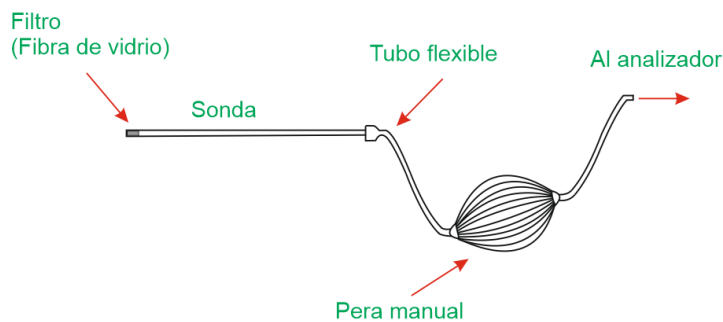


Figura 2-9: Analizador de gases de combustión Fyrite®. Fuente: <http://www.directindustry.es/prod/bacharach/product-17316-456564.html>.



Figura 2-10: Diagrama de un analizador de gases de combustión Orsat. Fuente: <http://steamofboiler.blogspot.com.co/2011/08/orsat-analysis.html>.

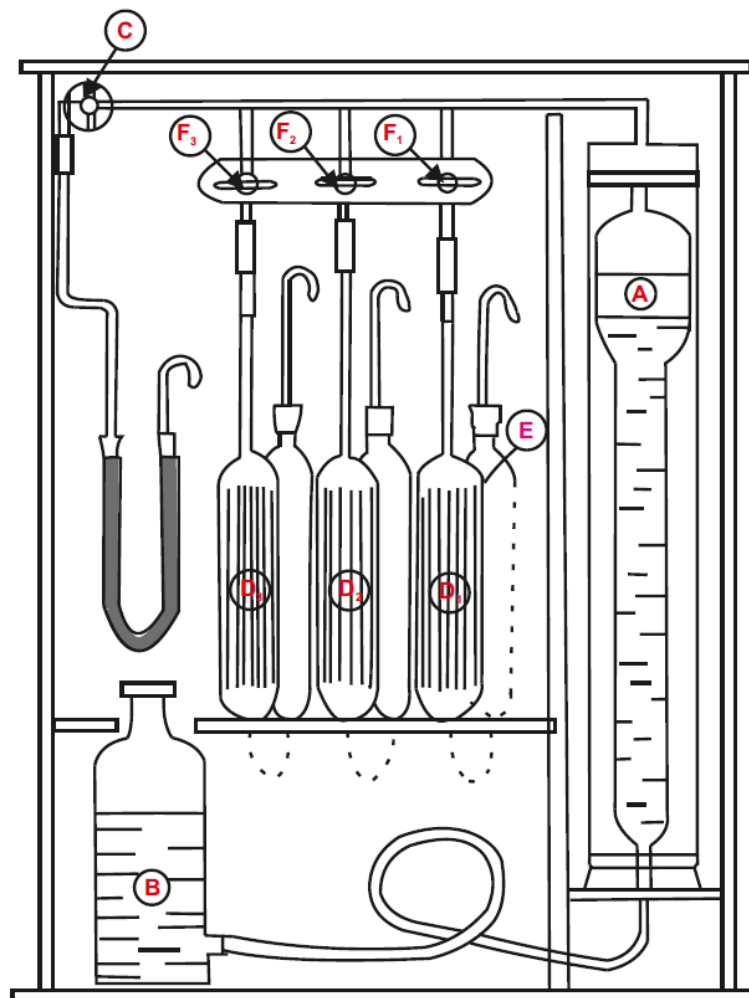


Figura 2-11: Analizadores de gases de combustión portátiles. Fuentes:

<https://www.instrumart.com/products/38404/bacharach-fyrite-insight-plus-combustion-analyzer>; <http://www.trutechtools.com/testo320>.



2.8.6 Método 3B: Análisis de gases para la determinación del factor de corrección para la tasa de emisión o de exceso aire.

Este método es aplicable para la determinación de las concentraciones de O_2 , CO_2 y CO en el efluente de los procesos de combustión de combustibles fósiles, para su uso en cálculos de la estimación del exceso de aire o del factor de corrección para la rata de emisión [14]. Los equipos recomendados por el método de análisis son el Orsat (Figura 2-10) o un analizador de combustión instrumental como los que se muestran en la Figura 2-11.

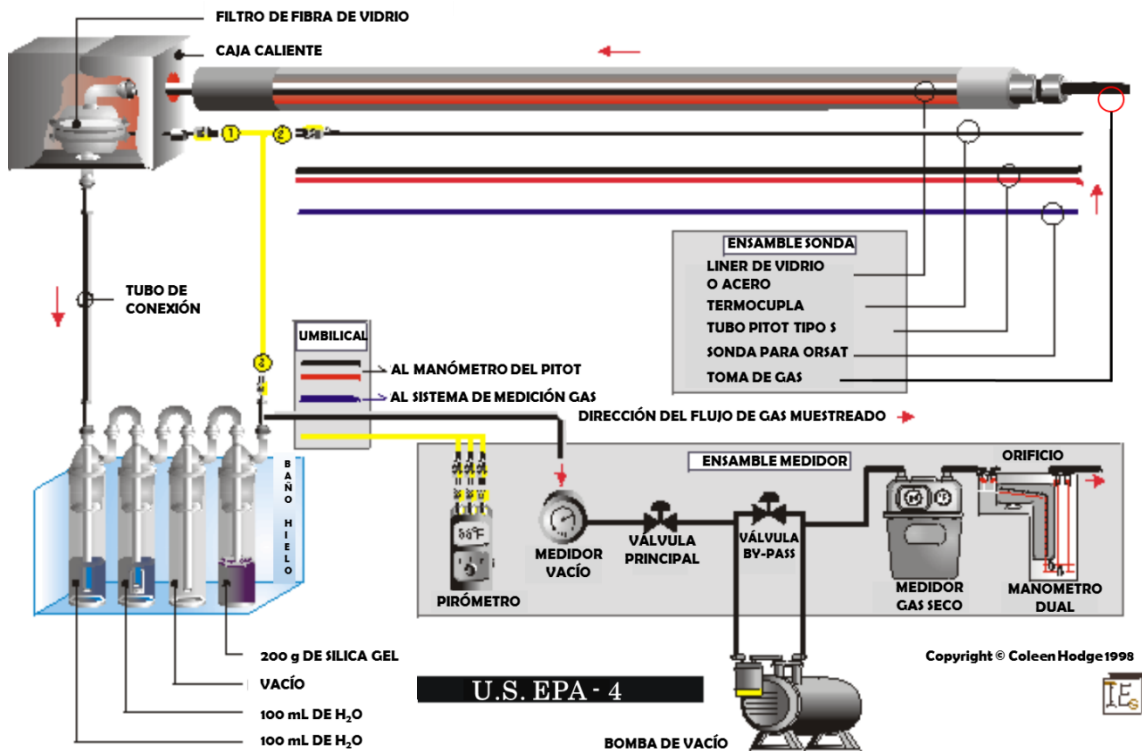
2.8.7 Método 4: Determinación del contenido de humedad en los gases de la chimenea.

Este método es aplicable para la determinación del contenido de humedad del gas de la chimenea. Para lo cual una muestra de gas es extraída a una rata constante de la fuente; la humedad es removida de la muestra tomada de la corriente y determinada volumétricamente o gravimétricamente. Para la toma de la muestra se utiliza una configuración similar a la que se muestra en la Figura 2-12, en la cual se destacan la caja caliente, la caja fría (baño de hielo donde se condensa la humedad), sistema de succión, y por último el sistema de medición del flujo de gas muestreado (compuesto por el manómetro dual, el tubo pitot Tipo S, termopar y el medidor de gas seco).

El método para la determinación de la humedad presenta dos posibles procedimientos: el método de referencia y un método aproximado. El método de referencia es usado para la determinación exacta del contenido de humedad (valor necesario para la estimación de los datos de emisión). El método aproximado, provee estimativos del porcentaje de humedad para ayudar a la configuración de la rata de muestreo isocinética, anterior a la corrida para la determinación de los datos de emisión. El método aproximado descrito en

el Método EPA 4 es solo una aplicación sugerida, sin embargo, existen otros métodos alternativos como son el de tubos secadores, técnica de temperaturas de bulbo húmedo y seco (entalpía), técnicas de condensación, cálculos estequiométricos (factores de combustión), experiencia previa, etc., los cuales son también aceptables [14].

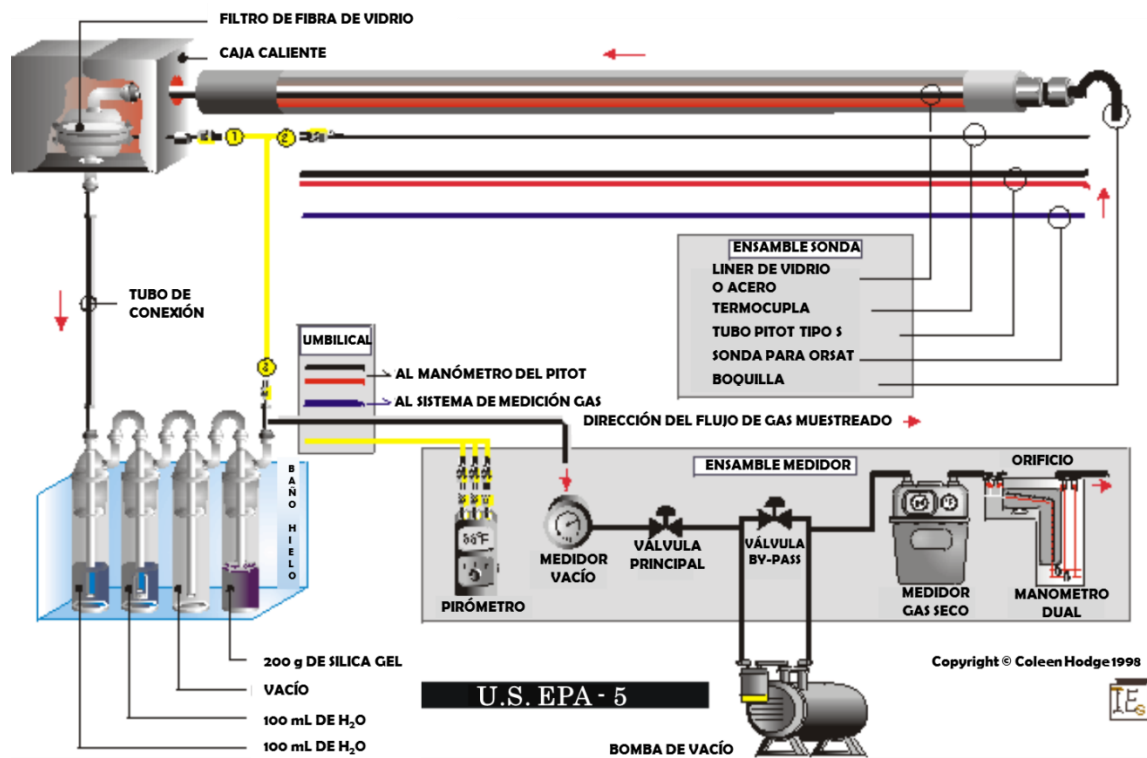
Figura 2-12: Tren de muestreo para la determinación de humedad por el método de referencia. Fuentes: Método 4 US EPA; <http://www.activeset.org/methods/5.htm>.



2.8.8 Método 5: Determinación de las emisiones de partículas de fuentes fijas.

Este método es aplicable para la determinación de las emisiones de material particulado (PM) de fuentes fijas. La masa de PM, la cual incluye algún material que condensa arriba de la temperatura de filtración (120 ± 14 °C), es determinado gravimétricamente después de remover el agua no combinada [14]. El montaje o configuración empleado es similar al mostrado en la Figura 2-13, el cual es similar al utilizado por el Método 4 de referencia, con las excepciones que se utiliza una boquilla con diámetro tal que se garantice la toma isocinética de la muestra, con lo cual la rata de flujo en cada punto de muestreo puede variar.

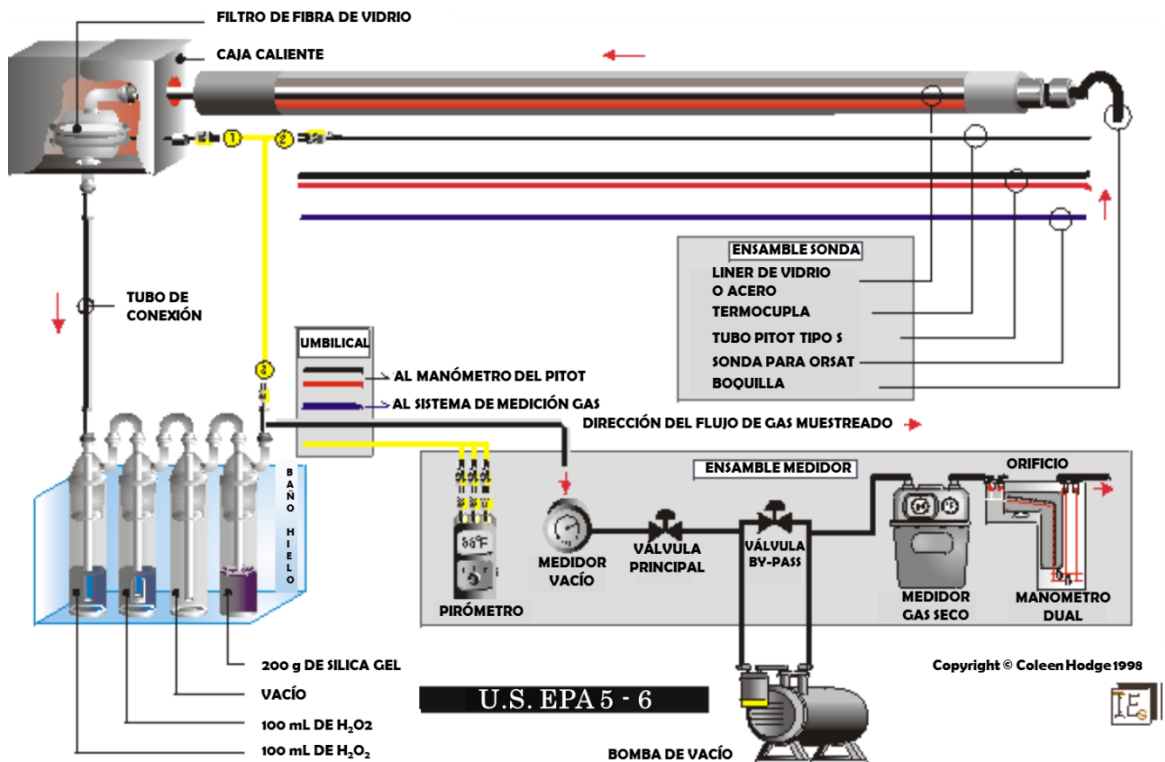
Figura 2-13: Tren de muestra para la determinación de material particulado. Fuente: Método 5 US EPA; <http://www.activeset.org/methods/5.htm>.



2.8.9 Método 6: Determinación de las emisiones de dióxido de azufre de fuentes fijas.

Este método es aplicable para la determinación de las emisiones de dióxido de azufre (SO₂) de fuentes fijas. Existen diversas configuraciones para la toma de la muestra, el de referencia es el que trabaja con impactadores pequeños de 30 ml y se cargan con volúmenes de 10 ml, cuya configuración se puede ver en la Figura 6-1 del Método US EPA 6 [14], los otros consisten en modificaciones del Método 8 o del Método 6. En la Figura 2-14 se muestra la combinación del Método 5 y 6, el cual puede ser empleado para tomar de forma simultánea los contaminantes PM y SO₂, y cuya única modificación consiste en reemplazar el agua de los dos primeros impactadores por una solución absorbente de H₂O₂ al 3% (P/P). Esta última configuración es la que se emplea en este trabajo de investigación.

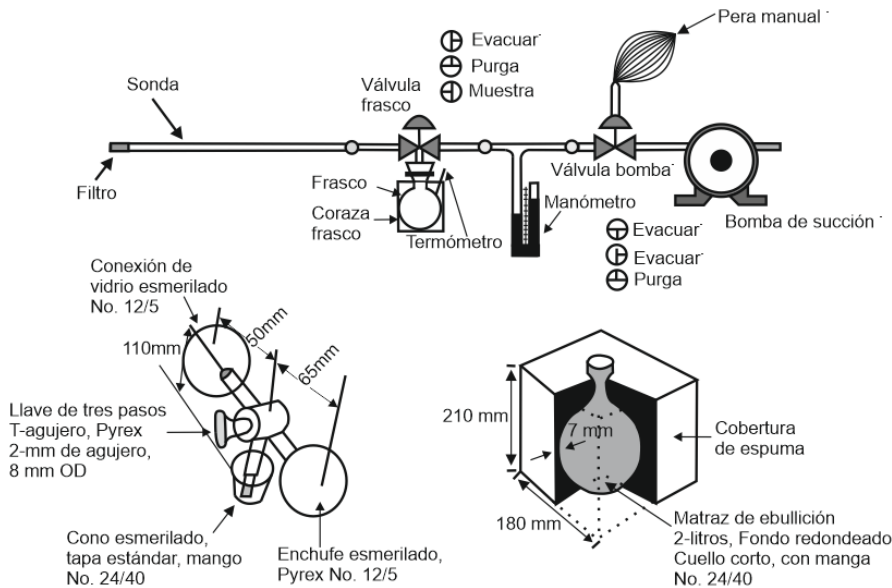
Figura 2-14: Tren de muestra para la determinación simultánea de material particulado (PM) y dióxido de azufre (SO₂). Fuente: Método 6 US EPA; <http://www.activeset.org/methods/5and6.htm>.



2.8.10 Método 7: Determinación de las emisiones de óxidos de nitrógeno procedentes de fuentes fijas.

Este método es aplicable para la medición de los óxidos de nitrógeno (NO_x) emitidos de fuentes fijas o estacionarias. Para lo cual una muestra es colectada en un frasco o balón evacuado (presión absoluta inferior a 76.2 mmHg) conteniendo una solución absorbente diluida de ácido-peróxido de hidrógeno, y los óxidos de nitrógeno excepto óxido nitroso, son medidos calorimétricamente usando el procedimiento del ácido fenoldisulfónico [14]. En la Figura 2-15 se muestra el diagrama del montaje requerido para la toma de las muestras del Método 7.

Figura 2-15: Diagrama del tren de muestreo, válvula del balón y balón. Fuente: Método 7 US EPA.



2.8.11 Método 8: Determinación de las emisiones de ácido sulfúrico y dióxido de azufre de fuentes fijas.

Este método es aplicable para la determinación de emisiones de H_2SO_4 (incluyendo neblinas de H_2SO_4 y SO_3) y gases de SO_2 de fuentes fijas o estacionarias. Para lo cual una muestra es tomada de forma isocinética de la chimenea. El H_2SO_4 y SO_2 son separados, y ambas fracciones son medidas separadamente por el método de titulación bario-torio. Existen dos configuraciones posibles para la toma isocinética de la muestra, la primera es la descrita en el Método US EPA 8 (Figura 8-1) y se muestra en la Figura 2-16, y la segunda se muestra en la Figura 2-17, el cual es una combinación de los Métodos 5 y 8.

Figura 2-16: Diagrama del tren de muestreo para neblinas ácidas de ácido sulfúrico.
 Fuente: Método 8 US EPA; <http://www.activeset.org/methods/8.htm>.

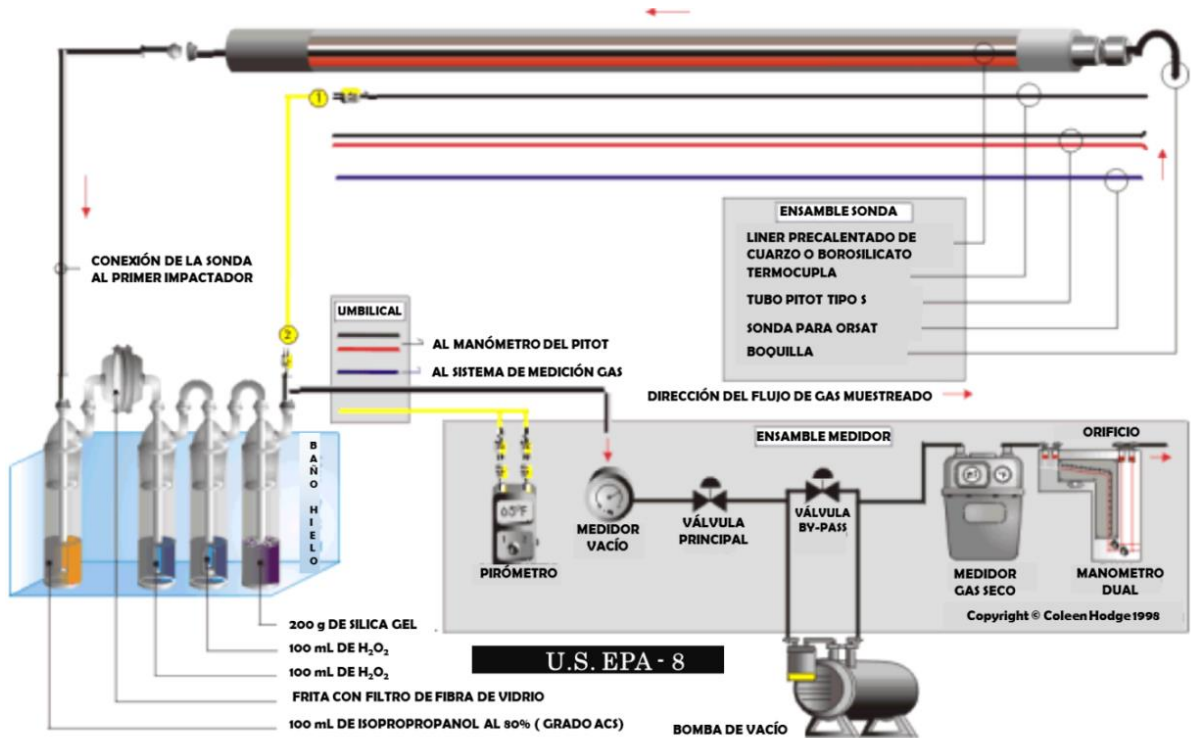
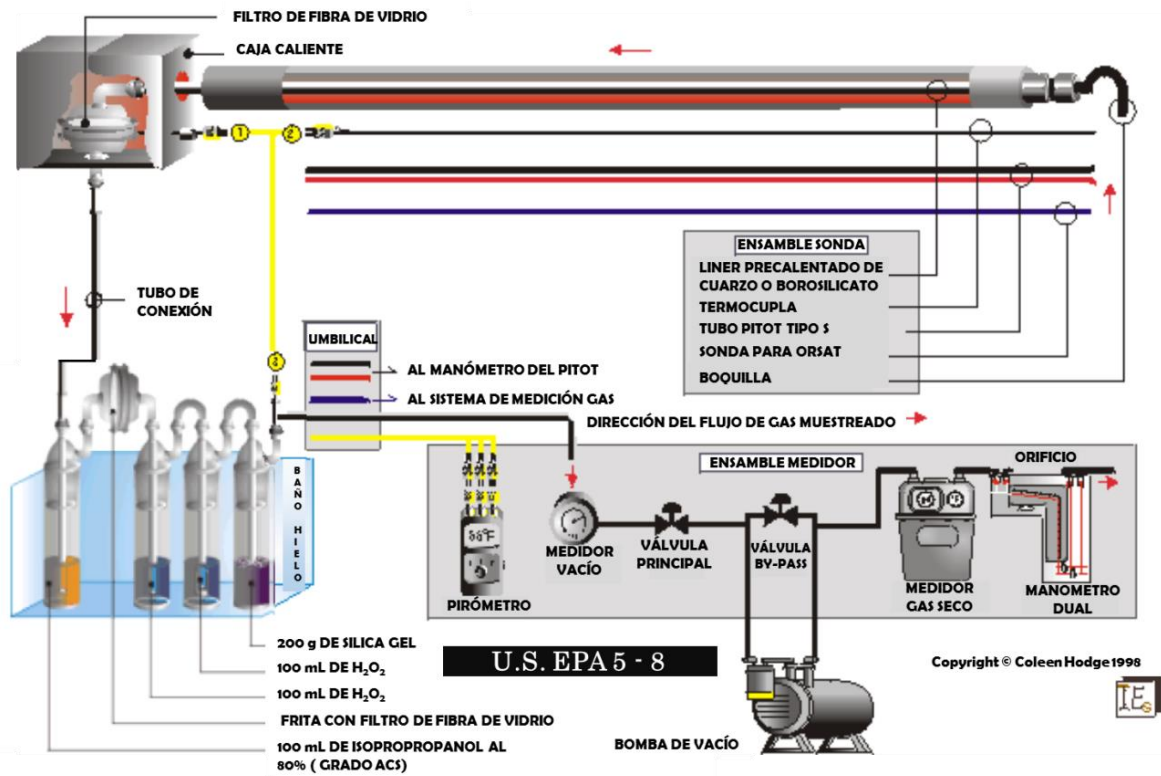


Figura 2-17: Diagrama del tren de muestreo para neblinas ácidas de H_2SO_4 en combinación con PM. Fuente: Método 8 US EPA; <http://www.activeset.org/methods/8.htm>.



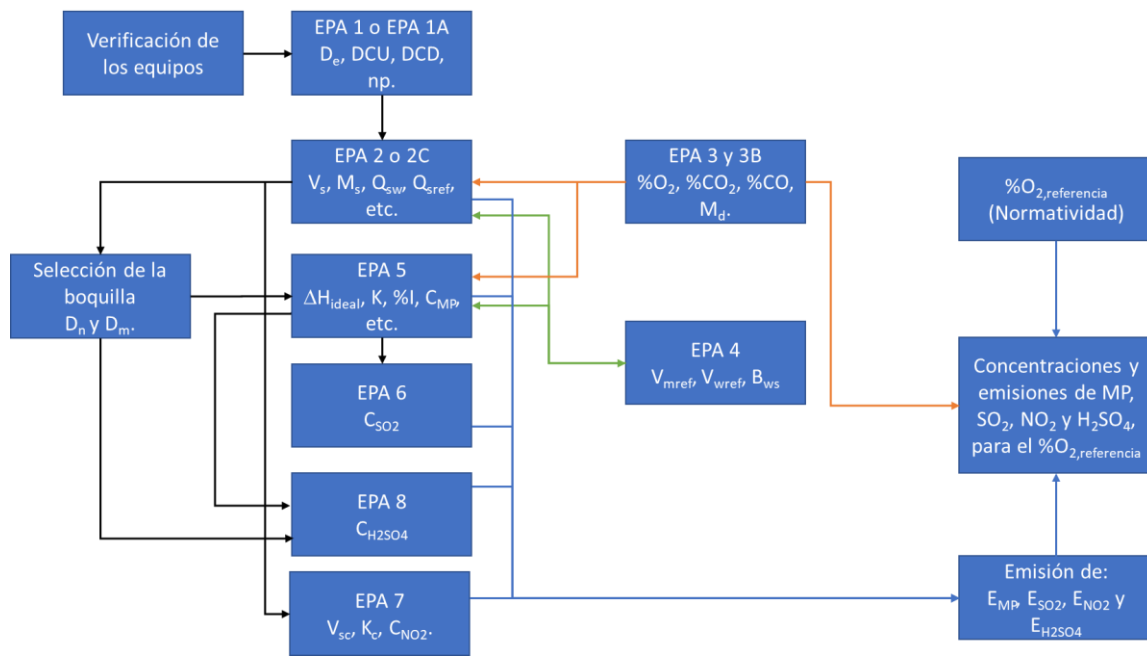
3.Marco experimental

En este capítulo se describen los métodos de ensayo, equipos y etapas requeridas para la determinación de la incertidumbre de medición asociada a la medición de fuentes fijas aplicando la GUM y MCM. Se inicia en el Numeral 3.1 con la descripción de la ejecución de los métodos de muestreo, mientras en el Numeral 3.2 se describen los equipos empleados para la toma y análisis de las muestras. En el numeral 3.3 se describen las etapas de la GUM y su aplicación, mientras en el Numeral 3.4 se realiza la estimación de la incertidumbre aplicando el Método Monte Carlo. En el numeral 3.5, se describe el procedimiento empleado para realizar la comparación de los arrojados tanto por la GUM como por MCM.

3.1 Desarrollo de los métodos de muestreo EPA 1 a 8

Para la determinación de las emisiones de material particulado (MP), dióxido de azufre (SO₂), dióxido de nitrógeno (NO₂) y neblinas acidas (H₂SO₄), se requiere de la ejecución de los diferentes métodos enumerados en el Numeral 2.8, y cuya secuencia se muestra en la Figura 3-1.

Figura 3-1: Diagrama de la ejecución de los métodos de muestreo EPA 1 a 8. Fuente: Elaboración Propia.



Para el desarrollo del estudio de emisiones se inicia por la ejecución del Método EPA 1, el cual permite determinar el número de puntos a monitorear (np), paso seguido se procede a desarrollar el Método EPA 2 o 2C, el cual requiere además la información suministrada por el Método EPA 3 (flecha naranja), mientras la doble flecha entre los Métodos EPA 2 y 4 (verde) indica que el Método 2 envía y recibe información del Método EPA 4. Una vez el Método EPA 2 termina su ejecución, con la información obtenida, se procede a la selección de la boquilla requerida con el fin de garantizar un muestreo isocinético de los Métodos EPA 5 y 8. El Método EPA 6 se realiza en combinación con el Método EPA 5, teniendo presente las modificaciones definidas en el Método EPA 6. Por otra parte, el Método EPA 7, se puede evaluar por separado, cuando solo se desea estimar la concentración (C_{NO_2}), no requiriendo de la ejecución de ningún método precedente como se muestra en la Figura 3-1. Una vez ejecutados los Métodos EPA 5 a 8 se pueden determinar las emisiones, para lo cual se combinan los Métodos anteriores con los resultados del Método EPA 2. Por último, se determinan las emisiones y concentraciones corregidas al % O_2 de referencia definido en la Normatividad, para lo cual se requiere además el % O_2 en los gases de la chimenea determinado aplicando el Método EPA 3B.

3.1.1 Recolección de los datos

Los estudios de emisiones se llevaron a cabo en empresas del Valle de Aburra y en otras zonas del país, durante el periodo comprendido entre los años 2013 a 2016. Las pruebas se realizaron por un Laboratorio que se encuentra acreditado frente al IDEAM y por profesionales calificados con el fin de garantizar la confiabilidad de los datos. Para la ejecución de cada uno de los métodos se emplearon equipos debidamente calibrados para garantizar la trazabilidad de los resultados, además se realizaron todas las verificaciones y puntos de control estipulados dentro de los diferentes métodos de ensayo (Métodos EPA 1 a 8).

3.2 Descripción de los equipos de muestreo

Los equipos requeridos para el monitoreo de fuentes fijas comprenden una consola y sus accesorios, los específicos para la ejecución en campo de cada método de muestreo, y por último los equipos empleados para el análisis de las muestras recolectadas. A continuación, se da una breve descripción de cada uno de estos.

3.2.1 Consola de muestreo C-5000 y accesorios

El sistema de muestreo C-5000 está desarrollado para el óptimo desempeño en los procedimientos de muestreos isocinéticos, y para operar bajo severas condiciones encontradas por los profesionales en el muestreo de chimeneas, todo esto con el fin de satisfacer los requerimientos especificados por la Agencia de Protección Ambiental de Estados Unidos (EPA) en su publicación N° APTD-0576 del programa de aire, y por la documentación legal y científica para el monitoreo en fuentes fijas. El sistema emplea un arreglo de características diseñadas en respuesta a las sugerencias e inquietudes de los profesionales en el muestreo isocinético de chimeneas, en lo referente a exactitud, confiabilidad y facilidad de uso en operación, mantenimiento y calibración [96]. En la Figura 3-2 se muestra el sistema de muestreo y sus principales componentes utilizados

para el monitoreo de material particulado (Método EPA 5), entre las que se destacan: 1. Consola C-5000; 2. Bomba de succión; 3. Cordón umbilical; 4. Caja fría; 5. Caja caliente y 6. Sonda (compuesta por el tubo pitot tipo S, boquilla y termopar).

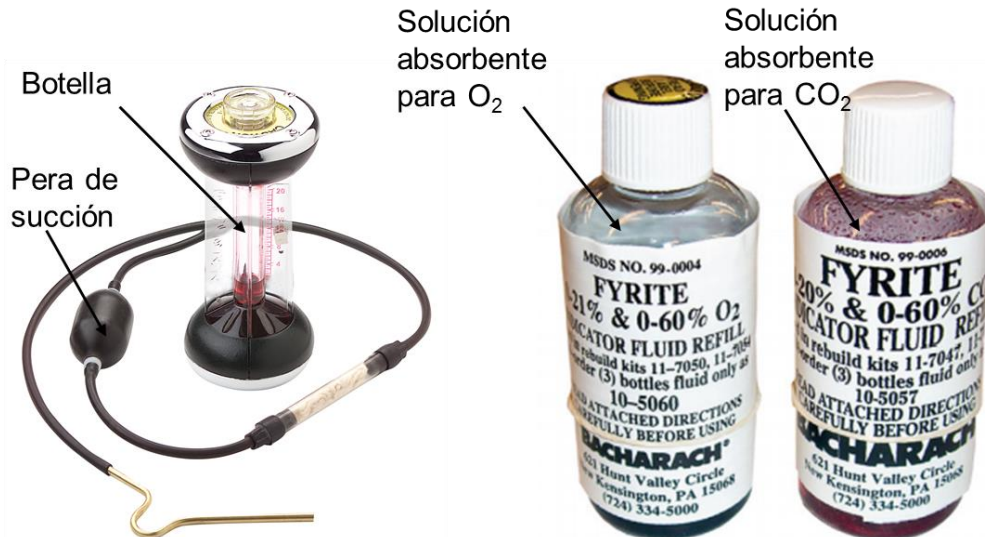
Figura 3-2: Consola de muestreo C-5000 y sus componentes principales. Fuente: Environmental Supply Company Inc.



3.2.2 Analizador de combustión Fyrite®

La Figura 3-3 muestra un aparato Fyrite®, el cual emplea el conocido método “Orsat” de análisis volumétrico, involucrando la absorción química de una muestra de gas, tal como dióxido de carbono (CO_2) y oxígeno (O_2). El reactivo empleado para absorber el CO_2 es hidróxido de potasio (rojo), mientras la solución de cloruro de cromo (azul) es utilizada para absorber del O_2 . La característica única del Fyrite® es que el fluido absorbente es también utilizado como fluido indicador, así que el recipiente toma ambos lugares de bureta de medida y pipeta de absorción [97].

Figura 3-3: Analizador de gases de combustión Fyrite®. Fuente: <https://www.mybacharach.com/product-view/fyrite-classic/>.



3.2.3 Analizador de combustión Orsat Apex Instruments

El analizador Orsat Apex Instruments VSC-33® (Ver Figura 3-4) consiste de una bureta graduada y tres pipetas de absorción. La bureta y las pipetas son ajustadas con válvulas de tres pasos, lo cual habilita al operador a cargar el analizador con una muestra de gas, y entonces la muestra es directamente pasa a las pipetas para su análisis. La muestra es expuesta a reactivos absorbentes en las pipetas para remover el dióxido de carbono, oxígeno, y si es deseado, monóxido de carbono. Cada pipeta de absorción consiste de una botella de reactivo, una botella de absorción de gas, con una válvula de tres vías [98].

3.2.4 Analizador instrumental de combustión BACHARACH PCA

En la Figura 3-5 se muestra un analizador de combustión portátil (por sus siglas en inglés PCA), es un analizador de eficiencia de combustión que está diseñado para muestrear de forma continua o sobre demanda hornos industriales y residenciales, electrodomésticos y calderas. El equipo mide directamente, despliega y almacena los siguientes datos [97]:

- Temperatura ambiente, (°F o °C).
- Contenido de oxígeno del gas, (%).
- Temperatura del gas de combustión, (°F o °C).
- Contenido de monóxido de carbono, (ppm).

Y estima, despliega y almacena los siguientes datos para alguno de los siete combustibles programados.

- Eficiencia de combustión, (%).
- Exceso de aire, (%)
- Contenido de dióxido de carbono del gas, (%)

- Contenido de monóxido de carbono al porcentaje de oxígeno de referencia, (ppm).

Figura 3-4: Componentes del analizador de gases de combustión Orsat. Fuente: <http://www.apexinst.com/product/vsc-33>.

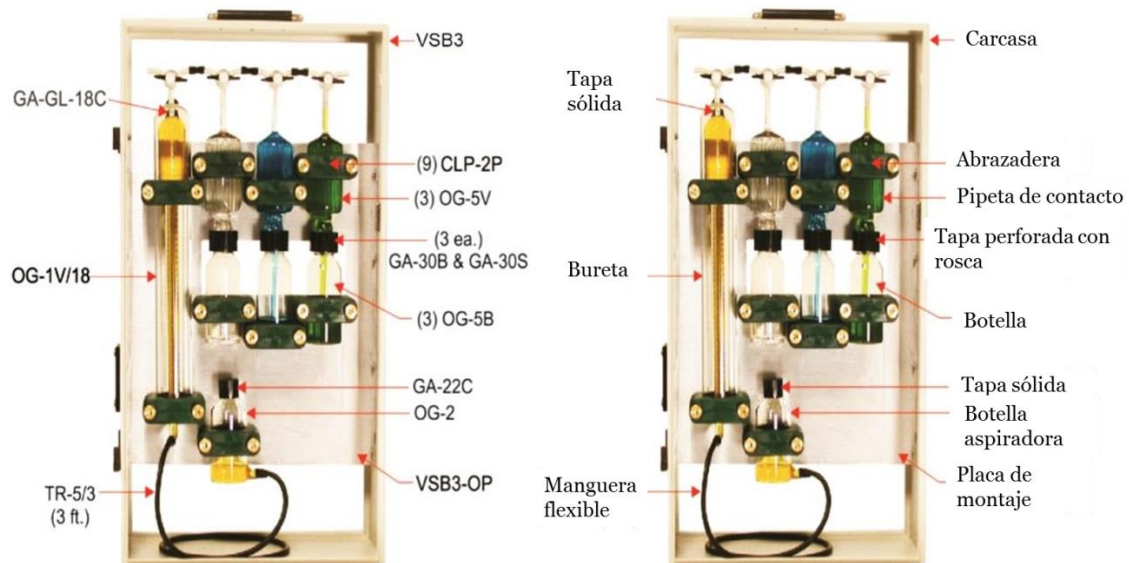


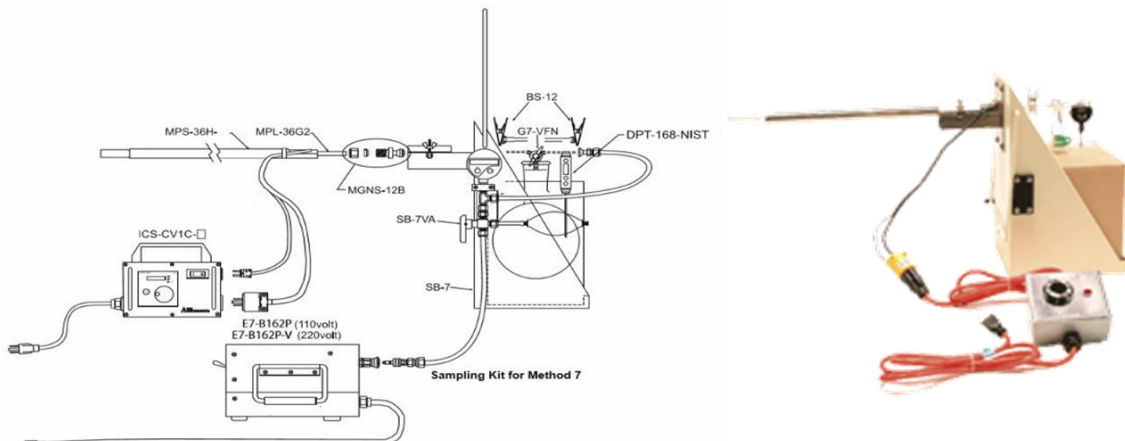
Figura 3-5: Analizador de gases de combustión portátil BACHARACH PCA. Fuente: <https://www.mybacharach.com/product-view/pca3/>.



3.2.5 Kit de muestreo de fuentes para el Método EPA 7 Apex Instruments

Para el muestreo de las emisiones de óxidos de nitrógeno de acuerdo a los métodos 7, 7A y 7B una muestra es tomada, y colectada sobre un frasco de 2 litros evacuado y conteniendo una solución de ácido sulfúrico y peróxido de hidrógeno. El Método 7 normalmente requiere la toma de múltiples muestras a intervalos de 15 minutos. Un kit de muestreo como el que se muestra en la Figura 3-6 incluye: múltiples frascos, sonda de muestreo, válvulas, pera de succión, bomba de vacío, sensor de presión y carcasas de transporte [99].

Figura 3-6: Equipo para muestreo de óxidos de nitrógeno Método EPA 7. Fuente: <http://old.apexinst.com/products/m7.htm>.



3.2.6 Balanza analítica Precisa

Para el pesaje de las muestras recolectados durante las pruebas del Método EPA 5, se emplea la balanza analítica marca Precisa que se muestra en la Figura 3-7, la cual cuenta con dos escalas, una que va de 0-40 g con resolución de 0.00001 g, y otra que va de 0-204 g con resolución de 0.0001 g [100]. El pesaje de las muestras se realiza de acuerdo a lo estipulado en el numeral 11.2.1 del Método EPA 5 [14].

Figura 3-7: Balanza analítica Precisa empleada para el pesaje de filtros del Método EPA 5. Fuente: Elaboración propia.



3.2.7 Balanza de campo OHAUS

Para la determinación de la cantidad de agua recolectada sobre los impactadores, se aplica el procedimiento descrito en el numeral 11.0 del Método EPA 4 [13]. Para la cual se emplea una balanza portátil que cumple con los requisitos del Método EPA 4. La balanza portátil Marca OHAUS cuenta con las siguientes especificaciones: rango de 0-2000 g, resolución de 0.1 g y linealidad de 0.1 g, plato en acero inoxidable, indicador LCD de alto contraste, interruptor de bloqueo, dispositivo de seguridad integral, bloqueo de transporte, gancho para pesar por debajo, panel frontal sellado y anillo anti-vertidos, indicador de estabilización, indicación de subcarga y sobrecarga, aviso de estado de pilas con auto desconexión y adaptador AC [100]. En la Figura 3-8 se muestra una imagen del proceso de pesaje de los impactadores.

Figura 3-8: Balanza portátil Scout Pro, empleada para el pesaje de los impactadores usados por el Método EPA 4. Fuente: Elaboración propia.



3.2.8 Espectrofotómetro SPECORD 50 PLUS

Es un espectrofotómetro UV/Vis de doble haz que cubre la región espectral de 190 a 1100 nm. Combina el alto rendimiento energético de un equipo de un solo haz con la estabilidad de un equipo de doble haz. Unos componentes ópticos de alta calidad, encapsulados y con capa antirrefletores de cuarzo, garantizan máxima calidad, máximo rendimiento y una vida útil extremadamente larga, en la Figura 3-9 se muestra una imagen de la apariencia externa del SPECORD 50 PLUS. El equipo se emplea para la lectura de los estándares y muestras a una longitud de 410 nm, de acuerdo a como se describe en el numeral 10.1.1.1 del Método EPA 7 [14]. Las especificaciones más relevantes del equipo son: rango fotométrico de -3A a +3A, exactitud de longitud de onda (línea de deuterio a 656 nm) ± 1 nm, ancho de banda 1.4 nm y exactitud fotométrica ± 0.01 A [101].

Figura 3-9: Espectrofotómetro SPECORD 50 PLUS empleado para las lecturas de las muestras del Método EPA 7. Fuente: <http://50-years-specord.analytik-jena.com/index.php?id=114>.



3.2.9 Bureta digital Brand Clase A

Es una bureta acoplable a frascos Titrette®, disponible en volúmenes de 10 ml, 25 ml y 50 ml, con la cual se pueden realizar valoraciones de forma rápida y fiable con la máxima precisión, aún en espacios pequeños e independientemente de conexiones eléctricas, ya sea en el laboratorio, en la producción o in situ (Ver Figura 3-10). La bureta se emplea para la valoración de las muestras de SO_2 y H_2SO_4 con una solución estándar de bario 0.01N, de acuerdo a como se describe en el numeral 11 de los Métodos EPA 6 y 8. Dentro de las especificaciones del equipo se tiene: resolución 0.002 ml, exactitud 0.030 ml y coeficiente de variación 0.01 ml [102].

Figura 3-10: Bureta digital marca Brand empleada para las valoraciones de los Métodos EPA 6 y 8. Fuente: http://www.brand.de/fileadmin/user/pdf/Leaflets/Titrette_ES.pdf.



3.2.10 Equipo y software utilizado para implementar las funciones y rutinas requeridas

Las funciones y rutinas fueron implementadas en Matlab® R2016a (9.0.0.341360), bajo el sistema operativo Windows 10 Pro de 64-bit, usando una máquina operando con un procesador Core i5-4210U y 8 GB de RAM. En el Anexo E. “Descripción de funciones y rutinas implementadas en Matlab”, se muestra una descripción de los algoritmos requeridos para el desarrollo de este trabajo.

3.3 Desarrollo de etapas para estimación de la incertidumbre aplicando la Guía GUM

Con el fin de estimar la incertidumbre asociada al proceso de medición instrumental de las emisiones de fuentes fijas empleando los Métodos de ensayo EPA 1 a 8, y conforme a lo estipulado por la GUM se realizan las etapas que se describen en los numerales 3.3.1 a 3.3.5.

3.3.1 Definición del mensurando, modelo físico, identificación de magnitudes de entrada y establecimiento de modelo matemático

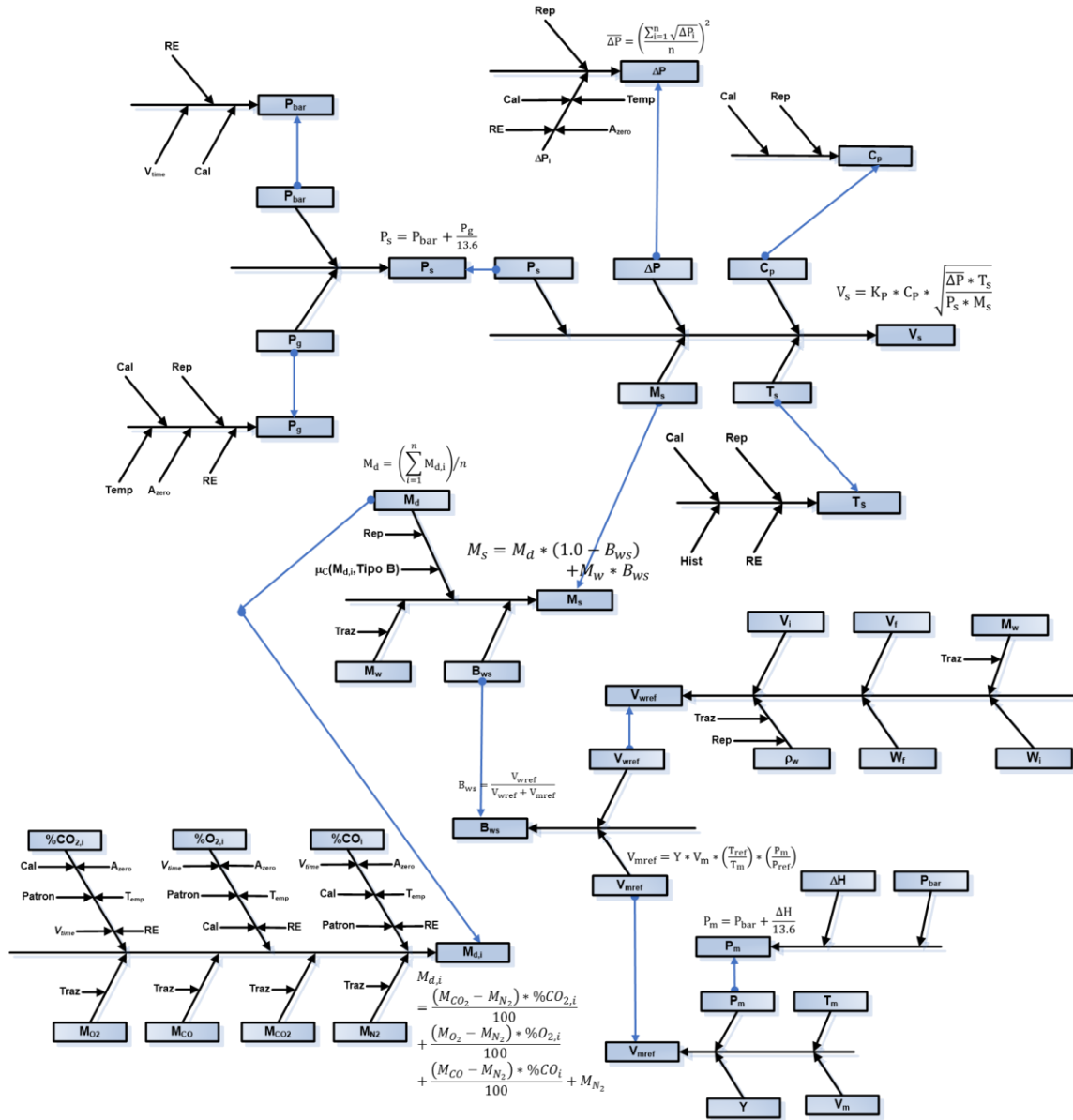
La definición de los mensurandos y sus respectivos modelos físicos se dan de forma parcial en la descripción de los Métodos dada en el Numeral 2.8. Para una descripción más detallada se debe consultar el Code Of Federal Regulations Title 40 Part 60 (Appendices A1 a A4) [14]. Por otra parte, la identificación de las magnitudes de entrada y el modelo matemático para los diferentes mensurandos evaluados durante esta tesis se

muestran en el Anexo A. “Modelos matemáticos asociados a la estimación de fuentes fijas empleando los métodos EPA 1 a 8”.

3.3.2 Identificación de las fuentes de incertidumbre.

Para la identificación de las fuentes de incertidumbre se realizó un análisis detallado de los mensurandos y sus variables de entrada, mediante el uso de la herramienta de diagrama de causa y efecto, usualmente conocida como diagrama “Ishikawa”. Los resultados arrojados por dicho análisis se muestran en el Anexo B. “Diagramas de causa efecto usados para la identificación de las fuentes de incertidumbre para los métodos EPA 1 a 8”. A modo de ejemplo se muestra el diagrama de la Figura 3-11, el cual se emplea para identificar las fuentes de incertidumbre asociadas a la velocidad de los gases en la chimenea V_s . Como se puede ver el mensurando V_s es función de cinco variables de entrada, lo que matemáticamente se expresa como $V_s = f(P_s, T_s, M_s, C_p, \Delta P)$. Algunas de las variables de entrada a su vez también son mensurando como es el caso de $M_s = f(M_d, M_w, B_{ws})$, $P_s = f(P_g, P_{bar})$ y $\Delta P = f(\Delta P_i)$.

Figura 3-11: Diagrama de causa y efecto para identificación de las fuentes de incertidumbre del mensurando V_s y sus variables de entrada. Fuente: Elaboración propia.



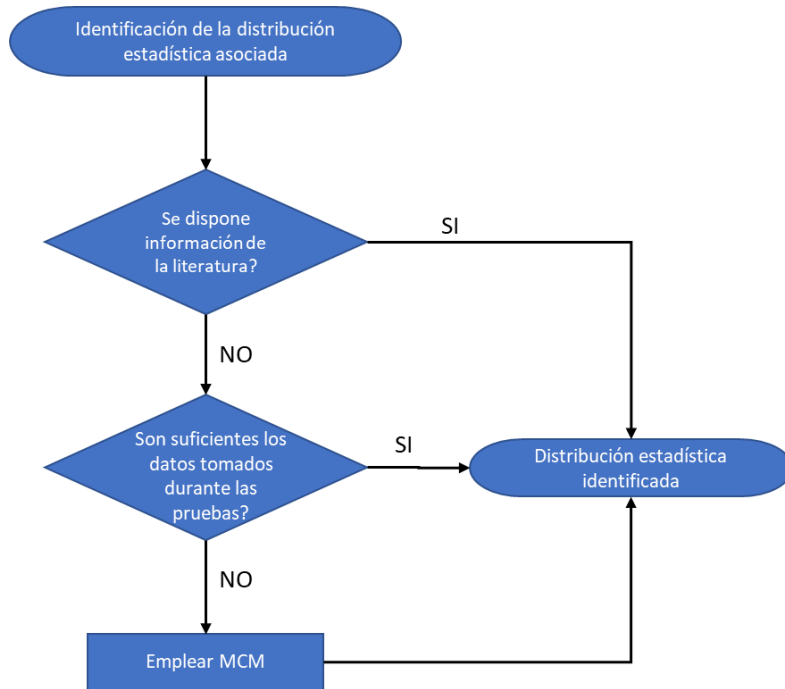
Las variables M_d y B_{ws} también son mensurandos y se pueden expresar matemáticamente como: $B_{ws} = f(V_{wref}, V_{mref})$ y $M_d = f(\%CO_2, \%O_2, \%CO, M_{CO_2}, M_{CO_2}, M_{CO_2}, M_{CO_2})$; el ciclo se repite con los mensurandos V_{wref} y V_{mref} , los cuales se expresan en función de sus variables de entrada como: $V_{wref} = f(V_i, V_f, W_i, W_f, M_w, \rho_w)$ y $V_{mref} = f(T_m, V_m, P_m, Y)$. Por último, se encuentra que la variable P_m es un mensurando ya que es función de otras dos variables de entrada, lo que se expresa así: $P_m = f(P_{bar}, \Delta H)$. Una descripción detallada del significado y unidades de cada una de las variables relacionadas se encuentra en el Anexo B.

El procedimiento descrito anteriormente, se aplica para los demás mensurandos y variables de entrada que componen los diferentes modelos matemáticos empleados durante la estimación de la incertidumbre para los Métodos EPA 1 a 8. Cabe aclarar que debido a la extensión y cantidad de relaciones de algunos mensurandos, sus diagramas se construyen por separado, por ejemplo, para la variable M_S utilizada para estimar el mensurando V_S se presentan los diagramas de las Figuras B-9 y B-10, mientras para el mensurando V_S se muestra el de la Figura B-7 (ver ANEXO B).

3.3.3 Cuantificar la variabilidad de cada fuente y asociación de distribuciones

Para cuantificar la variabilidad de cada fuente, se debe identificar la distribución estadística asociada a cada una de estas, para lo cual se utiliza información recolectada de la literatura, simulación Monte Carlo y para algunas variables de las cuales se dispone suficiente información tomada durante el desarrollo de los estudios de emisiones, se determina su distribución asociada mediante la aplicación de herramientas estadísticas, el proceso de identificación aplicado se muestra en la Figura 3-12.

Figura 3-12: Proceso desarrollado para la identificación de las distribuciones estadísticas asociadas a las diferentes fuentes de incertidumbre. Fuente: Elaboración propia.

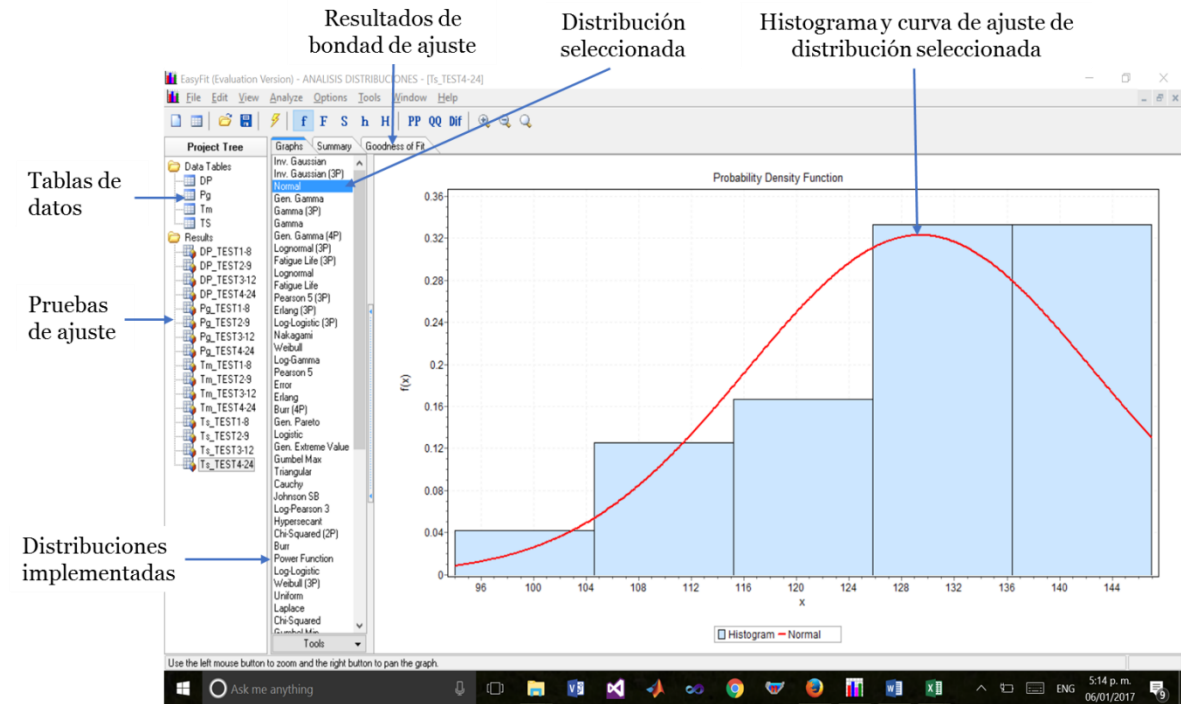


▪ Ajuste de datos a distribuciones estadísticas

Para la determinación de la distribución estadística que mejor se ajusta a los datos recolectados durante las pruebas, se procede a emplear la aplicación informática EasyFit®, la cual tiene implementadas más de 50 distribuciones entre continuas y discretas, de éstas las más utilizadas para la estimación de la incertidumbre y que se

encuentran soportadas son: distribución uniforme, normal, triangular, lognormal y exponencial. Se realizan ajustes para las variables ΔP , P_g , T_s y T_m con el fin de determinar la distribución estadística que mejor describe la serie de datos, para lo cual se utilizan los criterios de Kolmogorov Smirnov y Anderson Darling. En la Figura 3-13 se muestra un pantallazo de la aplicación EasyFit®, y las herramientas utilizadas para la ejecución de los ajustes. Para las demás variables no se cuenta con suficientes mediciones, ya que en su mayoría solo se realizan tres o menos mediciones, cantidad de datos que resulta insuficiente o no permite una adecuada caracterización e identificación de la distribución estadística asociada.

Figura 3-13: Pruebas de bondad de ajuste realizadas. Fuente: Elaboración propia



▪ **Cuantificación de cada fuente**

Para la estimación de la incertidumbre estándar asociada a cada fuente de incertidumbre identificada, se emplean las relaciones matemáticas mostradas en la Tabla 2-1. En el apartado de resultados se tabula la estimación de la incertidumbre de algunas fuentes asociadas a las variables utilizadas en la estimación de las emisiones resultantes de la aplicación de los Métodos EPA 1 a 8. La implementación de Matlab (Anexo E), en conjunto con la información cargada en la hoja electrónica descrita en el Anexo F, permiten realizar la estimación de la incertidumbre estándar para todas las fuentes identificadas para el proceso de medición. La Figura 3.14 muestra las rutinas y funciones implementadas en Matlab, requeridas para la estimación de la incertidumbre expandida para los tres primeros términos de la serie de Taylor mediante la aplicación de la GUM (la línea punteada en la Figura 3.14, indica que las funciones de soporte son empleadas en todas las rutinas que se encuentran al interior de ésta y también indican que las funciones al interior retornan las estimaciones de las incertidumbre expandidas).

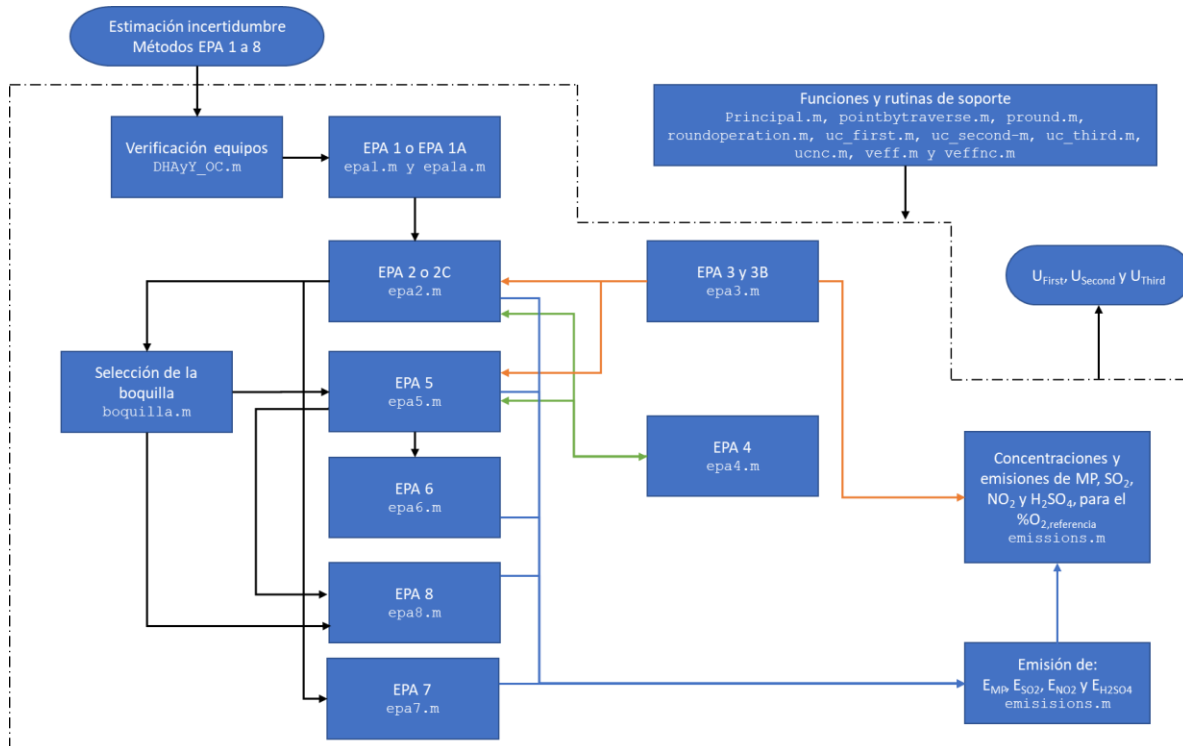
3.3.4 Estimación de incertidumbre estándar combinada

Una vez determinada la incertidumbre estándar para las diferentes fuentes identificadas, se procede a estimar la incertidumbre combinada mediante la Ecuación (2.5). Durante el desarrollo de esta metodología, se supone que no existe correlación entre las variables de entrada, lo que reduce la Ecuación (2.5) a las Ecuaciones (3.1 y 3.2). La Ecuación (3.1), se aplica para el caso de fuentes no correlacionadas y que adicionalmente no cuentan con una relación funcional entre estas, lo que genera que todos los coeficientes de sensibilidad (c_i) sean iguales a 1, mientras la Ecuación (3.2), se usa cuando las variables de entrada (fuentes) presenta una relación funcional, lo que lleva a que los coeficientes de sensibilidad (c_i) se estimen mediante el uso de las derivadas parciales.

$$\mu_c^2(y) = \sum_{i=1}^N \mu^2(x_i) \quad (3.1)$$

$$\mu_c^2(y) = \sum_{i=1}^N \left(\frac{\partial f(x_1, x_2, \dots, x_N)}{\partial x_i} \right)^2 * \mu^2(x_i) \quad (3.2)$$

Figura 3-14: Rutinas en Matlab implementadas para la estimación de la incertidumbre asociada a los Métodos EPA 1 a 8 aplicando GUM. Fuente: Elaboración propia



3.3.5 Estimación de la incertidumbre expandida

Para cuantificar los grados de libertad efectivos (v_{eff}), se emplea la Ecuación (2.7) teniendo presente que el segundo término de ésta se hace igual a cero, debido a que se asume que no hay correlación entre las variables de entrada, con lo cual la expresión matemática queda como la Ecuación (3.3).

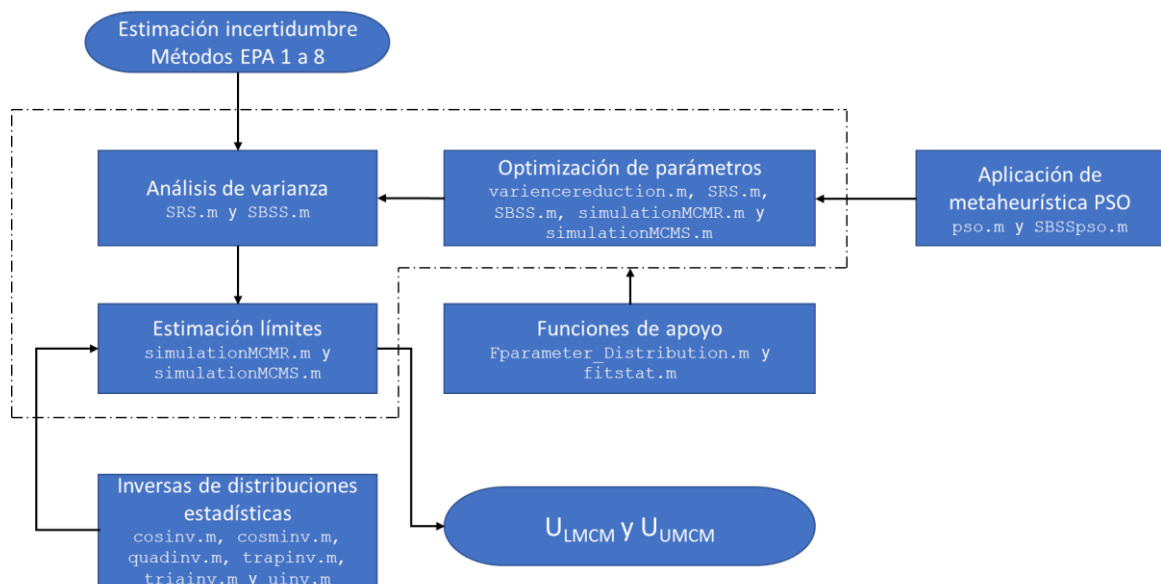
$$\frac{\mu_c^4(y)}{v_{eff}} = \sum_{i=1}^N \frac{c_i^4 * \mu^4(x_i)}{v_i} \tag{3.3}$$

La estimación de los grados de libertad efectivos, se realiza mediante el uso de las funciones implementadas en Matlab `veffnc.m` y `veff.m`, la primera se emplea cuando son fuentes con coeficientes de sensibilidad igual a 1, mientras la segunda para el caso de fuentes cuyo coeficiente de sensibilidad se estima mediante la derivada parcial.

3.4 Estimación de la incertidumbre aplicando el Método Monte Carlo

El uso de MCM para la estimación de la incertidumbre asociada a los mensurandos, se desarrolla mediante el empleo de varias funciones implementadas en Matlab, las cuales permiten simular N muestras aleatorias de tamaño n del mensurando y , que es función de n variables de entrada, cada una de las cuales tiene asociada una distribución estadística. En la Figura 3.15 se muestran las funciones y rutinas implementadas, además se muestra el uso de la técnica de reducción de varianza, la cual reduce de manera considerable el número de muestras requeridas para alcanzar la convergencia requerida por MCM.

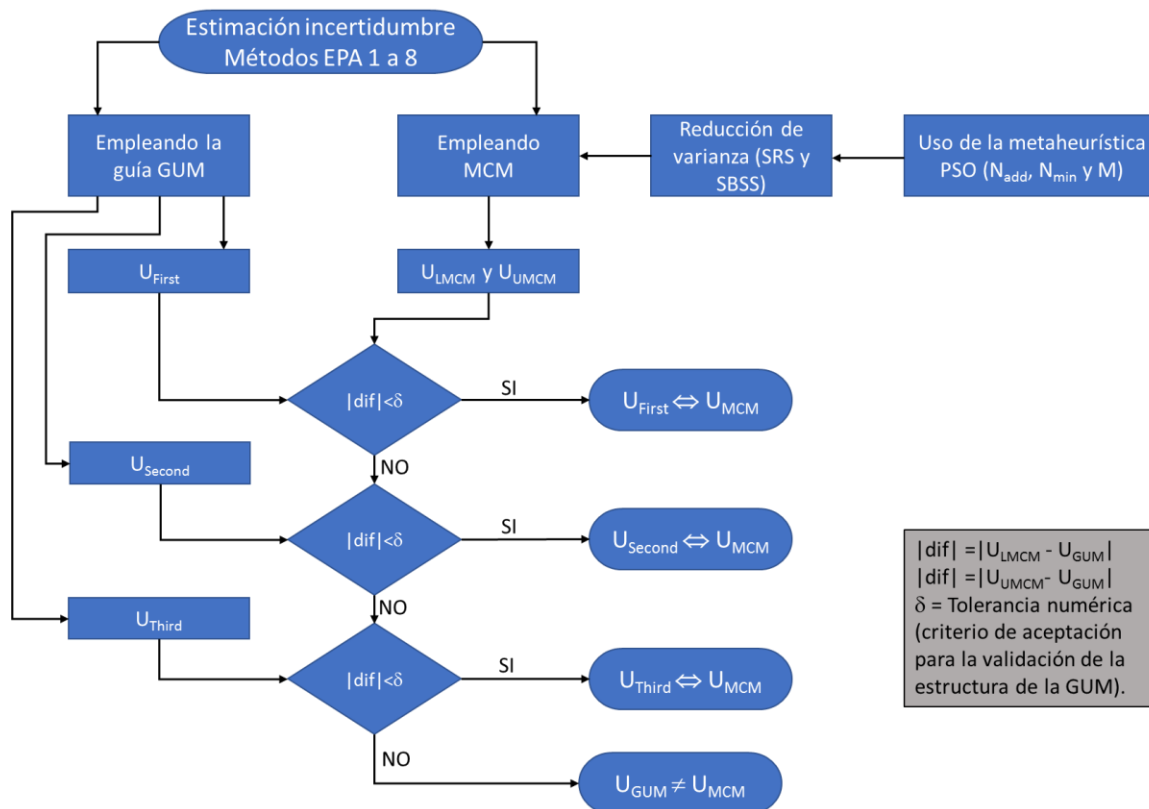
Figura 3-15: Rutinas en Matlab implementadas para la estimación de la incertidumbre asociada a los Métodos EPA 1 a 8 aplicando MCM. Fuente: Elaboración propia



3.5 Procedimiento para comparar los resultados de la incertidumbre estimada empleando GUM y MCM

La Figura 3-16, muestra el esquema general utilizado para validar los resultados de la estimación de la incertidumbre al aplicar la guía GUM contra MCM. Se tienen las siguientes posibilidades de comparación: la primera compara los resultados de la GUM cuando se emplea el primer término de la serie de Taylor contra MCM, y si la diferencia en ambos extremos es inferior al nivel de tolerancia numérica definido δ , la prueba considera que los valores por ambas metodologías de estimación son equivalentes. En caso de una respuesta negativa, se realiza la comparación contra los valores reportados por la GUM cuando se tienen en cuenta los términos de segundo y tercer orden de la serie de Taylor. Si una vez realizadas las tres comparaciones, la respuesta continúa siendo negativa, se puede afirmar que para el mensurando evaluado la estimación de la incertidumbre aplicando la guía GUM difiere de la resultante de aplicar MCM.

Figura 3-16: Esquema del procedimiento empleado para la validación de la estructura GUM contra MCM. Fuente: Elaboración propia



4. Resultados

A continuación, se muestran los resultados obtenidos al aplicar la GUM y MCM a la estimación de la incertidumbre asociada a la determinación de las emisiones, de los contaminantes muestreados mediante la aplicación de los métodos de muestreo EPA 1 a 8, así como la comparación de los resultados arrojados por ambas estrategias de cuantificación de la incertidumbre.

4.1 Resultados de la aplicación de la GUM

Los resultados encontrados durante la aplicación de la guía GUM comprenden: el ajuste de datos de mediciones recolectadas mediante herramientas estadísticas, la estimación de la incertidumbre estándar asociada a las fuentes de incertidumbre identificadas, la incertidumbre combinada, los grados de libertad efectivos y por último la incertidumbre expandida.

4.1.1 Resultados del ajuste de datos a distribuciones estadísticas

Los datos recolectados para las variables ΔP , P_g , T_s y T_m , se emplean para realizar el ajuste de éstas a cinco distribuciones estadísticas implementadas en la aplicación EasyFit®. Los resultados producto de este tratamiento estadístico, se muestran en la Tabla 4-1.

Tabla 4-1: Resultados de pruebas de bondad de ajuste para las variables ΔP , P_g , T_m y T_s .

Variable	# de puntos	Distribución	Kolmogorov Smirnov		Anderson Darling		*Rank Uncertainty
			Statistic	Rank	Statistic	Rank	
ΔP	8	Exponencial	0.44711	53	1.88890	39	5
		Lognormal	0.25424	30	0.52325	27	4
		Normal	0.22216	9	0.38248	6	2
		Triangular	0.24999	24	4.4493	44	3
		Uniforme	0.20490	6	0.35642	4	1
ΔP	9	Exponencial	0.60790	55	3.80600	50	5
		Lognormal	0.23388	37	0.45658	26	3
		Normal	0.22223	26	0.40429	11	2
		Triangular	0.23191	33	0.5676	38	4
		Uniforme	0.16813	2	0.31763	2	1
ΔP	12	Exponencial	0.48658	56	3.33520	46	5
		Lognormal	0.19688	31	0.46810	24	3
		Normal	0.17692	10	0.39694	6	2
		Triangular	0.22321	43	0.64416	40	4
		Uniforme	0.12921	2	0.31494	2	1

Tabla 4-1: (continuación)

Variable	# de puntos	Distribución	Kolmogorov Smirnov		Anderson Darling		*Rank Uncertainty
ΔP	24	Exponencial	0.40822	50	4.92610	43	5
		Lognormal	0.27632	36	1.67730	33	4
		Normal	0.24095	17	1.21940	5	2
		Triangular	0.22002	7	1.43100	6	3
		Uniforme	0.21614	4	11.79800	49	1
P_g	8	Exponencial	0.59529	56	3.43210	46	5
		Lognormal	0.29725	17	0.93622	22	2
		Normal	0.28594	8	0.86835	11	1
		Triangular	0.31077	28	2.01640	38	4
		Uniforme	0.30312	24	4.42370	52	3
P_g	9	Exponencial	0.60997	55	3.85110	51	5
		Lognormal	0.19409	25	0.34705	31	3
		Normal	0.19912	32	0.32049	13	2
		Triangular	0.23174	43	0.47167	40	4
		Uniforme	0.19018	20	0.31804	12	1
P_g	12	Exponencial	0.58087	50	4.33540	34	4
		Lognormal	0.27393	19	1.10350	20	3
		Normal	0.25680	9	1.00540	11	2
		Triangular	0.41667	39	31.375	54	5
		Uniforme	0.23759	5	1.11370	23	1
P_g	24	Exponencial	0.51677	54	8.05390	44	5
		Lognormal	0.31024	31	1.96890	27	4
		Normal	0.29736	19	1.7473	9	3
		Triangular	0.26028	5	1.77440	11	2
		Uniforme	0.23351	2	2.48980	37	1
T_m	8	Exponencial	0.58545	56	3.07680	50	5
		Lognormal	0.15230	18	0.26454	19	3
		Normal	0.12999	4	0.21968	9	2
		Triangular	0.21275	43	1.46360	41	4
		Uniforme	0.12421	2	0.17328	3	1
T_m	9	Exponencial	0.59991	54	3.58760	48	5
		Lognormal	0.23959	36	0.48665	24	3
		Normal	0.23604	33	0.45386	19	2
		Triangular	0.21577	28	1.06330	33	4
		Uniforme	0.19096	15	0.41444	15	1
T_m	12	Exponencial	0.61783	55	5.25920	45	5
		Lognormal	0.23781	23	0.74537	25	3
		Normal	0.22873	13	0.67527	9	2
		Triangular	0.33578	44	4.15590	42	4
		Uniforme	0.20781	7	0.59968	5	1
T_m	24	Exponencial	0.61408	55	10.18200	41	5
		Lognormal	0.22504	29	0.97956	20	4
		Normal	0.22732	32	0.96616	17	2
		Triangular	0.20833	18	15.45600	49	3
		Uniforme	0.18989	12	1.14680	25	1
T_s	8	Exponencial	0.59206	54	3.31500	46	5
		Lognormal	0.21422	18	0.34377	23	2
		Normal	0.21558	21	0.32888	9	1
		Triangular	0.24879	31	0.42370	30	3
		Uniforme	0.25639	33	4.00430	52	4
T_s	9	Exponencial	0.58920	53	3.87620	41	4
		Lognormal	0.33266	28	1.35190	24	2
		Normal	0.32558	19	1.2647	11	1
		Triangular	0.44671	45	4.34750	46	5
		Uniforme	0.34288	34	4.72350	49	3
T_s	12	Exponencial	0.56920	53	4.72450	50	4
		Lognormal	0.14242	20	0.27404	23	1
		Normal	0.13473	10	0.23035	4	2
		Triangular	No fit	No fit	No fit	No fit	5
		Uniforme	0.15269	31	3.76070	46	3

Tabla 4-1: (continuación)

Variable	# de puntos	Distribución	Kolmogorov Smirnov		Anderson Darling		*Rank Uncertainty
			Statistic	Rank	Statistic	Rank	
T _s	24	Exponencial	0.53758	53	9.01390	52	5
		Lognormal	0.11012	10	0.51514	24	2
		Normal	0.10434	3	0.39575	8	1
		Triangular	0.13169	26	0.77505	34	3
		Uniforme	0.14870	36	4.20800	43	4

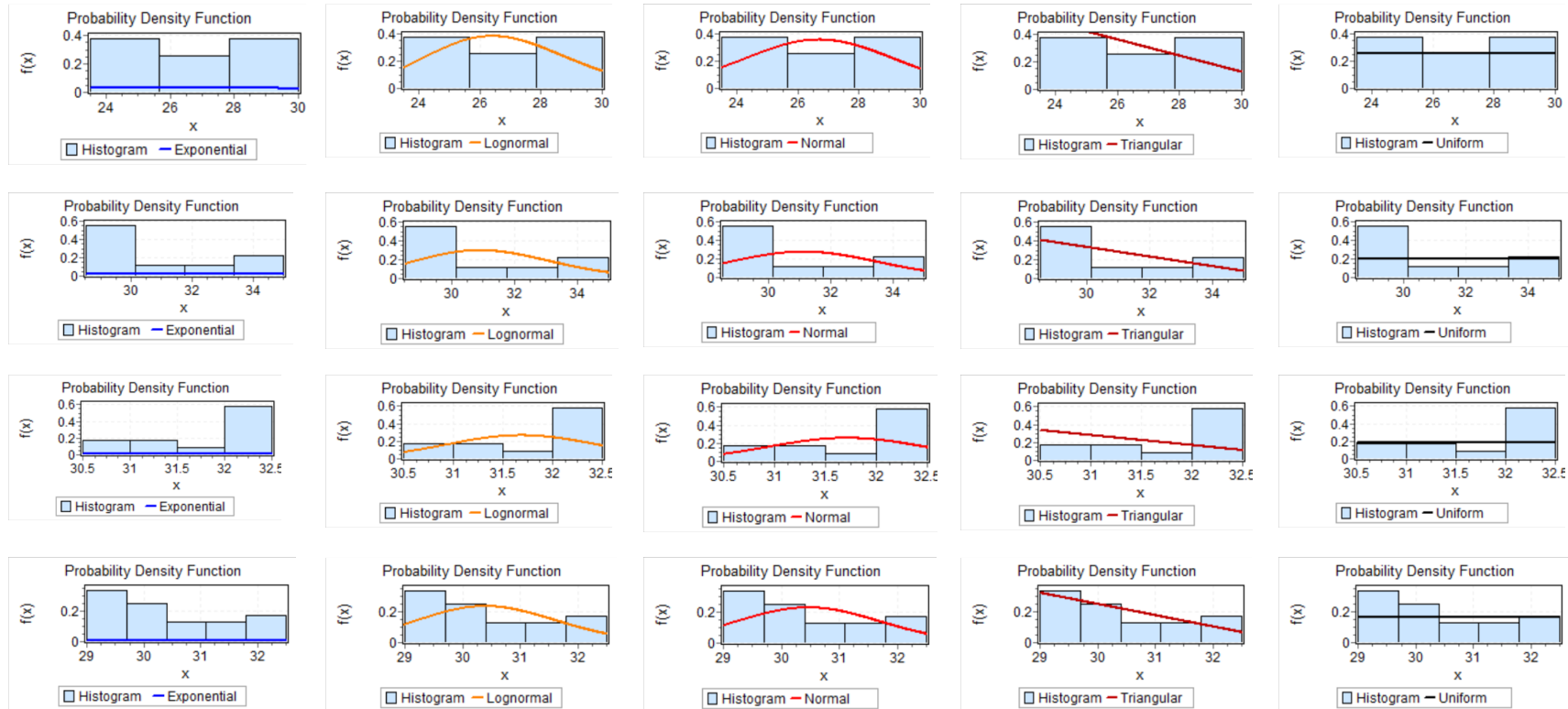
* El Rank Uncertainty se ordena de acuerdo al menor Rank encontrado para ambos estadísticos, del Kolmogorov Smirnov y Anderson Darling.

Los estadísticos de bondad de ajuste de Kolmogorov Smirnov y Anderson Darling, tabulados en la Tabla 4-1, son estimados por la aplicación EasyFit® para cada una de la serie de datos de las cuatro variables ajustadas. En la Figura 4-1, se muestra un resultado de uno de estos ajustes, donde se identifican las diferentes distribuciones estadísticas ajustadas y los estadísticos correspondientes. Mientras en las Figuras 4-2, 4-3, 4-4 y 4-5, se agrupan los histogramas y curvas de probabilidad para las cinco distribuciones estadísticas seleccionadas, para los datos de las variables monitoreadas en campo ΔP , P_g , T_s y T_m respectivamente.

Figura 4-1: Resultados de las pruebas de bondad de ajuste. Fuente: EasyFit®.

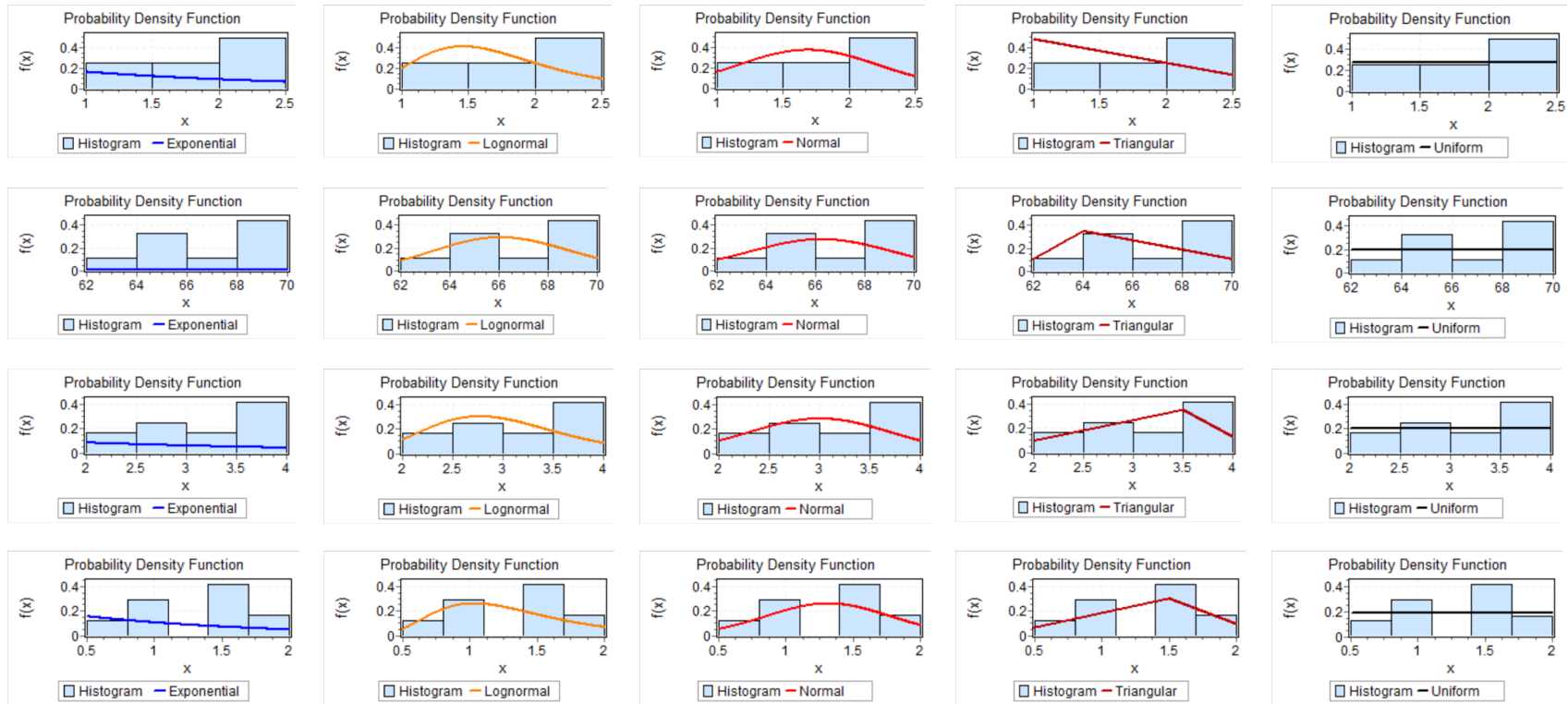
Goodness of Fit - Summary						
#	Distribution	Kolmogorov Smirnov		Anderson Darling		Rank
		Statistic	Rank	Statistic	Rank	
28	Inv. Gaussian	0.10334	1	0.46281	19	
29	Inv. Gaussian (3P)	0.10381	2	0.39188	6	
43	Normal	0.10434	3	0.39575	8	
22	Gen. Gamma	0.10491	4	0.47004	21	
20	Gamma (3P)	0.10523	5	0.4494	18	
19	Gamma	0.10654	6	0.46994	20	
23	Gen. Gamma (4P)	0.10696	7	0.4334	14	
41	Lognormal (3P)	0.10928	8	0.42524	13	
16	Fatigue Life (3P)	0.10932	9	0.40115	11	
40	Lognormal	0.11012	10	0.51514	24	
15	Fatigue Life	0.11109	11	0.51967	25	
47	Pearson 5 (3P)	0.11145	12	0.49457	23	
10	Erlang (3P)	0.11175	13	0.49381	22	
37	Log-Logistic (3P)	0.11336	14	0.36111	4	
42	Nakagami	0.11395	15	0.44161	15	
59	Weibull	0.1152	16	0.40783	12	
35	Log-Gamma	0.11594	17	0.54026	27	
46	Pearson 5	0.11786	18	0.5713	29	
11	Error	0.1216	19	0.39301	7	

Figura 4-2: Histogramas y distribuciones estadísticas ajustadas para la variable T_m , el número de mediciones realizadas fue 8 para la fila 1, 9 para la fila 2, 12 para la fila 3 y 24 para la fila 4. Fuente: Elaboración propia.



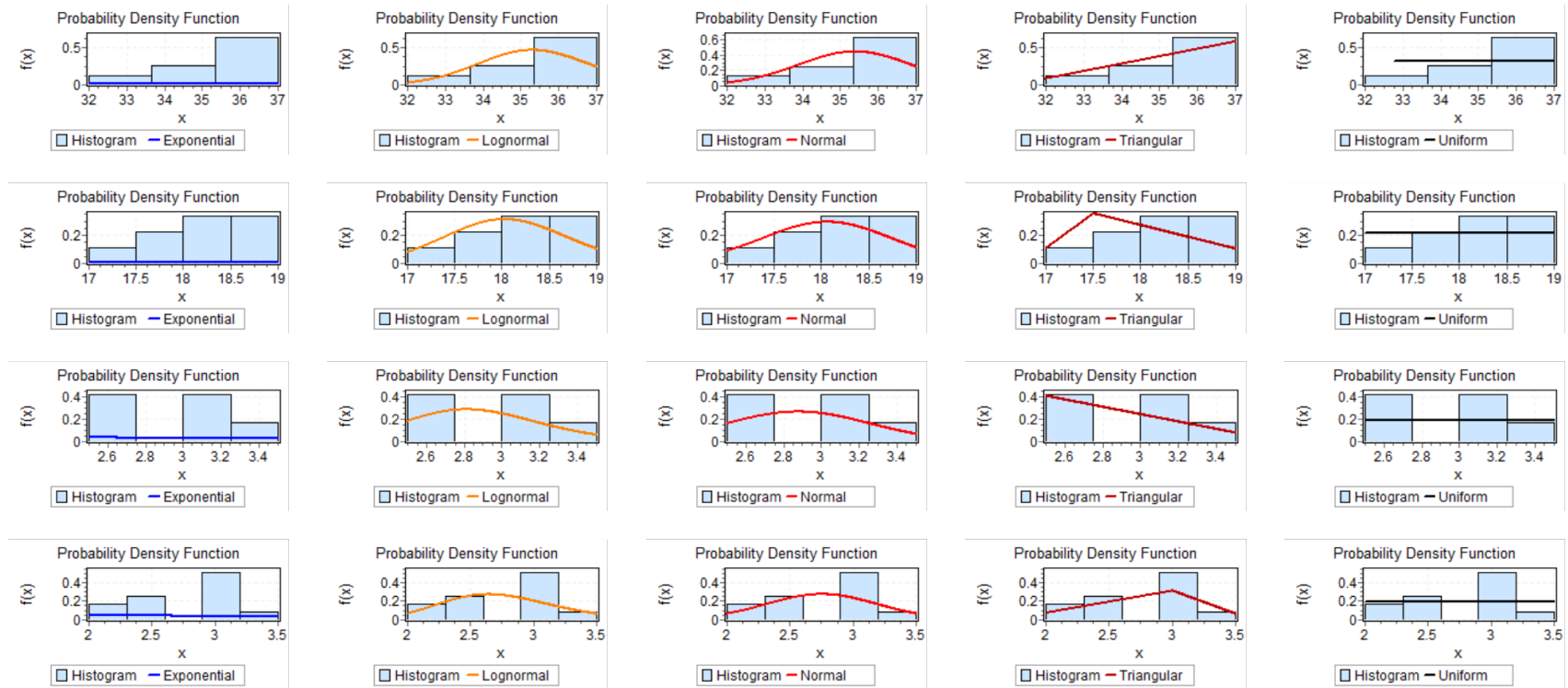
Al analizar la forma de las cinco distribuciones ajustadas para la variable T_m , se encuentra que visualmente la que presenta un mejor ajuste a la forma los histogramas es la distribución uniforme. El mismo resultado, se obtiene a través del valor Rank mostrado en la última columna de la Tabla 4-1, donde el menor valor según el ajuste de los criterios de Kolmogorov - Smirnov y Anderson – Darling corresponde a la distribución uniforme (para los cuatro (4) tamaños de muestra monitoreados de 8, 9, 12 y 24 puntos).

Figura 4-3: Histogramas y distribuciones estadísticas ajustadas para la variable ΔP , el número de mediciones realizadas fue 8 para la fila 1, 9 para la fila 2, 12 para la fila 3 y 24 para la fila 4. Fuente: Elaboración propia.



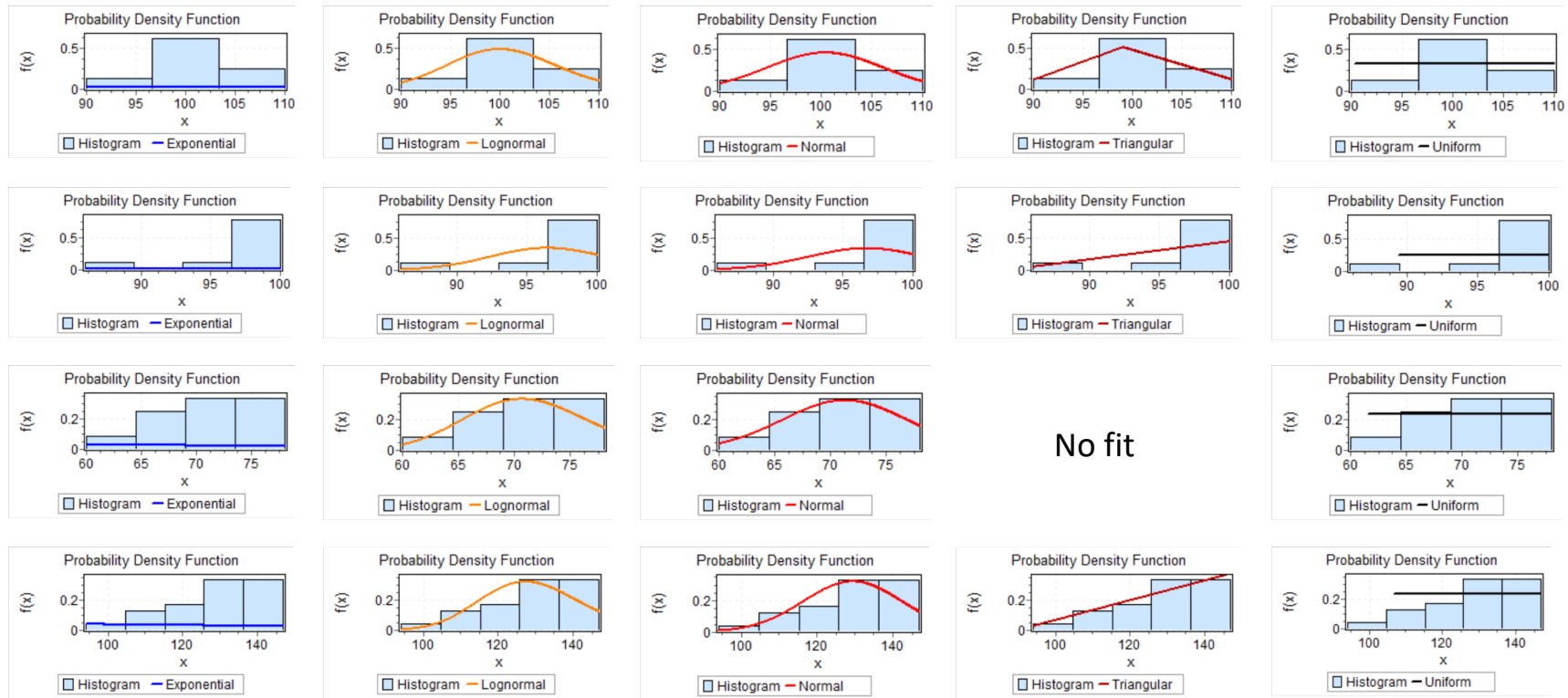
Al analizar los histogramas de frecuencias y los datos generados durante los monitoreos para la variable ΔP , se encuentra un caso similar al analizado para la variable T_m , donde la distribución que mejor representa la serie de datos corresponde a la uniforme.

Figura 4-4: Histogramas y distribuciones estadísticas ajustadas para la variable P_g , el número de mediciones realizadas fue 8 para la fila 1, 9 para la fila 2, 12 para la fila 3 y 24 para la fila 4. Fuente: Elaboración propia.



La distribución estadística que mejor representa el comportamiento de los datos de la variable P_g , es la distribución rectangular, aunque visualmente no es tan evidente la correspondencia entre las curvas de la distribución y la forma de los histogramas como se puede ver en la Figura 4-3, por otro lado, los valores dados para los estadísticos de Kolmogorov - Smirnov y Anderson – Darling son concluyentes en cuanto a la selección de esta distribución.

Figura 4-5: Histogramas y distribuciones estadísticas ajustadas para la variable T_s , el número de mediciones realizadas fue 8 para la fila 1, 9 para la fila 2, 12 para la fila 3 y 24 para la fila 4. Fuente: Elaboración propia.



Después de analizar la información anterior se infiere que la distribución estadística que mejor se ajusta a los datos de la variable T_s es la normal.

Las distribuciones estadísticas asociadas a cada una de las fuentes restantes, incluidas variables de entrada y mensurandos se resumen en el Anexo C. “Distribuciones estadísticas asociadas a las fuentes de incertidumbre, variables de entrada y mensurandos para los métodos EPA 1 a 8”.

4.1.2 Cuantificación de cada fuente

En la Tabla 4-2, se tabulan: la fuente de incertidumbre, error asociado, factor de reducción e incertidumbre estándar asociada, para algunas variables incluidas dentro de los Métodos EPA 1 a 8 (no se incluyen otras variables, debido a que lo anterior haría más extenso el documento sin aportar información útil adicional, y las que se trabajan son suficientes para entender cómo se desarrolla el estudio). Los valores mostrados a continuación son válidos solo para los monitoreos efectuados durante el desarrollo de este trabajo, ya que la magnitud de los errores asociados a las fuentes identificadas, depende de los equipos, personal y aplicación de los métodos EPA 1 a 8 por parte de cada consultor ambiental, empresa o institución encargada de la ejecución de las pruebas.

Tabla 4-2: Incertidumbre estándar para algunas fuentes de las variables de entrada de los Métodos EPA 1 a 8. Fuente: Elaboración propia.

Variable	Método	Fuentes	Error	Factor de reducción	Incertidumbre estándar	Unidad
D	EPA 1	Resolución de escala (RE)	0.0005	1.9600	2.8868E-04	m
		Tolerancia o calibración (Cal)	0.0004	1.7321	2.2113E-04	
		Variación temporal (V_{Time})	0.0000	1.7321	0.0000E-00	
		Repetibilidad (Rep)	0.0000	1.0000	0.0000E-00	
P_g	EPA 2	Resolución de escala (RE)	0.0500	1.7321	0.0319	mmH ₂ O
		Tolerancia o calibración (Cal)	0.1000	2.0000	0.0500	
		Ajuste del cero (A_{zero})	0.0625	2.2361	0.0280	
		Temperatura ($Temp$)	0.1250	1.7321	0.0722	
%CO _{2i}	EPA 3	Repetibilidad (Rep)	0.5324	1.0000	0.5324	%
		Resolución de escala (RE)	0.2500	1.9600	0.0255	
		Tolerancia o calibración (Cal)	0.2000	2.0000	0.1000	
		Ajuste del cero (A_{zero})	0.1000	2.2361	0.0447	
		Temperatura ($Temp$)	0.0500	1.7321	0.0289	
$P_{f,1}$	EPA 4	Variación temporal (V_{Time})	0.3000	1.7321	0.1731	g
		Trazabilidad del patrón ($Patron$)	0.1000	2.0000	0.0500	
		Resolución de escala (RE)	0.0500	1.7321	0.0289	
		Tolerancia o calibración (Cal)	0.1730	2.0000	0.0865	
		Ajuste del cero (A_{zero})	0.1000	1.9600	0.0510	
		Linealidad (Lin)	0.1000	1.9600	0.0510	
		Excentricidad (Exc)	0.1000	1.7321	0.0577	
Deriva (Der)	0.0800	1.7321	0.0462			
W_i	EPA 5	Punto de control (QC)	0.0190	1.0000	0.0190	g
		Repetibilidad (Rep)	0.0316	1.0000	0.0316	
		Resolución de escala (RE)	5.0000E-06	1.7321	2.8868E-06	
		Tolerancia o calibración (Cal)	1.0000E-04	2.0000	5.0000E-05	
		Ajuste del cero (A_{zero})	2.0000E-05	1.7321	1.1547E-05	
		Linealidad (Lin)	3.0000E-05	2.0000	1.5000E-05	
		Excentricidad (Exc)	1.0000E-04	1.7321	5.7735E-05	
		Deriva (Der)	8.0000E-05	1.7321	4.6188E-05	
V_t	EPA 6 y 8	Punto de control (QC)	7.9057E-06	1.0000	7.9057E-06	ml
		Repetibilidad (Rep)	3.6797E-05	1.0000	3.6797E-05	
		Tolerancia (Tol)	0.0050	2.0000	0.0025	
		Temperatura ($Temp$)	0.0024	1.7321	0.0014	
		Resolución de escala (RE)	0.0010	1.7321	5.7735E-04	
A	EPA 7	Determinación punto final (D_{pf})	0.0150	1.7321	0.0087	abs
		Repetibilidad (Rep)	0.0021	1.0000	0.0021	
		Tolerancia o calibración (Cal)	0.0030	2.0000	0.0015	
		Resolución de escala (RE)	0.0005	1.7321	2.8868E-04	
		Repetibilidad (Rep)	0.0004	1.0000	0.0004	
		Punto de control (QC)	0.0014	1.0000	0.0014	

4.1.3 Estimación de incertidumbre estándar combinada

Los métodos de muestreo EPA 1 a 8 presentan múltiples mensurandos, así como variables de entrada con múltiples fuentes, por lo cual resulta muy extenso la inclusión de todos dentro de los resultados. Para las mismas variables descritas en la Tabla 4-2, se estima la incertidumbre estándar, el porcentaje de contribución, e incertidumbre combinada, cuyos resultados se registran en la Tabla 4-3.

Tabla 4-3: Incertidumbre estándar para algunas fuentes de las variables de los Métodos EPA 1 a 8. Fuente: Elaboración propia.

Variable	Método	Fuentes	Incertidumbre estándar $\mu(x_i)$	Contribución (%)	Incertidumbre combinada (μ_c)
D	EPA 1	Resolución de escala (RE)	2.8868E-04	63.0217	3.6363E-04
		Tolerancia o calibración (Cal)	2.2113E-04	36.9783	
		Variación temporal (V_{Time})	0.0000E-00	0.0000	
		Repetibilidad (Rep)	0.0000E-00	0.0000	
P_g	EPA 2	Resolución de escala (RE)	0.0319	0.3471	0.5413
		Tolerancia o calibración (Cal)	0.0500	0.8553	
		Ajuste del cero (A_{zero})	0.0280	0.2666	
		Temperatura ($Temp$)	0.0722	1.7777	
$\%CO_{2i}$	EPA 3	Repetibilidad (Rep)	0.5324	96.7554	0.2144
		Resolución de escala (RE)	0.0255	1.4152	
		Tolerancia o calibración (Cal)	0.1000	21.7464	
		Ajuste del cero (A_{zero})	0.0447	4.3493	
		Temperatura ($Temp$)	0.0289	1.8122	
$P_{f,1}$	EPA 4	Variación temporal (V_{Time})	0.1731	65.2399	0.1427
		Trazabilidad del patrón ($Patron$)	0.0500	5.4367	
		Resolución de escala (RE)	0.0289	4.0951	
		Tolerancia o calibración (Cal)	0.0865	36.7684	
		Ajuste del cero (A_{zero})	0.0510	12.7918	
		Linealidad (Lin)	0.0510	12.7918	
		Excentricidad (Exc)	0.0577	16.3803	
		Deriva (Der)	0.0462	10.4834	
W_i	EPA 5	Punto de control (QC)	0.0190	1.7752	9.8741E-05
		Repetibilidad (Rep)	0.0316	4.9141	
		Resolución de escala (RE)	2.8868E-06	0.0855	
		Tolerancia o calibración (Cal)	5.0000E-05	25.6415	
		Ajuste del cero (A_{zero})	1.1547E-05	1.3675	
		Linealidad (Lin)	1.5000E-05	2.3077	
		Excentricidad (Exc)	5.7735E-05	34.1866	
		Deriva (Der)	4.6188E-05	21.8807	
V_t	EPA 6 y 8	Punto de control (QC)	7.9057E-06	1.3675	0.0094
		Repetibilidad (Rep)	3.6797E-05	13.8874	
		Tolerancia (Tol)	0.0025	7.1295	
		Temperatura ($Temp$)	0.0014	2.0999	
		Resolución de escala (RE)	5.7735E-04	0.3802	
A	EPA 7	Determinación punto final (D_{pf})	0.0087	85.5538	0.0021
		Repetibilidad (Rep)	0.0021	4.8366	
		Tolerancia o calibración (Cal)	0.0015	50.9819	
		Resolución de escala (RE)	2.8868E-04	1.8882	
		Repetibilidad (Rep)	0.0004	3.6254	
		Punto de control (QC)	0.0014	43.5045	

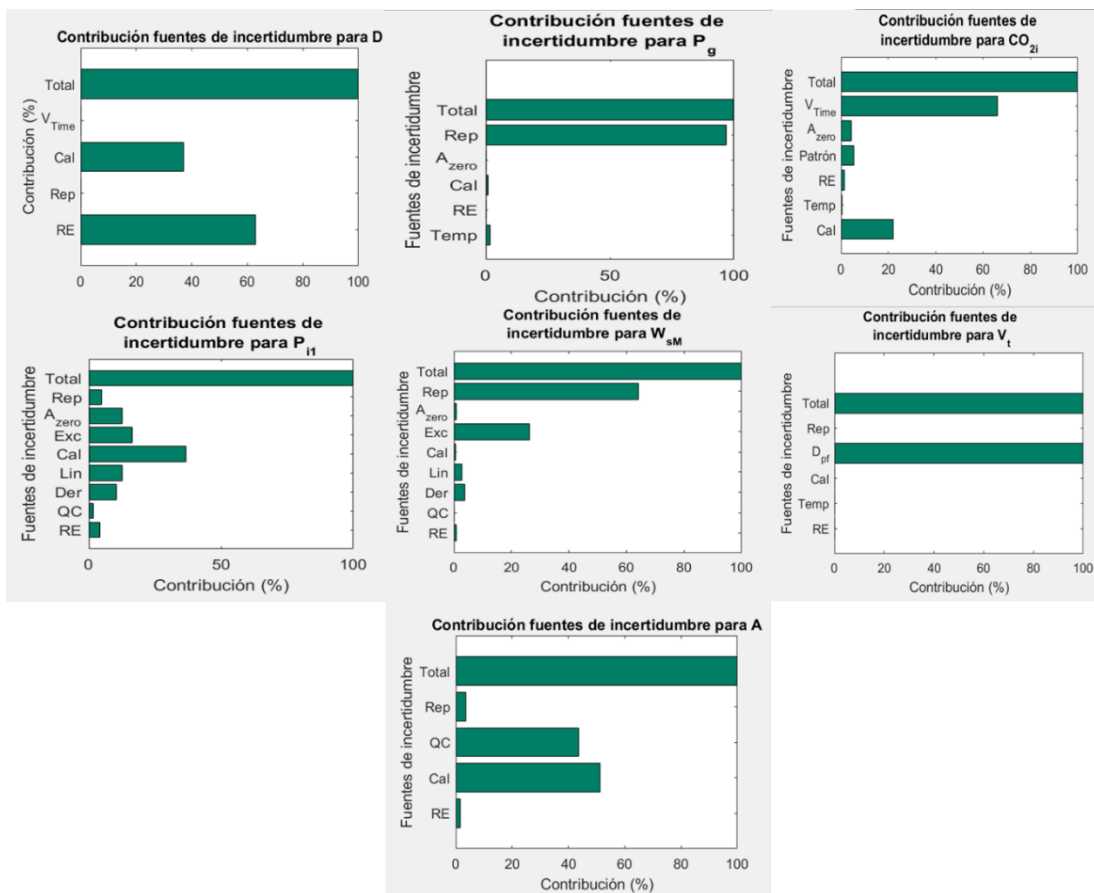
La estimación de la incertidumbre combinada, se lleva a cabo mediante la aplicación la Ecuación (3.1), la cual al aplicarla a la cuantificación de la incertidumbre combinada de las variables D y W_i , permite obtener los resultados que se muestran en las Ecuaciones (4.1 y 4.2).

$$\begin{aligned} \mu_c(D) &= \sqrt{\mu^2(RE) + \mu^2(Cal) + \mu^2(V_{Time}) + \mu^2(Rep)} \\ &= \sqrt{(2.8868E - 04)^2 + (2.2113E - 04)^2 + (0.0000E - 00)^2 + (0.0000E - 00)^2} \quad (4.1) \\ &= 3.6363E - 04 \text{ m} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mu_c(W_i) &= \sqrt{\mu^2(RE) + \mu^2(Cal) + \mu^2(A_{zero}) + \mu^2(Lin) + \mu^2(Exc) + \mu^2(Der) + \mu^2(QC) + \mu^2(Rep)} \\ &= \sqrt{(2.8868E - 06)^2 + (5.0000E - 05)^2 + (1.1547E - 05)^2 + (1.5000E - 05)^2 + (5.7735E - 05)^2 + (4.6188E - 05)^2 + (7.9057E - 05)^2 + (3.6797E - 05)^2} \quad (4.2) \\ &= 9.8741E - 05 \text{ g} \end{aligned}$$

De forma similar, se estima la incertidumbre combinada para las variables restantes que se muestran en la Tabla 4-3, así como los porcentajes de contribución de cada una de las fuentes de incertidumbre asociadas a éstas. La Figura 4-6 muestra graficas con los porcentajes de contribuciones de todas las variables incluidas en la Tabla 4.3.

Figura 4-6: Graficas de contribución para las fuentes de incertidumbre asociadas a diferentes variables. Fuente: Elaboración propia.



La incertidumbre combinada para las demás variables de entrada que no aparecen en la Tabla 4-3, se estimaron mediante la implementación realizada en Matlab y para los datos ingresados en la hoja electrónica descrita en el anexo F.

La forma que se utiliza para estimar la incertidumbre combinada para variables de entrada difiere de la de los mensurandos, ya que para estos se dispone de una relación funcional y los coeficientes de sensibilidad son diferentes a 1. A continuación, se muestra el cálculo de la incertidumbre combinada para el mensurando V_s , el cual es función de las variables de entrada: presión de velocidad promedio de los gases ($\overline{\Delta P}$), temperatura promedio de los gases (T_s), presión absoluta en la chimenea (P_s), peso molecular de los gases en base húmeda (M_s) y del coeficiente del tubo pitot (C_p).

Tabla 4-4: Datos para la estimación de la incertidumbre combinada asociada la mensurando V_s . Fuente: Elaboración propia.

Mensurando	Variables de entrada (x_i)	Valor de la variable de entrada	Coefficientes de sensibilidad (c_i)	Valor del coeficiente de sensibilidad	Incertidumbre estándar $\mu(x_i)$	Contribución (%)
V_s	$\overline{\Delta P}$	41.3439	$\frac{\partial V_s}{\partial \overline{\Delta P}} = \frac{1}{2} * \frac{V_s}{\overline{\Delta P}}$	0.3505	0.3567	20.2034
	T_s	514.9000	$\frac{\partial V_s}{\partial T_s} = \frac{1}{2} * \frac{V_s}{T_s}$	0.0281	6.1482	38.7091
	P_s	726.9011	$\frac{\partial V_s}{\partial P_s} = -\frac{1}{2} * \frac{V_s}{P_s}$	-0.0199	0.5732	0.1688
	M_s	30.0794	$\frac{\partial V_s}{\partial M_s} = -\frac{1}{2} * \frac{V_s}{M_s}$	-0.4818	0.0507	0.7723
	C_p	0.8400	$\frac{\partial V_s}{\partial C_p} = \frac{V_s}{C_p}$	34.5057	0.0051	40.1463

La estimación de la incertidumbre combinada, se puede realizar aplicando la Ecuación 3.2. Al realizar la cuantificación de la incertidumbre con los datos tabulados en la Tabla 4-4, se obtiene el resultado que se muestran en la Ecuación 4.3.

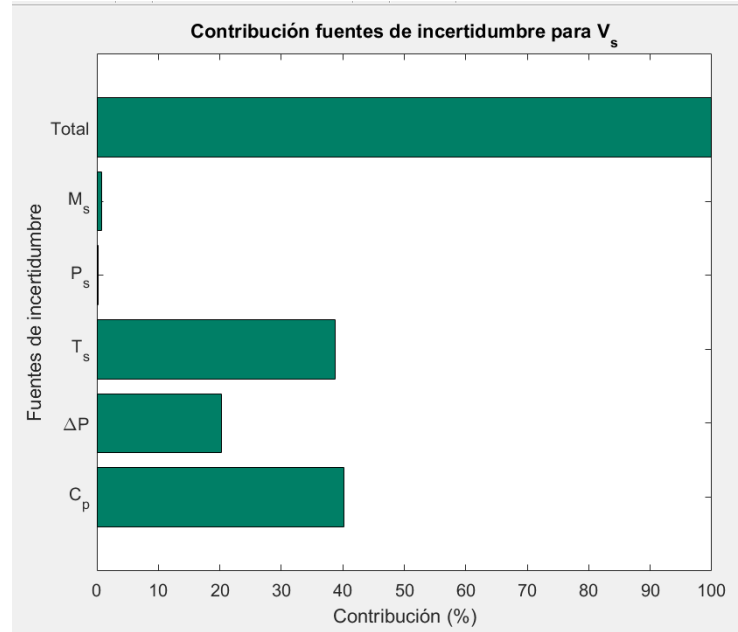
$$\mu_c(V_s) = \sqrt{\left(\frac{1}{2} * \frac{V_s}{\overline{\Delta P}} * \mu(\overline{\Delta P})\right)^2 + \left(\frac{1}{2} * \frac{V_s}{T_s} * \mu(T_s)\right)^2 + \left(-\frac{1}{2} * \frac{V_s}{P_s} * \mu(P_s)\right)^2 + \left(-\frac{1}{2} * \frac{V_s}{M_s} * \mu(M_s)\right)^2 + \left(\frac{1}{2} * \frac{V_s}{C_p} * \mu(C_p)\right)^2} \quad (4.3)$$

$$= \sqrt{(0.1250)^2 + (0.1728)^2 + (-0.0114)^2 + (-0.0244)^2 + (0.1760)^2} = 0.2781 \text{ m/s}$$

La grafica de contribución que aparece en la Figura 4-7, permite identificar cuales fuentes de incertidumbre son las que presentan mayor aporte a la incertidumbre combinada. Para este caso corresponden a las fuentes asociadas a las variables de entrada C_p y T_s , las que en conjunto contribuyen con el 78.8%, mientras variables como P_s y M_s , contribuyen con tan solo el 0.9%. El análisis de contribución permite identificar aquellas fuentes susceptibles de ser reducidas con el fin de disminuir de esta forma la incertidumbre combinada, lo cual redundaría en mediciones con menor incertidumbre y mayor trazabilidad. Para cada uno de los mensurandos que se describen en el Anexo A: “Modelos matemáticos asociados a la estimación de emisiones de fuentes fijas empleando los métodos EPA 1 a 8”, se implementa la estimación de sus coeficientes de sensibilidad, porcentaje de contribución e incertidumbre combinada a través de funciones en Matlab que se describen en el Anexo E: “Descripción de funciones y rutinas implementadas en Matlab”. Adicionalmente en el Anexo D: “Coeficientes de sensibilidad”, se muestran las expresiones matemáticas o derivadas parciales utilizadas para la

estimación de los coeficientes de sensibilidad, de los diferentes mensurandos con respecto a sus variables de entrada (derivadas parciales).

Figura 4-7: Graficas de las contribuciones de las fuentes de incertidumbre el mensurando V_s . Fuente: Elaboración propia.



4.1.4 Estimación de incertidumbre expandida

Continuando con el ejemplo de la velocidad de los gases en la chimenea, se tienen los datos que se tabulan en la Tabla 4-5, en la cual se muestran los grados de libertad efectivos, resultantes de aplicar la Ecuación (3.3), para la incertidumbre combinada $\mu_c(V_s) = 0.2781 \text{ m/s}$. De igual forma en las Ecuaciones (4.4 y 4.5), se muestra el proceso de cálculo.

$$v_{eff} = \frac{\mu_c^4(V_s)}{\left(\frac{1}{2} * \frac{V_s}{\Delta P} * \mu(\Delta P)\right)^4 + \left(\frac{1}{2} * \frac{V_s}{T_s} * \mu(T_s)\right)^4 + \left(\frac{-1}{2} * \frac{V_s}{P_s} * \mu(P_s)\right)^4 + \left(\frac{-1}{2} * \frac{V_s}{M_s} * \mu(M_s)\right)^4 + \left(\frac{1}{2} * \frac{V_s}{C_p} * \mu(C_p)\right)^4} \quad (4.4)$$

$$v_{eff} = \frac{0.2780^4}{\left(\frac{0.3505 * 0.3567}{8.1758}\right)^4 + \left(\frac{0.0281 * 6.1482}{7.1568}\right)^4 + \left(\frac{-0.0199 * 0.5732}{6692.8809}\right)^4 + \left(\frac{-0.4818 * 0.0507}{8.6784}\right)^4 + \left(\frac{34.5057 * 0.0051}{2313.6048}\right)^4} = 38.4533 \quad (4.5)$$

Tabla 4-5: Estimación de los grados de libertad efectivos asociados a la estimación de la incertidumbre del mensurando V_s . Fuente: Elaboración propia.

Mensurando	Variables de entrada (x_i)	Grados de libertad (ν_i)	Coefficientes de sensibilidad (c_i)	Valor del coeficiente de sensibilidad	Incertidumbre estándar $\mu(x_i)$	Grados de libertad efectivos (ν_{eff})
V_s	$\overline{\Delta P}$	8.1758	$\frac{\partial V_s}{\partial \overline{\Delta P}} = \frac{1}{2} * \frac{V_s}{\overline{\Delta P}}$	0.3505	0.3567	38.4533
	T_s	7.1568	$\frac{\partial V_s}{\partial T_s} = \frac{1}{2} * \frac{V_s}{T_s}$	0.0281	6.1482	
	P_s	6692.8809	$\frac{\partial V_s}{\partial P_s} = -\frac{1}{2} * \frac{V_s}{P_s}$	-0.0199	0.5732	
	M_s	8.6784	$\frac{\partial V_s}{\partial M_s} = -\frac{1}{2} * \frac{V_s}{M_s}$	-0.4818	0.0507	
	C_p	2313.6048	$\frac{\partial V_s}{\partial C_p} = \frac{V_s}{C_p}$	34.5057	0.0051	

Para determinar el factor de cobertura k mediante la distribución estadística t, se utiliza la función implementada en Matlab `tinu(veff, p)`, obteniéndose el resultado mostrado en la Ecuación (4.6), para un nivel de confianza del 95.45 % ($p = 0.9545$).

$$k = t_p(\nu_{eff}) = tinu\left(\frac{(1+p)}{2}, \nu_{eff}\right) \quad (4.6)$$

$$k = tinu(0.97725, 38.4533) = 2.0671$$

Una vez estimada la incertidumbre combinada y el factor de cobertura, el paso a seguir es calcular la incertidumbre expandida mediante la Ecuación (2.7), el resultado de la estimación, se muestra en la Ecuación (4.7).

$$U = 2.0671 * 0.2781 = 0.5749 \text{ m/s} \quad (4.7)$$

Con lo cual la medición de la velocidad de los gases en la chimenea se puede expresar como $V_s = 28.9848 \pm 0.5749$, para un nivel de confianza del 95.45%.

Para las demás variables y mensurandos, se implementaron todos los cálculos necesarios en Matlab, con el fin de obtener resultados similares a los estimados mediante el procedimiento anterior.

4.2 Resultados de la aplicación de MCM

La primera etapa para la aplicación de MCM es la determinación de los parámetros que permiten reducir el número de muestras simuladas requeridas (N). Para la estimación de los parámetros: número de estratos (M), muestras adicionales (N_{add}) y número mínimo de muestras (N_{min}), se aplicó la metaheurística PSO (Particle Swarn Optimization) con el fin de obtener la combinación de valores de los parámetros que minimizan el número de muestras N requeridas para alcanzar un valor de tolerancia fijado. El nivel de tolerancia corresponde al criterio de convergencia dentro de la aplicación de la técnica de reducción de varianza. El algoritmo parte de un número mínimo de muestras (N_{min}),

valor que es ajustado mientras este se ejecuta con el fin de cumplir los requisitos descritos en el numeral 2.4.1 “Reducción de la varianza”.

4.2.1 Aplicación de la metaheurística PSO para la obtención de los parámetros para el muestreo SBSS y SRS

Las condiciones seleccionadas para el desarrollo del proceso de optimización fueron: número de muestras mínimas iniciales $N_{min} = 100$ (valor que se ajusta durante el proceso de optimización con el fin de cumplir con las restricciones enunciadas en el numeral 3.4.1), número de partículas $np = 10$, parámetros de aprendizaje o constantes de aceleración del algoritmo PSO $\alpha = 0.6$ y $\beta = 0.6$ (la selección del número de partículas y constantes de aceleración, se fijaron en base a los resultados obtenidos de varios ensayos, en los cuales se probaron diferentes combinaciones de éstos, y teniendo presente las sugerencias dadas en la referencia [99]), y por último, se define el nivel de tolerancia en $Tol = 10^{-5}$. Los valores anteriores, se probaron en conjunto con tamaños de muestra (n) de 100, 50 y 20. Los resultados de estos ensayos, se muestran en las Figuras 4-8, 4-9 y 4-10, donde se grafican los datos obtenidos para 10 pruebas de optimización, cada una de estas efectuadas para las tres condiciones de tamaño de muestra seleccionadas. Las pruebas de optimización se realizan 10 veces con el fin de identificar la variabilidad, de los valores obtenidos durante la aplicación del algoritmo PSO. Las Figuras 4-8 a 4-10 están compuestas de seis gráficas, y su contenido se describe a continuación:

- Gráfica 1: Muestra el tiempo de computo consumido por el algoritmo PSO para alcanzar la tolerancia fijada.
- Gráfica 2: Muestra el número óptimo de estratos M , estimados por el algoritmo PSO.
- Gráfica 3: Muestra el número óptimo de muestras a adicionar N_{add} , estimados por el algoritmo PSO.
- Gráfica 4: Muestra el número mínimo de muestras N_{min} , el cual se ajusta en función de los valores de los parámetros M y N_{add} obtenidos por el algoritmo PSO.
- Gráfica 5: Muestra el tiempo de computo consumido por las técnicas SRS y SBSS para alcanzar una tolerancia fijada de 10^{-5} .
- Gráfica 6: Muestra el número de muestras N requeridas por las técnicas SRS y SBSS para alcanzar una tolerancia fijada de 10^{-5} .

Figura 4-8: Resultados obtenidos para las pruebas cuando el tamaño de muestra $n=100$. Fuente: Elaboración propia.

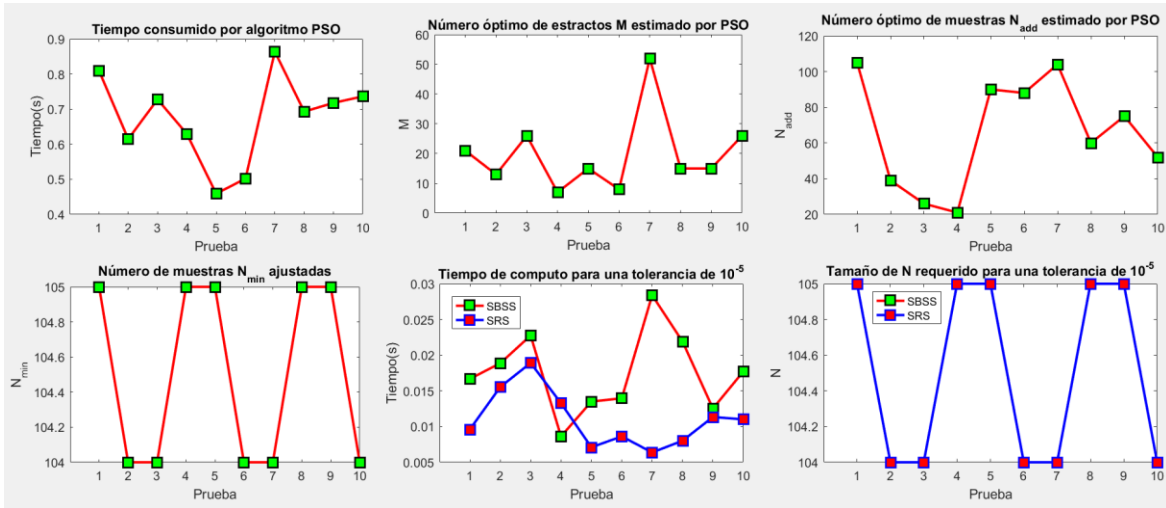
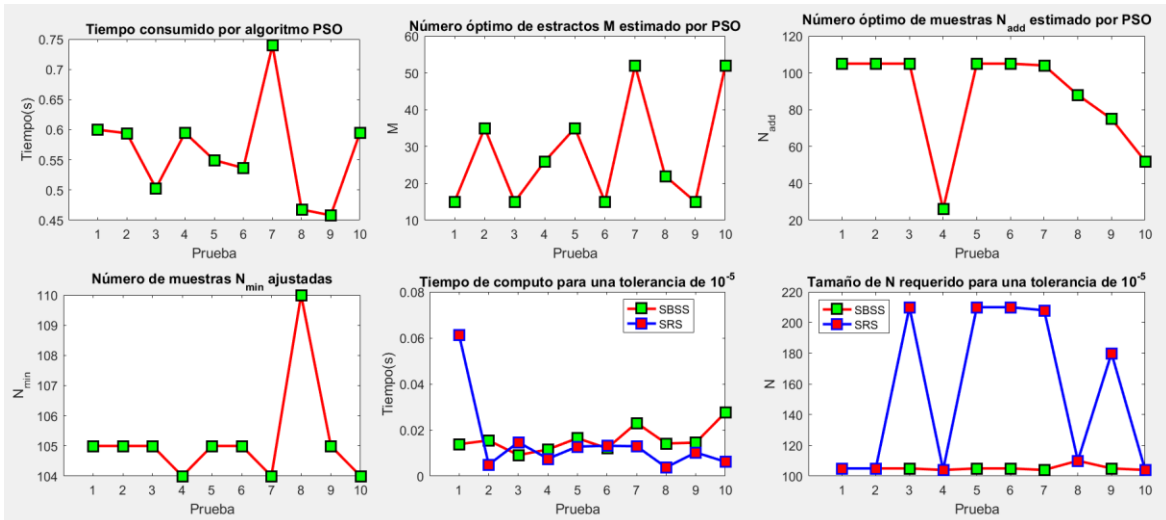
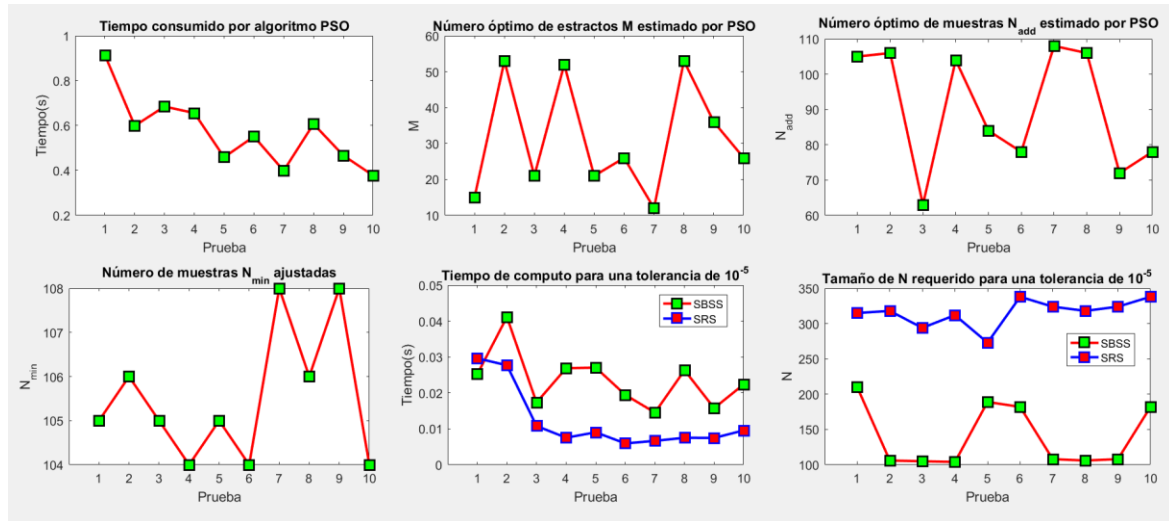


Figura 4-9: Resultados obtenidos para las pruebas cuando el tamaño de muestra $n=50$. Fuente: Elaboración propia.



Al analizar los resultados, se infiere que a medida que disminuye el tamaño de las muestras, también lo hace el tiempo promedio consumido por el algoritmo PSO para la determinación de los parámetros M , N_{add} y N_{min} , ya que se pasa de 0.6753 s a 0.5715 s. Cuando se analizan los tiempos consumidos por ambas técnicas de reducción de varianza en función del tamaño de las muestras n , se encuentra que cuando $n = 100$ ocurre el menor tiempo para la técnica SRS, mientras que para la técnica SBSS este se presenta cuando $n = 50$. El tiempo promedio consumido por SRS es inferior al del SBSS. En la Tabla 4-6 se muestra de forma tabulada todos los valores graficados en las Figuras 4-8 a 4-10, con la diferencia que los valores allí tabulados presentan un mayor número de cifras, en comparación con las que se pueden leer directamente de las gráficas.

Figura 4-10: Resultados obtenidos para las pruebas cuando el tamaño de muestra $n=20$. Fuente: Elaboración propia.



Los niveles de tolerancia requeridos durante las pruebas de comparación entre la GUM y MCM, para la estimación de la incertidumbre asociada a la implementación de los métodos EPA 1 a 8, es para el 99% de los casos mayor o igual a un valor del orden de 10^{-5} , razón por la cual para este valor de tolerancia, se comparan los resultados obtenidos al aplicar las técnicas de reducción de varianza SRS y SBBS, a la estimación de la incertidumbre del mensurando V_s (perteneciente al método EPA 2), encontrándose el mejor desempeño desde el punto de vista de tiempo de cómputo promedio, cuando se emplea la técnica SRS y el tamaño de muestra es $n = 100$, por otro lado, en cuanto a la variabilidad de los tiempos de computo en función del tamaño de muestra, no se encuentra una relación directa, pero la menor variabilidad se presenta para el tamaño de muestra de $n = 100$.

El tamaño de muestra de $n = 100$, permite adicionalmente una mejor representación de la distribución estadística del mensurando, motivo por el cual en este trabajo se elige dicho tamaño, y porque tampoco se encuentran diferencias apreciables en los tiempos de computo con respecto a los otros dos tamaños de muestra probados ($n = 50$ y $n = 20$). La técnica de reducción de varianza seleccionada es SRS, debido a que sus tiempos de cómputo son inferiores, y además tiene como ventaja adicional su fácil implementación frente a SBSS. En cuanto al número de muestras a adicionar (N_{add}) en cada nuevo ciclo este fue 70, valor cercano al promedio de 66 encontrado durante las 10 pruebas cuando se aplicó el algoritmo PSO para el tamaño de muestras de $n = 100$. El valor fijado para el N_{min} fue 100, el cual corresponde al valor de inicio, debido a que éste durante las diferentes pruebas realizadas no cambia sustancialmente.

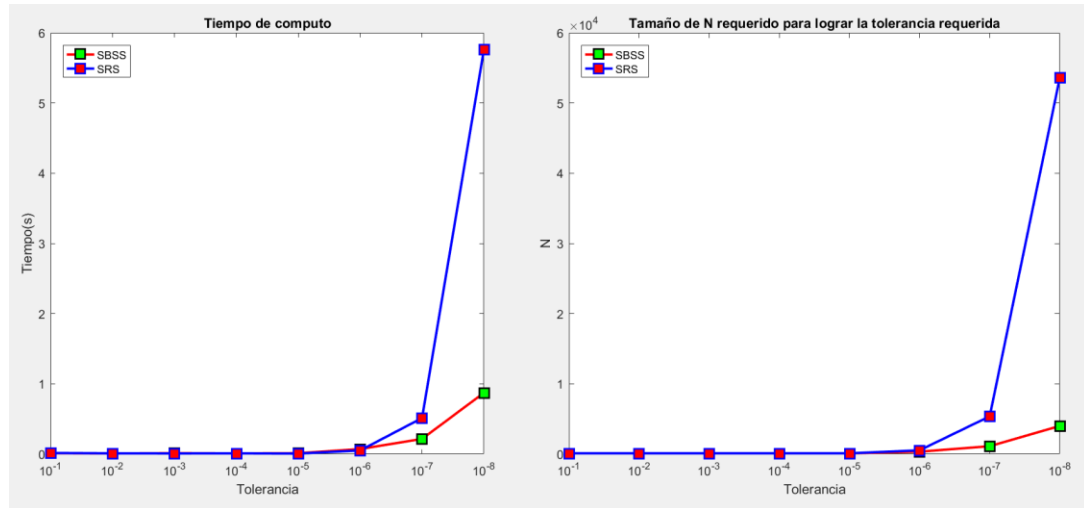
La Figura 4-11 muestra el desempeño de las técnicas de reducción de varianza SRS y SBSS en función de la tolerancia requerida, y se encuentra que para tolerancias bajas ($Tol < 10^{-6}$) el tiempo y número de muestras requeridas (N) por el SRS es superior, mientras que para el caso contrario de tolerancias altas ($Tol \geq 10^{-6}$) el SBSS consume mayor tiempo, aunque el número de muestras requeridas (N) para ambos métodos es similar, la información anterior también es tabulada en la Tabla 4-6. Para la $Tol = 10^{-6}$ el tiempo de cómputo es similar, adicionalmente se puede inferir que para un número igual de muestras N requeridas para alcanzar la tolerancia definida, la técnica SRS presenta

ventajas de tiempo de cómputo debido a su simplicidad, ya que SBSS consume tiempo extra en el desarrollo de las estimaciones de los cálculos por estratos.

Tabla 4-6: Resultados de las pruebas de optimización y de ajuste de parámetros para la aplicación de la técnica de reducción de varianza. Fuente: Elaboración propia.

Resultados para n = 100								Resultados para n = 50											
Resultados optimización PSO				Pruebas para Tol = 10 ⁻⁵				Resultados optimización PSO				Pruebas para Tol = 10 ⁻⁵							
N _{min}	N _{add}	M	t _{PSO} (s)	t _{SBSS} (s)	t _{SRS} (s)	N _{SBSS}	N _{SRS}	N _{min}	N _{add}	M	t _{PSO} (s)	t _{SBSS} (s)	t _{SRS} (s)	N _{SBSS}	N _{SRS}				
105	105	21	0.8101	0.0167	0.0096	105	105	105	105	15	0.6000	0.0139	0.0613	105	105				
104	39	13	0.6146	0.0189	0.0155	104	104	105	105	35	0.5941	0.0155	0.0050	105	105				
104	26	26	0.7276	0.0228	0.0189	104	104	105	105	15	0.5032	0.0091	0.0147	105	210				
105	21	7	0.6293	0.0086	0.0133	105	105	104	26	26	0.5948	0.0116	0.0075	104	104				
105	90	15	0.4589	0.0135	0.0071	105	105	105	105	35	0.5496	0.0165	0.0128	105	210				
104	88	8	0.5020	0.0140	0.0086	104	104	105	105	15	0.5365	0.0121	0.0132	105	210				
104	104	52	0.8639	0.0284	0.0064	104	104	104	104	52	0.7398	0.0231	0.0130	104	208				
105	60	15	0.6929	0.0219	0.0080	105	105	110	88	22	0.4678	0.0142	0.0038	110	110				
105	75	15	0.7177	0.0125	0.0113	105	105	105	75	15	0.4582	0.0145	0.0103	105	180				
104	52	26	0.7362	0.0177	0.0110	104	104	104	52	52	0.5946	0.0276	0.0062	104	104				
Promedio			0.6753	0.0175	0.0110	104.5	104.5	Promedio			0.5639	0.0158	0.0148	105.2	154.6				
Desviación estándar			0.1269	0.0058	0.0040	0.5270	0.5270	Desviación estándar			0.0817	0.0055	0.0168	1.7512	52.4239				
Tiempo consumido t y número de muestras requeridas N, por los métodos SRS y SBSS en función de la Tolerancia (Tol), para n = 100.					SIGLAS SBSS: Muestreo estratificado simétricamente balanceado. SRS: Muestreo aleatorio simple.					Tiempo consumido t y número de muestras requeridas N, por los métodos SRS y SBSS en función de la Tolerancia (Tol), para n = 50.					PARÁMETROS M: Número de estratos. N _{min} : Número mínimo de muestras. N _{add} : Número de muestras a adicionar en cada ciclo. Tol: Tolerancia				
t _{SBSS} (s)	t _{SRS} (s)	N _{SBSS}	N _{SRS}	Tol						t _{SBSS} (s)	t _{SRS} (s)	N _{SBSS}	N _{SRS}	Tol					
0.0129	0.0150	104	104	10 ⁻¹						0.0213	0.0091	104	104	10 ⁻¹					
0.0089	0.0103	104	104	10 ⁻²						0.0115	0.0090	104	104	10 ⁻²					
0.0123	0.0089	104	104	10 ⁻³						0.0219	0.0079	104	104	10 ⁻³					
0.0093	0.0103	104	104	10 ⁻⁴						0.0096	0.0071	104	104	10 ⁻⁴					
0.0118	0.0066	104	104	10 ⁻⁵						0.0169	0.0049	104	104	10 ⁻⁵					
0.0714	0.0512	338	533	10 ⁻⁶						0.1003	0.0692	338	1092	10 ⁻⁶					
0.2157	0.5131	1118	5369	10 ⁻⁷						0.3825	0.7463	1066	10634	10 ⁻⁷					
0.8731	5.7649	4004	53612	10 ⁻⁸						1.3384	9.2553	3692	106860	10 ⁻⁸					
Resultados para n = 20																			
Resultados optimización PSO				Pruebas para Tol = 10 ⁻⁵															
N _{min}	N _{add}	M	t _{PSO} (s)	t _{SBSS} (s)	t _{SRS} (s)	N _{SBSS}	N _{SRS}												
105	105	15	0.9137	0.0252	0.0296	210	315												
106	106	53	0.5992	0.0412	0.0277	106	318												
105	63	21	0.6849	0.0173	0.0108	105	294												
104	104	52	0.6558	0.0269	0.0075	104	312												
105	84	21	0.4590	0.0271	0.0090	189	273												
104	78	26	0.5512	0.0195	0.0059	182	338												
108	108	12	0.3989	0.0145	0.0067	108	324												
106	106	53	0.6073	0.0263	0.0075	106	318												
108	72	36	0.4671	0.0158	0.0075	108	324												
104	78	26	0.3778	0.0224	0.0096	182	338												
Promedio			0.5715	0.0236	0.0122	140	315.4												
Desviación estándar			0.1600	0.0078	0.0088	44.3596	19.5800												
Tiempo consumido t y número de muestras requeridas N, por los métodos SRS y SBSS en función de la Tolerancia (Tol), para n = 20.					RESULTADOS t: Tiempo de computo empleado por los métodos de reducción de varianza SRS y SBSS, y el algoritmo PSO. N: Número de muestras requeridas para alcanzar la tolerancia fijada.														
t _{SBSS} (s)	t _{SRS} (s)	N _{SBSS}	N _{SRS}	Tol															
0.0307	0.0048	104	104	10 ⁻¹															
0.0175	0.0019	104	104	10 ⁻²															
0.0186	0.0038	104	104	10 ⁻³															
0.0244	0.0023	104	104	10 ⁻⁴															
0.0269	0.0058	104	312	10 ⁻⁵															
0.0761	0.0703	416	2704	10 ⁻⁶															
0.2202	0.7309	1144	26624	10 ⁻⁷															
0.6981	11.3303	3744	268944	10 ⁻⁸															

Figura 4-11: Tiempos de ejecución y número de muestras requeridas (N) para diferentes niveles de tolerancia, para las técnicas de reducción de varianza SRS y SBSS y un tamaño de muestra $n = 100$. Fuente: Elaboración propia.



4.2.2 Resultados al aplicar Monte Carlo a la estimación de la incertidumbre asociada a los mensurandos de los Métodos EPA 1 a 8.

Para la estimación de la incertidumbre mediante MCM, se aplica la técnica de reducción de la varianza con muestreo aleatorio simple (SRS), y con los siguientes parámetros: $N_{min} = 100$, $n = 100$, $N_{add} = 70$ y $Tol \geq 10^{-5}$ (valores definidos en el numeral 4.2.1). El criterio de tolerancia puede ser ajustado en función del valor de la tolerancia numérica δ (valor estimado y que se usa como criterio de comparación entre los resultados dados por GUM y MCM), los ajustes son los siguientes: si $\delta > 1 \Rightarrow Tol = \frac{\delta}{100}$, y si $\frac{\delta}{1000} < 10^{-5} \Rightarrow Tol = \frac{\delta}{1000}$, las modificaciones anteriores se realizan con el fin obtener mejores resultados de convergencia al aplicar la técnica de reducción de la varianza SRS, en otras palabras resultados similares con un menor número de muestras.

Durante la estimación de la incertidumbre asociada a los Métodos EPA 1 a 8, se identificaron ochenta y seis (86) mensurandos, lo cual constituye una cantidad considerable a la hora de tabular los resultados entregados por los algoritmos implementados en Matlab® para la estimación de la incertidumbre aplicando MCM. Por tal motivo, se muestran a continuación los resultados para solo un mensurando seleccionado, el cual corresponde a la velocidad de los gases en la chimenea V_s , cuyos resultados también se expusieron en el Numeral 4.1 usando la guía GUM. Al aplicar MCM, se obtiene: $NE = 100$, total de evaluaciones $NE = 10000$, un valor de reducción de la varianza de 5.9951×10^{-6} (inferior a la tolerancia fijada $45\%Tol = 10^{-5}$, y una incertidumbre estimada para el nivel de confianza de 95. de $U_{UMCM} = 0.5405$ y $U_{UMCM} = 0.5512$, para los límites superior e inferior respectivamente. En la Figura 4-12 se muestra el diagrama de distribución de frecuencias de las 10000 evaluaciones del mensurando, en la cual se puede ver claramente que la forma que sigue la curva de frecuencias se asemeja a la de una distribución normal. En la Tabla 4-7, se muestran los valores de las variables de entrada, las distribuciones estadísticas asociadas a cada una estas, así

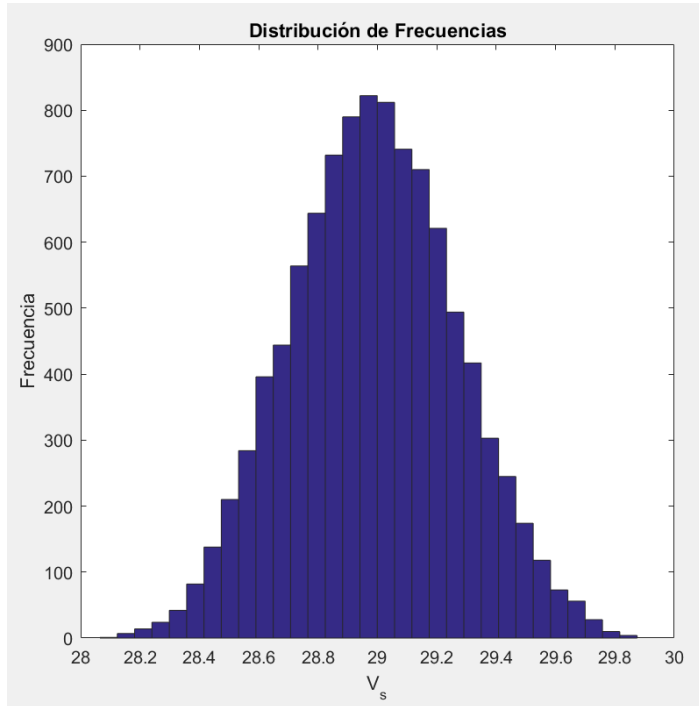
como sus parámetros, para la estimación de los parámetros, se utiliza como estimativo de la desviación estándar de las variables de entrada su incertidumbre combinada μ_c .

Tabla 4-7: Información de las distribuciones estadísticas y parámetros asociadas a las variables de entrada del mensurando V_s . Fuente: Elaboración propia.

Mensurando (y)	Variables de entrada (x_i)	Valor de la variable de entrada	Distribución estadística asociada	Parámetro 1	Parámetro 2	Valor medio del mensurando
V_s	$\overline{\Delta P}$	41.3439	Rectangular	$A = 40.7262$	$B = 41.9617$	28.9867
	T_s	514.9000	Normal	$\bar{X} = 514.9000$	$S = 6.1482$	
	P_s	726.9011	Normal	$\bar{X} = 726.9011$	$S = 0.5732$	
	M_s	30.1027	Normal	$\bar{X} = 30.0794$	$S = 0.0507$	
	C_p	0.8400	Rectangular	$A = 0.8312$	$B = 0.8488$	

Nota: A y B: límites inferior y superior de la distribución uniforme; \bar{X} : media y S: desviación estándar.

Figura 4-12: Distribución de frecuencias de las evaluaciones simuladas del mensurando V_s . Fuente: Elaboración propia.



La incertidumbre asociada a la medición de la velocidad de los gases en la chimenea, se puede expresar mediante el intervalo $28.4427 \leq V_s \leq 29.5343$, para un nivel de confianza del 95.45%. Existe una diferencia de 0.0082% entre el valor del mensurando estimado empleado la relación matemática que es de 28.9848, y el estimado por medio de la aplicación de MCM de 28.9871 (valor promedio de las $NE = 10000$ evaluaciones del mensurando simuladas), lo que indica una discrepancia muy baja entre ambos estimativos. El procedimiento mostrado anteriormente, se realiza para cada uno de los restantes ochenta y cinco (85) mensurandos descritos en el Anexo A: “Modelos matemáticos asociados a la estimación de emisiones de fuentes fijas empleando los métodos EPA 1 a 8”, pero debido a la extensión de los resultados no se registran en esta

sección, pero todos pueden ser verificados corriendo los algoritmos desarrollados en Matlab®.

4.3 Comparación de los resultados estimados entre la GUM y MCM

El eje central de este trabajo fue demostrar que los valores resultantes de la estimación de la incertidumbre cuando se aplica la GUM, son similares a los estimados al aplicar MCM para un nivel de tolerancia numérica δ . La tolerancia anterior es la resultante de aplicar la Ecuación (2.11), a los valores obtenidos durante el desarrollo del procedimiento de redondeo definido en el Numeral 2.5 e implementado en la rutina de Matlab "roundoperation.m", la cual se describe en el Anexo E: "Descripción de funciones y rutinas implementadas en Matlab". El esquema de comparación para realizar la validación se muestra en la Figura 3-16, donde se inicia por comparar la GUM estimada empleando solo el primer término de la serie de Taylor contra los resultados bilaterales entregados por MCM, y se continua en caso de no cumplirse el criterio de comparación, hasta llegar a la GUM cuando se estima empleado los tres primeros términos de la serie de Taylor. A continuación, se describen las variables tabuladas en la Tabla 4.8.

y : Mensurando al que se aplica la prueba de comparación entre GUM y MCM.

y_v : Valor numérico del mensurando.

y_{round} : Valor numérico redondeado del mensurando de acuerdo al procedimiento de redondeo definido en el Numeral 2.5

δ : Tolerancia estimada a partir del procedimiento de redondeo.

U_{First} : Incertidumbre expandida estimada empleado la GUM, el primer término de la serie de Taylor, y el factor de cobertura.

U_{Second} : Incertidumbre expandida estimada empleado la GUM, los dos segundos términos de la serie de Taylor, y el factor de cobertura.

U_{Third} : Incertidumbre expandida estimada empleado la GUM, los tres primeros términos de la serie de Taylor, y el factor de cobertura.

U_{LMCM} : Límite inferior del intervalo estimado al aplicar MCM, para un nivel de confianza del 95.45%.

U_{UMCM} : Límite superior del intervalo estimado al aplicar MCM, para un nivel de confianza del 95.45%.

d_{low} : Valor absoluto de la distancia entre los extremos inferiores de los intervalos obtenido por la GUM y MCM.

d_{high} : Valor absoluto de la distancia entre los extremos superiores de los intervalos obtenido por la GUM y MCM.

t_{First} : Tiempo en segundos consumido por la estimación de la incertidumbre aplicando la GUM y el primer orden.

t_{Second} : Tiempo en segundos consumido por la estimación de la incertidumbre aplicando la GUM y los dos primeros términos de la serie de Taylor.

t_{Third} : Tiempo en segundos consumido por la estimación de la incertidumbre aplicando la GUM y los tres primeros términos de la serie de Taylor.

t_{MCM} : Tiempo en segundos consumido por la estimación de la incertidumbre aplicando MCM.

Test result: Valor que va de 1 a 4. 1: indica que el estimado de la GUM usando el primer término de la serie de Taylor da resultados similares a MCM; 2: indica que el estimado de la GUM empleando los dos primeros términos de la serie de Taylor da resultados similares a MCM; 3: indica que el estimado de la GUM empleado los tres primeros términos de la serie de Taylor da resultados similares a MCM, y 4 indica que los valores estimados por la GUM difieren en un valor superior a δ de los de MCM.

NE: Número total de evaluaciones usadas por la técnica de reducción de la varianza para alcanzar la tolerancia requerida durante la aplicación de MCM.

Tabla 4-8: Resultados de la comparación de los valores de la incertidumbre asociada a los mensurandos, resultante de aplicar la GUM y MCM: Elaboración propia.

y	y_v	y_{round}	δ	U_{First}	U_{Second}	U_{Third}	U_{LMCM}	U_{UMCM}	d_{low}	d_{high}	t_{First}	t_{Second}	t_{Third}	t_{MCM}	$T_{test\ result}$	NE
Comparación para los mensurandos utilizados para determinar el ΔHA y Y con Orificios Críticos (OC)																
P_m	650.4094	650	5	1.1394	1.1394	1.1394	1.1272	1.1329	7.8996E-3	1.0756E-2	0.0514	0.1901	0.7146	0.0166	1	38000
V_{mref}	0.1211	0.1210	0.0005	6.8103E-4	6.8161E-4	6.8161E-4	6.7518E-1	6.7600E-1	7.6404E-6	3.2305E-6	0.1193	0.6579	2.3598	0.0082	1	10000
V_{cr}	0.1203	0.1200	0.0005	6.9011E-4	6.9008E-4	6.9008E-4	6.9117E-4	6.9320E-4	1.2192E-6	5.3715E-6	0.1156	0.8719	5.9179	0.0094	1	10000
$Y_{ds,i}$	1.0064	1.01	0.005	8.0837E-3	8.0796E-3	8.0797E-3	8.0405E-3	7.9332E-3	1.1166E-4	8.1969E-5	0.0639	0.2355	0.6112	0.0054	1	10000
$\Delta H@_i$	44.9415	44.90	0.05	7.8858E-1	7.9083E-1	7.9089E-1	7.7583E-1	7.9411E-1	1.3682E-2	6.4583E-3	0.1778	1.9796	22.6009	0.0186	1	17000
Método EPA 1 para chimenea circular																
DCU	15.7831	15.780	0.005	2.8217E-2	2.8219E-2	2.8219E-2	2.8072E-2	2.8296E-2	3.7405E-5	2.8155E-5	0.0462	0.1675	0.4618	0.0046	1	10000
DCD	8.9880	8.990	0.005	1.6363E-2	1.6349E-2	1.6349E-2	1.6141E-2	1.6172E-2	2.0968E-4	2.0248E-5	0.0453	0.1674	0.4542	0.0045	1	10000
L_i	3.8199E-1	3.89200E-1	0.0005	1.0594E-3	1.0594E-3	1.0594E-3	1.0682E-3	1.0377E-3	1.0938E-6	1.1910E-5	0.0663	0.3736	1.8394	0.0057	1	10000
Método EPA 1 para chimenea elíptica																
D_e	0.4530	0.453	0.0005	7.5697E-4	7.5620E-4	7.5620E-4	7.4830E-4	7.5231E-4	2.8803E-6	1.0449E-5	0.1318	0.2155	0.6347	0.0190	1	10000
DCU	11.6301	11.630	0.005	1.9884E-2	1.9874E-2	1.9874E-2	1.9416E-2	1.9188E-2	4.8333E-4	6.8098E-4	0.0468	0.1727	0.4693	0.0044	1	10000
DCD	19.5159	19.520	0.005	3.3186E-2	3.3169E-2	3.3169E-2	3.2169E-2	3.3201E-2	1.0210E-3	1.8082E-5	0.0458	0.1693	0.4596	0.0043	1	10000
L_i, α	1.5880E-1	1.600	0.005	9.7671E-4	9.7671E-4	9.7671E-4	9.5831E-4	9.6687E-4	1.8312E-5	9.9317E-6	0.0813	0.3737	1.8508	0.0055	1	10000
L_i, b	1.6456E-1	1.600E-1	0.005	9.7675E-4	9.7675E-4	9.7675E-4	9.8177E-4	9.8572E-4	6.2312E-6	7.7512E-6	0.0694	0.3841	1.7982	0.0058	1	10000
Método EPA 1 para chimenea rectangular																
D_e	1.0947	1.0950	0.0005	1.2557E-3	1.2557E-3	1.2557E-3	1.1501E-3	1.1601E-3	1.1326E-4	8.7824E-5	0.1124	0.1939	0.5020	0.0184	1	10000
DCU	9.5916	9.590	0.005	1.6011E-2	1.6012E-2	1.6013E-2	1.4833E-2	1.5028E-2	1.1376E-3	1.0230E-3	0.0463	0.1725	0.4673	0.0044	1	10000
DCD	5.9559	5.960	0.005	8.9893E-3	8.9903E-3	8.9903E-3	8.3578E-3	8.3578E-3	5.9173E-4	4.7293E-4	0.0463	0.1710	0.4626	0.0042	1	10000
L_i	1.0625	1.060	0.005	1.4125E-3	1.4125E-3	1.4125E-3	1.3953E-3	1.4150E-3	4.2366E-6	1.0470E-5	0.0672	0.3764	1.8171	0.0054	1	10000

Tabla 4-8: (continuación)

y	y_b	y_{round}	δ	U_{First}	U_{Second}	U_{Third}	U_{LMCM}	U_{UMCM}	d_{low}	d_{high}	t_{First}	t_{Second}	t_{Third}	t_{MCM}	Test result	NE
Método EPA 1A para chimenea circular																
DCD ₁	11.4240	11.420	0.005	4.1954E-2	4.1954E-2	4.1954E-2	4.0041E-2	4.0874E-2	1.1533E-3	1.8397E-3	0.1149	0.1905	0.4854	0.0182	1	10000
DCU ₁	9.6240	9.620	0.005	3.5242E-2	3.5242E-2	3.5242E-2	3.3721E-2	3.3738E-2	1.5741E-3	1.4514E-3	0.0510	0.1694	0.4631	0.0045	1	10000
DCD ₂	8.4080	8.410	0.005	3.0834E-2	3.0834E-2	3.0834E-2	2.9028E-2	2.9986E-2	1.6815E-3	9.7209E-4	0.0459	0.1727	0.4602	0.0046	1	10000
DCU ₂	5.0240	5.020	0.005	2.5222E-2	2.5222E-2	2.5222E-2	2.4046E-2	2.4427E-2	1.0160E-3	9.5408E-4	0.0457	0.1679	0.4590	0.0042	1	10000
L _i	2.7136E-1	2.7100E-1	0.0005	1.0653E-3	1.0653E-3	1.0653E-3	1.0760E-3	1.0534E-3	1.6885E-5	1.8034E-5	0.0669	0.3798	1.8048	0.0056	1	10000
Método EPA 1A para chimenea elíptica																
D _e	0.2438	0.2440	0.0005	6.2927E-4	6.2927E-4	6.2927E-4	6.0962E-4	6.2229E-4	1.3976E-5	1.2641E-5	0.1158	0.2156	0.6555	0.0187	1	10000
DCD ₁	11.7138	11.710	0.005	3.1026E-2	3.1026E-2	3.1026E-2	3.0690E-2	3.0316E-2	4.7049E-4	5.7445E-4	0.0483	0.1778	0.4867	0.0048	1	10000
DCU ₁	9.8681	9.870	0.005	2.5984E-2	2.5984E-2	2.5984E-2	2.5433E-2	2.5286E-2	4.5025E-4	7.9879E-4	0.0465	0.1824	0.4625	0.0042	1	10000
DCD ₂	8.6213	8.620	0.005	2.2768E-2	2.2768E-2	2.2768E-2	2.1976E-2	2.2397E-2	5.5208E-4	6.1110E-4	0.0467	0.1693	0.4606	0.0040	1	10000
DCU ₂	5.1514	5.150	0.005	2.2766E-2	2.2766E-2	2.2766E-2	2.1178E-2	2.1821E-2	1.4876E-3	1.0452E-3	0.0467	0.1697	0.4553	0.0039	1	10000
L _{i, a}	2.7136E-1	2.7100E-1	0.0005	1.0653E-3	1.0653E-3	1.0653E-3	1.0500E-3	1.0701E-3	2.1785E-5	1.1258E-5	0.0669	0.3753	1.8873	0.0053	1	10000
L _{i, b}	2.6342E-1	2.6300E-1	0.0005	1.0648E-3	1.0648E-3	1.0648E-3	1.1013E-3	1.0685E-3	3.4690E-5	5.4596E-6	0.0675	0.5445	2.1267	0.0076	1	10000
Método EPA 1A para chimenea rectangular																
D _e	0.2714	0.2710	0.0005	7.3143E-4	7.3143E-4	7.3143E-4	7.1843E-4	7.0487E-4	1.5330E-5	2.4238E-5	0.1296	0.1986	0.5781	0.0266	1	10000
DCD ₁	8.7707	8.770	0.005	2.4427E-2	2.4427E-2	2.4427E-2	2.3321E-2	2.3703E-2	9.6691E-4	8.6386E-4	0.0489	0.1770	0.4811	0.0045	1	10000
DCU ₁	8.6233	8.620	0.005	2.3833E-2	2.3833E-2	2.3833E-2	2.3334E-2	2.3501E-2	6.0010E-4	2.3096E-4	0.0514	0.1772	0.4577	0.0042	1	10000
DCD ₂	7.5546	7.550	0.005	2.0826E-2	2.0826E-2	2.0826E-2	2.0291E-2	2.0236E-2	4.6153E-4	6.6397E-4	0.0537	0.2102	0.4743	0.0052	1	10000
DCU ₂	2.5133	2.510	0.005	1.0115E-2	1.0115E-2	1.0115E-2	9.6172E-3	9.6227E-3	4.5425E-4	5.3617E-4	0.0488	0.1784	0.4837	0.0040	1	10000
L _i	2.9450E-1	2.9500E-1	0.0005	1.1789E-3	1.1789E-3	1.1789E-3	1.1710E-3	1.1595E-3	1.3467E-5	1.3769E-5	0.0719	0.3920	1.8681	0.0053	1	10000

Tabla 4-8: (continuación)

y	y_b	y_{round}	δ	U_{First}	U_{Second}	U_{Third}	U_{LMCM}	U_{UMCM}	d_{low}	d_{high}	t_{First}	t_{Second}	t_{Third}	t_{MCM}	Test result	NE
Método EPA 2																
P_S	726.9011	730	5	1.1467	1.1467	1.1467	1.1313	1.1062	2.1994E-2	3.3833E-2	0.04449	0.1668	0.4562	0.0103	1	10000
P_m	726.5059	727.0	0.5	1.1440	1.1440	1.1440	1.1425	1.1467	7.4940E-3	6.2464E-3	0.0438	0.1688	0.4589	0.0115	1	31000
V_S	28.9848	29.0	0.5	5.7495E-1	5.7539E-1	5.8483E-1	5.44455E-1	5.4706E-1	3.2860E-2	2.5425E-2	0.1111	1.0826	10.6074	0.0067	1	10000
A_S	1.3527E-1	1.3553E-1	5.0E-5	4.4015E-4	4.4033E-4	4.4033E-4	4.3918E-4	4.3381E-4	1.1461E-6	6.1541E-6	0.0263	0.0538	0.0728	0.0082	1	10000
Q_{sw}	1.4114E+4	14100	50	2.8346E+2	2.8346E+2	2.8346E+2	2.7421E+2	2.7365E+2	9.6406	9.4061	0.0497	0.1680	0.4599	0.0143	1	38000
Q_{swref}	1.3450E+4	13400	50	2.8637E+2	2.8636E+2	2.8636E+2	2.8031E+2	5.7858E+2	6.7659	7.0901	0.0671	0.3867	1.8203	0.0203	1	45000
Q_{sref}	1.3023E+4	13000	500	2.7816E+2	2.7816E+2	2.7825E+2	2.6844E+2	2.6798E+2	11.0026	8.9093	0.0443	0.1708	0.4577	0.0038	1	10000
Método EPA 3 usando el analizador de combustión Fyrite®																
M_d	30.4986	30.0	0.5	1.9924E-1	1.9924E-1	1.9924E-1	1.7294E-1	1.7275E-1	2.6647E-2	2.6137E-2	0.1836	1.0623	9.8589	0.0311	1	10000
M_s	30.1027	30.0	0.5	2.1018E-1	2.1018E-1	2.1018E-1	1.8251E-1	1.8304E-1	2.8348E-2	2.6426E-2	0.1312	0.4182	1.8053	0.0058	1	10000
Método EPA 3 usando el analizador de combustión Orsat																
M_d	30.4746	30.0	0.5	7.9926E-2	7.9926E-2	7.9926E-2	7.0532E-2	6.9669E-2	9.2838E-3	1.0367E-2	0.1560	2.0384	30.0452	0.0104	1	10000
M_s	30.0794	30.0	0.5	1.1838E-1	1.1838E-1	1.1838E-1	9.7695E-2	9.4826E-2	2.1196E-2	2.3049E-2	0.0929	0.5617	1.8829	0.0021	1	10000
Método EPA 3 usando el analizador de combustión de Lectura Directa (BACHARACH PCA 35)																
M_d	30.4746	30.0	0.5	5.8166E-2	5.8166E-2	5.8166E-2	5.8451E-2	5.8171E-2	5.5587E-4	2.6661E-4	0.2630	2.2327	30.0849	0.0311	1	10000
M_s	30.0794	30.0	0.5	1.1127E-1	1.1127E-1	1.1127E-1	9.0180E-2	8.6350E-2	2.1254E-2	2.4746E-2	0.2214	0.5427	2.1693	0.0407	1	10000
Método EPA 4 Determinación de la humedad aplicando el método gravimétrico																
P_i	2200.8	2201.0	0.5	4.9243E-1	4.9243E-1	4.9243E-1	4.9354E-1	4.9019E-1	1.8258E-3	2.9482E-3	0.1409	0.3916	1.8198	0.0194	1	10000
P_f	2209.4	2209.0	0.5	4.9243E-1	4.9243E-1	4.9243E-1	4.8535E-1	4.7178E-1	1.0476E-2	1.7251E-2	0.0701	0.3885	1.8451	0.0063	1	10000
V_{wref}	2.0234E-2	2.0230E-2	5.0E-6	1.0869E-3	1.0869E-3	1.0869E-3	1.0844E-3	1.0921E-3	2.9182E-6	2.5875E-7	0.1244	1.2748	9.8653	0.0616	1	50000
V_{mref}	6.1769E-1	0.620	0.005	7.4198E-3	7.4186E-3	7.4187E-3	7.2011E-3	7.2071E-3	1.8839E-4	2.4309E-4	0.0904	0.6678	4.8815	0.0066	1	10000
B_{WS}	3.1718E-2	0.0320	0.0005	1.67801E-3	1.6786E-3	1.6787E-3	1.6928E-3	1.6321E-3	1.3847E-5	4.0835E-5	0.0464	0.1719	0.4625	0.0043	1	10000

Tabla 4-8: (continuación)

y	y_b	y_{round}	δ	U_{First}	U_{Second}	U_{Third}	U_{LMCM}	U_{UMCM}	d_{low}	d_{high}	t_{First}	t_{Second}	t_{Third}	t_{MCM}	Test result	NE
Método EPA 4 Determinación de la humedad aplicando el método volumétrico																
V_i	200	200.0	0.5	2.0473	2.0473	2.0473	2.0526	2.0447	5.3106E-4	2.2572E-3	0.1446	0.3949	1.8211	0.0715	1	115000
V_f	207.8	200	50	2.0398	2.0398	2.0398	2.0229	2.0365	6.9515E-3	1.3233E-2	0.0697	0.3715	1.7970	0.0048	1	10000
V_{wref}	1.9111E-2	1.9100E-2	5.0E-5	3.9484E-3	3.9484E-3	3.9484E-3	3.9605E-3	3.9883E-3	1.2133E-5	3.9998E-5	0.1386	1.4930	18.0478	0.0357	1	50000
V_{mref}	0.6177	0.620	0.005	7.4198E-3	7.4186E-3	7.4188E-3	7.3107E-3	7.3518E-3	1.0056E-4	7.6617E-5	0.0942	0.6681	5.0131	0.0063	1	10000
B_{WS}	0.0300	0.030	0.005	5.9636E-3	5.9706E-3	5.9708E-3	6.2517E-3	6.0500E-3	1.3667E-4	1.1659E-4	0.0462	0.1707	0.4872	0.0047	1	10000
Método EPA 5 Selección de la boquilla																
Q_m	1.9938E-2	0.0199	5.0E-6	5.7906E-5	5.7921E-5	5.7922E-5	5.6590E-5	5.7376E-5	1.4110E-6	4.3442E-7	0.0482	0.1714	0.5604	0.0043	1	10000
D_n	5.0941	5.10	0.05	5.4275E-2	5.4289E-2	6.1240E-2	5.3087E-2	5.3555E-2	1.1953E-3	7.1187E-4	0.2608	3.8084	71.6843	0.0152	1	10000
Método EPA 5 Determinación del porcentaje de isocinetismo																
K	0.9866	1.00	0.05	1.0020E-1	1.0021E-1	1.0021E-1	9.1519E-2	9.1433E-2	9.2244E-3	8.2153E-3	0.1852	2.8440	49.1941	0.0136	1	10000
ΔH_{ideal}	18.0904	18.00	0.5	2.1370	2.1378	2.1385	1.9939	2.0978	1.3430E-1	4.7977E-1	0.0934	0.7421	5.1894	0.0647	1	10000
A_n	1.5553E-5	1.5550E-5	5.0E-9	1.4555E-8	1.4554E-8	1.4554E-8	1.4457E-8	1.4253E-8	4.7554E-11	4.4733E-10	0.0319	0.0570	0.0768	0.0030	1	10000
$V_{mref,j}$	1.1565	1.160	0.005	1.5704E-2	1.5704E-2	1.5704E-2	1.5565E-2	1.5804E-2	1.3187E-4	9.1968E-5	0.0923	0.6712	5.0366	0.0065	1	10000
$V_{s,j}$	29.9681	30.0	0.5	6.8442E-1	6.8678E-1	6.9397E-1	6.4869E-1	6.5638E-1	3.7594E-2	2.6174E-2	0.1179	1.1290	10.0008	0.0069	1	10000
$l_{Total,j}$	102.2275	102.0	0.5	4.4578	4.4740	4.7218	4.1035	4.2180	3.4944E-1	2.4477E-1	0.1619	2.0747	29.4690	0.4073	1	444000
Método EPA 5 Determinación la concentración de material particulado en los gases de la chimenea																
V_{mref}	1.1565	1.160	0.005	1.5704E-2	1.5704E-2	1.5704E-2	1.5565E-2	1.5804E-2	1.3187E-4	9.1968E-5	0.0923	0.6712	5.0366	0.0065	1	10000
C_{MP}	37.0849	40	5	1.6006	1.6018	1.6019	1.5302	1.4658	8.5430E-2	1.1983E-1	0.1579	2.0451	29.0320	0.0095	1	10000
Método EPA 6 Determinación la concentración de dióxido de azufre en los gases de la chimenea																
m_{SO_2}	78.2775	80	5	1.2682	1.2678	1.2678	1.2539	1.2394	1.5092E-2	2.7889E-2	0.1192	1.0666	9.9546	0.0078	1	10000
C_{SO_2}	67.6828	68.0	0.5	1.4263	1.4292	1.4293	1.4061	1.4398	2.2092E-2	1.5412E-2	0.0485	0.1680	0.4567	0.0203	1	52000

Tabla 4-8: (continuación)

y	y_v	y_{round}	δ	U_{First}	U_{Second}	U_{Third}	U_{LMCM}	U_{UMCM}	d_{low}	d_{high}	t_{First}	t_{Second}	t_{Third}	t_{MCM}	Test result	NE
Método EPA 7 Determinación la concentración de dióxido de nitrógeno en los gases de la chimenea																
K_C	734.8110	730	5	6.5253	6.5233	6.5229	6.4811	6.6214	1.1694E-2	6.3562E-2	0.1085	0.6986	4.9100	0.0100	1	10000
m_{NO_2}	30.8621	30	5	6.2210	6.2210	6.2210	6.2072	6.1573	7.1368E-2	5.9808E-2	0.0492	0.1669	0.4546	0.0042	1	10000
V_{SC}	1618.9518	1620	5	1.7852	1.7853	1.7853	1.7135	1.7333	6.7834E-2	5.5763E-2	0.1385	1.5130	17.7136	0.0097	1	10000
C_{NO_2}	19.0630	19.0	0.5	3.8426	3.8426	3.8426	3.8199	3.8165	2.5610E-2	2.3285E-2	0.0495	0.1685	0.4569	0.1476	1	360000
Método EPA 8 Determinación la concentración de neblinas ácidas en los gases de la chimenea																
$m_{H_2SO_4}$	53.9945	50	5	5.9612E-1	5.9612E-1	5.9612E-1	5.9149E-1	6.0046E-1	8.6826E-4	5.8363E-4	0.1154	1.0562	9.8661	0.0078	1	10000
$C_{H_2SO_4}$	46.6865	47	0.5	8.1451E-1	8.1361E-1	8.1366E-1	8.0292E-1	8.2587E-1	5.9367E-3	5.7164E-3	0.0485	0.1701	0.4602	0.0064	1	17000
Determinación de las emisiones máscas de los contaminantes MP , NO_2 , SO_2 y H_2SO_4																
E_{MP}	4.9879E-1	0.500	0.005	2.3703E-2	2.3704E-2	2.3704E-2	2.3171E-2	2.3139E-2	5.9238E-4	5.0445E-4	0.0470	0.1688	0.4569	0.0039	1	10000
E_{SO_2}	9.1033E-1	0.910	0.005	2.7085E-2	2.7085E-2	2.7085E-2	2.6379E-2	2.7438E-2	2.8877E-4	6.2580E-5	0.0472	0.1668	0.4609	0.0038	1	10000
E_{NO_2}	2.6844E-1	0.270	0.005	5.1954E-2	5.1956E-2	5.1956E-2	5.1518E-2	5.1264E-2	5.0693E-5	1.0746E-3	0.0464	0.1662	0.4609	0.0039	1	10000
$E_{H_2SO_4}$	6.2793E-1	0.630	0.005	1.7160E-2	1.7161E-2	1.7161E-2	1.6866E-2	1.6276E-2	3.7626E-4	8.0243E-4	0.0452	0.2278	0.4516	0.0038	1	10000
Determinación de las emisiones de los contaminantes MP , NO_2 , SO_2 y H_2SO_4 , corregidas al porcentaje de oxígeno de referencia																
$F_{O_2,ref,run}$	6.8750E-1	0.690	0.005	2.0500E-2	2.0608E-2	2.0616E-2	1.8121E-2	1.9044E-2	2.5588E-3	1.2765E-3	0.0263	0.0521	0.0736	0.0049	1	10000
$F_{O_2,ref,balon}$	7.0546E-4	0.700	0.005	2.1585E-2	2.1565E-2	2.1575E-2	1.8591E-2	1.9778E-2	2.6478E-3	1.5444E-3	0.0269	0.0441	0.0662	0.0029	1	10000
$C_{MP,O_2,ref}$	25.4959	25.0	0.5	1.2938	1.2939	1.2939	1.2365	1.2633	5.6997E-2	3.0776E-2	0.0521	0.1720	0.4735	0.0180	1	45000
$C_{SO_2,O_2,ref}$	46.5319	47.0	0.5	1.6523	1.6524	1.6524	1.5819	1.5960	6.8191E-2	5.8518E-2	0.0472	0.1706	0.5902	0.0220	1	59000
$C_{NO_2,O_2,ref}$	14.0802	14.0	0.5	2.7370	2.7373	2.7373	2.6947	2.7096	2.0016E-2	8.1151E-3	0.0478	0.2165	0.4554	0.0653	1	178000
$C_{H_2SO_4,O_2,ref}$	32.0970	32	0.5	1.0813	1.0831	1.0813	1.0159	1.0222	6.0367E-2	6.4143E-2	0.0464	0.1659	0.4588	0.0118	1	31000

Al analizar los resultados producto de la comparación de ambas metodologías de estimación de la incertidumbre, se encuentra:

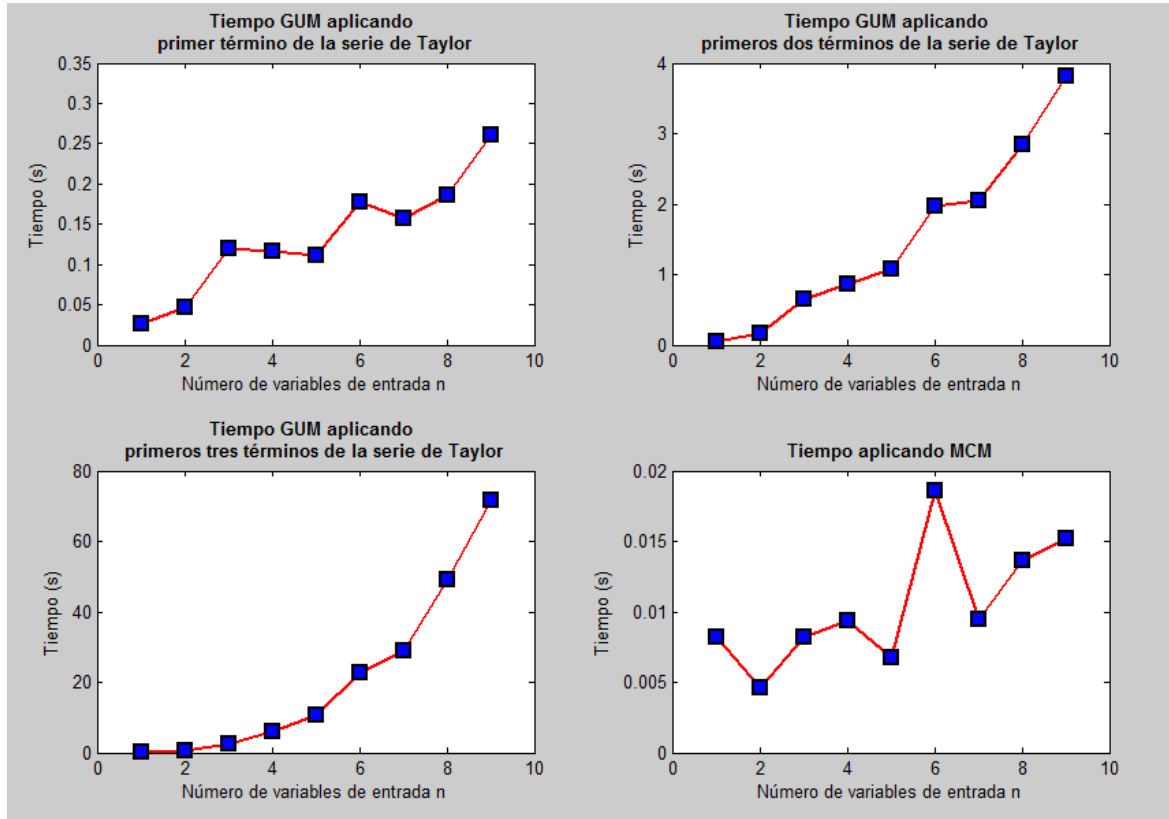
- Para las ochenta y seis pruebas de validación entre la estructura de la GUM (sin tener en cuenta el segundo y tercer término de la serie de Taylor) y MCM, se presenta que los valores de incertidumbre estimados por ambos son similares, es decir las diferencias están dentro del nivel δ de tolerancia. En cuanto al número de evaluaciones requeridas para alcanzar la convergencia de MCM estas son: del orden de $NE = 10^5$ para 4 de las pruebas, mientras para los restantes 82 es del orden de $NE = 10^4$ (repartidas así: $NE = 10^4$ con 70 casos y los restantes 12 cuando $10^4 < NE < 10^5$). Los tamaños de muestra empleados durante este trabajo son inferiores al propuesto en la literatura [2]. El cual es del orden de $NE = 10^7$, lo que reduce el tiempo de cómputo en un factor mayor a 100, lo anterior se logra gracias a la aplicación de la técnica de reducción de varianza.
- El tiempo de computo se incrementa exponencialmente a medida que se incluyen más términos de la serie de Taylor para estimar la incertidumbre empleando la GUM, este incremento es función del número de variables de entrada, lo anterior se puede evidenciar en los tiempos tabulados en la Tabla 4-9, donde se muestran mensurandos con un número creciente de variables de entrada.

Tabla 4-9: Influencia del número de variables de entrada y términos de la serie de Taylor en el tiempo de cómputo. Fuente: Elaboración propia

y	n	t_{First}	t_{Second}	t_{Third}	t_{MCM}
$A_s = \frac{\pi * D^2}{4}$	1	0.0263	0.0538	0.0728	0.0082
$DCU = \frac{LCU}{D_e}$	2	0.0462	0.1675	0.4618	0.0046
$V_{mref} = \frac{V_m * T_{ref} * P_m}{T_m * P_{ref}}$	3	0.1193	0.6579	2.3598	0.0082
$V_{cr} = k' * \left(\frac{P_{bar} * \theta}{\sqrt{T_{amb}}} \right)$	4	0.1156	0.8719	5.9179	0.0094
$V_s = K_p * C_{p*} \sqrt{\frac{\Delta P * T_s}{P_s * M_s}}$	5	0.1111	1.0826	10.6074	0.0067
$\Delta H@, i = \frac{K_1 * \frac{P_{ref}}{T_{ref}} * T_m * \theta^2}{P_{bar} * Y_{ds,i}^2 * V_m^2} * \Delta H$	6	0.1778	1.9796	22.6009	0.0186
$C_{MP} = \frac{(W_{SM} - W_{Sb}) + (W_f - W_i) - (W_{bf} - W_{bi})}{V_{mref}} * 10^3$	7	0.1579	2.0451	29.0320	0.0095
$K = K_2 * C_p^2 * \Delta H@ * D_m^4 * (1 - B_{ws}) * \frac{M_d * P_s}{M_s * P_m}$	8	0.1852	2.8440	49.1941	0.0136
$D_n = \sqrt{\frac{K_1 * Q_m * P_m}{T_m * C_p * (1 - B_{ws})} \sqrt{\frac{T_s * M_s}{P_s * \Delta P}}}$	9	0.2608	3.8084	71.6843	0.0152

Cuando se analizan los tiempos consumidos por la GUM usando el primer orden de la serie de Taylor y MCM, se observa un comportamiento con una leve tendencia a incrementar, pero con tasas de crecimiento más bajas comparadas con las que se presentan cuando se usan los segundos y terceros términos de la serie de Taylor, en la Figura 4-13, se muestra lo descrito anteriormente.

Figura 4-13: Tiempos de cómputo consumido en función del número de términos de la serie de Taylor y de variables de entrada. Fuente: Elaboración propia.



- Para las evaluaciones realizadas los términos de segundo y tercer orden no suministran mucha información adicional con respecto a la incertidumbre asociada a los mensurandos, excepto para aquellos mensurandos con algún grado de no linealidad como es el caso de V_s y D_n , donde las estimaciones de primer orden con respecto a las de tercero presentan variaciones del 5.59 y 11.33% respectivamente. Mientras para otros mensurandos como V_{mref} , $\Delta H@,i$, C_{MP} y K no se encuentran diferencias significativas, como se puede ver en la Tabla 4-10. Se halla que para los 86 mensurandos evaluados, el incluir el segundo término de la serie de Taylor no introduce diferencias superiores al 1%, mientras cuando se tiene en cuenta hasta el tercer término solo para el 4.65% de los casos las diferencias superan el 1%.

Tabla 4-10: Influencia en la estimación de la incertidumbre, producto de la no linealidad de los mensurandos. Fuente: Elaboración propia.

y	δ	U_{First}	U_{Second}	U_{Third}	d_{low}	d_{high}
$L_i = L_n + w_{chim} + f_i * D$	0.0005	1.0594E-3	1.0594E-3	1.0594E-3	1.0938E-6	1.1910E-5
$V_{mref} = \frac{V_m * T_{ref} * P_m}{T_m * P_{ref}}$	0.0005	6.8103E-4	6.8161E-4	6.8161E-4	7.6404E-6	3.2305E-6
$\Delta H@, i = \frac{K_1 * \frac{P_{ref}}{T_{ref}} * T_m * \theta^2}{P_{bar} * V_{ds,i}^2 * V_m^2} * \Delta H$	0.05	7.8858E-1	7.9083E-1	7.9089E-1	1.3682E-2	6.4583E-3
$C_{MP} = \frac{(W_{SM} - W_{Sb}) + (W_f - W_i) - (W_{bf} - W_{bi})}{V_{mref}} * 10^3$	5	1.6006	1.6018	1.6019	8.5430E-2	1.1983E-1
$K = K_2 * C_p^2 * \Delta H@ * D_m^4 * (1 - B_{ws}) * \frac{M_d * P_s}{M_s * P_m}$	0.05	1.0020E-1	1.0021E-1	1.0021E-1	9.2244E-3	8.2153E-3
$V_s = K_p * C_{p*} \sqrt{\frac{\Delta P * T_s}{P_s * M_s}}$	0.5	5.7495E-1	5.7539E-1	5.8483E-1	3.2860E-2	2.5425E-2
$D_n = \sqrt{\frac{K_1 * Q_m * P_m}{T_m * C_p * (1 - B_{ws})} \sqrt{\frac{T_s * M_s}{P_s * \Delta P}}}$	0.05	5.4275E-2	5.4289E-2	6.1240E-2	1.1953E-3	7.1187E-4

- El número de variables de entrada no tiene un efecto apreciable en las diferencias entre los valores estimados de la incertidumbre aplicando la GUM para diferente número de términos de la serie de Taylor, como se observa en la Tabla 4-10 para el mensurando K , pero por el contrario la no linealidad de la función que describe al mensurando si afecta los estimativos como se evidencia para los mensurandos V_s y D_n , ambos con grado de no linealidad creciente. A pesar de las diferencias presentadas producto de la no linealidad de las funciones que describen los mensurandos, se encuentra que los términos de segundo y tercer orden no son requeridos dentro de las 86 pruebas de validación, ya que las diferencias tabuladas d_{low} y d_{high} entre GUM (empleando solo el primer término de la serie de Taylor) y MCM son inferiores a la tolerancia numérica δ permitida, en otras palabras podría decirse que es suficiente usar solo el primer término de la serie de Taylor dado que la linealización es exactamente en ese punto.
- Cuando se comparan los tiempos de ejecución requeridos por la GUM de primer orden con los de MCM, estos resultan superiores, lo anterior se debe principalmente al tiempo empleado en las estimaciones de las derivadas parciales por parte de la rutina `diff.m` implementada en Matlab. Si por el contrario, se utilizan los coeficientes de sensibilidad tabulados en el Anexo D, los tiempos empleados por la GUM resultan inferiores. A modo de ejemplo, se pueden comparar los tiempos empleados para estimar la incertidumbre para el mensurando V_s , los cuales son: 0.1111 s (para GUM empleando rutina `diff.m`), 0.0067 s (para MCM) y 1.8218E-4 s (para GUM usando coeficientes del Anexo D), lo que demuestra que el tiempo utilizado por el último caso es 37 veces inferior al usado por MCM.

5. Conclusiones

La aplicación de los métodos de muestreo instrumentales definidos por la Agencia de Protección Ambiental de los Estados Unidos (US EPA) para la estimación de las emisiones de fuentes fijas, requiere además de la implementación del modelo matemático, la cuantificación de la incertidumbre asociada a las diferentes variables de entrada y mensurandos incluidos en éstos, y con el fin de estimarla, se emplean la metodología propuesta en la guía GUM y una estocástica basada en la aplicación del Método Monte Carlo. Los resultados alcanzados permiten asegurar que ambas formas de cuantificación son viables de implementar, y adicionalmente a través de los resultados se corrobora que los valores de incertidumbre estimados por ambas metodologías son similares para los niveles de tolerancia numérica δ fijados.

La metodología resultante de aplicar la Guía GUM a la estimación de la incertidumbre, permitió el desarrollo del modelo matemático requerido, para la estimación de la incertidumbre asociada al proceso de determinación de las emisiones desde fuentes fijas cuando se aplican los métodos de muestreo EPA 1 a 8, ya que fue posible la identificación y cuantificación de las principales fuentes de incertidumbre, y su posterior uso por parte del modelo matemático implementado a través de rutinas y funciones en Matlab, para la cuantificación de la incertidumbre estándar, coeficientes de sensibilidad (derivadas parciales), incertidumbre combinada, grados de libertad efectivos, factor de cobertura e incertidumbre expandida, para cada una de las variables de entrada y mensurandos que hacen parte del proceso de medición. En lo referente a la inclusión de los términos de segundo y tercer orden de la serie de Taylor, se encuentra que estos no son requeridos, debido a que para un número superior al 95.35% de los mensurandos evaluados, los valores reportados por estos cuando se comparan con los estimados al emplear solo el primer término de la serie de Taylor difieren en menos del 1%, lo cual lleva a inferir que no introducen información adicional al proceso de cuantificación de la incertidumbre, pero por el contrario incrementan de forma exponencial el tiempo de cómputo. Los tiempos consumidos son función de la cantidad de términos de la serie de Taylor empleada y del número de variables de entrada del mensurando, encontrándose que para mensurandos de dos o menos variables de entrada y cuando se emplea solo el primer término, los tiempos fueron cercanos a los 0.1 s, mientras cuando se incluyen los tres primeros términos de la serie y se evalúan mensurandos con un mayor número de variables de entrada (8 o 9), el tiempo requerido fue de aproximadamente 70 s, lo cual genera una diferencia de tiempos del orden de 700, valor que es difícil de reducir debido a lo impráctico de expresar de manera analítica todas las derivadas parciales que aparecen en la expresión matemática de tercer orden propuesta.

La metodología resultante de aplicar MCM a la estimación de la incertidumbre, permitió el desarrollo del modelo matemático requerido para la estimación de la incertidumbre asociada a los diferentes mensurandos que hacen parte del proceso de determinación de

los métodos de muestreo EPA 1 a 8, el desarrollo de ésta implicó la implementación de la técnica de reducción de la varianza con el fin de reducir los tiempos de cómputo, lográndose disminuciones en un factor que oscila entre 10^2 y 10^3 , cuando se comparan con los tiempos requeridos por la forma tradicional donde se emplea un número de estimaciones recomendado del orden de 10^7 . Antes de la aplicación de las técnicas de reducción de la varianza SBSS y SRS, se realizó la optimización de los parámetros requeridos por éstas, obteniéndose valores de $n = 100$, $N_{min} = 100$ y un $N_{add} = 70$, se destaca la alta variabilidad encontrada para el parámetro M (con valores entre 7 y 53), la cual oscila entre 50 y 70 % (estimada mediante el coeficiente de variación), lo que demuestra que la función de optimización no posee un solo óptimo, otro aspecto a resaltar durante la optimización fue el tiempo consumido por la metaheurística PSO, el cual es similar para los diferentes tamaños de muestra probados ($n = 100, 50$ y 20). Con los valores obtenidos durante la optimización, se puso a prueba las técnicas SBSS y SRS para diferentes tolerancias y tamaños de muestra (n), encontrándose que se requiere un mayor número de muestras y tiempo de cómputo para alcanzar la convergencia por parte de la técnica SRS para tolerancias inferiores a 10^{-5} , mientras para tolerancias mayores el número de muestras requeridas por ambas técnicas es igual con tiempo de cómputo inferior para SRS. Cuando la tolerancia es igual a 10^{-5} , el número de muestra es igual para ambas técnicas para tamaños de muestra de 100 y 50, mientras es inferior para SBSS para el tamaño de 20, pero con tiempos de cómputo inferior para SRS. En resumen la técnica SBSS requiere menor o igual número de muestras que SRS, pero el tiempo de cómputo dependerá del nivel de tolerancia fijado.

Al comparar los resultados de la incertidumbre estimada por las metodologías GUM y MCM, se encontró que para la totalidad de los ochenta y seis mensurandos evaluados, ambas generan resultados similares, es decir que las diferencias entre las estimaciones reportadas por éstas se encuentran dentro del rango de tolerancia numérica δ fijado para cada prueba. Lo anterior aplica para las tres pruebas de comparación desarrolladas, las cuales incluyen los casos en que la estimación realizada por la GUM utiliza uno, dos o tres términos de la serie de Taylor. Para los resultados entre la GUM usando el primer término y MCM, se encuentra que el tiempo consumido por la última, es en el 96.51% de los casos inferior al de la GUM cuando la estimación de los coeficientes de sensibilidad requeridos por ésta, se realiza mediante la aplicación de la función `diff.m` implementada en Matlab, mientras por otro lado, si la estimación de los coeficientes se hace aplicando las expresiones matemáticas tabuladas en el Anexo D, se encuentra que el tiempo invertido por la GUM es inferior, en un orden de aproximadamente 10^3 . Los tres casos en los cuales MCM consume más tiempo que la GUM, se dan cuando el número de evaluaciones (NE) requeridas para lograr la convergencia es superior a 10^6 . Por otro lado, se presenta que para el 68.6 % de las comparaciones la metodología GUM estima valores más altos de la incertidumbre, lo cual se debe en gran medida al factor de cobertura calculado mediante el uso de los grados de libertad efectivos y a la aproximación realizada al usar sólo el primer término de la serie de Taylor.

5.1 Trabajo futuro

Queda pendiente la implementación de esta metodología a otros numerales de los Métodos EPA 1 a 8 que no fueron incluidos dentro de esta investigación, así como a los restantes 22 métodos incluidos en el Apéndice A del CFR 40 parte 60 (el cual incluye 30 métodos en total). Adicionalmente dada la similitud de los procedimientos de medición de fuentes fijas, con otros campos de mediciones ambientales, se recomienda explorar la posibilidad de aplicar la metodología propuesta, a la estimación de la incertidumbre asociada a los métodos de monitoreo de contaminantes atmosféricos como: material particulado (PM_{10} , PST, $PM_{2.5}$ y PM_1), dióxido de azufre (SO_2), óxidos de nitrógeno (NO_x), dióxido de nitrógeno (NO_2), monóxido de nitrógeno (NO), ozono (O_3), monóxido de carbono (CO), etc., tanto para equipos de muestreo semiautomáticos como automáticos, ya que en la actualidad al realizar una revisión de la literatura no es común encontrar información al respecto.

ANEXO A: Modelos matemáticos asociados a la estimación de emisiones de fuentes fijas empleando los métodos EPA 1 a 8

En este anexo se incluyen los modelos matemáticos empleados en este trabajo, para las determinaciones asociadas a los métodos EPA hasta 8, los cuales se extrajeron del CFR 40 Part 60 (Appendices) [14].

▪ Método EPA 1

Permite determinar el número de puntos y su posición dentro de la sección transversal de la chimenea, dada la geometría de ésta, se requiere la estimación del diámetro equivalente (D_e).

- Para chimeneas rectangulares se emplea la siguiente relación matemática:

$$D_e = \frac{2 * L * W}{L + W} \quad (A.1)$$

Dónde:

A = Área de la sección transversal de la chimenea, m^2 .

P = Perímetro de la sección transversal de la chimenea, m.

L: Largo para chimeneas rectangulares, m.

W: Ancho para chimeneas rectangulares, m.

- Para chimeneas elípticas no existe una relación matemática exacta, pero la siguiente es útil, para la cual se utiliza la aproximación propuesta por el matemático Ramanujan para estimar el perímetro (P) [103]:

$$D_e = \frac{A}{P} = \frac{2 * a * b}{\left(3 * (a + b) - \sqrt{(3a + b)(a + 3b)}\right)} \quad (A.2)$$

Dónde:

A: área de la elipse, m^2 .

a: Eje mayor de la elipse, m.

b: Eje menor de la elipse, m.

- Para chimeneas circulares se cumple que el diámetro equivalente es igual al diámetro de la chimenea.

$$D_e = D \quad (A.3)$$

Paso seguido se debe estimar las distancias corrientes arriba y abajo en unidades del D_e , para lo cual se emplean las relaciones matemáticas:

Diámetros Corriente arriba (DCU):

$$DCU = \frac{LCU}{D_e} \quad (A.4)$$

Diámetro corriente abajo (DCD):

$$DCD = \frac{LCD}{D_e} \quad (A.5)$$

Dónde:

LCU: Longitud desde el punto de medición hasta la próxima perturbación después de esté corriente arriba, m.

LCD: Longitud desde la última perturbación corriente abajo y el punto de medición en la misma, m.

Conocidos el número de diámetros corriente arriba (DCU) y corriente abajo (DCD), se estiman el número de puntos requeridos, por medio de las Figuras 1-1 y 1-2 del Método 1 US EPA [14]. La primera figura se utiliza, cuando se desea estimar la cantidad de partículas emitidas y la segunda cuando se está interesado en estimar la velocidad del gas a través de la chimenea. Para el caso de chimeneas rectangulares se debe utilizar el mayor de los dos números que aparecen en las Figuras. Para el caso de chimeneas con diámetros en el intervalo de 12 pulgadas (0.3048 m) a 24 pulgadas (0.6096 m), cuando el número de diámetros corriente arriba es ≥ 2.0 y el número de diámetros corriente abajo ≥ 8.0 , se debe trabajar con 8 puntos si la chimenea es circular o elíptica, y 9 para el caso rectangular.

Una vez estimado el número de puntos se procede a estimar la posición de los mismos dentro de la chimenea, para lo cual nos apoyamos en la siguiente relación matemática para chimeneas circulares:

$$L_i = L_n + w_{chim} + f_i * D \quad (A.6)$$

Dónde:

L_i : Distancia a la cual se debe introducir el Pitot a partir de la parte exterior del niple.

L_n : Longitud del niple.

w_{chim} : Espesor de las paredes de la chimenea.

f_i : Factor que depende del punto y número de puntos a estimar, este aparece tabulado en la Tabla 1-2 del Método 1 US EPA [14], o se puede estimar por medio de las siguientes ecuaciones:

$$f_i = 0.5 * \left(1 - \sqrt{1 - \left(\frac{2 * i - 1}{m} \right)^2} \right), \text{ para } i \leq \frac{m}{2} \quad (A.7)$$

$$f_i = 0.5 * \left(1 + \sqrt{\left(\frac{2 * i - 1}{m} \right)^2 - 1} \right), \text{ para } i > \frac{m}{2} \quad (\text{A.8})$$

Para chimeneas elípticas se aplican las siguientes ecuaciones.

$$L_i = L_n + w_{\text{chim}} + f_i * a; \text{ Recorrido 1} \quad (\text{A.9})$$

$$L_i = L_n + w_{\text{chim}} + f_i * b; \text{ Recorrido 2} \quad (\text{A.10})$$

Por último, para el caso de chimeneas rectangulares los puntos se distribuyen uniformemente, aplicando la siguiente ecuación:

$$L_i = L_n + w_{\text{chim}} + \frac{L}{m} * \left(i - \frac{1}{2} \right) \quad (\text{A.11})$$

Dónde:

m = número de puntos por travesía.

m = n para una sola travesía y $m = \frac{n}{2}$ para dos o más travesías.

m = número de puntos por travesía.

i = i-ésimo punto estimado, $i = 1 \dots m$.

Los valores de m y n aparecen tabulados en la Tabla 1-1 del Método 1 US EPA [14].

Nota: Cuando se emplea el método EPA 1A para chimeneas con diámetros equivalentes entre 0.1016 m (4 pulgadas) y 0.3048 m (12 pulgadas), se repite el procedimiento matemático anterior, con la diferencia que se debe repetir para los dos puntos de medición (velocidad y toma de muestras), y se selecciona el punto con el mayor número de puntos.

▪ Método EPA 2

Se emplea para determinar la velocidad del gas en la chimenea, para lo cual se usa la relación entre esta variable con la presión de velocidad a través de la ecuación de Bernoulli:

$$V_s = K_P * C_{P*} * \sqrt{\frac{\Delta P * T_s}{P_s * M_s}} \quad (\text{A.12})$$

Dónde:

V_s : Velocidad promedio del gas en la chimenea, m/s.

C_{P*} : Coeficiente del tubo Pitot, el cual tiene un valor típico de 0.84, adimensional.

ΔP : Presión de velocidad promedio de los gases en la chimenea, mmH₂O.

T_s : Temperatura promedio de los gases en la chimenea, K.

P_s : Presión absoluta en la chimenea, mmHg.

M_s : Peso molar del gas en base húmeda en la chimenea, g/g-mol.

K_P : Constante del tubo Pitot, la cual en el sistema internacional es igual a:

$$K_p = 34.97 \frac{\text{m}}{\text{s}} \sqrt{\frac{\frac{\text{g}}{\text{g} - \text{mol}} * \text{mmHg}}{K * \text{mmH}_2\text{O}}} \quad (\text{A.13})$$

$\overline{\Delta P}$: Presión de velocidad promedio del gas en la chimenea, mmH₂O, la cual se puede estimar así:

$$\overline{\Delta P} = \left(\frac{\sum_{i=1}^n \sqrt{\Delta P_i}}{n} \right)^2 \quad (\text{A.14})$$

Dónde:

ΔP_i : Presiones de velocidad en cada punto de muestreo, mmH₂O.

n: Número de puntos de muestreo.

Para el caso de aplicar el método EPA 1A, los cálculos de ΔP_i y la diferencia de velocidad para el punto i (%*Dif*_{V_i}, utilizada como variable de control), se estiman mediante las siguientes ecuaciones:

$$\Delta P_i = \frac{\Delta P_{i1} + \Delta P_{i2}}{2} \quad (\text{A.15})$$

Dónde:

ΔP_{i1} : Presión de velocidad inicial en el punto de muestreo i, mmH₂O.

ΔP_{i2} : Presión de velocidad final en el punto de muestreo i, mmH₂O.

La presión absoluta en el medidor de gas seco (P_m) se estima con la siguiente relación matemática:

$$P_m = P_{\text{bar}} + \frac{\Delta H}{13.6} \quad (\text{A.16})$$

Dónde:

P_m : Presión absoluta en el medidor, mmHg.

P_{bar} : Presión barométrica o atmosférica, mmHg.

ΔH : Presión diferencial promedio a través del orificio, mmH₂O.

La presión absoluta del gas en la chimenea (P_s) es igual a:

$$P_s = P_{\text{bar}} + \frac{P_g}{13.6} \quad (\text{A.17})$$

Dónde:

P_s : Presión absoluta en la chimenea, mmHg.

P_{bar} : Presión barométrica o atmosférica, mmHg.

P_g : Presión estática promedio en la chimenea, mmH₂O.

La velocidad de los gases en la chimenea se emplea para estimar el caudal volumétrico de los gases en la chimenea (Q_{sw}), el cual se obtiene al multiplicar la velocidad de los gases por el área transversal del ducto, así:

$$Q_{\text{sw}} = 3600 * V_s * A_s \quad (\text{A.18})$$

Dónde:

A_s : Área transversal de la chimenea, m².

El área transversal de la chimenea se calcula dependiendo de la forma de las misma, así:

- Para chimeneas circulares.

$$A_s = \frac{\pi * D^2}{4} \quad (A.19)$$

- Para chimeneas elípticas.

$$A_s = \pi * a * b \quad (A.20)$$

- Para chimeneas rectangulares.

$$A_s = L * W \quad (A.21)$$

Para estimar el flujo volumétrico en base humedad a condiciones de referencia (Q_{swref}) se emplea la relación:

$$Q_{swref} = Q_{sw} * \left(\frac{T_{ref}}{T_s}\right) * \left(\frac{P_s}{P_{ref}}\right) \quad (A.22)$$

El caudal de gas en la chimenea en base seca corregido a condiciones de referencia (Q_{sref}) es:

$$Q_{sref} = Q_{swref} * (1.0 - B_{ws}) \quad (A.23)$$

Dónde:

T_{ref} : Temperatura de referencia, K.

T_s : Temperatura promedio del gas en la chimenea, K.

P_{ref} : Presión de referencia ó estándar, mmHg.

P_s : Presión absoluta en la chimenea, mmHg.

B_{ws} : Fracción volumétrica de vapor de agua en la corriente gaseosa.

▪ Método EPA 3

Se emplea para la determinación del peso molecular del gas en la chimenea, el cual se encuentra relacionado en base seca por [14]:

$$M_{d,i} = \frac{(M_{CO_2} - M_{N_2}) * \%CO_{2,i}}{100} + \frac{(M_{O_2} - M_{N_2}) * \%O_{2,i}}{100} + \frac{(M_{CO} - M_{N_2}) * \%CO_i}{100} + M_{N_2} \quad (A.24)$$

$$M_d = \frac{M_{CO_2} * \%CO_{2,i} + M_{O_2} * \%O_{2,i} + M_{CO} * \%CO_i + M_{N_2} * \%N_{2,i}}{100} \quad (A.25)$$

$$\%N_{2,i} = 100 - \%CO_{2,i} - \%O_{2,i} - \%CO_i \quad (A.26)$$

Dónde:

$M_{d,i}$: Peso molecular en base seca para la medición i, g/g-mol.

$\%O_2$: Porcentaje de oxígeno en los gases de la chimenea en la medición i, %.

$\%CO$: Porcentaje de monóxido de carbono en los gases de la chimenea en la medición i, %.

$\%CO_2$: Porcentaje de dióxido de carbono en los gases de la chimenea en la medición i , %.

$\%N_2$: Porcentaje de nitrógeno en los gases de la chimenea en la medición i , %.

M_{CO_2} : Peso molecular del dióxido de carbono.

M_{O_2} : Peso molecular del oxígeno.

M_{CO} : Peso molecular del monóxido de carbono.

M_{N_2} : Peso molecular del nitrógeno.

El peso molecular del gas en la chimenea en base húmeda, se estima así:

$$M_s = M_d * (1.0 - B_{ws}) + M_w * B_{ws} \quad (A.27)$$

Dónde:

M_s : Peso molecular en base húmeda, g/g-mol.

B_{ws} : Fracción volumétrica de vapor de agua en la corriente gaseosa, adimensional.

M_w : Peso molecular del agua, g/g-mol.

M_d : Peso molecular en base seca promedio, g/g-mol. Matemáticamente se estima como:

$$M_d = \left(\sum_{i=1}^n M_{d,i} \right) / n \quad (A.28)$$

Para la estimación de los porcentajes de dióxido de carbono, monóxido de carbono y oxígeno por el método del ORSAT se utilizan las siguientes relaciones:

$$\%CO_{2,i} = V_{CO_{2,i}} \quad (A.29)$$

$$\%O_{2,i} = V_{O_{2,i}} - V_{CO_{2,i}} \quad (A.30)$$

$$\%CO_i = V_{CO_i} - V_{O_{2,i}} - V_{CO_{2,i}} \quad (A.31)$$

Dónde:

$V_{CO_{2,i}}$: Volumen desplazado cuando el gas entra en contacto con la solución absorbente para dióxido de carbono, ml.

$V_{O_{2,i}}$: Volumen acumulado desplazado cuando el gas entra en contacto con la solución absorbente para oxígeno, ml.

V_{CO_i} : Volumen acumulado desplazado cuando el gas entra en contacto con la solución absorbente para monóxido de carbono, ml.

▪ Método EPA 4

Para la estimación de la fracción de humedad de los gases en la chimenea (B_{ws}), se pueden emplear diferentes métodos, entre los de mayor difusión, se encuentran el método de referencia, el aproximado y el de entalpia (usa las temperaturas de bulbo húmedo y seco, aplica para chimeneas con temperatura de los gases inferiores a 100 °C), Método 4 US EPA [14], en este trabajo solo se desarrolla el modelo para el método de referencia.

- **Método de referencia:** el volumen de vapor de agua, corregido a condiciones de referencia, colectado en cuatro burbujeadores es:

$$V_{wref} = [(V_f - V_i) * \rho_w + (W_f - W_i)] * \frac{R * T_{ref}}{P_{ref} * M_w} \quad (A.32)$$

$$V_f = \sum_{i=1}^3 V_{f,i} \quad (A.33)$$

$$V_i = \sum_{i=1}^3 V_{i,i} \quad (A.34)$$

Dónde:

V_{wref} : Volumen de vapor de agua corregido a condiciones de referencia, m³.

V_f : Volumen final de agua (cargada + recolectada), en los tres (3) primeros impactadores, ml.

V_i : Volumen inicial de agua cargada en los tres (3) primeros impactadores, ml.

W_f : Peso final de la silica gel en el último impactador, g.

W_i : Peso inicial de la silica gel en el último impactador, g.

ρ_w : Densidad del agua a la T_{ref} , g/ml.

M_w : Masa molar del agua, g/g-mol.

R: Constante de los gases ideales.

$$R = 0.06236 \frac{\text{mmHg} * \text{m}^3}{\frac{\text{g}}{\text{g} - \text{mol}} * \text{K}} \quad (A.35)$$

Si en lugar de medir el volumen inicial y final de agua en los tres primeros burbujeadores, estos se pesan para determinar la cantidad de agua recolectada, se utilizan la siguiente ecuación:

$$V_{wref} = [(P_f - P_i) + (W_f - W_i)] * \frac{R * T_{ref}}{P_{ref} * M_w} \quad (A.36)$$

$$P_f = \sum_{i=1}^3 P_{f,i} \quad (A.37)$$

$$P_i = \sum_{i=1}^3 P_{i,i} \quad (A.38)$$

Dónde:

P_f = Peso final de los primeros tres (3) impactadores (incluye peso del agua cargada + recolectada + peso de los impactadores), g.

P_i = Peso final de los primeros tres (3) impactadores (incluye peso del agua cargada más el peso de los impactadores), g.

El volumen de gas seco medido por el medidor gas, corregido a condiciones de referencia y/o estándar es:

$$V_{mref} = Y * V_m * \left(\frac{T_{ref}}{T_m}\right) * \left(\frac{P_m}{P_{ref}}\right) \quad (A.39)$$

Dónde:

V_{mref} : Volumen de gas seco corregido a condiciones de referencia, m^3 .

V_m : Volumen de gas registrado por el medidor de gas seco, m^3 .

Y : Factor de calibración del medidor de gas seco.

P_m : Presión absoluta en el medidor de gas seco, mmHg.

T_m : Temperatura promedio en el medidor de gas seco, K.

Finalmente, el contenido de humedad de los gases en la chimenea (B_{ws}) está dado por la ecuación:

$$B_{ws} = \frac{V_{wref}}{V_{wref} + V_{mref}} \quad (A.40)$$

▪ Método EPA 5

El primer paso para el desarrollo del método EPA 5, es la selección de la boquilla que garantice una colección isocinética de las partículas que se depositan sobre el material filtrante, el interior de la boquilla y la sonda. Para seleccionar el diámetro ideal de la boquilla se requiere efectuar un recorrido preliminar, en el cual se miden los siguientes parámetros en cada punto de la sección transversal, determinados al aplicar el Método EPA 1 o EPA 1A:

- Presión de velocidad (ΔP_j).
- Temperatura del gas en la chimenea ($T_{s,j}$).
- Presión estática ($P_{g,j}$).
- Temperatura del medidor de gas seco ($T_{m,j}$).
- Volumen registrado por el medidor de gas seco ($V_{m,j}$).

Y la aplicación de los Métodos EPA 3 y 4 para determinar:

- Peso molecular en base seca de los gases en la chimenea (M_s).
- Porcentaje de humedad (B_{ws}).

Con los datos recolectados, se determina el diámetro ideal de la boquilla (D_n) para el muestreo así:

$$D_n = \sqrt{\frac{K_1 * Q_m * P_m}{T_m * C_p * (1 - B_{ws})} \sqrt{\frac{T_s * M_s}{P_s * \Delta P}}} \quad (A.41)$$

Dónde:

D_n : Diámetro de la boquilla, mm.

Q_m : Caudal a través del medidor de gas seco, m^3/min .

P_m : Presión absoluta en el medidor de gas seco, mmHg.

T_m : Temperatura promedio en el medidor de gas seco, K.

C_p : Coeficiente del tubo pitot.

B_{ws} : Fracción volumétrica de vapor de agua en la corriente gaseosa.

ΔP : Presión de velocidad promedio del gas en la chimenea, mmH_2O .

T_s : Temperatura promedio del gas en la chimenea, K.

P_s : Presión absoluta en la chimenea, mmHg.

M_s : Masa molar del gas en la chimenea, g/g-mol.

K_1 : Constante cuyo valor es:

$$K_1 = 607.1 \frac{s * mm^2}{m^3} \sqrt{\frac{K}{\frac{g}{g - mol}}} \quad (A.42)$$

Una vez seleccionada la boquilla se procede a la ejecución de la corrida para lo cual se debe fijar en cada punto la caída de presión en el medidor de gas seco, lo que permitirá una colección isocinética. La caída de presión en el medidor de orificio se estima con la siguiente ecuación, este valor se utiliza para fijar la rata de muestreo:

$$\Delta H_{ideal} = K * \frac{T_m}{T_s} * \Delta P \quad (A.43)$$

Dónde:

ΔH_{ideal} : Caída de presión en el medidor de orificio ideal, mmH₂O.

T_m : Temperatura en el medidor de gas seco, K.

T_s : Temperatura del gas en la chimenea, K.

ΔP : Presión de velocidad del gas en la chimenea, mmH₂O.

K: Factor de proporcionalidad que relaciona ΔP y ΔH para el muestreo isocinético:

$$K = K_2 * C_p^2 * \Delta H@ * D_m^4 * (1 - B_{ws}) * \frac{M_d * P_s}{M_s * P_m} \quad (A.44)$$

El valor de la constante depende del sistema de unidades empleado, así

$$K_2 = \frac{8.308 * 10^{-5}}{mmH_2O * mm^4} \quad (A.45)$$

D_m : Diámetro de la boquilla seleccionada, mm.

El porcentaje de isocinetismo por punto se puede estimar mediante las siguientes relaciones:

- Para el caso del isocinetismo acumulado hasta el punto j se estima mediante la siguiente relación matemática.

$$I_{Total,j} = \frac{100 * P_{ref} * T_{s,j} * V_{mref,j}}{60 * T_{ref} * P_{s,j} * V_{s,j} * A_n * (\theta_1 * j) * (1 - B_{ws})}; para j \leq n \quad (A.46)$$

$$T_{s,j} = \left(\sum_{i=1}^j T_{s,i} \right) / j \quad (A.47)$$

$$P_{s,j} = \left(\sum_{i=1}^j P_{s,i} \right) / j \quad (A.48)$$

$$V_{s,j} = \left(\sum_{i=1}^j V_{s,i} \right) / j \quad (A.49)$$

$$V_{mref,j} = \sum_{i=1}^j V_{mref,i} \quad (A.50)$$

Para este caso el isocinetismo total para la k-ésima corrida es igual al valor estimado para el j-ésimo punto.

Dónde:

$I_{\text{punto},j}$: Porcentaje de isocinetismo acumulado hasta el j-ésimo punto.

$T_{S,i}$: Temperatura promedio del gas en la chimenea hasta el j-ésimo punto, K.

$V_{\text{mref},i}$: Volumen de gas seco corregido a condiciones de referencia hasta el j-ésimo punto, m^3 .

$P_{S,i}$: Presión absoluta en la chimenea hasta el j-ésimo punto, mmHg.

$V_{S,i}$ = Velocidad promedio del gas en la chimenea hasta el j-ésimo punto, m/s.

A_n : Área de la sección transversal de la boquilla, m^2 .

$\theta_1 * j$: Tiempo total de muestreo hasta el i-ésimo punto, min.

B_{ws} : Fracción volumétrica de vapor de agua en la corriente gaseosa.

- Para el caso del isocinetismo puntual se estima mediante la siguiente relación matemática.

$$I_{\text{punto},j} = \frac{100 * P_{\text{ref}} * T_{S,j} * V_{\text{mref},j}}{60 * T_{\text{ref}} * P_{S,j} * V_{S,j} * A_n * \theta * (1 - B_{ws})}; \text{ para } j \leq n \quad (\text{A.51})$$

Dónde:

$I_{\text{punto},j}$: Porcentaje de isocinetismo para el j-ésimo punto.

$T_{S,j}$: Temperatura del gas en la chimenea para el j-ésimo punto, K.

$V_{\text{mref},j}$: Volumen de gas seco corregido a condiciones de referencia r para el j-ésimo punto, m^3 .

$P_{S,j}$: Presión absoluta en la chimenea para el j-ésimo punto, mmHg.

$V_{S,j}$ = Velocidad promedio del gas en la chimenea para el j-ésimo punto, m/s.

θ : Tiempo de muestreo por punto, min.

Para este caso el isocinetismo total para la k-ésima corrida es igual al valor promedio para los j puntos estimados.

Nota: Se espera que el valor estimado para el porcentaje de isocinetismo este en el rango [90,110].

Con los datos recolectados durante la corrida, y el material particulado recolectado, se procede a estimar la concentración de material particulado en la corriente gaseosa, para lo cual se utiliza la siguiente relación matemática:

$$C_{\text{MP}} = \frac{(W_{\text{SM}} - W_{\text{Sb}}) + (W_{\text{f}} - W_{\text{i}}) - (W_{\text{bf}} - W_{\text{bi}})}{V_{\text{mref}}} * 10^3 \quad (\text{A.52})$$

Dónde:

C_{MP} : Concentración del material particulado en la corriente de gases de la chimenea, mg/m^3 .

W_{SM} : Peso de los sólidos recolectados en la muestra, g.

W_{Sb} : Peso de los sólidos en el blanco de muestra, g.

W_{f} : Peso final del filtro utilizado para recolectar la muestra, g.

W_{i} : Peso inicial del filtro utilizado para recolectar la muestra, g.

W_{bf} : Peso final del filtro utilizado como blanco, g.

W_{bi} : Peso inicial del filtro utilizado como blanco, g.

V_{mref} : Volumen de gas medido por el MGS corregido a condiciones de referencia, m^3 .

Para estimar la cantidad de material particulado emitido por hora se emplea la siguiente relación:

$$E_{MP} = F * Q_{swref} * C_{MP} \quad (A.53)$$

Dónde:

E_{MP} : Emisión de material particulado, Kg/h.

Q_{swref} : Caudal de gas húmedo a través de la chimenea a condiciones de referencia, m^3/h .

C_{MP} : Concentración del material particulado en la corriente de gases de la chimenea, mg/m^3 .

F: Factor de conversión que tiene un valor de:

$$F = 10^{-6} \frac{Kg}{mg} \quad (A.54)$$

▪ Método EPA 6

Para estimar la concentración de dióxido de azufre en la corriente gaseosa se utiliza la siguiente relación matemática:

$$m_{SO_2} = K_2 * N * (V_t - V_{tb}) * (V_{sol}/V_a) \quad (A.55)$$

$$C_{SO_2} = \frac{m_{SO_2}}{V_{mref}} \quad (A.56)$$

Dónde:

C_{SO_2} : Concentración del dióxido de azufre en la corriente de gases de la chimenea, mg/m^3 .

m_{SO_2} : Masa de dióxido de azufre en el volumen recolectado, mg.

N: Normalidad del estándar de bario utilizado en la titulación, meq/ml.

V_t : Volumen total del estándar de bario utilizado para titular la muestra, ml.

V_{tb} : Volumen total del estándar de bario utilizado para titular el blanco de muestra, ml.

V_{sol} : Volumen total de la solución en el cual, la muestra de SO_2 está contenida, 1000 ml generalmente, ml.

V_a : Volumen de la alícuota de muestra titulada, ml.

V_{mref} : Volumen de gas medido por el MGS corregido a condiciones de referencia, m^3 .

K_2 : Constante que tiene un valor de:

$$K_2 = 32.03 \frac{mg SO_2}{meq} \quad (A.57)$$

Para estimar la cantidad de dióxido de azufre emitido por hora se emplea la siguiente relación:

$$E_{SO_2} = F * Q_{swref} * C_{SO_2} \quad (A.58)$$

Dónde:

E_{SO_2} : Emisión de dióxido de azufre, Kg/h.

C_{SO_2} : Concentración del dióxido de azufre en la corriente de gases de la chimenea, mg/m³.

F: Factor de conversión que tiene un valor de:

$$F = 10^{-6} \frac{\text{Kg}}{\text{mg}} \quad (\text{A.59})$$

▪ METODO EPA 7

Para estimar la concentración de dióxido de nitrógeno en la corriente gaseosa se utiliza la siguiente relación matemática:

$$C_{NO_2} = \frac{K_2 * m_{NO_2}}{V_{sc}} \quad (\text{A.60})$$

Dónde:

$$m_{NO_2} = 2 * K_c * A * F \quad (\text{A.61})$$

$$V_{sc} = (V_f - V_a) * \frac{T_{ref}}{P_{ref}} * \left[\frac{P_f}{T_f} - \frac{P_i}{T_i} \right] \quad (\text{A.62})$$

$$K_c = 100 \frac{A_1 + 2A_2 + 3A_3 + 4A_4}{A_1^2 + A_2^2 + A_3^2 + A_4^2} \quad (\text{A.63})$$

C_{NO_2} : Concentración del dióxido de nitrógeno en la corriente de gases de la chimenea, mg/m³.

K_c : Factor de calibración espectrofotométrico, Abs⁻¹.

A_1 : Absorbancia del estándar de 100 µg de NO₂, Abs.

A_2 : Absorbancia del estándar de 200 µg de NO₂, Abs.

A_3 : Absorbancia del estándar de 300 µg de NO₂, Abs.

A_4 : Absorbancia del estándar de 400 µg de NO₂, Abs.

A: Absorbancia de la muestra, Abs.

V_f : Volumen del frasco y la válvula, ml.

V_a : Volumen de solución absorbente, ml.

P_f : Presión absoluta final del frasco, mmHg.

P_i : Presión absoluta inicial del frasco, mmHg.

T_f : Temperatura absoluta final del frasco, K.

T_i : Temperatura absoluta inicial del frasco, K.

m_{NO_2} : Masa de NO₂, µg.

V_{sc} : Volumen de muestra a condiciones estándar, ml.

F: Factor de dilución.

K_2 : Constante.

$$K_2 = 10^3 \frac{\frac{\text{mg}}{\text{m}^3}}{\frac{\mu\text{g}}{\text{ml}}} \quad (\text{A.64})$$

Para estimar la cantidad de dióxido de nitrógeno emitido por hora se emplea la siguiente relación:

$$E_{NO_2} = F * Q_{swref} * C_{NO_2} \quad (A.65)$$

Dónde:

E_{NO_2} : Emisión de dióxido de nitrógeno, Kg/h.

C_{NO_2} : Concentración del dióxido de nitrógeno en la corriente de gases de la chimenea, mg/m³.

F = Factor de conversión que tiene un valor de:

$$F = 10^{-6} \frac{Kg}{mg} \quad (A.66)$$

▪ METODO EPA 8

Para estimar la concentración de ácido sulfúrico en la corriente gaseosa se utiliza la siguiente relación matemática:

$$m_{H_2SO_4} = K_2 * N * (V_t - V_{tb}) * (V_{sol}/V_a) \quad (A.67)$$

$$C_{H_2SO_4} = \frac{m_{H_2SO_4}}{V_{mref}} \quad (A.68)$$

Dónde:

$C_{H_2SO_4}$: Concentración del ácido sulfúrico en la corriente de gases de la chimenea, mg/m³.

$m_{H_2SO_4}$: Masa de ácido sulfúrico en el volumen recolectado, mg.

N: Normalidad del estándar de bario utilizado en la titulación, meq/ml.

V_t : Volumen total del estándar de bario utilizado para titular la muestra, ml.

V_{tb} : Volumen total del estándar de bario utilizado para titular el blanco de muestra, ml.

V_{sol} : Volumen total de la solución en el cual, la muestra de H₂SO₄ está contenida, 100 ml generalmente, ml.

V_a : Volumen de la alícuota de muestra titulada, ml.

V_{mref} : Volumen de gas seco corregido a condiciones de referencia y/o estándar, m³ (ft³).

K_2 : Constante que tiene un valor de:

$$K_2 = 49.04 \frac{mg H_2SO_4}{meq} \quad (A.69)$$

Para estimar la cantidad del ácido sulfúrico emitido por hora se emplea la siguiente relación:

$$E_{H_2SO_4} = F * Q_{swref} * C_{H_2SO_4} \quad (A.70)$$

Dónde:

$E_{H_2SO_4}$: Emisión del ácido sulfúrico, Kg/h.

Q_{ref} : Caudal de gas húmedo a través de la chimenea a condiciones de referencia, m³/h.

$C_{H_2SO_4}$: Concentración del ácido sulfúrico en la corriente de gases de la chimenea, mg/m³.

F = Factor de conversión que tiene un valor de:

$$F = 0.001 \frac{\text{Kg}}{\text{mg}} \quad (\text{A.71})$$

▪ **Emisión de contaminantes corregido por oxígeno de referencia.**

Para estimar la emisión de los contaminantes para el % de oxígeno de referencia, se multiplica la concentración del contaminante por el siguiente factor:

$$F_{\%O_2,ref} = \frac{20.9 - \%O_{2,ref}}{20.9 - \%O_{2,med}} \quad (\text{A.72})$$

Dónde:

$F_{\%O_2,ref}$: Factor de corrección para el %de oxígeno de referencia seleccionado.

$\%O_{2,ref}$: Porcentaje de oxígeno de referencia seleccionado, %.

$\%O_{2,med}$: Porcentaje de oxígeno en la corriente de gases de la chimenea, %.

Una vez determinado el factor $F_{\%O_2,ref}$, se procede a estimar la emisión corregida por medio de las siguientes relaciones:

- Para el material particulado:

$$C_{MP_O_2,ref} = F_{\%O_2,ref} * C_{MP} \quad (\text{A.73})$$

- Para el dióxido de azufre:

$$C_{SO_2_O_2,ref} = F_{\%O_2,ref} * C_{SO_2} \quad (\text{A.74})$$

- Para el dióxido de nitrógeno:

$$C_{NO_2_O_2,ref} = F_{\%O_2,ref} * C_{NO_2} \quad (\text{A.75})$$

- Para el ácido sulfúrico:

$$C_{H_2SO_4_O_2,ref} = F_{\%O_2,ref} * C_{H_2SO_4} \quad (\text{A.76})$$

Adicional a las estimaciones de los métodos se requiere de la obtención de algunos parámetros requeridos para los cálculos como son el $\Delta H@$ y Y del equipo, y el diámetro real de la boquilla utilizada.

a. Obtención de $\Delta H@$ y Y del equipo utilizando orificios críticos

Las siguientes ecuaciones son utilizadas para realizar la estimación de los parámetros:

$$V_{mref} = \frac{V_m * T_{ref} * P_m}{T_m * P_{ref}} \quad (A.77)$$

$$V_{cr} = k' * \left(\frac{P_{bar} * \theta}{\sqrt{T_{amb}}} \right) \quad (A.78)$$

$$Y_{ds,i} = \frac{V_{cr}}{V_{mref}} \quad (A.79)$$

$$Y_{ds} = \left(\sum_{i=1}^{i=n} Y_{ds,i} \right) / n \quad (A.80)$$

$$\Delta H@, i = \frac{K_1 * \frac{P_{ref}}{T_{ref}} * T_m * \theta^2}{P_{bar} * Y_{ds,i}^2 * V_m^2} * \Delta H \quad (A.81)$$

$$\Delta H@ = \left(\sum_{i=1}^{i=n} \Delta H@_i \right) / n \quad (A.82)$$

Dónde:

k' : Coeficientes de los orificios, $(m^3 * K^{1/2}) / (mmHg * min)$.

T_m : Temperatura promedio del medidor de gas seco, K.

V_{mref} : Volumen de aire pasado a través del MGS a condiciones de referencia, m^3 .

V_{cr} : Volumen de aire pasado a través del orificio, m^3 .

T_{amb} : Temperatura ambiente, K.

θ : Tiempo de medición, min.

V_m : Volumen medido por el MGS, m^3 .

P_{bar} : Presión barométrica o atmosférica, mmHg.

P_m : Presión absoluta en el medidor de gas seco, mmHg.

ΔH : Caída de presión diferencial en el medidor de gas seco, mmH_2O .

Y_{ds} : Factor de calibración del equipo, o coeficiente del MGS.

$\Delta H@$: Presión diferencial en el orificio que correlaciona a $0.0212 m^3$ ($0.75 ft^3$) a la presión y temperatura de referencia, mmH_2O .

$$K_1 = 4.5104 * 10^{-4} * \frac{m^6}{min^2} \quad (A.83)$$

b. Verificación de las boquillas

Las boquillas de la sonda deben ser calibradas antes de su uso inicial en campo. Utilizando un micrómetro, para lo cual se mide el diámetro interior de la boquilla al 0.025 mm (0.001 in) más cercano. Haga mínimo tres mediciones separadas utilizando diferente diámetro cada vez, y obtenga el promedio de las mediciones:

La diferencia se estima empleando la siguiente relación matemática:

$$\text{Diferencia} = \text{Max}(d_1; d_2; \dots d_n) - \text{Min}(d_1; d_2; \dots d_n) \quad (\text{A.84})$$

Para estimar el promedio usamos:

$$D_m = \left(\sum_{i=1}^n D_{mi} \right) / n \quad (\text{A.85})$$

Dónde:

D_m : Diámetro real de la boquilla, mm.

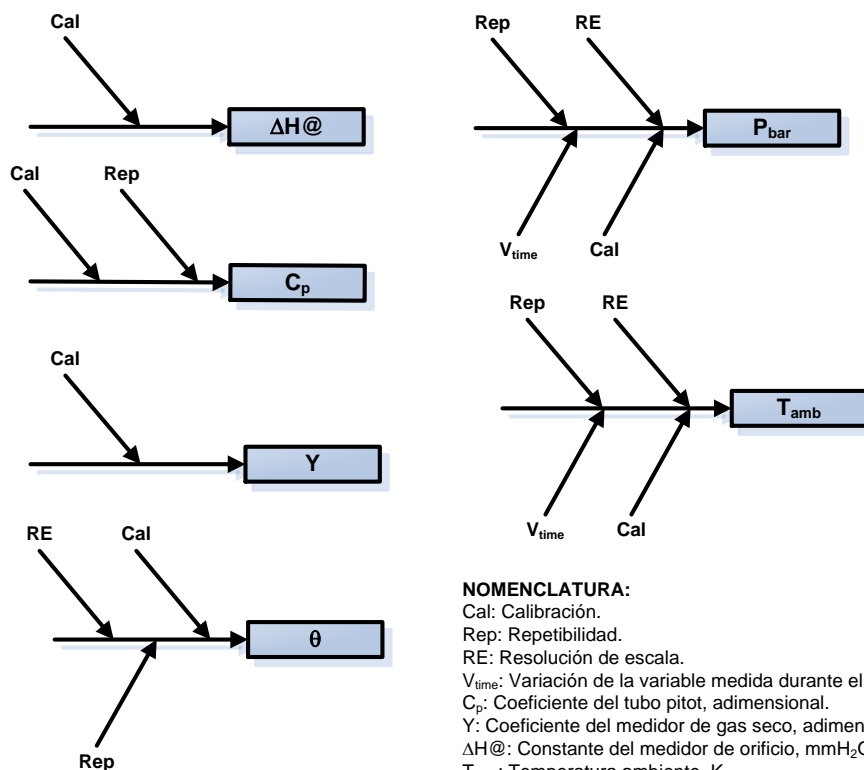
n : Número de verificaciones a lecturas del diámetro efectuadas (mínimo 3).

D_{mi} : Diámetro de la boquilla para la i -ésima medida, mm.

ANEXO B: Diagramas de causa efecto usados para la identificación de las fuentes de incertidumbre para los métodos EPA 1 a 8

A continuación, se muestran los diagramas de causas requeridos para la identificación de las fuentes de incertidumbre asociadas a las variables de entrada y sus respectivos mensurandos.

Figura B-1: Diagramas de causas para variables de entradas comunes a diferentes mensurandos.



NOMENCLATURA:
 Cal: Calibración.
 Rep: Repetibilidad.
 RE: Resolución de escala.
 V_{time}: Variación de la variable medida durante el tiempo de monitoreo.
 C_p: Coeficiente del tubo pitot, adimensional.
 Y: Coeficiente del medidor de gas seco, adimensional.
 ΔH@: Constante del medidor de orificio, mmH₂O.
 T_{amb}: Temperatura ambiente, K.
 P_{bar}: Presión barométrica, mmHg.
 θ: Tiempo de medición, min.

Figura B-2: Diagramas de causas para variables de entradas estimadas como promedios y que son comunes a diferentes mensurandos.

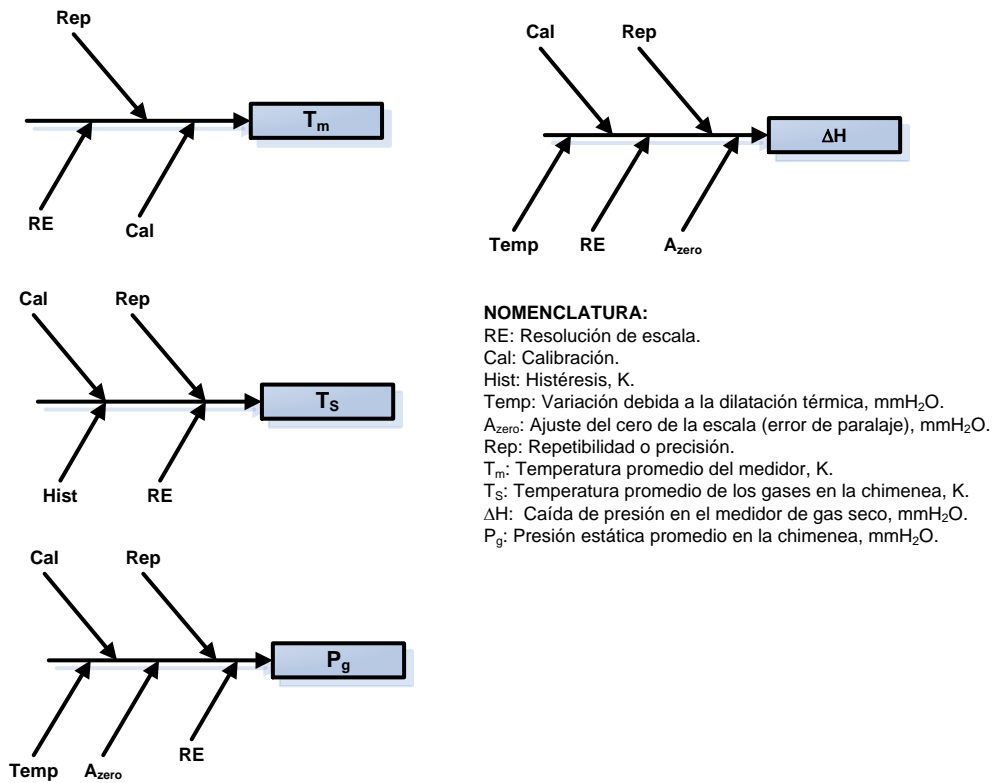


Figura B-3: Diagramas de causas para variables de entradas que son a su vez mensurandos comunes a diferentes mensurandos.

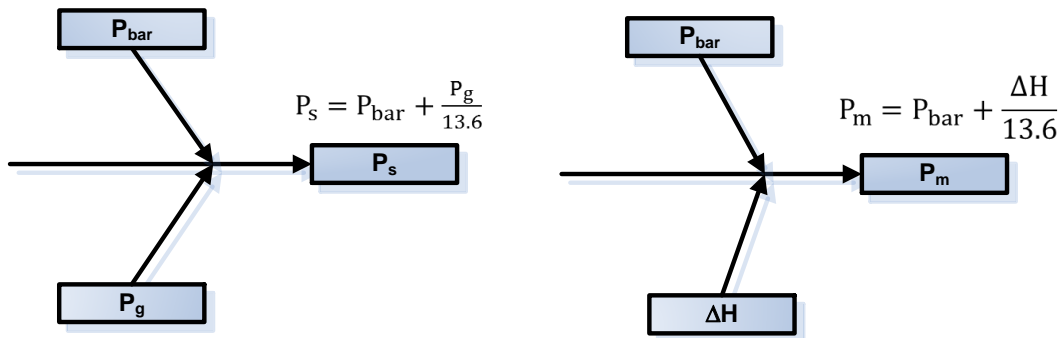


Figura B-4: Diagramas de causas para la determinación del diámetro equivalente de la chimenea Método EPA 1 y 1A.

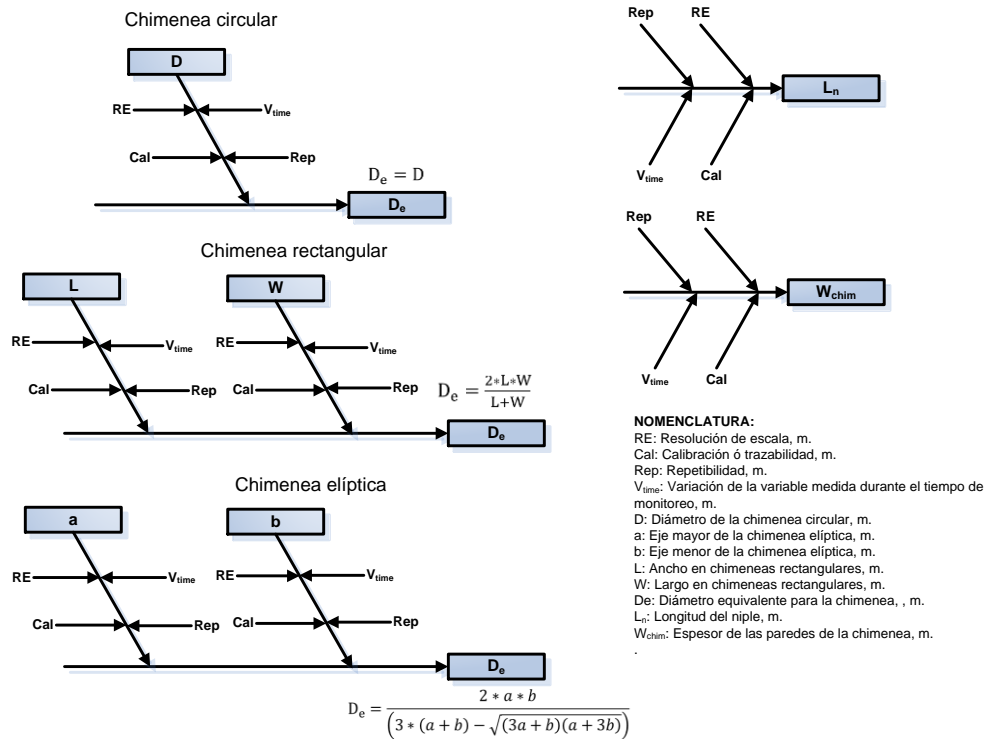


Figura B-5: Diagramas de causas para la determinación del número de diámetros corriente arriba y abajo requeridos para determinar el número de puntos, Método EPA 1 y 1A.

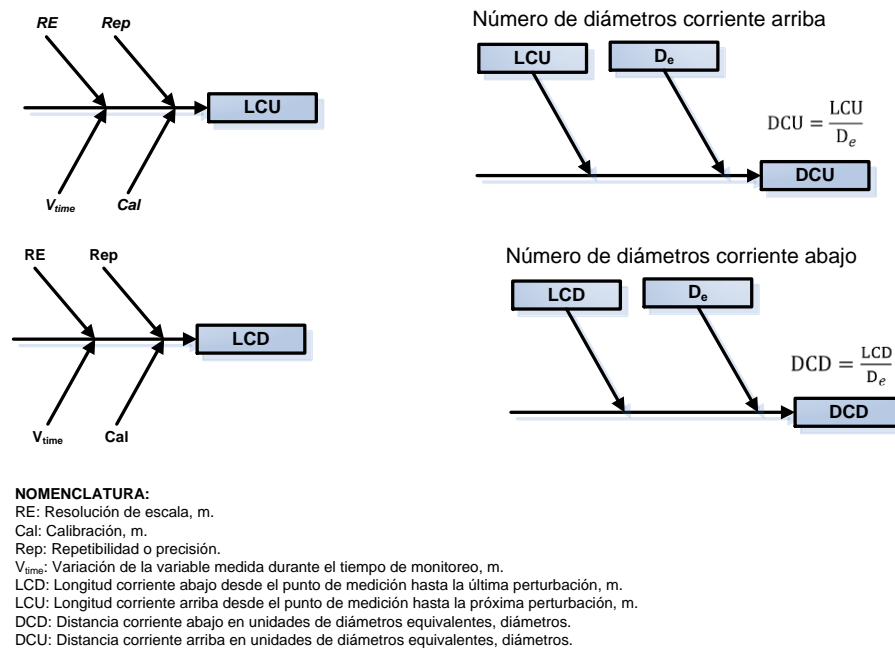


Figura B-6: Diagramas de causas para la estimación de la posición de los puntos de monitoreo en la sección transversal de la chimenea, Método EPA 1 y 1A.

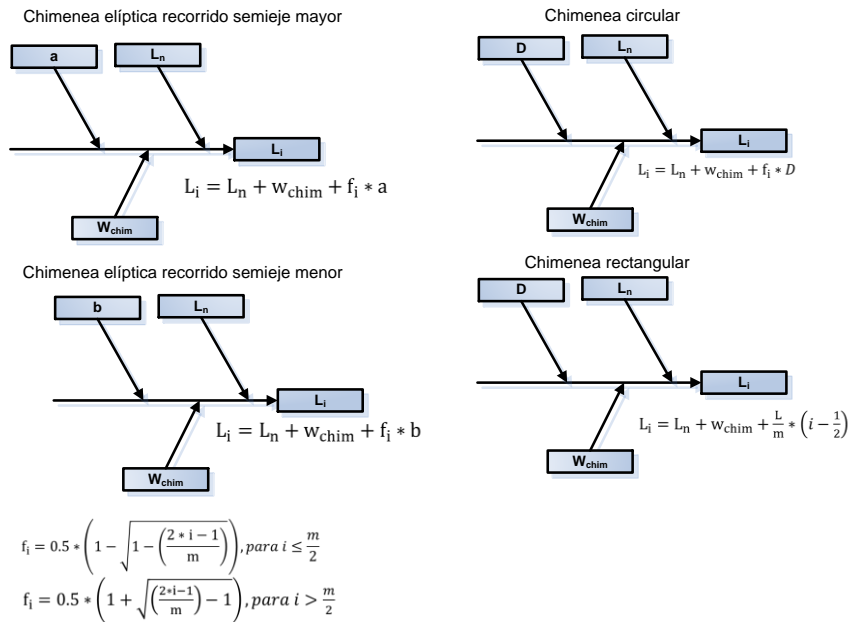


Figura B-7: Diagramas de causas para la determinación del área transversal de la chimenea y velocidad del gas, Método EPA 2 y 2C.

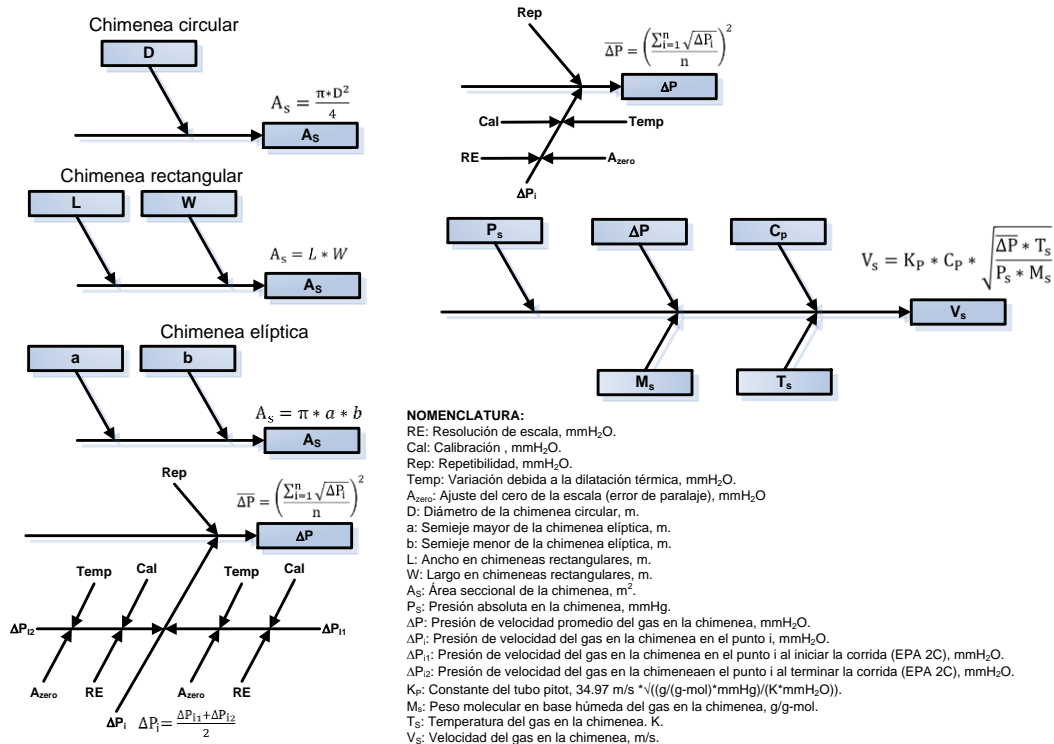


Figura B-8: Diagramas de causas para la determinación del flujo de gas a través de la chimenea, Método EPA 2 y 2C.

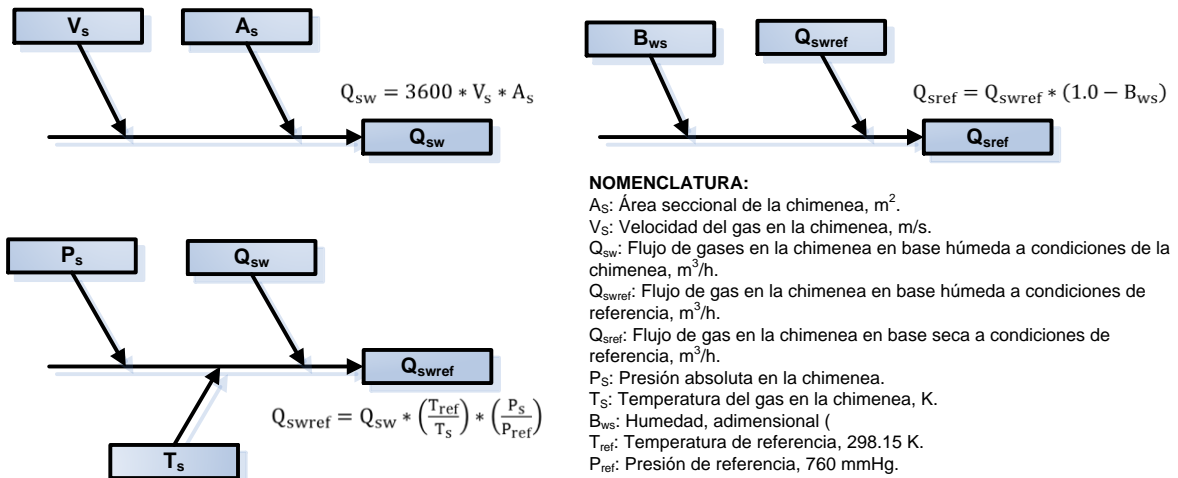


Figura B-9: Diagramas de causas para la determinación del peso molecular en base seca (M_d) y húmeda (M_s), Método EPA 3 y 3B, equipos manuales.

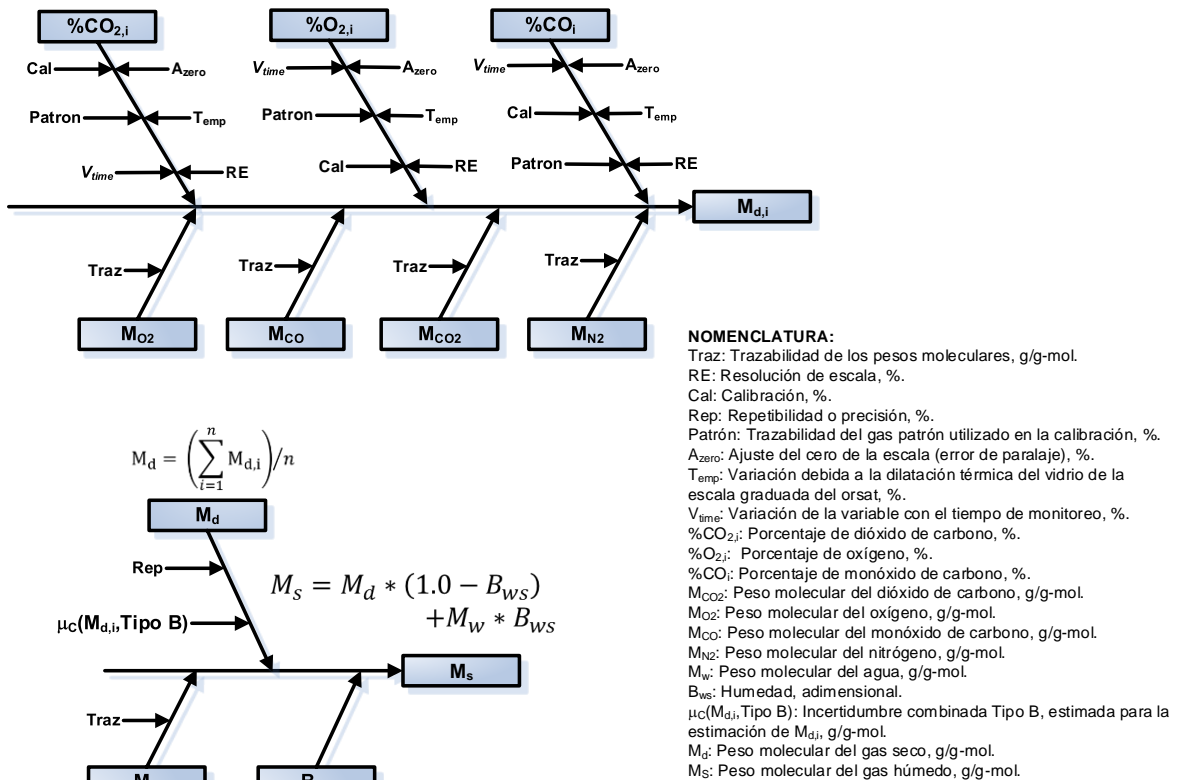


Figura B-10: Diagramas de causas para la determinación del peso molecular en base seca (M_d) y húmeda (M_s), Método EPA 3 y 3A, equipos de lectura directa.

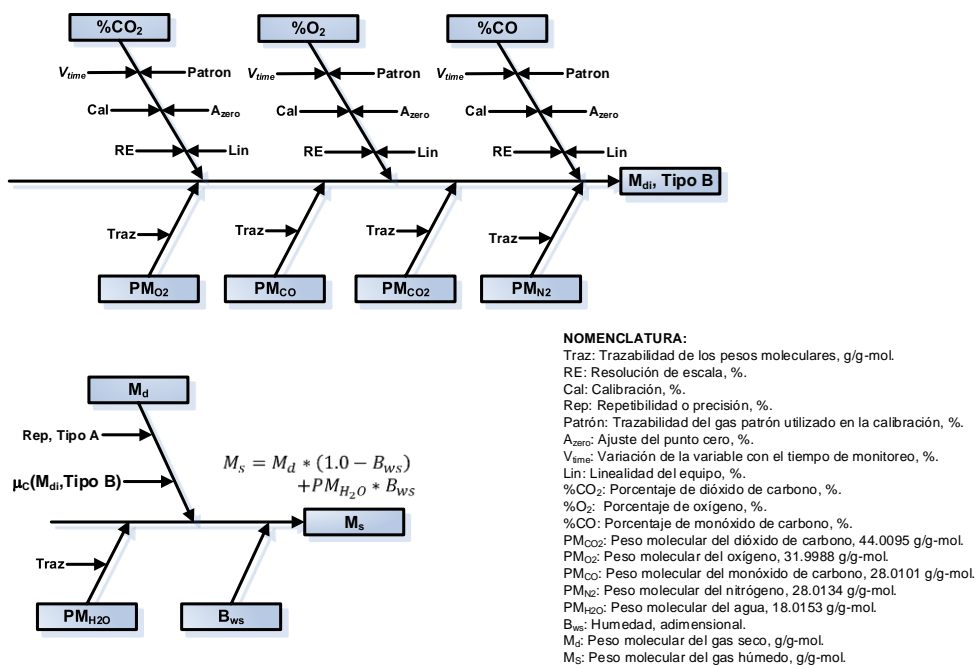


Figura B-11: Diagramas de causas para la determinación del peso de agua recolectada en los impactadores por gravimetría, Método EPA 4.

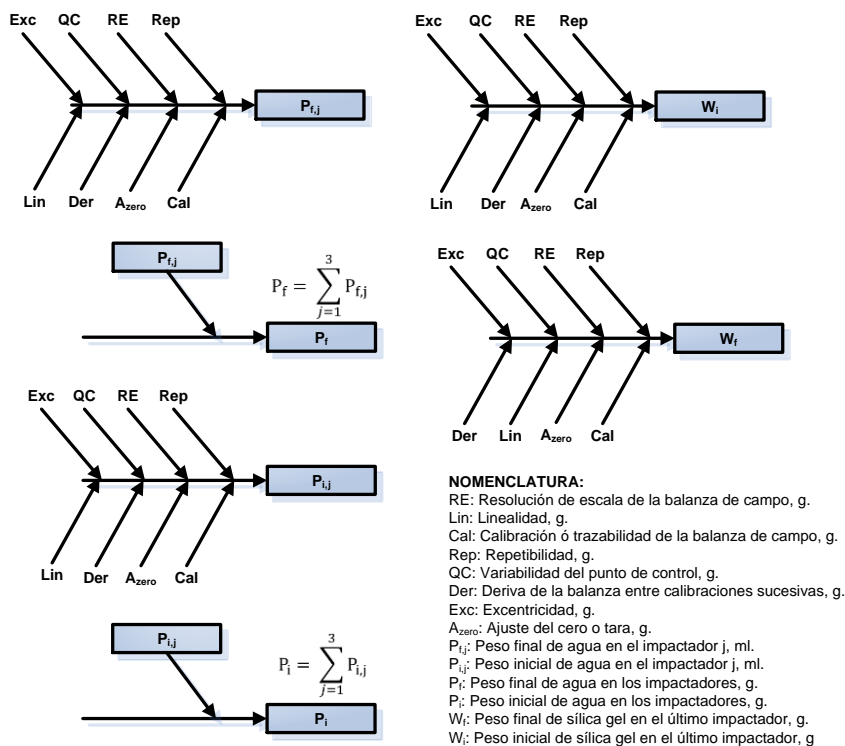
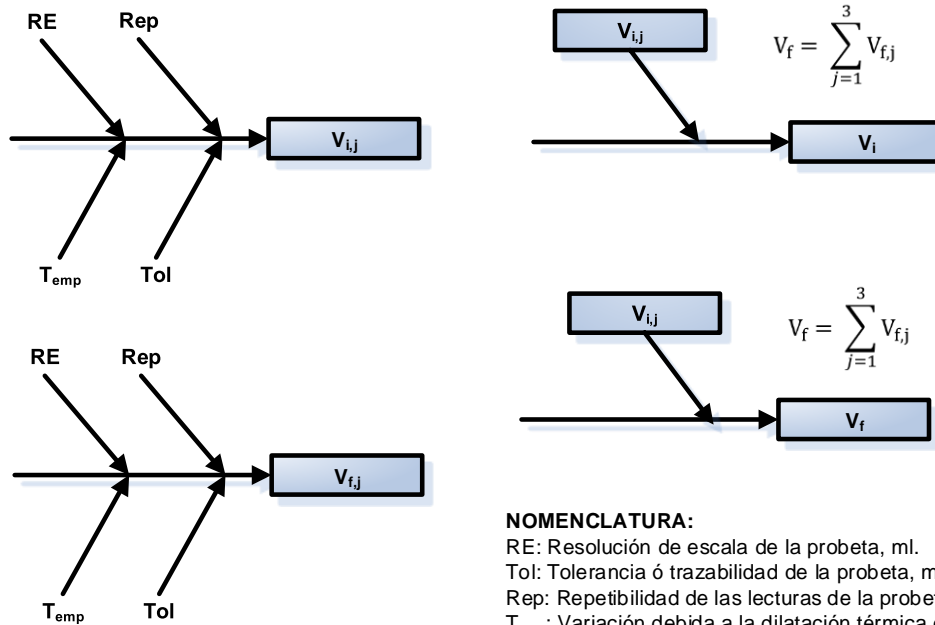


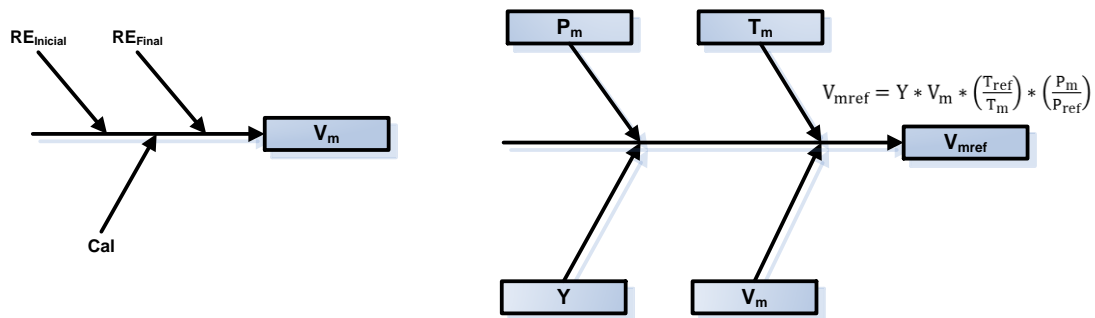
Figura B-12: Diagramas de causas para la determinación del volumen de agua recolectada en los impactadores por volumetría, Método EPA 4.



NOMENCLATURA:

- RE: Resolución de escala de la probeta, ml.
- Tol: Tolerancia ó trazabilidad de la probeta, ml.
- Rep: Repetibilidad de las lecturas de la probeta, ml.
- T_{emp}: Variación debida a la dilatación térmica del vidrio de la probeta, ml.
- V_{f,j}: Volumen final de agua en el impactador j, ml.
- V_{i,j}: Volumen inicial de agua en el impactador j, ml.
- V_f: Volumen final de agua en los tres (3) impactadores, ml.
- V_i: Volumen inicial de agua en los tres (3) impactadores, ml.

Figura B-13: Diagramas de causas para la determinación del volumen de aire registrado por el medidor de gas seco a condiciones de referencia, Método EPA 4.



NOMENCLATURA:

- RE_{inicial} y RE_{Final}: Resolución de escala del medidor de gas seco para las lectura inicial y final, m³.
- Cal: Calibración del medidor de gas seco, m³.
- Rep: Repetibilidad de las mediciones de volumen en el medidor de gas seco, m³.
- Li: Lectura inicial del medidor de gas seco, m³.
- Lf: Lectura final del medidor de gas seco, m³.
- V_m: Volumen de gas registrado por el medidor de gas seco, m³.
- V_{mref}: Volumen registrado por el medidor de gas seco a condiciones de referencia, m³.
- T_m: Temperatura promedio del medidor, K.
- P_m: Presión absoluta en el medidor de gas seco, mmHg
- T_{ref}: Temperatura de referencia, 298.15 K.
- P_{ref}: Presión de referencia, 760 mmHg.

Figura B-14: Diagrama de causas para la determinación de la humedad del gas en la chimenea usando el método volumétrico, Método EPA 4.

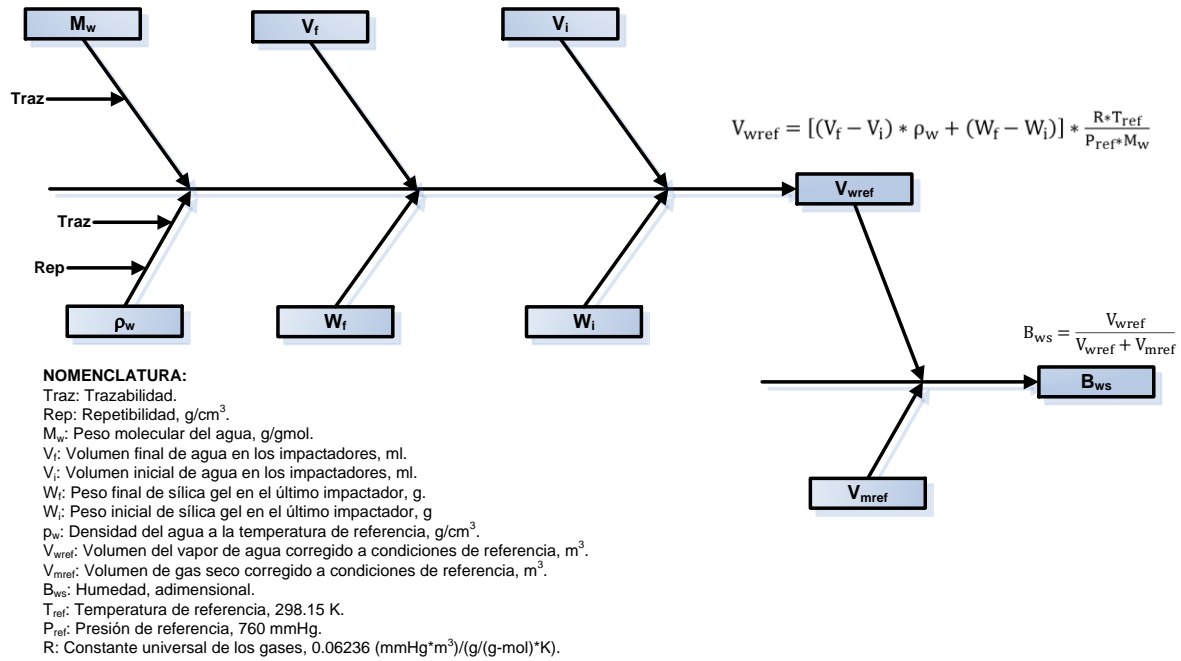


Figura B-15: Diagrama de causas para la determinación de la humedad del gas en la chimenea usando el método gravimétrico, Método EPA 4.

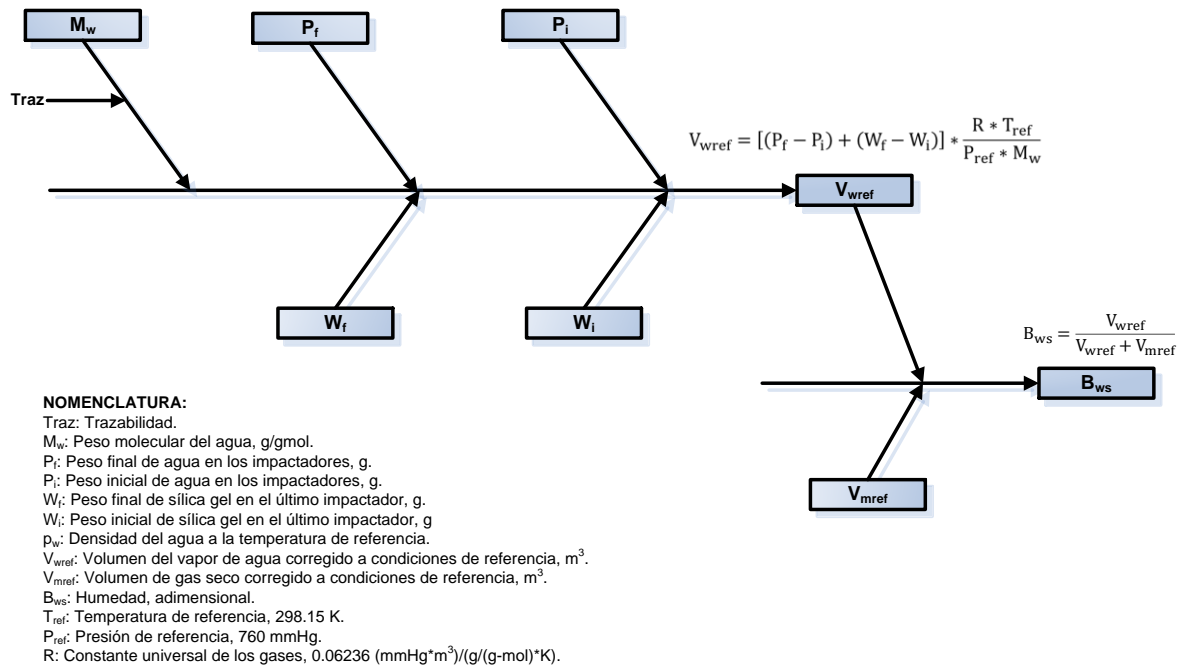


Figura B-16: Diagramas de causas para la determinación del diámetro ideal de la boquilla (D_n) y calibración de la boquilla seleccionada, Método EPA 5.

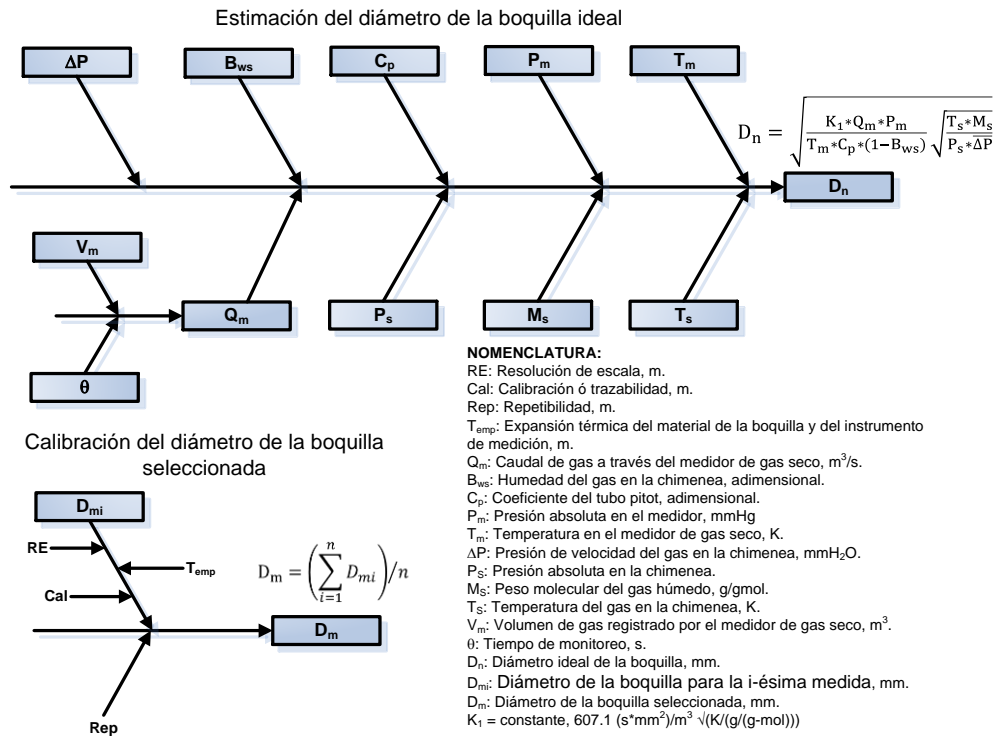


Figura B-17: Diagramas de causas para la verificación del Y de trabajo del equipo, de la caída de presión ideal en el medidor (ΔH_{ideal}) y el factor de proporcionalidad (K), Método EPA 5.

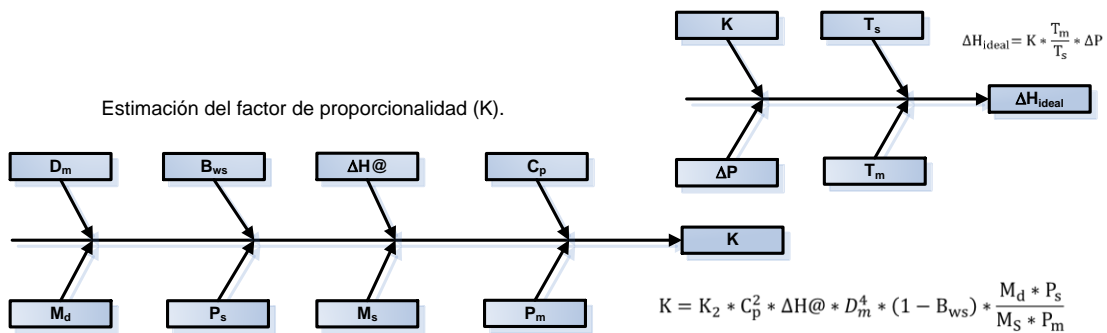


Figura B-18: Diagramas de causas para la determinación del porcentaje de isocinetismo por punto y acumulado, Método EPA 5.

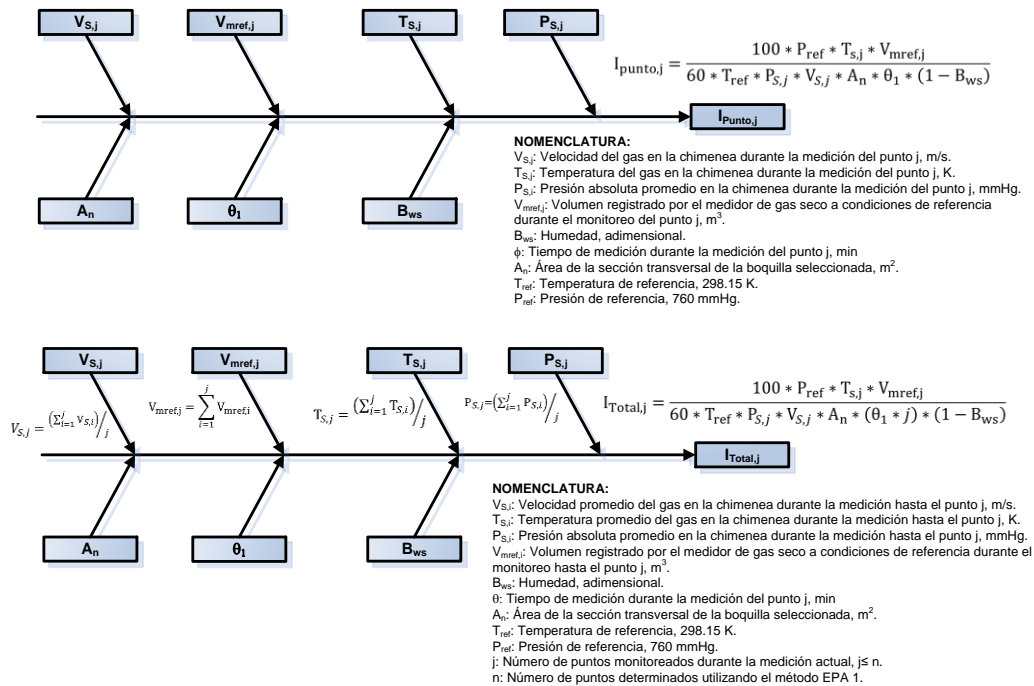


Figura B-19: Diagramas de causas para la determinación de la concentración de material particulado en el flujo de gas de la chimenea, Método EPA 5.

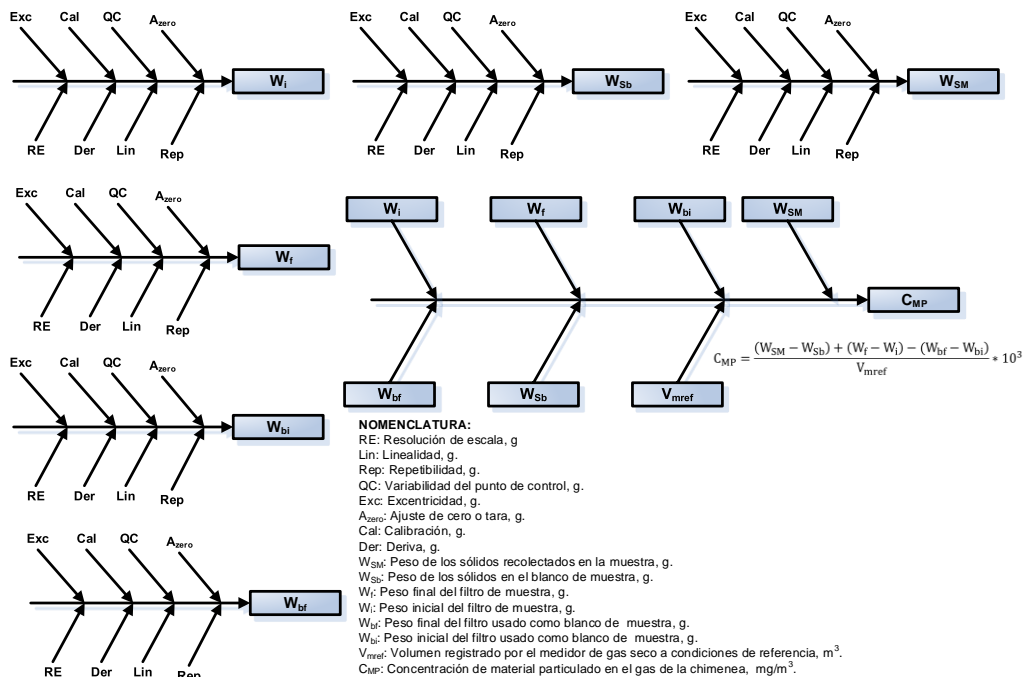


Figura B-20: Diagrama de causas para la determinación de la concentración de dióxido de azufre en el flujo de gas de la chimenea, Método EPA 6.

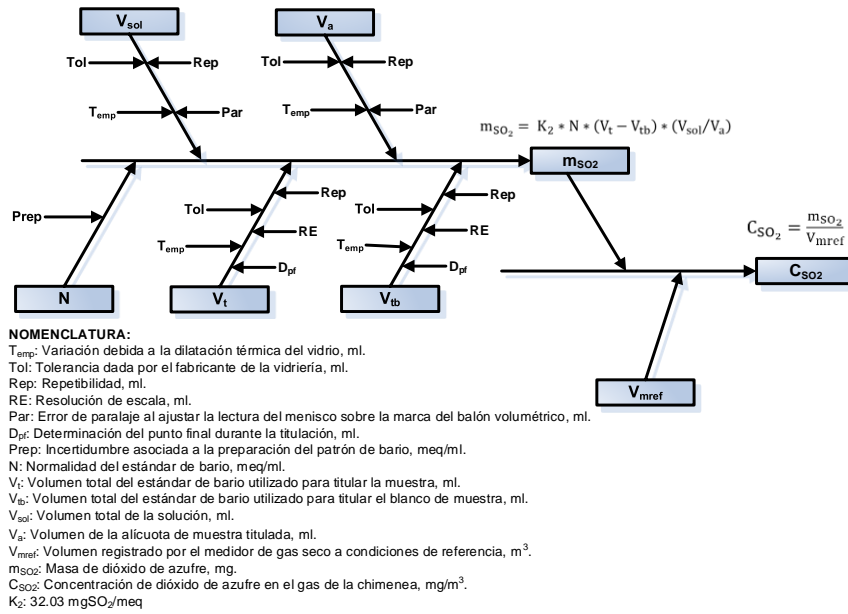


Figura B-21: Diagramas de causas para la determinación del factor de calibración espectrofotométrico (Kc), Método EPA 7.

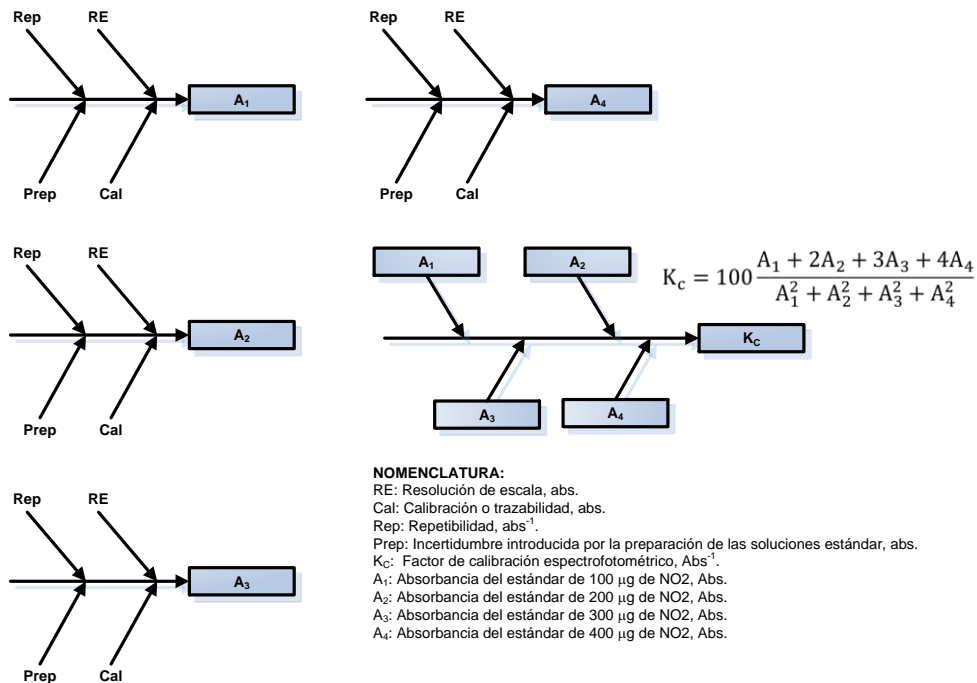


Figura B-22: Diagrama de causas para la determinación de la concentración de dióxido de nitrógeno en el flujo de gas de la chimenea, Método EPA 7.

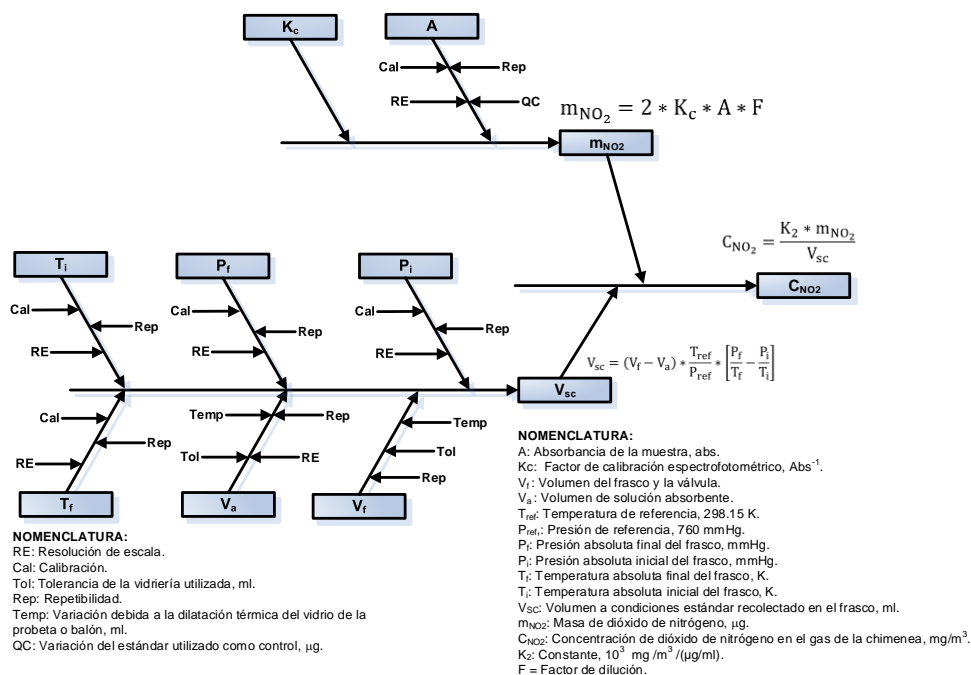


Figura B-23: Diagrama de causas para la determinación de la concentración de neblinas ácidas de ácido sulfúrico en el flujo de gas de la chimenea, Método EPA 8.

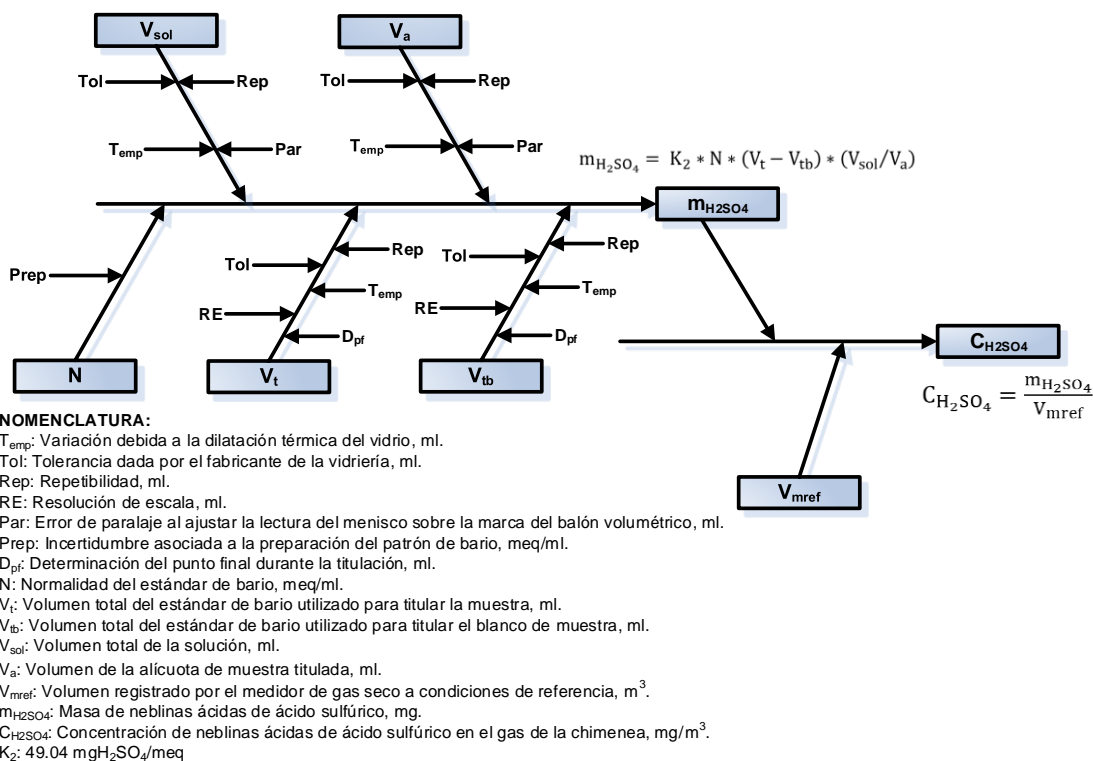
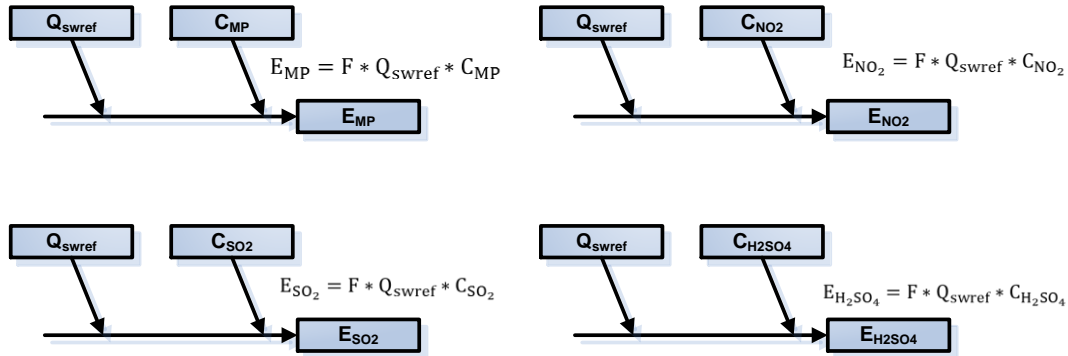


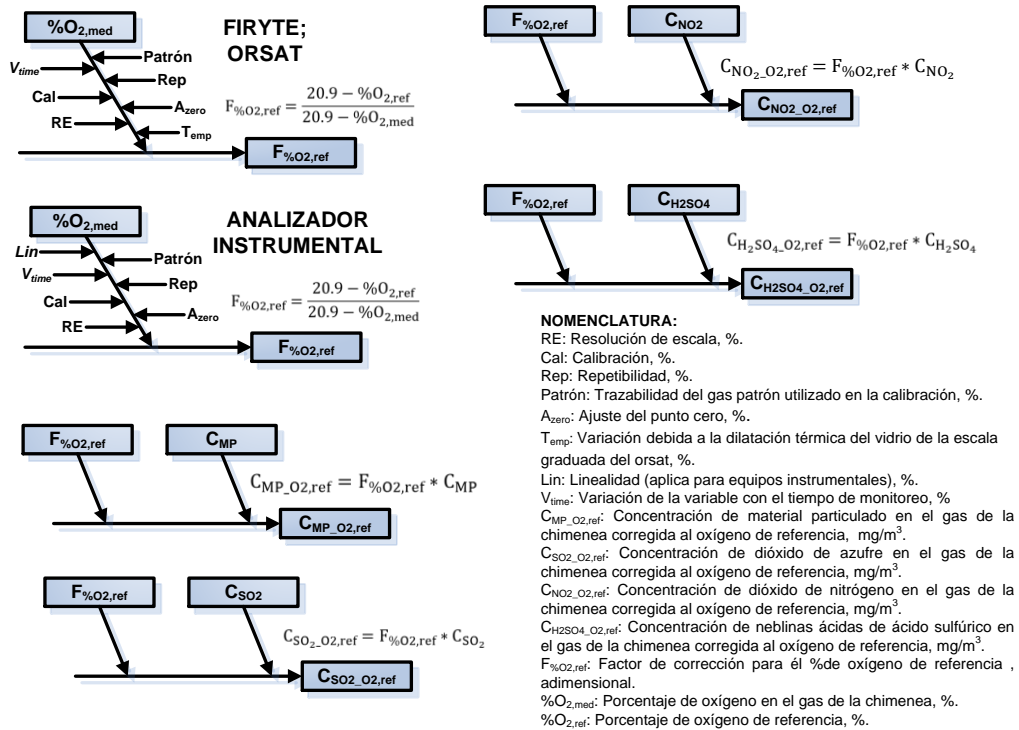
Figura B-24: Diagramas de causas para la determinación de la emisión másica de los contaminantes: material particulado, dióxido de azufre, dióxido de nitrógeno y neblinas acidas de ácido sulfúrico desde la chimenea, Métodos EPA 5, 6, 7 y 8.



NOMENCLATURA:

- C_{MP}: Concentración de material particulado en el gas de la chimenea, mg/m³.
- C_{SO₂}: Concentración de dióxido de azufre en el gas de la chimenea, mg/m³.
- C_{NO₂}: Concentración de dióxido de nitrógeno en el gas de la chimenea, mg/m³.
- C_{H₂SO₄}: Concentración de neblinas ácidas de ácido sulfúrico en el gas de la chimenea, mg/m³.
- E_{MP}: Emisión de material particulado en el gas de la chimenea, kg/h.
- E_{SO₂}: Emisión de dióxido de azufre en el gas de la chimenea, kg/h.
- E_{NO₂}: Emisión de dióxido de nitrógeno en el gas de la chimenea, kg/h.
- E_{H₂SO₄}: Emisión de neblinas ácidas de ácido sulfúrico en el gas de la chimenea, kg/h.
- Q_{swref}: Flujo de gases en la chimenea en base húmeda a condiciones de referencia, m³/h.
- F: Constante, 10⁶ kg/mg.

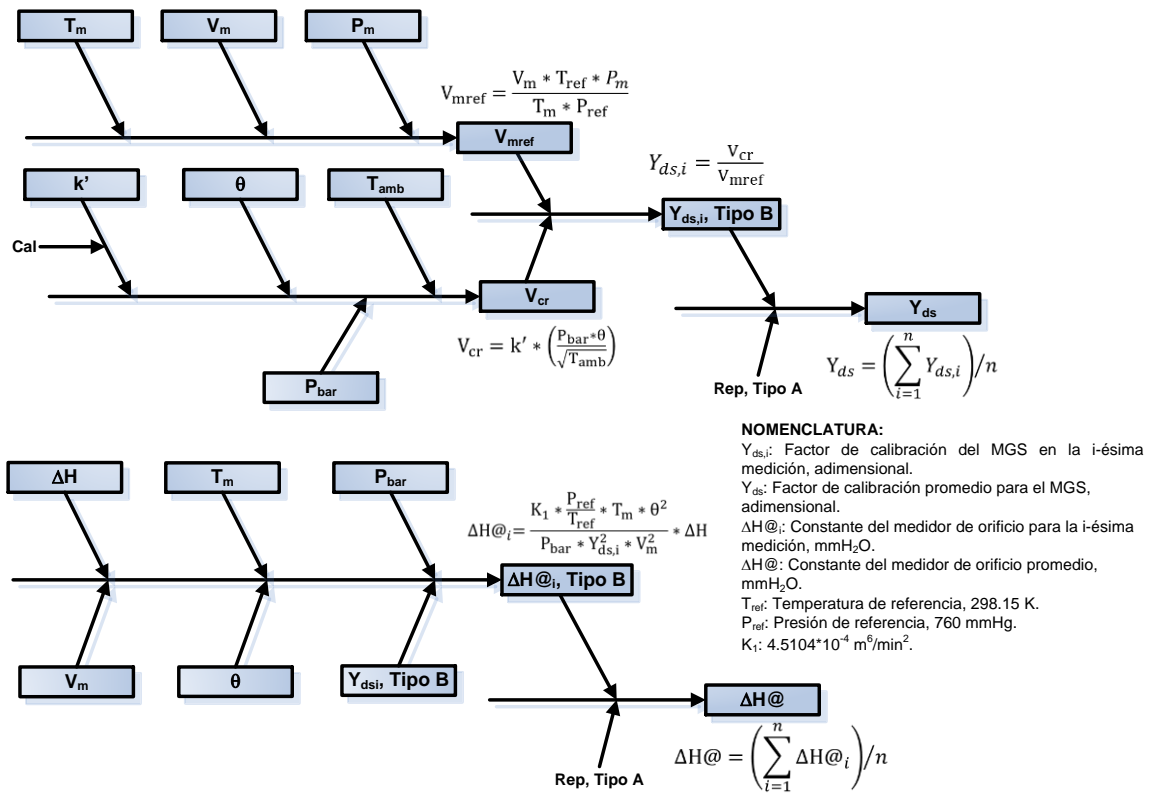
Figura B-25: Diagramas de causas para la determinación de la concentración de los contaminantes: material particulado, dióxido de azufre, dióxido de nitrógeno y neblinas acidas de ácido sulfúrico, en el flujo de gas de la chimenea ajustadas al porcentaje de oxígeno de referencia, Métodos EPA 5, 6, 7 y 8.



NOMENCLATURA:

- RE: Resolución de escala, %.
- Cal: Calibración, %.
- Rep: Repetibilidad, %.
- Patrón: Trazabilidad del gas patrón utilizado en la calibración, %.
- A_{zero}: Ajuste del punto cero, %.
- T_{temp}: Variación debida a la dilatación térmica del vidrio de la escala graduada del orsat, %.
- Lin: Linealidad (aplica para equipos instrumentales), %.
- V_{time}: Variación de la variable con el tiempo de monitoreo, %.
- C_{MP,O2,ref}: Concentración de material particulado en el gas de la chimenea corregida al oxígeno de referencia, mg/m³.
- C_{SO₂,O2,ref}: Concentración de dióxido de azufre en el gas de la chimenea corregida al oxígeno de referencia, mg/m³.
- C_{NO₂,O2,ref}: Concentración de dióxido de nitrógeno en el gas de la chimenea corregida al oxígeno de referencia, mg/m³.
- C_{H₂SO₄,O2,ref}: Concentración de neblinas ácidas de ácido sulfúrico en el gas de la chimenea corregida al oxígeno de referencia, mg/m³.
- F_{%O₂,ref}: Factor de corrección para el % de oxígeno de referencia, adimensional.
- %O_{2,med}: Porcentaje de oxígeno en el gas de la chimenea, %.
- %O_{2,ref}: Porcentaje de oxígeno de referencia, %.

Figura B-26: Diagramas de causas para la obtención del $\Delta H@$ y Y del equipo empleando un juego de orificios críticos, Método EPA 5.



ANEXO C: Distribuciones estadísticas asociadas a las fuentes de incertidumbre, variables de entrada y mensurandos para los métodos EPA 1 a 8

En las tablas siguientes se tabulan las fuentes de incertidumbre y sus respectivas distribuciones estadísticas asociadas, para cada uno de los métodos EPA seleccionados.

Tabla C-1: Clasificación de las fuentes de incertidumbre para las variables de entrada del Método EPA 1 y 1A. **Fuente:** Elaboración Propia.

Variable de entrada X_i	Fuente de incertidumbre $\mu(x_i)$	Tipo	Distribución de probabilidad PDF	Fuente de información
Diámetro chimenea circular (D)				
D	Cal	B	Rectangular	Certificado de calibración
D	RE	B	Normal o Rectangular	Escala análoga o digital
D	V_{time}	B	Rectangular	Datos recolectados durante toda la medición
D	Rep	A	No aplica	Datos recolectados en un intervalo corto de tiempo
Chimenea rectangular (L y W)				
L	Cal	B	Rectangular	Certificado de calibración
L	RE	B	Normal o Rectangular	Escala análoga o digital
L	V_{time}	B	Rectangular	Datos recolectados durante toda la medición
L	Rep	A	No aplica	Datos recolectados en un intervalo corto de tiempo
W	Cal	B	Rectangular	Certificado de calibración
W	RE	B	Normal o Rectangular	Escala análoga o digital
W	V_{time}	B	Rectangular	Datos recolectados durante toda la medición
W	Rep	A	No aplica	Datos recolectados en un intervalo corto de tiempo

Tabla C-1: (continuación)

Variable de entrada X_i	Fuente de incertidumbre $\mu(x_i)$	Tipo	Distribución de probabilidad PDF	Fuente de información
Chimenea elíptica (a y b)				
	Cal	B	Normal	Certificado de calibración
a	RE	B	Normal o Rectangular	Escala análoga o digital
a	Cal	B	Rectangular	Certificado de calibración
a	V_{time}	B	Rectangular	Datos recolectados durante toda la medición
a	Rep	A	No aplica	Datos recolectados en un intervalo corto de tiempo
b	Cal	B	Rectangular	Certificado de calibración
b	RE	B	Normal o Rectangular	Escala análoga o digital
b	V_{time}	B	Rectangular	Datos recolectados durante toda la medición
b	Rep	A	No aplica	Datos recolectados en un intervalo corto de tiempo
Distancias en la sección transversal Longitud del niple (L_n) y espesor de las paredes de la chimenea (W_{chim})				
L_n	Cal	B	Rectangular	Certificado de calibración
L_n	RE	B	Normal o Rectangular	Escala análoga o digital
L_n	V_{time}	B	Rectangular	Datos recolectados durante toda la medición
L_n	Rep	A	No aplica	Datos recolectados en un intervalo corto de tiempo
W_{chim}	Cal	B	Rectangular	Certificado de calibración
W_{chim}	RE	B	Normal o Rectangular	Escala análoga o digital
W_{chim}	V_{time}	B	Rectangular	Datos recolectados durante toda la medición
W_{chim}	Rep	A	No aplica	Datos recolectados en un intervalo corto de tiempo
Longitud corriente abajo (LCU) y arriba (LCD) desde el punto de monitoreo				
LCU	Cal	B	Rectangular	Certificado de calibración
LCU	RE	B	Normal o Rectangular	Escala análoga o digital
LCU	V_{time}	B	Rectangular	Datos recolectados durante toda la medición
LCU	Rep	A	No aplica	Datos recolectados en un intervalo corto de tiempo
LCD	Cal	B	Rectangular	Certificado de calibración
LCD	RE	B	Normal o Rectangular	Escala análoga o digital
LCD	V_{time}	B	Rectangular	Datos recolectados durante toda la medición
LCD	Rep	A	No aplica	Datos recolectados en un intervalo corto de tiempo

Tabla C-2: Clasificación de las fuentes de incertidumbre para mensurandos del Método EPA 1 y 1A. Fuente: Elaboración Propia.

Mensurand o Y	Variable de entrada X_i	Tipo	Distribución de probabilidad PDF	Fuente de información
Diámetro equivalente en chimenea circular (D_e)				
D_e	D	B	Normal	Propagación incertidumbre GUM
D_e	No aplica	B	Normal	Propagación incertidumbre GUM
Diámetro equivalente en chimenea rectangular (D_e)				
D_e	L	B	Normal	Propagación incertidumbre GUM
D_e	W	B	Normal	Propagación incertidumbre GUM
D_e	No aplica	B	Normal	Simulación Monte Carlo
Diámetro equivalente en chimenea elíptica (D_e)				
D_e	a	B	Normal	Propagación incertidumbre GUM
D_e	b	B	Normal	Propagación incertidumbre GUM
D_e	No aplica	B	Normal	Simulación Monte Carlo
Distancia corriente arriba (DCU)				
DCU	D_e	B	Normal	Propagación incertidumbre GUM
DCU	LCU	B	Normal	Propagación incertidumbre GUM
DCU	No aplica	B	Normal	Simulación Monte Carlo
Distancia corriente abajo (DCD)				
DCD	D_e	B	Normal	Propagación incertidumbre GUM
DCD	LCD	B	Normal	Propagación incertidumbre GUM
DCD	No aplica	B	Normal	Simulación Monte Carlo
Posición de los puntos en una chimenea circular (L_i)				
L_i	L_n	B	Normal	Propagación incertidumbre GUM
L_i	W_{chim}	B	Normal	Propagación incertidumbre GUM
L_i	D	B	Normal	Propagación incertidumbre GUM
L_i	No aplica	B	Normal	Simulación Monte Carlo
Posición de los puntos en una chimenea elíptica recorrido semieje mayor (L_i)				
L_i	L_n	B	Normal	Propagación incertidumbre GUM
L_i	W_{chim}	B	Normal	Propagación incertidumbre GUM
L_i	a	B	Normal	Propagación incertidumbre GUM
L_i	No aplica	B	Normal	Simulación Monte Carlo
Posición de los puntos en una chimenea elíptica recorrido semieje menor (L_i)				
L_i	L_n	B	Normal	Propagación incertidumbre GUM
L_i	W_{chim}	B	Normal	Propagación incertidumbre GUM
L_i	b	B	Normal	Propagación incertidumbre GUM
L_i	No aplica	B	Normal	Simulación Monte Carlo
Posición de los puntos en una chimenea rectangular (L_i)				
L_i	L_n	B	Normal	Propagación incertidumbre GUM
L_i	W_{chim}	B	Normal	Propagación incertidumbre GUM
L_i	L	B	Normal	Propagación incertidumbre GUM
L_i	No aplica	B	Normal	Simulación Monte Carlo

Tabla C-3: Clasificación de las fuentes de incertidumbre para las variables de entrada del Método EPA 2 y 2C. Fuente: Elaboración Propia.

Variable de entrada X_i	Fuente de incertidumbre $\mu(x_i)$	Tipo	Distribución de probabilidad PDF	Fuente de información
T_m	Cal	B	Normal	Certificado de calibración
T_m	RE	B	Normal o Rectangular	Escala análoga o digital
T_m	Rep	B	No aplica	Datos recolectados en un intervalo corto de tiempo
T_s	Cal	B	Normal	Certificado de calibración
T_s	RE	B	Rectangular	Escala digital
T_s	Hist	B	Normal	Certificado de calibración
T_s	Rep	B	No aplica	Datos recolectados en un intervalo corto de tiempo
ΔH	Cal	B	Normal	Certificado de calibración
ΔH	RE	B	Normal o Rectangular	Escala análoga o digital
ΔH	Temp	B	Rectangular	Escala análoga
ΔH	A_{zero}	B	Triangular	Paralaje
ΔH	Rep	B	No aplica	Datos recolectados en un intervalo corto de tiempo
P_g	Cal	B	Normal	Certificado de calibración
P_g	RE	B	Normal o Rectangular	Escala análoga o digital
P_g	Temp	B	Rectangular	Paralaje
P_g	A_{zero}	B	Triangular	Paralaje
P_g	Rep	B	No aplica	Datos recolectados en un intervalo corto de tiempo
P_{bar}	Cal	B	Normal	Certificado de calibración
P_{bar}	RE	B	Normal o Rectangular	Escala análoga o digital
P_{bar}	V_{time}	B	Rectangular	Datos recolectados durante toda la medición
P_{bar}	Rep	B	No aplica	Datos recolectados en un intervalo corto de tiempo
ΔP_i	Cal	B	Normal	Certificado de calibración
ΔP_i	RE	B	Normal o Rectangular	Escala análoga o digital
ΔP_i	Temp	B	Rectangular	Expansión del líquido utilizado en la columna inclinada
ΔP_i	A_{zero}	B	Triangular	Paralaje
ΔP	Rep	B	No aplica	Datos recolectados en un intervalo corto de tiempo
C_p	Cal	B	Rectangular	Literatura
C_p	Rep	B	No aplica	Datos recolectados en un intervalo corto de tiempo

Tabla C-4: Clasificación de las fuentes de incertidumbre para mensurandos del Método EPA 2 y 2C. Fuente: Elaboración Propia.

Mensurand o Y	Variable de entrada X_i	Tipo	Distribución de probabilidad PDF	Fuente de información
Área en chimenea circular (A_S)				
A_S	D	B	Normal	Propagación incertidumbre GUM
A_S	No aplica	B	Normal	Propagación incertidumbre GUM
Área en chimenea rectangular (A_S)				
A_S	L	B	Normal	Propagación incertidumbre GUM
A_S	W	B	Normal	Propagación incertidumbre GUM
A_S	No aplica	B	Normal	Simulación Monte Carlo
Área en chimenea elíptica (A_S)				
A_S	a	B	Normal	Propagación incertidumbre GUM
A_S	b	B	Normal	Propagación incertidumbre GUM
A_S	No aplica	B	Normal	Simulación Monte Carlo
Presión absoluta en la chimenea (P_S)				
P_S	P_{bar}	B	Normal	Propagación incertidumbre GUM
P_S	P_g	B	Rectangular	Propagación incertidumbre GUM
P_S	No aplica	B	Normal	Simulación Monte Carlo
Presión de velocidad (ΔP)				
ΔP	ΔP_i	B	Normal	Propagación incertidumbre GUM
ΔP	No aplica	B	Rectangular	Simulación Monte Carlo
Velocidad del gas en la chimenea (V_S)				
V_S	P_S	B	Normal	Simulación Monte Carlo
V_S	M_S	B	Normal	Simulación Monte Carlo
V_S	C_p	B	Normal	Propagación incertidumbre GUM
V_S	T_S	B	Rectangular	Propagación incertidumbre GUM
V_S	ΔP	B	Rectangular	Propagación incertidumbre GUM
V_S	No aplica	B	Normal	Simulación Monte Carlo
Caudal de gas en la chimenea (Q_{sw})				
Q_{sw}	V_S	B	Rectangular	Simulación Monte Carlo
Q_{sw}	A_S	B	Normal	Simulación Monte Carlo
Q_{sw}	No aplica	B	Rectangular	Simulación Monte Carlo
Caudal de gas en la chimenea a condiciones de referencia (Q_{swref})				
Q_{swref}	Q_{sw}	B	Rectangular	Simulación Monte Carlo
Q_{swref}	P_S	B	Normal	Simulación Monte Carlo
Q_{swref}	T_S	B	Rectangular	Propagación incertidumbre GUM
Caudal de gas en base seca en la chimenea a condiciones de referencia (Q_{sref})				
Q_{sref}	No aplica	B	Rectangular	Simulación Monte Carlo
Q_{sref}	Q_{swref}	B	Rectangular	Simulación Monte Carlo
Q_{sref}	B_{ws}	B	Normal	Simulación Monte Carlo
Q_{sref}	No aplica	B	Rectangular	Simulación Monte Carlo

Tabla C-5: Clasificación de las fuentes de incertidumbre para las variables de entrada del Método EPA 3, 3A y 3B. Fuente: Elaboración Propia.

Variable de entrada X_i	Fuente de incertidumbre $\mu(x_i)$	Tipo	Distribución de probabilidad PDF	Fuente de información
%CO, %O ₂ , %CO ₂	Lin	B	Normal	Manual del equipo instrumental
%CO, %O ₂ , %CO ₂	Cal	B	Normal	Certificado de calibración
%CO, %O ₂ , %CO ₂	RE	B	Normal ó Rectangular	Escala análoga o digital
%CO, %O ₂ , %CO ₂	Azero	B	Triangular	Paralaje ajuste cero equipos análogos
%CO, %O ₂ , %CO ₂	Patron	B	Normal	Certificado de gases patrón
%CO, %O ₂ , %CO ₂	Temp	B	Rectangular	Literatura
%CO, %O ₂ , %CO ₂	V _{time}	B	Rectangular	Datos recolectados durante el monitoreo
%CO, %O ₂ , %CO ₂	Rep	A	No aplica	Datos recolectados en un intervalo corto de tiempo
M _{CO2}	Traz	B	Rectangular	Literatura
M _{CO}	Traz	B	Rectangular	Literatura
M _{O2}	Traz	B	Rectangular	Literatura
M _{N2}	Traz	B	Rectangular	Literatura
M _w	Traz	B	Rectangular	Literatura

Tabla C-6: Clasificación de las fuentes de incertidumbre para mensurandos del Método EPA 3, 3A y 3B. Fuente: Elaboración Propia.

Mensurand o Y	Variable de entrada X_i	Tipo	Distribución de probabilidad PDF	Fuente de información
Peso molecular en base seca (M_d)				
M _d	%CO ₂	B	Normal	Propagación incertidumbre GUM
M _d	%O ₂	B	Normal	Propagación incertidumbre GUM
M _d	%CO	B	Normal	Propagación incertidumbre GUM
M _d	M _{CO2}	B	Rectangular	Propagación incertidumbre GUM
M _d	M _{CO}	B	Rectangular	Propagación incertidumbre GUM
M _d	M _{O2}	B	Rectangular	Propagación incertidumbre GUM
M _d	M _{N2}	B	Rectangular	Propagación incertidumbre GUM
M _d	Rep	A	No aplica	Datos recolectados en un intervalo corto de tiempo
M _d	No aplica	B	Rectangular	Simulación Monte Carlo
Peso molecular en base húmeda (M_s)				
M _s	M _d	B	Normal	Simulación Monte Carlo
M _s	M _w	B	Normal	Propagación incertidumbre GUM
M _s	B _{ws}	B	Normal	Simulación Monte Carlo
M _s	No aplica	B	Normal	Simulación Monte Carlo

Tabla C-7: Clasificación de las fuentes de incertidumbre para las variables de entrada del Método EPA 4. Fuente: Elaboración Propia.

Variable de entrada X_i	Fuente de incertidumbre $\mu(x_i)$	Tipo	Distribución de probabilidad PDF	Fuente de información
$W_i, W_f,$ $P_{i,j}, P_{f,j}$	Cal	B	Normal	Certificado de calibración
$W_i, W_f,$ $P_{i,j}, P_{f,j}$	RE	B	Normal ó Rectangular	Escala análoga o digital
$W_i, W_f,$ $P_{i,j}, P_{f,j}$	A_{zero}	B	Triangular	Paralaje
$W_i, W_f,$ $P_{i,j}, P_{f,j}$	QC	B	Normal	Certificado de gases patrón
$W_i, W_f,$ $P_{i,j}, P_{f,j}$	Der	B	Triangular	Paralaje
$W_i, W_f,$ $P_{i,j}, P_{f,j}$	Exc	B	Rectangular	Datos recolectados durante el monitoreo
$W_i, W_f,$ $P_{i,j}, P_{f,j}$	Lin	B	Normal	Manual del equipo
$W_i, W_f,$ $P_{i,j}, P_{f,j}$	Rep	A	No aplica	Datos recolectados en un intervalo corto de tiempo
$V_{i,j}, V_{f,j}$	Tol	B	Normal	Certificado de calibración
$V_{i,j}, V_{f,j}$	RE	B	Normal o Rectangular	Escala análoga o digital
$V_{i,j}, V_{f,j}$	Temp	B	Normal	Manual del equipo instrumental
$V_{i,j}, V_{f,j}$	Rep	A	No aplica	Datos recolectados en un intervalo corto de tiempo
V_m	RE _{Inicial}	B	Normal o Rectangular	Escala análoga o digital
V_m	RE _{Final}	B	Normal o Rectangular	Escala análoga o digital
V_m	Cal	B	Normal	Certificado de calibración
M_w	Traz	B	Rectangular	Literatura
ρ_w	Traz	B	Rectangular	Literatura

Tabla C-8: Clasificación de las fuentes de incertidumbre para mensurandos del Método EPA 4. Fuente: Elaboración Propia.

Mensurand o Y	Variable de entrada X_i	Tipo	Distribución de probabilidad PDF	Fuente de información
Presión absoluta en el medidor de gas seco (P_m)				
P_m	ΔH	B	Normal	Propagación incertidumbre GUM
P_m	P_{bar}	B	Normal	Propagación incertidumbre GUM
P_m	No aplica	B	Normal	Simulación Monte Carlo
Volumen medido por el medidor de gas seco a condiciones de referencia (V_{mref})				
V_{mref}	V_m	B	Normal	Propagación incertidumbre GUM
V_{mref}	Y	B	Normal	Propagación incertidumbre GUM
V_{mref}	P_m	B	Normal	Simulación Monte Carlo
V_{mref}	T_m	B	Normal	Propagación incertidumbre GUM
V_{mref}	No aplica	B	Normal	Simulación Monte Carlo
Volumen de vapor de agua recolectado a condiciones de referencia por el método volumétrico (V_{wref})				
V_{wref}	M_w	B	Normal	Propagación incertidumbre GUM
V_{wref}	ρ_w	B	Normal	Propagación incertidumbre GUM
V_{wref}	W_i	B	Normal	Propagación incertidumbre GUM
V_{wref}	W_f	B	Normal	Propagación incertidumbre GUM
V_{wref}	V_i	B	Normal	Simulación Monte Carlo
V_{wref}	V_f	B	Normal	Simulación Monte Carlo

Mensurand o Y	Variable de entrada X_i	Tipo	Distribución de probabilidad PDF	Fuente de información
V_{wref}	No aplica	B	Normal	Simulación Monte Carlo
Volumen de vapor de agua recolectado a condiciones de referencia por el método gravimétrico (V_{wref})				
V_{wref}	M_w	B	Normal	Propagación incertidumbre GUM
V_{wref}	W_i	B	Normal	Propagación incertidumbre GUM
V_{wref}	W_f	B	Normal	Propagación incertidumbre GUM
V_{wref}	P_i	B	Normal	Simulación Monte Carlo
V_{wref}	P_f	B	Normal	Simulación Monte Carlo
V_{wref}	No aplica	B	Normal	Simulación Monte Carlo
Fracción de humedad por el método de referencia (B_{ws})				
B_{ws}	V_{mref}	B	Normal	Simulación Monte Carlo
B_{ws}	V_{wref}	B	Normal	Simulación Monte Carlo
B_{ws}	No aplica	B	Normal	Simulación Monte Carlo

Tabla C-9: Clasificación de las fuentes de incertidumbre para las variables de entrada del Método EPA 5. Fuente: Elaboración Propia.

Variable de entrada X_i	Fuente de incertidumbre $\mu(x_i)$	Tipo	Distribución de probabilidad PDF	Fuente de información
W_i, W_f, W_{bf}	Cal	B	Normal	Certificado de calibración
W_{bi}, W_s	RE	B	Normal ó Rectangular	Escala análoga o digital
W_i, W_f, W_{bf}	A_{zero}	B	Triangular	Paralaje
W_{bi}, W_s	QC	B	Normal	Certificado de gases patrón
W_i, W_f, W_{bf}	Der	B	Rectangular	Paralaje
W_{bi}, W_s	Exc	B	Rectangular	Datos recolectados durante el monitoreo
W_i, W_f, W_{bf}	Lin	B	Normal	Manual del equipo instrumental
W_{bi}, W_s	Rep	B	No aplica	Datos recolectados en un intervalo corto de tiempo
D_{mi}	Cal	B	Normal	Certificado de calibración
D_{mi}	RE	B	Normal o Rectangular	Escala análoga o digital
D_{mi}	Temp	B	Rectangular	Manual del equipo instrumental
D_m	Rep	B	No aplica	Datos recolectados en un intervalo corto de tiempo
θ	Cal	B	Normal	Certificado de calibración
θ	RE	B	Normal ó Rectangular	Escala análoga o digital
θ	Rep	B	No aplica	Datos recolectados en un intervalo corto de tiempo
$\Delta H@$	Cal	B	Normal	Calibración
$\Delta H@$	Rep	B	No aplica	Datos recolectados en un intervalo corto de tiempo

Tabla C-10: Clasificación de las fuentes de incertidumbre para mensurandos del Método EPA 5. Fuente: Elaboración Propia.

Mensurand o Y	Variable de entrada X_i	Tipo	Distribución de probabilidad PDF	Fuente de información
Caudal a través del medidor de gas seco (Q_m)				
Q_m	V_m	B	Normal	Simulación Monte Carlo
Q_m	θ	B	Normal	Propagación incertidumbre GUM
Q_m	No aplica	B	Normal	Simulación Monte Carlo
Diámetro de la boquilla real o seleccionado (D_n)				
D_n	T_m	B	Normal	Propagación incertidumbre GUM
D_n	C_p	B	Rectangular	Propagación incertidumbre GUM
D_n	T_s	B	Rectangular	Propagación incertidumbre GUM
D_n	ΔP	B	Rectangular	Simulación Monte Carlo
D_n	B_{ws}	B	Normal	Simulación Monte Carlo
D_n	P_m	B	Normal	Simulación Monte Carlo
D_n	P_s	B	Normal	Simulación Monte Carlo
D_n	Q_m	B	Normal	Simulación Monte Carlo
D_n	M_s	B	Normal	Simulación Monte Carlo
D_n	No aplica	B	Normal	Simulación Monte Carlo

Tabla C-10: (continuación)

Mensurand o Y	Variable de entrada X_i	Tipo	Distribución de probabilidad PDF	Fuente de información
Diámetro de la boquilla real o seleccionado (D_m)				
D_m	D_{mi}	B	Normal	Propagación incertidumbre GUM
D_m	No aplica	B	Normal	Propagación incertidumbre GUM
Estimación del factor de proporcionalidad (K)				
K	D_m	B	Normal	Propagación incertidumbre GUM
K	C_p	B	Rectangular	Propagación incertidumbre GUM
K	$\Delta H@$	B	Normal	Propagación incertidumbre GUM
K	B_{ws}	B	Normal	Simulación Monte Carlo
K	P_m	B	Normal	Simulación Monte Carlo
K	P_s	B	Normal	Simulación Monte Carlo
K	M_s	B	Normal	Simulación Monte Carlo
K	M_d	B	Normal	Simulación Monte Carlo
K	No aplica	B	Normal	Simulación Monte Carlo
Estimación de la caída de presión ideal en el medidor de orificio (ΔH_{ideal})				
ΔH_{ideal}	T_s	B	Normal	Propagación incertidumbre GUM
ΔH_{ideal}	T_m	B	Normal	Propagación incertidumbre GUM
ΔH_{ideal}	ΔP	B	Rectangular	Propagación incertidumbre GUM
ΔH_{ideal}	K	B	Normal	Simulación Monte Carlo
ΔH_{ideal}	No aplica	B	Normal	Simulación Monte Carlo
Estimación del porcentaje de isocinetismo por punto ($\%I_{punto,j}$)				
$\%I_{punto,j}$	A_n	B	Normal	Propagación incertidumbre GUM
$\%I_{punto,j}$	$T_{s,j}$	B	Normal	Propagación incertidumbre GUM
$\%I_{punto,j}$	θ	B	Normal	Propagación incertidumbre GUM
$\%I_{punto,j}$	B_{ws}	B	Normal	Simulación Monte Carlo
$\%I_{punto,j}$	$V_{s,j}$	B	Normal	Simulación Monte Carlo
$\%I_{punto,j}$	$P_{s,j}$	B	Normal	Simulación Monte Carlo
$\%I_{punto,j}$	$V_{mref,j}$	B	Normal	Simulación Monte Carlo
$\%I_{punto,j}$	No aplica	B	Normal	Simulación Monte Carlo

Mensurand o Y	Variable de entrada X_i	Tipo	Distribución de probabilidad PDF	Fuente de información
Estimación del porcentaje de isocinetismo acumulado o total ($\%I_{Total,j}$)				
$\%I_{Total,j}$	A_n	B	Normal	Propagación incertidumbre GUM
$\%I_{Total,j}$	$T_{s,j}$	B	Normal	Propagación incertidumbre GUM
$\%I_{Total,j}$	θ	B	Normal	Propagación incertidumbre GUM
$\%I_{Total,j}$	B_{ws}	B	Normal	Simulación Monte Carlo
$\%I_{Total,j}$	$V_{s,j}$	B	Normal	Simulación Monte Carlo
$\%I_{Total,j}$	$P_{s,j}$	B	Normal	Simulación Monte Carlo
$\%I_{Total,j}$	$V_{mref,j}$	B	Normal	Simulación Monte Carlo
$\%I_{Total,j}$	No aplica	B	Normal	Simulación Monte Carlo
Estimación de la concentración de material particulado en el gas de la chimenea (C_{MP})				
C_{MP}	W_i	B	Normal	Propagación incertidumbre GUM
C_{MP}	W_f	B	Normal	Propagación incertidumbre GUM
C_{MP}	W_{bf}	B	Normal	Propagación incertidumbre GUM
C_{MP}	W_{bi}	B	Normal	Propagación incertidumbre GUM
C_{MP}	W_s	B	Normal	Propagación incertidumbre GUM
C_{MP}	V_{mref}	B	Normal	Simulación Monte Carlo
C_{MP}	No aplica	B	Normal	Simulación Monte Carlo

Tabla C-11: Clasificación de las fuentes de incertidumbre para las variables de entrada del Método EPA 6. Fuente: Elaboración Propia.

Variable de entrada X_i	Fuente de incertidumbre $\mu(x_i)$	Tipo	Distribución de probabilidad PDF	Fuente de información
$V_{sol}, V_a, V_t,$ V_{tb}	Tol	B	Normal	Certificado de calibración
V_t, V_{tb}	RE	B	Normal o Rectangular	Escala análoga o digital
V_a, V_{sol}	Par	B	Triangular	Literatura
$V_{sol}, V_a, V_t,$ V_{tb}	Temp	B	Rectangular	Literatura
$V_{sol}, V_a, V_t,$ V_{tb}	Rep	B	No aplica	Datos recolectados en un intervalo corto de tiempo
V_t, V_{tb}	D_{pf}	B	Rectangular	Literatura
N	Traz	B	Normal	Literatura

Tabla C-12: Clasificación de las fuentes de incertidumbre para mensurandos del Método EPA 6. Fuente: Elaboración Propia.

Mensurand o Y	Variable de entrada X_i	Tipo	Distribución de probabilidad PDF	Fuente de información
Masa de dióxido de azufre recolectada (m_{SO_2})				
m_{SO_2}	V_{sol}	B	Normal	Propagación incertidumbre GUM
m_{SO_2}	V_a	B	Normal	Propagación incertidumbre GUM
m_{SO_2}	V_t	B	Normal	Propagación incertidumbre GUM
m_{SO_2}	V_{tb}	B	Normal	Propagación incertidumbre GUM
m_{SO_2}	N	B	Normal	Propagación incertidumbre GUM
m_{SO_2}	No aplica	B	Normal	Simulación Monte Carlo
Concentración de dióxido de azufre en el gas de la chimenea (C_{SO_2})				
C_{SO_2}	m_{SO_2}	B	Normal	Simulación Monte Carlo
C_{SO_2}	V_{mref}	B	Normal	Simulación Monte Carlo
C_{SO_2}	No aplica	B	Normal	Simulación Monte Carlo

Tabla C-13: Clasificación de las fuentes de incertidumbre para las variables de entrada del Método EPA 7. Fuente: Elaboración Propia.

Variable de entrada X_i	Fuente de incertidumbre $\mu(x_i)$	Tipo	Distribución de probabilidad PDF	Fuente de información
A_1, A_2, A_3, A_4	Cal	B	Normal	Certificado de calibración
A_1, A_2, A_3, A_4	RE	B	Rectangular	Escala digital
A_1, A_2, A_3, A_4	Prep	B	Triangular	Proceso de preparación del estándar
A_1, A_2, A_3, A_4	Rep	A	No aplica	Datos recolectados en un intervalo corto de tiempo
A	Cal	B	Normal	Certificado de calibración
A	RE	B	Rectangular	Escala digital
A	Rep	A	No aplica	Datos recolectados en un intervalo corto de tiempo
A	QC	A	No aplica	Datos recolectados de un punto de control
T_i, T_f	Cal	B	Normal	Certificado de calibración
T_i, T_f	RE	B	Normal o rectangular	Escala análoga o digital
T_i, T_f	Rep	A	No aplica	Datos recolectados en un intervalo corto de tiempo
P_i, P_f	Cal	B	Normal	Certificado de calibración
P_i, P_f	RE	B	Normal o rectangular	Escala análoga o digital
P_i, P_f	Rep	A	No aplica	Datos recolectados en un intervalo corto de tiempo
V_a, V_f	Cal	B	Normal	Certificado de calibración
V_a, V_f	RE	B	Normal	Escala análoga
V_a, V_f	Temp	B	Rectangular	Literatura
V_a, V_f	Rep	A	No aplica	Datos recolectados en un intervalo corto de tiempo

Tabla C-14: Clasificación de las fuentes de incertidumbre para mensurandos del Método EPA 7. Fuente: Elaboración Propia.

Mensurand o Y	Variable de entrada X_i	Tipo	Distribución de probabilidad PDF	Fuente de información
Factor de calibración espectrofotométrico (K_C)				
K_C	A_1	B	Normal	Propagación incertidumbre GUM
K_C	A_2	B	Normal	Propagación incertidumbre GUM
K_C	A_3	B	Normal	Propagación incertidumbre GUM
K_C	A_4	B	Normal	Propagación incertidumbre GUM
K_C	No aplica	B	Normal	Simulación Monte Carlo
Masa de dióxido de nitrógeno en el gas de la chimenea (m_{NO_2})				
m_{NO_2}	K	B	Normal	Propagación incertidumbre GUM
m_{NO_2}	A	B	Normal	Propagación incertidumbre GUM
m_{NO_2}	No aplica	B	Normal	Simulación Monte Carlo
Volumen a condiciones estándar recolectado en el frasco (V_{sc})				
V_{sc}	T_i	B	Normal	Propagación incertidumbre GUM
V_{sc}	T_f	B	Normal	Propagación incertidumbre GUM
V_{sc}	P_i	B	Normal	Propagación incertidumbre GUM
V_{sc}	P_f	B	Normal	Propagación incertidumbre GUM
V_{sc}	V_a	B	Normal	Propagación incertidumbre GUM
V_{sc}	V_f	B	Normal	Propagación incertidumbre GUM
V_{sc}	No aplica	B	Normal	Simulación Monte Carlo
Concentración de dióxido de azufre en el gas de la chimenea (C_{NO_2})				
C_{NO_2}	m_{NO_2}	B	Normal	Simulación Monte Carlo
C_{NO_2}	V_{sc}	B	Normal	Simulación Monte Carlo
C_{NO_2}	No aplica	B	Normal	Simulación Monte Carlo

Tabla C-15: Clasificación de las fuentes de incertidumbre para las variables de entrada del Método EPA 8. Fuente: Elaboración Propia.

Variable de entrada X_i	Fuente de incertidumbre $\mu(x_i)$	Tipo	Distribución de probabilidad PDF	Fuente de información
$V_{sol}, V_a, V_t,$ V_{tb}	Tol	B	Normal	Certificado de calibración
V_t, V_{tb}	RE	B	Normal	Escala análoga
V_a, V_{sol}	Par	B	Triangular	Literatura
$V_{sol}, V_a, V_t,$ V_{tb}	Temp	B	Rectangular	Literatura
$V_{sol}, V_a, V_t,$ V_{tb}	Rep	B	No aplica	Datos recolectados en un intervalo corto de tiempo
V_t, V_{tb}	D_{pf}	B	Rectangular	Literatura
N	Traz	B	Normal	Literatura

Tabla C-16: Clasificación de las fuentes de incertidumbre para mensurandos del Método EPA 8. Fuente: Elaboración Propia.

Mensurand o Y	Variable de entrada X_i	Tipo	Distribución de probabilidad PDF	Fuente de información
Masa de dióxido de azufre recolectada (m_{SO_2})				
m_{SO_2}	V_{sol}	B	Normal	Propagación incertidumbre GUM
m_{SO_2}	V_a	B	Normal	Propagación incertidumbre GUM
m_{SO_2}	V_t	B	Normal	Propagación incertidumbre GUM
$m_{H_2SO_4}$	V_{tb}	B	Normal	Propagación incertidumbre GUM
$m_{H_2SO_4}$	N	B	Normal	Propagación incertidumbre GUM
$m_{H_2SO_4}$	No aplica	B	Normal	Simulación Monte Carlo
Concentración de neblinas ácidas en el gas de la chimenea ($C_{H_2SO_4}$)				
$C_{H_2SO_4}$	$m_{H_2SO_4}$	B	Normal	Simulación Monte Carlo
$C_{H_2SO_4}$	V_{mref}	B	Normal	Simulación Monte Carlo
$C_{H_2SO_4}$	No aplica	B	Normal	Simulación Monte Carlo

Tabla C-17: Clasificación de las fuentes de incertidumbre para mensurandos para estimar la emisión másica de los contaminantes. Fuente: Elaboración Propia.

Mensurand o Y	Variable de entrada X_i	Tipo	Distribución de probabilidad PDF	Fuente de información
Emisión másica de material particulado E_{MP}				
E_{MP}	C_{MP}	B	Normal	Simulación Monte Carlo
E_{MP}	Q_{swref}	B	Normal	Simulación Monte Carlo
E_{MP}	No aplica	B	Normal	Simulación Monte Carlo
Emisión másica de dióxido de azufre E_{SO_2}				
E_{SO_2}	C_{SO_2}	B	Normal	Simulación Monte Carlo
E_{SO_2}	Q_{swref}	B	Normal	Simulación Monte Carlo
E_{SO_2}	No aplica	B	Normal	Simulación Monte Carlo
Emisión másica de dióxido de nitrógeno E_{NO_2}				
E_{NO_2}	C_{NO_2}	B	Normal	Simulación Monte Carlo
E_{NO_2}	Q_{swref}	B	Normal	Simulación Monte Carlo
E_{NO_2}	No aplica	B	Normal	Simulación Monte Carlo
Emisión másica de neblinas de ácido sulfúrico $E_{H_2SO_4}$				
$E_{H_2SO_4}$	$C_{H_2SO_4}$	B	Normal	Simulación Monte Carlo
$E_{H_2SO_4}$	Q_{swref}	B	Normal	Simulación Monte Carlo
$E_{H_2SO_4}$	No aplica	B	Normal	Simulación Monte Carlo

Tabla C-18: Clasificación de las fuentes de incertidumbre para las variables de entrada para la estimación de la corrección por oxígeno. Fuente: Elaboración Propia.

Variable de entrada X_i	Fuente de incertidumbre $\mu(x_i)$	Tipo	Distribución de probabilidad PDF	Fuente de información
%O ₂	Lin	B	Normal	Manual del equipo instrumental
%O ₂	Cal	B	Normal	Certificado de calibración
%O ₂	RE	B	Normal ó Rectangular	Escala análoga o digital
%O ₂	A _{zero}	B	Triangular o Rectangular	Paralaje ajuste cero equipos análogos o digitales
%O ₂	Patron	B	Normal	Certificado de gases patrón
%O ₂	Temp	B	Rectangular	Literatura
%O ₂	V _{time}	B	Rectangular	Datos recolectados durante el monitoreo
%O ₂	Rep	B	No aplica	Datos recolectados en un intervalo corto de tiempo

Tabla C-19: Clasificación de las fuentes de incertidumbre para mensurandos para estimar la emisión de contaminantes corregida a oxígeno de referencia. Fuente: Elaboración Propia.

Mensurand o Y	Variable de entrada X_i	Tipo	Distribución de probabilidad PDF	Fuente de información
Factor de corrección para el % de oxígeno de referencia $F_{\%O_2,ref}$				
$F_{\%O_2,ref}$	%O _{2,med}	B	Normal	Simulación Monte Carlo
$F_{\%O_2,ref}$	No aplica	B	Normal	Simulación Monte Carlo
Concentración de material particulado				
$C_{MP,\%O_2,ref}$	$F_{\%O_2,ref}$	B	Normal	Simulación Monte Carlo
$C_{MP,\%O_2,ref}$	C_{MP}	B	Normal	Simulación Monte Carlo
$C_{MP,\%O_2,ref}$	No aplica	B	Normal	Simulación Monte Carlo
Concentración de dióxido de azufre $C_{SO_2,\%O_2,ref}$				
$C_{SO_2,\%O_2,ref}$	$F_{\%O_2,ref}$	B	Normal	Simulación Monte Carlo
$C_{SO_2,\%O_2,ref}$	C_{SO_2}	B	Normal	Simulación Monte Carlo
$C_{SO_2,\%O_2,ref}$	No aplica	B	Normal	Simulación Monte Carlo
Concentración de dióxido de nitrógeno $C_{NO_2,\%O_2,ref}$				
$C_{NO_2,\%O_2,ref}$	$F_{\%O_2,ref}$	B	Normal	Simulación Monte Carlo
$C_{NO_2,\%O_2,ref}$	C_{NO_2}	B	Normal	Simulación Monte Carlo
$C_{NO_2,\%O_2,ref}$	No aplica	B	Normal	Simulación Monte Carlo
Concentración de neblinas de ácido sulfúrico $C_{H_2SO_4,\%O_2,ref}$				
$C_{H_2SO_4,\%O_2,ref}$	$F_{\%O_2,ref}$	B	Normal	Simulación Monte Carlo
$C_{H_2SO_4,\%O_2,ref}$	$C_{H_2SO_4}$	B	Normal	Simulación Monte Carlo
$C_{H_2SO_4,\%O_2,ref}$	No aplica	B	Normal	Simulación Monte Carlo

Tabla C-20: Clasificación de las fuentes de incertidumbre para las variables de entrada para la estimación del $\Delta H@$ y Y_{ds} del equipo empleando orificios críticos. Fuente: Elaboración Propia.

Variable de entrada X_i	Fuente de incertidumbre $\mu(x_i)$	Tipo	Distribución de probabilidad PDF	Fuente de información
$\Delta H@$	Rep	B	No aplica	Datos recolectados en un intervalo corto de tiempo
Y_{ds}	Rep	B	No aplica	Datos recolectados en un intervalo corto de tiempo

Tabla C-21: Clasificación de las fuentes de incertidumbre para mensurandos para la estimación del $H@$ y Y_{ds} del equipo empleando orificios críticos. Fuente: Elaboración Propia.

Mensurando o Y	Variable de entrada X_i	Tipo	Distribución de probabilidad PDF	Fuente de información
Volumen medido a condiciones de referencia V_{mref}				
V_{mref}	T_m	B	Normal	Propagación incertidumbre GUM
V_{mref}	P_m	B	Normal	Simulación Monte Carlo
V_{mref}	V_m	B	Normal	Simulación Monte Carlo
V_{mref}	No aplica	B	Normal	Simulación Monte Carlo
Volumen de aire pasado a través del orificio crítico V_{cr}				
V_{cr}	P_{bar}	B	Normal	Propagación incertidumbre GUM
V_{cr}	T_{amb}	B	Normal	Propagación incertidumbre GUM
V_{cr}	k'	B	Normal	Propagación incertidumbre GUM
V_{cr}	θ	B	Normal	Propagación incertidumbre GUM
V_{cr}	No aplica	B	Normal	Simulación Monte Carlo
Factor de calibración del equipo para la i-ésima medición $Y_{ds,i}$				
$Y_{ds,i}$	V_{cr}	B	Normal	Simulación Monte Carlo
$Y_{ds,i}$	V_{mref}	B	Normal	Simulación Monte Carlo
$Y_{ds,i}$	No aplica	B	Normal	Simulación Monte Carlo
Constante del medidor de orificio para la i-ésima medición $\Delta H@_i$				
$\Delta H@_i$	P_{bar}	B	Normal	Propagación incertidumbre GUM
$\Delta H@_i$	T_m	B	Normal	Propagación incertidumbre GUM
$\Delta H@_i$	ΔH	B	Normal	Propagación incertidumbre GUM
$\Delta H@_i$	θ	B	Normal	Propagación incertidumbre GUM
$\Delta H@_i$	V_m	B	Normal	Simulación Monte Carlo
$\Delta H@_i$	$Y_{ds,i}$	B	Normal	Simulación Monte Carlo
$\Delta H@_i$	No aplica	B	Normal	Simulación Monte Carlo
Factor de calibración promedio del equipo Y_{ds}				
Y_{ds}	$Y_{ds,i}$	B	Normal	Simulación Monte Carlo
Y_{ds}	No aplica	B	Normal	Simulación Monte Carlo
Constante del medidor de orificio promedio $\Delta H@$				
$\Delta H@$	$\Delta H@_i$	B	Normal	Simulación Monte Carlo
$\Delta H@$	No aplica	B	Normal	Simulación Monte Carlo

ANEXO D: Coeficientes de sensibilidad

Los coeficientes de sensibilidad permiten estimar el efecto que tiene una variación en la variable de entrada sobre el mensurando, por lo cual son importantes para identificar las contribuciones de las variables de entrada, estas se represen por medio de la derivada parcial, y se pueden estimar siempre y cuando la función sea derivable. A continuación, se tabulan las derivadas parciales para los métodos EPA seleccionados.

Tabla D- 1: Coeficientes de sensibilidad para mensurandos del Método EPA 1 y 1A. Fuente: Elaboración Propia.

Mensurando Y	Variable de entrada X_i	Función matemática $Y = f(X_1, \dots, X_n)$	Expresión matemática resultante de la derivada parcial
Diámetro equivalente en chimenea circular (D_e)			
D_e	D	$D_e = D$	$\frac{\partial D_e}{\partial D} = 1$
Diámetro equivalente en chimenea rectangular (D_e)			
D_e	L	$D_e = \frac{2 * L * W}{L + W}$	$\frac{\partial D_e}{\partial L} = \frac{2W^2}{(L + W)^2}$
D_e	W		$\frac{\partial D_e}{\partial W} = \frac{2L^2}{(L + W)^2}$
Diámetro equivalente en chimenea elíptica (D_e)			
D_e	a	$D_e = \frac{4 * a * b}{(3 * (a + b) - \sqrt{(3a + b)(a + 3b)})}$	$\frac{\partial D_e}{\partial a} = (4 * b) / (3 * a + 3 * b - ((a + 3 * b) * (3 * a + b))^{\frac{1}{2}} + (4 * a * b * ((3 * a + 3 * b) / ((a + 3 * b) * (3 * a + b))^{\frac{1}{2}} - 3)) / (3 * a + 3 * b - ((a + 3 * b) * (3 * a + b))^{\frac{1}{2}})^2$
D_e	b		$\frac{\partial D_e}{\partial b} = (4 * a) / (3 * a + 3 * b - ((a + 3 * b) * (3 * a + b))^{\frac{1}{2}} + (4 * a * b * ((5 * a + 3 * b) / ((a + 3 * b) * (3 * a + b))^{\frac{1}{2}} - 3)) / (3 * a + 3 * b - ((a + 3 * b) * (3 * a + b))^{\frac{1}{2}})^2$

Tabla D-1: (continuación)

Mensurando Y	Variable de entrada X_i	Función matemática $Y = f(X_1, \dots, X_n)$	Expresión matemática resultante de la derivada parcial
Distancia corriente arriba (DCU)			
DCU	D_e	$DCU = \frac{LCU}{D_e}$	$\frac{\partial DCU}{\partial D_e} = -\frac{LCU}{D_e^2}$
DCU	LCU		$\frac{\partial DCU}{\partial LCU} = \frac{1}{D_e}$
Distancia corriente abajo (DCU)			
DCD	D_e	$DCD = \frac{LCD}{D_e}$	$\frac{\partial DCD}{\partial D_e} = -\frac{LCD}{D_e^2}$
DCD	LCD		$\frac{\partial DCD}{\partial LCD} = \frac{1}{D_e}$
Posición de los puntos en una chimenea circular (L_i)			
L_i	L_n	$L_i = L_n + w_{chim} + f_i * D$	$\frac{\partial L_i}{\partial L_n} = 1$
L_i	W_{chim}		$\frac{\partial L_i}{\partial D} = f_i$
L_i	D		$\frac{\partial L_i}{\partial w_{chim}} = 1$
Posición de los puntos en una chimenea elíptica recorrido semieje mayor (L_i)			
L_i	L_n	$L_i = L_n + w_{chim} + 2 * f_i * a$	$\frac{\partial L_i}{\partial L_n} = 1$
L_i	W_{chim}		$\frac{\partial L_i}{\partial a} = f_i$
L_i	a		$\frac{\partial L_i}{\partial w_{chim}} = 1$
Posición de los puntos en una chimenea elíptica recorrido semieje menor (L_i)			
L_i	L_n	$L_i = L_n + w_{chim} + 2 * f_i * b$	$\frac{\partial L_i}{\partial L_n} = 1$
L_i	W_{chim}		$\frac{\partial L_i}{\partial b} = f_i$
L_i	b		$\frac{\partial L_i}{\partial w_{chim}} = 1$
Posición de los puntos en una chimenea rectangular (L_i)			
L_i	L_n	$L_i = L_n + w_{chim} + \frac{L}{m} * \left(i - \frac{1}{2}\right)$	$\frac{\partial L_i}{\partial L_n} = 1$
L_i	W_{chim}		$\frac{\partial L_i}{\partial L} = \frac{1}{m} * \left(i - \frac{1}{2}\right)$
L_i	L		$\frac{\partial L_i}{\partial w_{chim}} = 1$

Tabla D- 2: Coeficientes de sensibilidad para mensurandos del Método EPA 2 y 2C.
Fuente: Elaboración Propia.

Mensurando Y	Variable de entrada X_i	Función matemática $Y = f(X_1, \dots, X_n)$	Expresión matemática resultante de la derivada parcial
Área en chimenea circular			
A_s	D	$A_s = \frac{\pi * D^2}{4}$	$\frac{\partial A_s}{\partial D} = \frac{\pi * D}{2}$
Área en chimenea rectangular			
A_s	L	$A_s = L * W$	$\frac{\partial A_s}{\partial L} = W$
A_s	W		$\frac{\partial A_s}{\partial W} = L$
Área en chimenea elíptica			
A_s	a	$A_s = \pi * a * b$	$\frac{\partial A_s}{\partial a} = \pi * b$
A_s	b		$\frac{\partial A_s}{\partial b} = \pi * a$
Presión estática			
P_g	P_{gi}	$P_g = \left(\sum_{i=1}^n P_{gi} \right) / n$	$\frac{\partial P_g}{\partial P_{gi}} = \frac{1}{n}$
Presión absoluta en la chimenea			
P_s	P_{bar}	$P_s = P_{bar} + \frac{P_g}{13.6}$	$\frac{\partial P_s}{\partial P_{bar}} = 1$
P_s	P_g		$\frac{\partial P_s}{\partial P_{gi}} = \frac{1}{13.6}$
Temperatura de la chimenea			
T_s	T_{si}	$T_s = \left(\sum_{i=1}^n T_{si} \right) / n$	$\frac{\partial T_s}{\partial T_{si}} = \frac{1}{n}$
Presión de velocidad			
$\overline{\Delta P}$	ΔP_i	$\overline{\Delta P} = \left(\frac{\sum_{i=1}^n \sqrt{\Delta P_i}}{n} \right)^2$	$\frac{\partial \overline{\Delta P}}{\partial \Delta P_i} = \frac{\sqrt{\overline{\Delta P}}}{n}$
Velocidad del gas en la chimenea			
V_s	P_s	$V_s = K_p * C_p * \sqrt{\frac{\overline{\Delta P} * T_s}{P_s * M_s}}$	$\frac{\partial V_s}{\partial P_s} = -\frac{1}{2} * \frac{V_s}{P_s}$
V_s	M_s		$\frac{\partial V_s}{\partial M_s} = -\frac{1}{2} * \frac{V_s}{M_s}$
V_s	C_p		$\frac{\partial V_s}{\partial C_p} = \frac{V_s}{C_p}$
V_s	T_s		$\frac{\partial V_s}{\partial T_s} = \frac{1}{2} * \frac{V_s}{T_s}$
V_s	$\overline{\Delta P}$		$\frac{\partial V_s}{\partial \overline{\Delta P}} = \frac{1}{2} * \frac{V_s}{\overline{\Delta P}}$

Tabla D-2: (continuación)

Mensurando Y	Variable de entrada X_i	Función matemática $Y = f(X_1, \dots, X_n)$	Expresión matemática resultante de la derivada parcial
Caudal del gas en la chimenea			
Q_{sw}	V_s	$Q_{sw} = 3600 * V_s * A_s$	$\frac{\partial Q_{sw}}{\partial V_s} = \frac{Q_{sw}}{V_s}$
Q_{sw}	A_s		$\frac{\partial Q_{sw}}{\partial A_s} = \frac{Q_{sw}}{A_s}$
Q_{swref}	Q_{sw}	$Q_{swref} = Q_{sw} * \left(\frac{T_{ref}}{T_s}\right) * \left(\frac{P_s}{P_{ref}}\right)$	$\frac{\partial Q_{swref}}{\partial Q_{sw}} = \frac{Q_{swref}}{Q_{sw}}$
Q_{swref}	P_s		$\frac{\partial Q_{swref}}{\partial P_s} = \frac{Q_{swref}}{P_s}$
Q_{swref}	T_s		$\frac{\partial Q_{swref}}{\partial T_s} = \frac{Q_{swref}}{T_s}$
Q_{sref}	Q_{swref}	$Q_{sref} = Q_{swref} * (1.0 - B_{ws})$	$\frac{\partial Q_{sref}}{\partial Q_{swref}} = \frac{Q_{sref}}{Q_{swref}}$
Q_{sref}	B_{ws}		$\frac{\partial Q_{sref}}{\partial B_{ws}} = -Q_{swref}$

Tabla D- 3: Coeficientes de sensibilidad para mensurandos del Método EPA 3, 3A y 3B.
Fuente: Elaboración Propia.

Mensurando Y	Variable de entrada X_i	Función matemática $Y = f(X_1, \dots, X_n)$	Expresión matemática resultante de la derivada parcial
Peso molecular en base seca			
M_d	%CO ₂	$M_d = \frac{(M_{CO_2} - M_{N_2}) * \%CO_2}{100} + \frac{(M_{O_2} - M_{N_2}) * \%O_2}{100} + \frac{(M_{CO} - M_{N_2}) * \%CO}{100} + M_{N_2}$	$\frac{\partial M_d}{\partial \%CO_2} = \frac{(M_{CO_2} - M_{N_2})}{100}$
M_d	%O ₂		$\frac{\partial M_d}{\partial \%O_2} = \frac{(M_{O_2} - M_{N_2})}{100}$
M_d	%CO		$\frac{\partial M_d}{\partial \%CO} = \frac{(M_{CO} - M_{N_2})}{100}$
M_d	M _{CO2}		$\frac{\partial M_d}{\partial M_{CO_2}} = \frac{\%CO_2}{100}$
M_d	M _{CO}		$\frac{\partial M_d}{\partial M_{CO}} = \frac{\%CO}{100}$
M_d	M _{O2}		$\frac{\partial M_d}{\partial M_{O_2}} = \frac{\%O_2}{100}$
M_d	M _{N2}		$\frac{\partial M_d}{\partial M_{N_2}} = -\frac{(\%CO_2 + \%CO + \%O_2)}{100} + 1$
Peso molecular en base húmeda			
M_s	M_d	$M_s = M_d * (1.0 - B_{ws}) + M_w * B_{ws}$	$\frac{\partial M_s}{\partial M_d} = (1.0 - B_{ws})$
M_s	M_w		$\frac{\partial M_s}{\partial M_w} = B_{ws}$
M_s	B_{ws}		$\frac{\partial M_s}{\partial B_{ws}} = -M_d + M_w$

Tabla D- 4: Coeficientes de sensibilidad para mensurandos del Método EPA 4. Fuente: Elaboración Propia.

Mensurando Y	Variable de entrada X_i	Función matemática $Y = f(X_1, \dots, X_n)$	Expresión matemática resultante de la derivada parcial
Volumen registrado por el medidor de gas seco			
V_m	L_i	$V_m = L_f - L_i$	$\frac{\partial V_m}{\partial L_i} = -1$
V_m	L_f		$\frac{\partial V_m}{\partial L_f} = 1$
Temperatura del medidor de gas seco			
T_m	T_{mi}	$T_m = \left(\sum_{i=1}^{i=n} T_{mi} \right) / n$	$\frac{\partial T_m}{\partial T_{mi}} = \frac{1}{n}$
Presión en el medidor de orificio			
ΔH	ΔH_i	$\Delta H = \left(\sum_{i=1}^{i=n} \Delta H_i \right) / n$	$\frac{\partial \Delta H}{\partial \Delta H_i} = \frac{1}{n}$
Presión absoluta en el medidor de gas seco			
P_m	ΔH	$P_m = P_{bar} + \frac{\Delta H}{13.6}$	$\frac{\partial P_m}{\partial P_{bar}} = 1$
P_m	P_{bar}		$\frac{\partial P_m}{\partial \Delta H} = \frac{1}{13.6}$
Volumen medido por el medidor de gas seco a condiciones de referencia			
V_{mref}	V_m	$V_{mref} = Y * V_m * \left(\frac{T_{ref}}{T_m} \right) * \left(\frac{P_m}{P_{ref}} \right)$	$\frac{\partial V_{mref}}{\partial V_m} = \frac{V_{mref}}{V_m}$
V_{mref}	Y		$\frac{\partial V_{mref}}{\partial Y} = \frac{V_{mref}}{Y}$
V_{mref}	P_m		$\frac{\partial V_{mref}}{\partial P_m} = \frac{V_{mref}}{P_m}$
V_{mref}	T_m		$\frac{\partial V_{mref}}{\partial T_m} = - \frac{V_{mref}}{T_m}$
Volumen de vapor de agua recolectado a condiciones de referencia por el método volumétrico			
V_{wref}	M_w	$V_{wref} = [(V_f - V_i) * \rho_w + (W_f - W_i)] * \frac{R * T_{ref}}{P_{ref} * M_w}$	$\frac{\partial V_{wref}}{\partial M_w} = - \frac{V_{wref}}{M_w}$
V_{wref}	ρ_w		$\frac{\partial V_{wref}}{\partial \rho_w} = (V_f - V_i) * \frac{R * T_{ref}}{P_{ref} * M_w}$
V_{wref}	W_i		$\frac{\partial V_{wref}}{\partial W_i} = - \frac{R * T_{ref}}{P_{ref} * M_w}$
V_{wref}	W_f		$\frac{\partial V_{wref}}{\partial W_f} = \frac{R * T_{ref}}{P_{ref} * M_w}$
V_{wref}	V_i		$\frac{\partial V_{wref}}{\partial V_i} = - \frac{\rho_w * R * T_{ref}}{P_{ref} * M_w}$
V_{wref}	V_f		$\frac{\partial V_{wref}}{\partial V_f} = \frac{\rho_w * R * T_{ref}}{P_{ref} * M_w}$
Volumen de vapor de agua recolectado a condiciones de referencia por el método gravimétrico			
V_{wref}	M_w	$V_{wref} = [(P_f - P_i) + (W_f - W_i)] * \frac{R * T_{ref}}{P_{ref} * M_w}$	$\frac{\partial V_{wref}}{\partial M_w} = - \frac{V_{wref}}{M_w}$
V_{wref}	W_i		$\frac{\partial V_{wref}}{\partial W_i} = - \frac{R * T_{ref}}{P_{ref} * M_w}$
V_{wref}	W_f		$\frac{\partial V_{wref}}{\partial W_f} = \frac{R * T_{ref}}{P_{ref} * M_w}$
V_{wref}	P_i		$\frac{\partial V_{wref}}{\partial P_i} = - \frac{R * T_{ref}}{P_{ref} * M_w}$

Mensurando Y	Variable de entrada X_i	Función matemática $Y = f(X_1, \dots, X_n)$	Expresión matemática resultante de la derivada parcial
V_{wref}	P_f		$\frac{\partial V_{wref}}{\partial P_f} = \frac{R * T_{ref}}{P_{ref} * M_w}$

Tabla D-4: (continuación)

Fracción de humedad por el método de referencia			
B_{ws}	V_{mref}	$B_{ws} = \frac{V_{wref}}{V_{wref} + V_{mref}}$	$\frac{\partial B_{ws}}{\partial V_{wref}} = \frac{V_{mref}}{(V_{wref} + V_{mref})^2}$
B_{ws}	V_{wref}		$\frac{\partial B_{ws}}{\partial V_{mref}} = -\frac{V_{wref}}{(V_{wref} + V_{mref})^2}$

Tabla D- 5: Coeficientes de sensibilidad para mensurandos del Método EPA 5. Fuente: Elaboración Propia.

Mensurando Y	Variable de entrada X_i	Función matemática $Y = f(X_1, \dots, X_n)$	Expresión matemática resultante de la derivada parcial
Caudal registrado por el medidor de gas seco			
Q_m	V_m	$Q_m = \frac{V_m}{\theta}$	$\frac{\partial Q_m}{\partial V_m} = \frac{Q_m}{V_m}$
Q_m	θ		$\frac{\partial Q_m}{\partial \theta} = -\frac{Q_m}{\theta}$
Diámetro de la boquilla ideal			
D_n	T_m	$D_n = \sqrt{\frac{K_1 * Q_m * P_m}{T_m * C_p * (1 - B_{ws})}} \sqrt{\frac{T_s * M_s}{P_s * \Delta P}}$	$\frac{\partial D_n}{\partial T_m} = -\frac{1}{2} * \frac{D_n}{T_m}$
D_n	C_p		$\frac{\partial D_n}{\partial C_p} = -\frac{1}{2} * \frac{D_n}{C_p}$
D_n	T_s		$\frac{\partial D_n}{\partial T_s} = \frac{1}{4} * \frac{D_n}{T_s}$
D_n	ΔP		$\frac{\partial D_n}{\partial \Delta P} = -\frac{1}{4} * \frac{D_n}{\Delta P}$
D_n	B_{ws}		$\frac{\partial D_n}{\partial B_{ws}} = -\frac{1}{2} * \frac{D_n}{(1 - B_{ws})}$
D_n	P_m		$\frac{\partial D_n}{\partial P_m} = \frac{1}{2} * \frac{D_n}{P_m}$
D_n	P_s		$\frac{\partial D_n}{\partial P_s} = -\frac{1}{4} * \frac{D_n}{P_s}$
D_n	Q_m		$\frac{\partial D_n}{\partial Q_m} = \frac{1}{2} * \frac{D_n}{Q_m}$
D_n	M_s		$\frac{\partial D_n}{\partial M_s} = \frac{1}{4} * \frac{D_n}{M_s}$
Diámetro de la boquilla real o seleccionado			
D_m	D_{mi}	$D_m = \left(\sum_{i=1}^n D_{mi} \right) / n$	$\frac{\partial D_m}{\partial D_{mi}} = \frac{1}{n}$

Tabla D-5: (continuación)

Mensurando Y	Variable de entrada X_i	Función matemática $Y = f(X_1, \dots, X_n)$	Expresión matemática resultante de la derivada parcial
Estimación del factor de proporcionalidad			
K	D_m	$K = K_2 * C_p^2 * \Delta H@ * D_m^4 * (1 - B_{ws}) * \frac{M_d * P_s}{M_s * P_m}$	$\frac{\partial K}{\partial D_m} = 4 * \frac{K}{D_m}$
K	C_p		$\frac{\partial K}{\partial C_p} = 2 * \frac{K}{C_p}$
K	$\Delta H@$		$\frac{\partial K}{\partial \Delta H@} = \frac{K}{\Delta H@}$
K	B_{ws}		$\frac{\partial K}{\partial C_p} = - \frac{K}{(1 - B_{ws})}$
K	P_m		$\frac{\partial K}{\partial P_m} = - \frac{K}{P_m}$
K	P_s		$\frac{\partial K}{\partial P_s} = \frac{K}{P_s}$
K	M_s		$\frac{\partial K}{\partial M_s} = - \frac{K}{M_s}$
K	M_d		$\frac{\partial K}{\partial M_d} = \frac{K}{M_d}$
Estimación de la caída de presión ideal en el medidor de orificio			
ΔH_{ideal}	T_s	$\Delta H_{ideal} = K * \frac{T_m}{T_s} * \Delta P$	$\frac{\partial \Delta H_{ideal}}{\partial T_s} = - \frac{\Delta H_{ideal}}{T_s}$
ΔH_{ideal}	T_m		$\frac{\partial \Delta H_{ideal}}{\partial T_m} = \frac{\Delta H_{ideal}}{T_m}$
ΔH_{ideal}	ΔP		$\frac{\partial \Delta H_{ideal}}{\partial \Delta P} = \frac{\Delta H_{ideal}}{\Delta P}$
ΔH_{ideal}	K		$\frac{\partial \Delta H_{ideal}}{\partial K} = \frac{\Delta H_{ideal}}{K}$
Estimación del porcentaje de isocinetismo por punto			
$\%I_{punto,j}$	A_n	$I_{punto,j} = \frac{100 * P_{ref} * T_{s,j} * V_{mref,j}}{60 * T_{ref} * P_{s,j} * V_{s,j} * A_n * \theta * (1 - B_{ws})}$	$\frac{\partial \%I_{punto,j}}{\partial A_n} = - \frac{\%I_{punto,j}}{A_n}$
$\%I_{punto,j}$	$T_{s,j}$		$\frac{\partial \%I_{punto,j}}{\partial T_{s,j}} = \frac{\%I_{punto,j}}{T_{s,j}}$
$\%I_{punto,j}$	θ		$\frac{\partial \%I_{punto,j}}{\partial \theta} = - \frac{\%I_{punto,j}}{\theta}$
$\%I_{punto,j}$	B_{ws}		$\frac{\partial \%I_{punto,j}}{\partial B_{ws}} = \frac{\%I_{punto,j}}{(1 - B_{ws})}$
$\%I_{punto,j}$	$V_{s,j}$		$\frac{\partial \%I_{punto,j}}{\partial P_{s,j}} = - \frac{\%I_{punto,j}}{P_{s,j}}$
$\%I_{punto,j}$	$P_{s,j}$		$\frac{\partial \%I_{punto,j}}{\partial P_{s,j}} = - \frac{\%I_{punto,j}}{P_{s,j}}$
$\%I_{punto,j}$	$V_{mref,j}$		$\frac{\partial \%I_{punto,j}}{\partial V_{mref,j}} = \frac{\%I_{punto,j}}{V_{mref,j}}$

Tabla D-5: (continuación)

Mensurando Y	Variable de entrada X_i	Función matemática $Y = f(X_1, \dots, X_n)$	Expresión matemática resultante de la derivada parcial
Estimación del porcentaje de isocinetismo acumulado o total			
$\%I_{Total,j}$	A_n	$I_{Total,j} = \frac{100 * P_{ref} * T_{s,j} * V_{mref,j}}{60 * T_{ref} * P_{s,j} * V_{s,j} * A_n * (\theta_1 * j) * (1 - B_{ws})}$	$\frac{\partial \%I_{Total,j}}{\partial A_n} = - \frac{\%I_{Total,j}}{A_n}$
$\%I_{Total,j}$	$T_{s,j}$		$\frac{\partial \%I_{Total,j}}{\partial T_{s,j}} = \frac{\%I_{Total,j}}{T_{s,j}}$
$\%I_{Total,j}$	θ_1		$\frac{\partial \%I_{Total,j}}{\partial \theta_1} = - \frac{\%I_{Total,j}}{\theta_1}$
$\%I_{Total,j}$	B_{ws}		$\frac{\partial \%I_{Total,j}}{\partial B_{ws}} = \frac{\%I_{Total,j}}{(1 - B_{ws})}$
$\%I_{Total,j}$	$V_{s,j}$		$\frac{\partial \%I_{Total,j}}{\partial V_{s,j}} = - \frac{\%I_{Total,j}}{V_{s,j}}$
$\%I_{Total,j}$	$P_{s,j}$		$\frac{\partial \%I_{Total,j}}{\partial P_{s,j}} = - \frac{\%I_{Total,j}}{P_{s,j}}$
$\%I_{Total,j}$	$V_{mref,j}$		$\frac{\partial \%I_{Total,j}}{\partial V_{mref,j}} = \frac{\%I_{Total,j}}{V_{mref,j}}$
Estimación de la concentración de material particulado en el gas de la chimenea			
C_{MP}	W_i	$C_{MP} = \frac{W_s + (W_f - W_i) - (W_{bf} - W_{bi})}{V_{mref}} * 10^3$	$\frac{\partial C_{MP}}{\partial W_i} = - \frac{10^3}{V_{mref}}$
C_{MP}	W_f		$\frac{\partial C_{MP}}{\partial W_f} = \frac{10^3}{V_{mref}}$
C_{MP}	W_{bf}		$\frac{\partial C_{MP}}{\partial W_{bf}} = - \frac{10^3}{V_{mref}}$
C_{MP}	W_{bi}		$\frac{\partial C_{MP}}{\partial W_{bi}} = \frac{10^3}{V_{mref}}$
C_{MP}	W_s		$\frac{\partial C_{MP}}{\partial W_s} = \frac{10^3}{V_{mref}}$
C_{MP}	V_{mref}		$\frac{\partial C_{MP}}{\partial V_{mref}} = - \frac{C_{MP}}{V_{mref}}$

Tabla D- 6: Coeficientes de sensibilidad para mensurandos del Método EPA 6. Fuente: Elaboración Propia.

Mensurando Y	Variable de entrada X_i	Función matemática $Y = f(X_1, \dots, X_n)$	Expresión matemática resultante de la derivada parcial
Masa de dióxido de azufre recolectada			
m_{SO_2}	V_{sol}	$m_{SO_2} = K_2 * N * (V_t - V_{tb}) * (V_{sol}/V_a)$	$\frac{\partial m_{SO_2}}{\partial V_{sol}} = \frac{m_{SO_2}}{V_{sol}}$
m_{SO_2}	V_a		$\frac{\partial m_{SO_2}}{\partial V_a} = - \frac{m_{SO_2}}{V_a}$
m_{SO_2}	V_t		$\frac{\partial m_{SO_2}}{\partial V_t} = \frac{m_{SO_2}}{(V_t - V_{tb})}$
m_{SO_2}	V_{tb}		$\frac{\partial m_{SO_2}}{\partial V_{tb}} = - \frac{m_{SO_2}}{(V_t - V_{tb})}$
m_{SO_2}	N		$\frac{\partial m_{SO_2}}{\partial N} = \frac{m_{SO_2}}{N}$
Concentración de dióxido de azufre en el gas de la chimenea			
C_{SO_2}	m_{SO_2}	$C_{SO_2} = \frac{m_{SO_2}}{V_{mref}}$	$\frac{\partial C_{SO_2}}{\partial m_{SO_2}} = \frac{C_{SO_2}}{m_{SO_2}}$
C_{SO_2}	V_{mref}		$\frac{\partial C_{SO_2}}{\partial V_{mref}} = - \frac{C_{SO_2}}{V_{mref}}$

Tabla D- 7: Coeficientes de sensibilidad para mensurandos del Método EPA 7. Fuente: Elaboración Propia.

Mensurando Y	Variable de entrada X_i	Función matemática $Y = f(X_1, \dots, X_n)$	Expresión matemática resultante de la derivada parcial
Masa de dióxido de nitrógeno recolectada			
K	A_1	$K_c = 100 \frac{A_1 + 2A_2 + 3A_3 + 4A_4}{A_1^2 + A_2^2 + A_3^2 + A_4^2}$	$\frac{\partial K_c}{\partial A_1} = -100 \frac{(A_1^2 + 4A_1A_2 + 6A_1A_3 + 8A_1A_4 - A_2^2 - A_3^2 - A_4^2)}{(A_1^2 + A_2^2 + A_3^2 + A_4^2)^2}$
K	A_2		$\frac{\partial K_c}{\partial A_2} = -200 \frac{(-A_1^2 + A_1A_2 + A_2^2 + 3A_2A_3 + 4A_2A_4 - A_3^2 - A_4^2)}{(A_1^2 + A_2^2 + A_3^2 + A_4^2)^2}$
K	A_3		$\frac{\partial K_c}{\partial A_3} = -100 \frac{(-3A_1^2 + 2A_1A_3 - 3A_2^2 + 4A_2A_3 + 3A_3^2 + 8A_3A_4 - 3A_4^2)}{(A_1^2 + A_2^2 + A_3^2 + A_4^2)^2}$
K	A_4		$\frac{\partial K_c}{\partial A_4} = -200 \frac{(-2A_1^2 + A_1A_4 - 2A_2^2 + 2A_2A_4 - 2A_3^2 + 3A_3A_4 + 2A_4^2)}{(A_1^2 + A_2^2 + A_3^2 + A_4^2)^2}$
Masa de dióxido de nitrógeno en el gas de la chimenea			
m_{NO_2}	K	$m_{NO_2} = 2 * K_c * A * F$	$\frac{\partial m_{NO_2}}{\partial K} = \frac{m_{NO_2}}{K}$
m_{NO_2}	A		$\frac{\partial m_{NO_2}}{\partial A} = \frac{m_{NO_2}}{A}$
Masa de dióxido de nitrógeno recolectada			
V_{sc}	T_i	$V_{sc} = (V_f - V_a) * \frac{T_{ref}}{P_{ref}} * \left[\frac{P_f}{T_f} - \frac{P_i}{T_i} \right]$	$\frac{\partial V_{sc}}{\partial T_i} = (V_f - V_a) * \frac{T_{ref} * P_i}{P_{ref} * T_i^2}$
V_{sc}	T_f		$\frac{\partial V_{sc}}{\partial T_f} = -(V_f - V_a) * \frac{T_{ref} * P_f}{P_{ref} * T_f^2}$
V_{sc}	P_i		$\frac{\partial V_{sc}}{\partial P_i} = -(V_f - V_a) * \frac{T_{ref}}{P_{ref} * T_i}$
V_{sc}	P_f		$\frac{\partial V_{sc}}{\partial P_f} = (V_f - V_a) * \frac{T_{ref}}{P_{ref} * T_f}$
V_{sc}	V_a		$\frac{\partial V_{sc}}{\partial V_a} = -\frac{T_{ref}}{P_{ref}} * \left[\frac{P_f}{T_f} - \frac{P_i}{T_i} \right]$
V_{sc}	V_f		$\frac{\partial V_{sc}}{\partial V_f} = \frac{T_{ref}}{P_{ref}} * \left[\frac{P_f}{T_f} - \frac{P_i}{T_i} \right]$
Concentración de dióxido de azufre en el gas de la chimenea			
C_{NO_2}	m_{NO_2}	$C_{NO_2} = K_2 \frac{m_{NO_2}}{V_{sc}}$	$\frac{\partial C_{NO_2}}{\partial m_{NO_2}} = \frac{C_{NO_2}}{m_{NO_2}}$
C_{NO_2}	V_{sc}		$\frac{\partial C_{NO_2}}{\partial V_{sc}} = -\frac{C_{NO_2}}{V_{sc}}$

Tabla D- 8: Coeficientes de sensibilidad para mensurandos del Método EPA 8. Fuente: Elaboración Propia.

Mensurando Y	Variable de entrada X_i	Función matemática $Y = f(X_1, \dots, X_n)$	Expresión matemática resultante de la derivada parcial
Masa de dióxido de azufre recolectada			
$m_{H_2SO_4}$	V_{sol}	$m_{H_2SO_4} = K_2 * N * (V_t - V_{tb}) * (V_{sol}/V_a)$	$\frac{\partial m_{H_2SO_4}}{\partial V_{sol}} = \frac{m_{H_2SO_4}}{V_{sol}}$
$m_{H_2SO_4}$	V_a		$\frac{\partial m_{H_2SO_4}}{\partial V_a} = \frac{m_{H_2SO_4}}{V_a}$
$m_{H_2SO_4}$	V_t		$\frac{\partial m_{H_2SO_4}}{\partial V_t} = \frac{m_{H_2SO_4}}{(V_t - V_{tb})}$
$m_{H_2SO_4}$	V_{tb}		$\frac{\partial m_{H_2SO_4}}{\partial V_{tb}} = -\frac{m_{H_2SO_4}}{(V_t - V_{tb})}$
$m_{H_2SO_4}$	N		$\frac{\partial m_{H_2SO_4}}{\partial N} = \frac{m_{H_2SO_4}}{N}$
Concentración de dióxido de azufre en el gas de la chimenea			
$C_{H_2SO_4}$	$m_{H_2SO_4}$	$C_{H_2SO_4} = \frac{m_{H_2SO_4}}{V_{mref}}$	$\frac{\partial C_{H_2SO_4}}{\partial m_{H_2SO_4}} = \frac{C_{H_2SO_4}}{m_{H_2SO_4}}$
$C_{H_2SO_4}$	V_{mref}		$\frac{\partial C_{H_2SO_4}}{\partial V_{mref}} = -\frac{C_{H_2SO_4}}{V_{mref}}$

Tabla D- 9: Coeficientes de sensibilidad para mensurandos para estimar la emisión másica de los contaminantes. Fuente: Elaboración Propia.

Mensurando Y	Variable de entrada X_i	Función matemática $Y = f(X_1, \dots, X_n)$	Expresión matemática resultante de la derivada parcial
Emisión másica de material particulado			
E_{MP}	C_{MP}	$E_{MP} = F * Q_{swref} * C_{MP}$	$\frac{\partial E_{MP}}{\partial C_{MP}} = \frac{E_{MP}}{C_{MP}}$
E_{MP}	Q_{swref}		$\frac{\partial E_{MP}}{\partial Q_{swref}} = \frac{E_{MP}}{Q_{swref}}$
Emisión másica de dióxido de azufre			
E_{SO_2}	C_{SO_2}	$E_{SO_2} = F * Q_{swref} * C_{SO_2}$	$\frac{\partial E_{SO_2}}{\partial C_{SO_2}} = \frac{E_{SO_2}}{C_{SO_2}}$
E_{SO_2}	Q_{swref}		$\frac{\partial E_{SO_2}}{\partial Q_{swref}} = \frac{E_{SO_2}}{Q_{swref}}$
Emisión másica de dióxido de nitrógeno			
E_{NO_2}	C_{NO_2}	$E_{NO_2} = F * Q_{swref} * C_{NO_2}$	$\frac{\partial E_{NO_2}}{\partial C_{NO_2}} = \frac{E_{NO_2}}{C_{NO_2}}$
E_{NO_2}	Q_{swref}		$\frac{\partial E_{NO_2}}{\partial Q_{swref}} = \frac{E_{NO_2}}{Q_{swref}}$
Emisión másica de neblinas de ácido sulfúrico			
$E_{H_2SO_4}$	$C_{H_2SO_4}$	$E_{H_2SO_4} = F * Q_{swref} * C_{H_2SO_4}$	$\frac{\partial E_{H_2SO_4}}{\partial C_{H_2SO_4}} = \frac{E_{H_2SO_4}}{C_{H_2SO_4}}$
$E_{H_2SO_4}$	Q_{swref}		$\frac{\partial E_{H_2SO_4}}{\partial Q_{swref}} = \frac{E_{H_2SO_4}}{Q_{swref}}$

Tabla D- 10: Coeficientes de sensibilidad para mensurandos para estimar la emisión de contaminantes corregida a oxígeno de referencia. Fuente: Elaboración Propia.

Mensurando Y	Variable de entrada X_i	Función matemática $Y = f(X_1, \dots, X_n)$	Expresión matemática resultante de la derivada parcial
Factor de corrección para el % de oxígeno de referencia			
$F_{\%O_2,ref}$	$\%O_{2,med}$	$F_{\%O_2,ref} = \frac{20.9 - \%O_{2,ref}}{20.9 - \%O_{2,med}}$	$\frac{\partial F_{\%O_2,ref}}{\partial \%O_{2,med}} = \frac{F_{\%O_2,ref}}{20.9 - \%O_{2,med}}$
Concentración de material particulado			
$C_{MP,\%O_2,ref}$	$F_{\%O_2,ref}$	$C_{MP,O_2,ref} = F_{\%O_2,ref} * C_{MP}$	$\frac{\partial C_{MP,\%O_2,ref}}{\partial F_{\%O_2,ref}} = \frac{C_{MP,\%O_2,ref}}{F_{\%O_2,ref}}$
$C_{MP,\%O_2,ref}$	C_{MP}		$\frac{\partial C_{MP,\%O_2,ref}}{\partial C_{MP}} = \frac{C_{MP,\%O_2,ref}}{C_{MP}}$
Concentración de dióxido de azufre			
$C_{SO_2,\%O_2,ref}$	$F_{\%O_2,ref}$	$C_{SO_2,O_2,ref} = F_{\%O_2,ref} * C_{SO_2}$	$\frac{\partial C_{SO_2,\%O_2,ref}}{\partial F_{\%O_2,ref}} = \frac{C_{SO_2,\%O_2,ref}}{F_{\%O_2,ref}}$
$C_{SO_2,\%O_2,ref}$	C_{SO_2}		$\frac{\partial C_{SO_2,\%O_2,ref}}{\partial C_{SO_2}} = \frac{C_{SO_2,\%O_2,ref}}{C_{SO_2}}$
Concentración de dióxido de nitrógeno			
$C_{NO_2,\%O_2,ref}$	$F_{\%O_2,ref}$	$C_{NO_2,O_2,ref} = F_{\%O_2,ref} * C_{NO_2}$	$\frac{\partial C_{NO_2,\%O_2,ref}}{\partial F_{\%O_2,ref}} = \frac{C_{NO_2,\%O_2,ref}}{F_{\%O_2,ref}}$
$C_{NO_2,\%O_2,ref}$	C_{NO_2}		$\frac{\partial C_{NO_2,\%O_2,ref}}{\partial C_{NO_2}} = \frac{C_{NO_2,\%O_2,ref}}{C_{NO_2}}$
Concentración de neblinas de ácido sulfúrico			
$C_{H_2SO_4,\%O_2,ref}$	$F_{\%O_2,ref}$	$C_{H_2SO_4,O_2,ref} = F_{\%O_2,ref} * C_{H_2SO_4}$	$\frac{\partial C_{H_2SO_4,\%O_2,ref}}{\partial F_{\%O_2,ref}} = \frac{C_{H_2SO_4,\%O_2,ref}}{F_{\%O_2,ref}}$
$C_{H_2SO_4,\%O_2,ref}$	$C_{H_2SO_4}$		$\frac{\partial C_{H_2SO_4,\%O_2,ref}}{\partial C_{H_2SO_4}} = \frac{C_{H_2SO_4,\%O_2,ref}}{C_{H_2SO_4}}$

Tabla D- 11: Coeficientes de sensibilidad para mensurandos para la estimación del $\Delta H@$ y Y_{ds} del equipo empleando orificios críticos. Fuente: Elaboración Propia.

Mensurando Y	Variable de entrada X_i	Función matemática $Y = f(X_1, \dots, X_n)$	Expresión matemática resultante de la derivada parcial
Volumen medido a condiciones de referencia			
V_{mref}	T_m	$V_{mref} = \frac{V_m * T_{ref} * P_m}{T_m * P_{ref}}$	$\frac{\partial V_{mref}}{\partial T_m} = -\frac{V_{mref}}{T_m}$
V_{mref}	P_m		$\frac{\partial V_{mref}}{\partial P_m} = \frac{V_{mref}}{P_m}$
V_{mref}	V_m		$\frac{\partial V_{mref}}{\partial V_m} = \frac{V_{mref}}{V_m}$
Volumen de aire pasado a través del orificio crítico			
V_{cr}	P_{bar}	$V_{cr} = k' * \left(\frac{P_{bar} * \theta}{\sqrt{T_{amb}}} \right)$	$\frac{\partial V_{cr}}{\partial P_{bar}} = \frac{V_{cr}}{P_{bar}}$
V_{cr}	T_{amb}		$\frac{\partial V_{cr}}{\partial T_{amb}} = -\frac{1}{2} * \frac{V_{cr}}{T_{amb}}$
V_{cr}	k'		$\frac{\partial V_{cr}}{\partial k'} = \frac{V_{cr}}{k'}$
V_{cr}	θ		$\frac{\partial V_{cr}}{\partial \theta} = \frac{V_{cr}}{\theta}$
Factor de calibración del equipo para la i-ésima medición			
$Y_{ds,i}$	V_{cr}	$Y_{ds,i} = \frac{V_{cr}}{V_{mref}}$	$\frac{\partial Y_{ds,i}}{\partial V_{cr}} = \frac{Y_{ds,i}}{V_{cr}}$
$Y_{ds,i}$	V_{mref}		$\frac{\partial Y_{ds,i}}{\partial V_{mref}} = \frac{Y_{ds,i}}{V_{mref}}$
Constante del medidor de orificio para la i-ésima medición			
$\Delta H@_i$	P_{bar}	$\Delta H@, i = \frac{K_1 * \frac{P_{ref}}{T_{ref}} * T_m * \theta^2}{P_{bar} * Y_{ds,i}^2 * V_m^2} * \Delta H$	$\frac{\partial \Delta H@_i}{\partial P_{bar}} = -\frac{\Delta H@_i}{P_{bar}}$
$\Delta H@_i$	T_m		$\frac{\partial \Delta H@_i}{\partial T_m} = \frac{\Delta H@_i}{T_m}$
$\Delta H@_i$	ΔH		$\frac{\partial \Delta H@_i}{\partial \Delta H} = \frac{\Delta H@_i}{\Delta H}$
$\Delta H@_i$	θ		$\frac{\partial \Delta H@_i}{\partial \theta} = 2 \frac{\Delta H@_i}{\theta}$
$\Delta H@_i$	V_m		$\frac{\partial \Delta H@_i}{\partial V_m} = -2 \frac{\Delta H@_i}{V_m}$
$\Delta H@_i$	$Y_{ds,i}$		$\frac{\partial \Delta H@_i}{\partial Y_{ds,i}} = -2 \frac{\Delta H@_i}{Y_{ds,i}}$
Factor de calibración promedio del equipo			
Y_{ds}	$Y_{ds,i}$	$Y_{ds} = \left(\sum_{i=1}^{i=n} Y_{ds,i} \right) / n$	$\frac{\partial Y_{ds}}{\partial Y_{ds,i}} = \frac{1}{n}$
Constante del medidor de orificio promedio			
$\Delta H@$	$\Delta H@_i$	$\Delta H@ = \left(\sum_{i=1}^{i=n} \Delta H@_i \right) / n$	$\frac{\partial \Delta H@}{\partial \Delta H@_i} = \frac{1}{n}$

Tabla D- 12: Coeficientes de sensibilidad para mensurandos para la estimación del $\Delta H@$ y Y_{ds} del equipo empleando medidor de gas húmedo o seco. Fuente: Elaboración Propia.

Mensurando Y	Variable de entrada X_i	Función matemática $Y = f(X_1, \dots, X_n)$	Expresión matemática resultante de la derivada parcial
Volumen medido por el medidor de gas húmedo o seco de referencia			
V_w	L_i	$V_w = L_f - L_i$	$\frac{\partial V_w}{\partial L_i} = -1$
V_w	L_f		$\frac{\partial V_w}{\partial L_f} = 1$
Factor de calibración del equipo para la i-ésima medición			
$Y_{ds,i}$	T_m	$Y_{ds,i} = \left(\frac{V_w}{V_m}\right) \left(\frac{P_{bar}}{P_m}\right) \left(\frac{T_m}{T_w}\right)$	$\frac{\partial Y_{ds,i}}{\partial T_m} = \frac{Y_{ds,i}}{T_m}$
$Y_{ds,i}$	P_m		$\frac{\partial Y_{ds,i}}{\partial P_m} = -\frac{Y_{ds,i}}{P_m}$
$Y_{ds,i}$	T_w		$\frac{\partial Y_{ds,i}}{\partial T_w} = -\frac{Y_{ds,i}}{T_w}$
$Y_{ds,i}$	P_{bar}		$\frac{\partial Y_{ds,i}}{\partial P_{bar}} = \frac{Y_{ds,i}}{P_{bar}}$
$Y_{ds,i}$	V_m		$\frac{\partial Y_{ds,i}}{\partial V_m} = -\frac{Y_{ds,i}}{V_m}$
$Y_{ds,i}$	V_w		$\frac{\partial Y_{ds,i}}{\partial V_w} = \frac{Y_{ds,i}}{V_w}$
Constante del medidor de orificio para la i-ésima medición			
$\Delta H@_i$	P_{bar}	$\Delta H@_i = \frac{K_1 * \frac{P_{ref}}{T_{ref}} * T_m * \theta^2}{P_{bar} * Y_{ds,i}^2 * V_m^2} * \Delta H$	$\frac{\partial \Delta H@_i}{\partial P_{bar}} = -\frac{\Delta H@_i}{P_{bar}}$
$\Delta H@_i$	T_m		$\frac{\partial \Delta H@_i}{\partial T_m} = \frac{\Delta H@_i}{T_m}$
$\Delta H@_i$	ΔH		$\frac{\partial \Delta H@_i}{\partial \Delta H} = \frac{\Delta H@_i}{\Delta H}$
$\Delta H@_i$	θ		$\frac{\partial \Delta H@_i}{\partial \theta} = 2 \frac{\Delta H@_i}{\theta}$
$\Delta H@_i$	V_m		$\frac{\partial \Delta H@_i}{\partial V_m} = -2 \frac{\Delta H@_i}{V_m}$
$\Delta H@_i$	$Y_{ds,i}$		$\frac{\partial \Delta H@_i}{\partial Y_{ds,i}} = -2 \frac{\Delta H@_i}{Y_{ds,i}}$
Factor de calibración promedio del equipo			
Y_{ds}	$Y_{ds,i}$	$Y_{ds} = \left(\sum_{i=1}^{i=n} Y_{ds,i}\right) / n$	$\frac{\partial Y_{ds}}{\partial Y_{ds,i}} = \frac{1}{n}$
Constante del medidor de orificio promedio			
$\Delta H@$	$\Delta H@_i$	$\Delta H@ = \left(\sum_{i=1}^{i=n} \Delta H@_i\right) / n$	$\frac{\partial \Delta H@}{\partial \Delta H@_i} = \frac{1}{n}$

ANEXO E: Descripción de funciones y rutinas implementadas en Matlab

A continuación, se realiza una descripción de las funciones y rutinas empleadas durante el desarrollo de este trabajo. Las que se muestran en las Figura E-1 y E-2 y se tabulan en las Tablas E-1 y E-2.

Tabla E-1: Rutinas empleadas para realizar el análisis de reducción de la varianza mediante muestreo aleatorio simple (SRS) y muestreo estratificado balanceado simétricamente (SBSS). Fuente: Elaboración Propia.

Rutina o función	Sintaxis	Descripción
cosinv.m	<code>x = cosinv (A, B, p)</code>	<code>x = cosinv (A, B, p)</code> estima la inversa de la cdf (cumulative distribution function) de la distribución coseno, usando los correspondientes parámetros de posición (A) y de forma (B), y las probabilidades ingresadas en p.
cosminv.m	<code>x = cosminv (A, B, p)</code>	<code>x = cosminv (A, B, p)</code> estima la inversa de la cdf de la distribución coseno medio, usando los correspondientes parámetros de posición (A) y de forma (B), y las probabilidades ingresadas en p.
pso.m	<code>[Nminopt, Naddopt, Mopt, N, niter, range] = pso (fun, f, range, Type_Distribution, Parameter_Distribution, np, alfa, beta, maxiter, Nmin, n, nv, Tol, tolps)</code>	Implementa el algoritmo de optimización pso (particle swarm optimization), para la búsqueda de los parámetros (M, Nadd y Nmin) que minimizan el mínimo de evaluaciones N utilizadas por la función <code>simulationMCMS.m</code> , para la aplicación de la técnica de reducción de varianza, mediante muestreo estratificado simétricamente balanceado (SBSS).
quadinv.m	<code>x = quadinv (A, B, p)</code>	<code>x = quadinv (A, B, p)</code> estima la inversa de la cdf de la distribución cuadrática, usando los correspondientes parámetros de posición (A) y de forma (B), y las probabilidades ingresadas en p.
SBSS.m	<code>[y, Variance, N] = SBSS (f, Type_Distribution, Parameter_Distribution, Nmin, M, Nadd, n, Tol)</code>	Implementa la técnica de reducción de varianza mediante muestreo estratificado simétricamente balanceado (SBSS), y retorna los valores simulados (y), la varianza alcanzada de las muestras simuladas (Variance) y el número total de muestras requeridas (N), para alcanzar la tolerancia (Tol) deseada.

Rutina o función	Sintaxis	Descripción
SBSSpso.m	<code>[range, x, NminU, N] = SBSSpso (f, Type_Distribution, Parameter_Distribution, Nmin, M, Nadd, n, Tol)</code>	Implementa la técnica de reducción de varianza mediante muestreo estratificado simétricamente balanceado (SBSS), para las n_p (partículas utilizadas por el método <code>pso</code>). Retorna los valores simulados (y), la varianza alcanzada de las muestras simuladas (<i>Variance</i>) y el número total de muestras requeridas (N), para alcanzar la tolerancia (<i>Tol</i>) deseada.
simulationMCMR.m	<code>[y, ytotal] = simulationMCMR (f, Type_Distribution, Parameter_Distribution, Nadd, n)</code>	Genera un vector con <i>Nadd</i> nuevas muestras aleatorias generadas aplicando el Método Monte Carlo. Retorna dos vectores el primero con las muestras generadas (y), mientras el segundo contiene la totalidad de las evaluaciones de la función f (<i>ytotal</i> , el cual tiene una longitud de $n*Nadd$).
simulationMCMS.m	<code>[y, ytotal] = simulationMCMS (f, Type_Distribution, Parameter_Distribution, Nadd, n, M)</code>	Genera un vector con <i>Nadd</i> nuevas muestras generadas aplicando el Método Monte Carlo, y distribuyendo las muestras generadas en los M estratos creados. Retorna dos vectores el primero con las muestras generadas (y) y el segundo con la totalidad de las evaluaciones de la función (f) almacenadas en (<i>ytotal</i>), el cual tiene una longitud de n .
SRS.m	<code>[y, Variance, N] = SRS (f, Type_Distribution, Parameter_Distribution, Nmin, Nadd, n, Tol)</code>	Implementa la técnica de reducción de varianza mediante muestreo aleatorio simple (SRS), y retorna los valores simulados (y), la varianza alcanzada de las muestras simuladas (<i>Variance</i>) y el número total de muestras requeridas (N), para alcanzar la tolerancia (<i>Tol</i>) deseada.
trapinv.m	<code>x = trapinv (A, B, C, D, p)</code>	<code>x = trapinv (A, B, C, D, p)</code> estima la inversa de la cdf de la distribución trapezoidal, usando los correspondientes extremos del trapecio A, B, C y D (se cumple que $A \leq B \leq C \leq D$), y las probabilidades ingresadas en p .
trianinv.m	<code>x = trianinv (A, B, C, p)</code>	<code>x = trianinv (A, B, C, p)</code> estima la inversa de la cdf de la distribución triangular, usando los correspondientes extremos del triángulo A, B y C (se cumple que $A \leq C \leq B$), y las probabilidades ingresadas en p .
uinv.m	<code>x = uinv (A, B, p)</code>	<code>x = uinv (A, B, p)</code> estima la inversa de la cdf de la distribución U , usando los correspondientes parámetros de posición (A) y de forma (B), y las probabilidades ingresadas en p .
variancereduction.m	-----	Esta es una rutina utilizada para obtener los parámetros de optimización empleando el método <code>pso</code> , utilizados para la aplicación de la reducción de varianza empleando SBSS. Además, realiza una comparación entre los resultados obtenidos al aplicar SRS y SBSS para diferentes niveles de tolerancia.

Figura E-1: Implementación del análisis de reducción de varianza aplicando muestreo aleatorio simple (SRS) y muestreo estratificado simétricamente balanceado (SBSS). Fuente: Elaboración Propia.

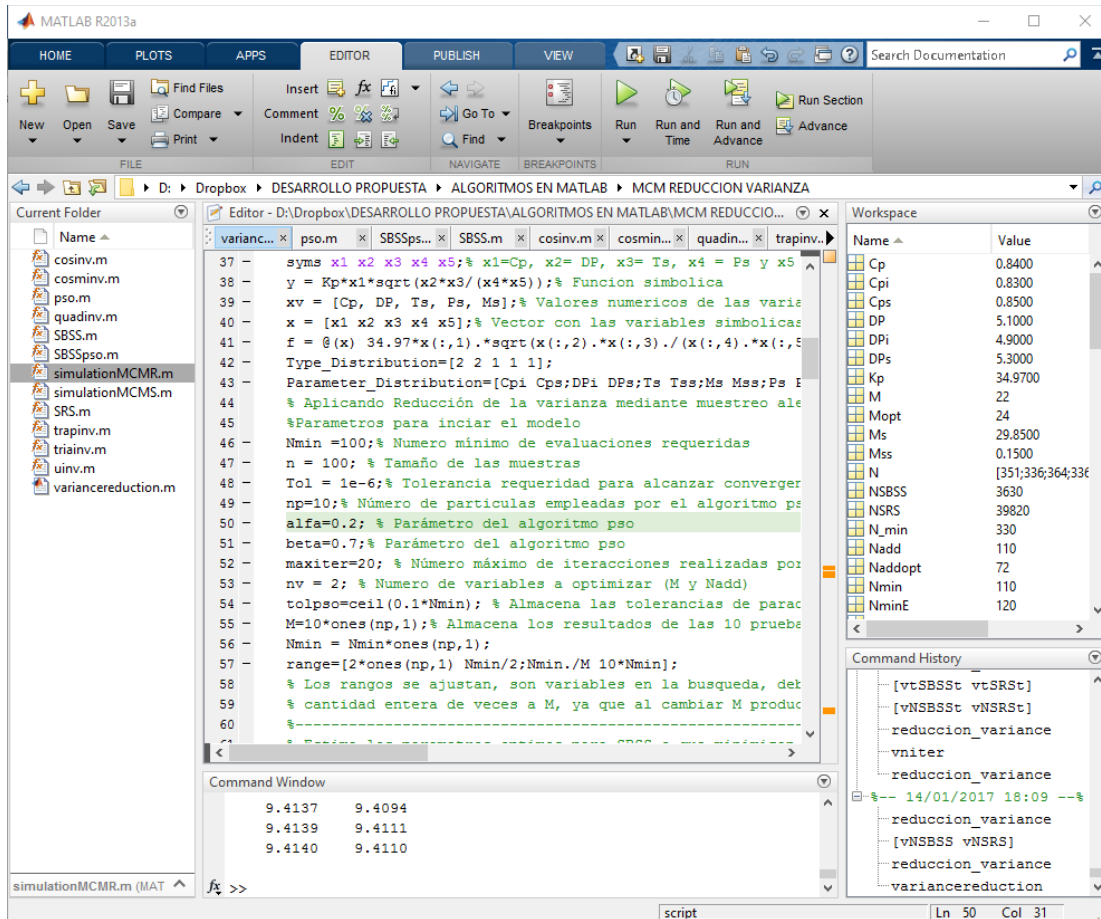


Tabla E-2: Rutinas empleadas para la implementación de la GUM y el Método Monte Carlo, en la estimación de la incertidumbre asociada a los Métodos de muestreo de fuentes fijas EPA 1 a 8. Fuente: Elaboración Propia.

Rutina o función	Sintaxis	Descripción
Funciones empleadas para estimar la incertidumbre asociada a los Método EPA		
epa1.m	[npT, TypeStack, indfigure] = epa1(show, all, indfigure)	Calcula la incertidumbre y grados de libertad efectivos para la estimación de las mediciones de la chimenea requeridas por el Método EPA 1, como son: $D, D_1, D_2, L, W, LCU, LCD, DCD, DCU, L_n, W_{chim}$ y L_i . Además, realiza la comparación de los valores de la incertidumbre estimada por la GUM y MCM, estima las contribuciones de las fuentes y variables de entrada, y retorna el tipo de chimenea (TypeStack) y el número de puntos a muestrear (npT).
epa1A.m	[npT, TypeStack, indfigure] = epa1A (show, all, indfigure)	Calcula la incertidumbre y grados de libertad efectivos para la estimación de las mediciones de la chimenea requeridas por el Método EPA 1A, como son: $D, D_1, D_2, L, W, LCU_1, LCD_1, DCD_1, DCU_1, LCU_2, LCD_2, DCD_2, DCU_2, L_n, W_{chim}$ y L_i . Además, realiza la comparación de los valores de la incertidumbre estimada por la GUM y MCM, estima las contribuciones de las fuentes y variables de entrada, y retorna el tipo de chimenea (TypeStack) y el número de puntos a muestrear (npT).
epa2.m	[Yvv, Yvr, vY, uc_Y, Xi, uXi, vXi, TypeDistribution, XiM, indfigure] = epa2(np, Yinf, Run, TypeMeasureEPA1, TypeMeasureEPA3, WeightVolume, TypeStack, IncludeArea, show, all, indfigure)	Calcula la incertidumbre y grados de libertad efectivos para la estimación de los mensurandos del Método EPA 2 y 2C, como son: $A_s, V_s, Q_{sw}, Q_{swref}$ y Q_{sref} . Además, realiza la comparación de los valores de la incertidumbre estimada por la GUM y MCM, estima las contribuciones de las fuentes y variables de entrada. Retorna valores de los mensurandos en Yvv y Xi, sus incertidumbres en uc_Y y uXi, grados de libertad efectivos en vY y vXi, y las distribuciones estadísticas asociadas en TypeDistribution (incluye mensurandos como: $M_d, B_{ws}, M_s, T_s, \Delta P, P_s, C_p, T_m, E_m$, etc..)
epa3.m	[Md, Mdr, vMd, uc_Md, indfigure] = epa3 (TypeEquipment, TypeMeasurement, show, all, indfigure)	Calcula la incertidumbre (uc_Md) y grados de libertad efectivos (vMd) para la estimación del peso molecular de los gases en base seca de la chimenea (Md). Además, realiza la comparación de los valores de la incertidumbre estimada por la GUM y MCM, así como las contribuciones de las fuentes y de las variables de entrada del Método EPA 3. Retorna también el valor del peso molecular en Md y el valor redondeado en Mdr.

Rutina o función	Sintaxis	Descripción
epa4.m	<pre>[Bws, Bwsr, BwsM, vBws, uc_Bws, indfigure] = epa4(np, Run, WeightVolume, Xi, XiM, uXi, vXi, TypeDistribution, show, all, indfigure)</pre>	<p>Calcula la incertidumbre (B_{ws}) y grados de libertad efectivos (v_{Bws}) para la estimación de la humedad de los gases en la chimenea. Además, realiza la comparación de los valores de la incertidumbre estimada por la GUM y MCM, así como las contribuciones de las fuentes de incertidumbre, variables de entrada y mensurandos para el Método EPA 4. Retorna también el valor de la humedad en B_{ws}, el valor redondeado en B_{wsr} y el vector B_{wsM}.</p>
epa5.m	<pre>[Xi, uXi, vXi, TypeDistribution, indfigure] = epa5(np, YDHAOCEPA5, EPA2YvEPA5, XiM, DmD, Run, TypeMeasureEPA1, TypeMeasureEPA3, WeightVolume, show, all, indfigure)</pre>	<p>Calcula la incertidumbre (u_{Xi}) y grados de libertad efectivos (v_{Xi}) para porcentaje de isocineticismo (%) y la concentración de material particulado (C_{MP}). Además, realiza la comparación de los valores de la incertidumbre estimada por la GUM y MCM, así como las contribuciones de las fuentes de incertidumbre, variables de entrada y mensurandos para el Método EPA 5. Retorna también el valor de los mensurandos evaluados en X_i y la distribución estadística asociada a estos en $TypeDistribution$.</p>
epa6.m	<pre>[Xi, uXi, vXi, TypeDistribution, indfigure] = epa6(Run, Xi, uXi, vXi, TypeDistribution, show, all, indfigure)</pre>	<p>Calcula la incertidumbre (u_{Xi}) y grados de libertad efectivos (v_{Xi}) para la concentración de dióxido de azufre (C_{SO_2}). Además, realiza la comparación de los valores de la incertidumbre estimada por la GUM y MCM, así como las contribuciones de las fuentes de incertidumbre, variables de entrada y mensurandos para el Método EPA 6. Retorna también el valor de los mensurandos evaluados en X_i y la distribución estadística asociada a estos en $TypeDistribution$.</p>
epa7.m	<pre>[Xi, uXi, vXi, TypeDistribution, nBalon, indfigure] = epa7(show, all, indfigure)</pre>	<p>Calcula la incertidumbre (u_{Xi}) y grados de libertad efectivos (v_{Xi}) para la concentración de dióxido de nitrógeno (C_{NO_2}). Además, realiza la comparación de los valores de la incertidumbre estimada por la GUM y MCM, así como las contribuciones de las fuentes de incertidumbre, variables de entrada y mensurandos para el Método EPA 7. Retorna también el valor de los mensurandos evaluados en X_i y la distribución estadística asociada a estos en $TypeDistribution$.</p>

Rutina o función	Sintaxis	Descripción
epa8.m	<pre>[Xi, uXi, vXi, TypeDistribution, indfigure] = epa8(Run, Xi, uXi, vXi, TypeDistribution, show, all, indfigure)</pre>	<p>Calcula la incertidumbre (u_{Xi}) y grados de libertad efectivos (v_{Xi}) para la concentración de neblinas ácidas ($C_{H_2SO_4}$). Además, realiza la comparación de los valores de la incertidumbre estimada por la GUM y MCM, así como las contribuciones de las fuentes de incertidumbre, variables de entrada y mensurandos para el Método EPA 8. Retorna también el valor de los mensurandos evaluados en X_i y la distribución estadística asociada a estos en <code>TypeDistribution</code>.</p>
principal.m	-----	<p>Es una rutina desde la cual se llaman todos los métodos EPA 1 a 8, y se permite el ingreso de parámetros necesarios para la ejecución de los mismos, como son: forma de la chimenea, tipo de medición, tipo de equipo utilizado para medir los gases de la chimenea, etc..</p>
Funciones auxiliares		
boquilla.m	<pre>[Dn, Dm, indfigure] = boquilla (Xi, uXi, vXi, XiM, TypeDistribution, show, all, indfigure)</pre>	<p>Calcula la incertidumbre asociada a la estimación del diámetro de la boquilla ideal (D_n) y utilizada durante el muestreo (D_m). Además, realiza la comparación de los valores de la incertidumbre estimada por la GUM y MCM. Retorna las incertidumbres combinadas, grados de libertad efectivos, y las distribuciones estadísticas asociadas a ambos mensurandos.</p>
emissions.m	<pre>[Xi, uXi, vXi, TypeDistribution, indfigure] = emissions(run, nBalon, TypeEquipmentEPA3, Xi, uXi, vXi, TypeDistribution, show, all, indfigure)</pre>	<p>Calcula la incertidumbre (u_{Xi}) y grados de libertad efectivos (v_{Xi}) para las emisiones másicas y concentraciones corregidas al porcentaje de oxígeno de referencia ($\%O_{2,ref}$) para la concentración de material particulado (C_{MP}), dióxido de azufre (C_{SO_2}), dióxido de nitrógeno (C_{NO_2}) y las neblinas ácidas ($C_{H_2SO_4}$). Además, realiza la comparación de los valores de la incertidumbre estimada por la GUM y MCM, así como las contribuciones de las fuentes de incertidumbre, variables de entrada y mensurandos para las emisiones. Retorna también el valor de los mensurandos evaluados en X_i y la distribución estadística asociada a estos en <code>TypeDistribution</code>.</p>

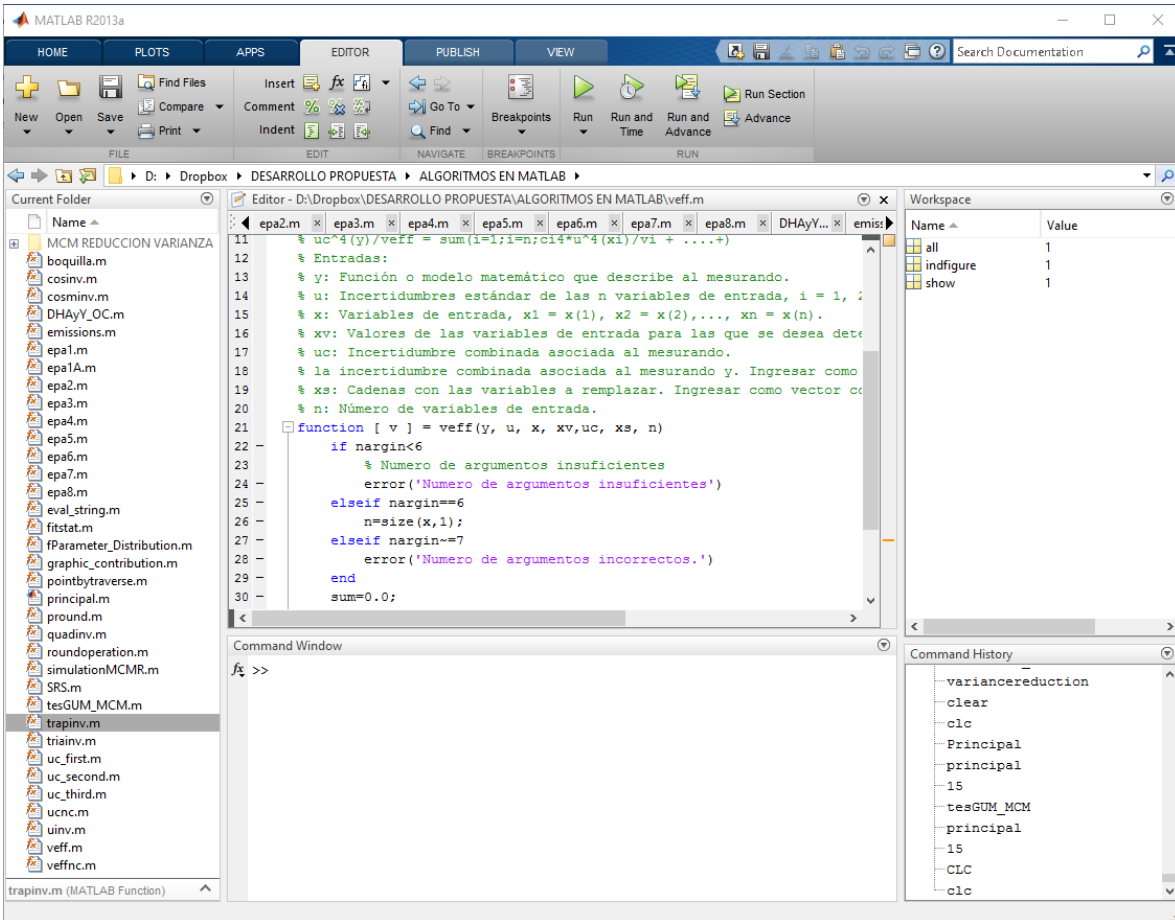
Rutina o función	Sintaxis	Descripción
DHAyY_OC.m	<pre>[Xi, uXi, vXi, TypeDistribution, indfigure] = DHAyY_OC (show, all, indfigure)</pre>	<p>Calcula la incertidumbre (u_{Xi}) y grados de libertad efectivos (v_{Xi}) asociadas a la estimación de los parámetros del equipo de medición de fuentes fijas $\Delta H@$ y Y. Además, realiza la comparación de los valores de la incertidumbre estimada por la GUM y MCM, así como las contribuciones de las fuentes de incertidumbre, variables de entrada y mensurandos $\Delta H@$ y Y. Retorna también el valor de los mensurandos evaluados en X_i y la distribución estadística asociada a estos en <code>TypeDistribution</code>.</p>
pointbytraverse.m	<pre>[np, nrr] = pointbytraverse(DCU, DCD, De, TypeStack, TypeMeasure)</pre>	<p>Calcula el número de puntos que deben ser monitoreados durante el estudio por recorrido (n_{pr}) y el número de recorridos o travesías (n_{rr}), para lo cual emplea los valores pasados como argumentos: distancia corriente arriba (DCU), distancia corriente abajo (DCD), diámetro equivalente (De), tipo de chimenea (circular, elíptica o rectangular: <code>TypeStack</code>) y el tipo de medición (velocidad o partículas: <code>TypeMeasure</code>)</p>
eval_string.m	<pre>fv = eval_string (y, xv, xs, n)</pre>	<p>Evaluar la cadena de caracteres y, y reemplaza las n variables en forma de cadena xs, por los n valores pasados en el vector xv, y retorna el valor de la función en fv.</p>
graphic_contribution.m	<pre>indfigure = graphic_contribution (contribution, l, name, indfigure)</pre>	<p>Genera una gráfica de contribución de las n fuentes de incertidumbre pasadas en el vector <code>contribution</code>. Y con la información del vector <code>l</code> las etiquetas de las fuentes, mientras <code>name</code> contiene una cadena con el nombre de la variable para la cual se están estimando las contribuciones.</p>
pround.m	<pre>xr = pround (x, n)</pre>	<p>Retorna el valor redondeado x_r para el valor ingresado como argumento x. El valor x es redondeado a un número n de dígitos decimales, si n es positivo, en caso de n negativo se redondea a potencias de $1/10^n$.</p>
roundoperation.m	<pre>[Yround, delta, l] = roundoperation (ur, yv)</pre>	<p>Retorna el valor redondeado Y_{round} del valor yv, para realizar esta operación emplea la información de las incertidumbres relativas pasadas en el argumento ur. Además, retorna el valor $delta$ que equivale al error de truncado, y l que corresponde al valor del exponente que se utiliza cuando se representa $delta$ de la forma: $delta = 1/2 * 10^{-l}$.</p>

Rutina o función	Sintaxis	Descripción
tesGUM_MCM.m	<pre>[yround, delta, distances, variance, v, fc, U, contribution, times, M, answer, indfigure] = tesGUM_MCM (f, ys, y, yv, u, x, xv, xs, vi, n, Type_Distribution, Parameter_Distribution, Nmin, ns, Tol, Nadd, MData, p, show, all, indfigure)</pre>	<p>Realiza la comparación de los resultados de la estimación de la incertidumbre para el mensurandos y, obtenidos de aplicar la GUM y MCM. Retorna los tiempos de computo consumidos por ambos métodos $times$ durante la estimación de la incertidumbre, las distancias obtenidas durante la prueba $distances$, un vector $answer$ donde se almacenan los resultados de la prueba, el valor del mensurandos redondeado $yround$, el error de truncado $delta$, la varianza resultante de aplicar MCM en $variance$, los grados de libertad efectivos asociados al mensurandos v, un vector con la contribución de las variables de entrada $contribution$, el factor de cobertura utilizado durante la prueba fc, y por último una matriz M con datos de los valores simulados durante la aplicación de MCM.</p>
uc_first.m	<pre>[uc, contrib, v] = uc_first (y, u, x, xv, xs, vi, n)</pre>	<p>Estima la incertidumbre combinada (uc), la contribución de las fuentes de incertidumbre ($contrib$), y los grados de libertad efectivos (v) asociados al mensurandos y, teniendo en cuenta sólo el primer término de la expansión en series de Taylor y asumiendo que no hay correlación entre las variables de entrada. Para lo cual la función emplea la información pasada en los vectores u, x, xv, xs y vi que contienen: el valor de la incertidumbre asociada a las n variables de entrada (u), el valor de las variables (xv), los grados de libertad (vi), variables simbólicas x empleadas para determinar los coeficientes de sensibilidad ci, y un vector con cadenas xs con los nombres de las n variables de entrada.</p>
uc_second.m	<pre>uc = uc_second (y, M, u, x, xv, xs, n)</pre>	<p>Estima la incertidumbre combinada (uc) asociada al mensurandos y, teniendo en cuenta una expresión para la evaluación de los dos primeros términos de la expansión en series de Taylor. Para lo cual la función emplea la información pasada en los vectores u, x, xv y xs que contienen: el valor de la incertidumbre asociada a las n variables de entrada (u), el valor de las variables (xv, variables simbólicas x empleadas para determinar los coeficientes de sensibilidad ci, y un vector con cadenas xs con los nombres de las n variables de entrada. Mientras M es una matriz que contiene información de la variabilidad de las variables de entrada, utilizada para estimar los coeficientes de orden 2 y 3 de la serie de Taylor</p>

Rutina o función	Sintaxis	Descripción
uc_third.m	uc = uc_third (y, M, u, x, xv, xs, n)	Estima la incertidumbre combinada (u_c) asociada al mensurando y , teniendo en cuenta una expresión para la evaluación de los tres primeros términos de la expansión en series de Taylor. Para lo cual la función emplea la información pasada en los vectores u , x , xv , xs y vi que contienen: el valor de la incertidumbre asociada a las n variables de entrada (u), el valor de las variables (xv), los grados de libertad (vi), variables simbólicas x empleadas para determinar los coeficientes de sensibilidad ci , y un vector con cadenas xs con los nombres de las n variables de entrada. Mientras M es una matriz que contiene información de la variabilidad de las variables de entrada, utilizada para estimar los coeficientes de orden 2 y 3 de la serie de Taylor
ucnc.m	[uc, contrib] = ucnc(u, n)	Estima la incertidumbre combinada (u_c) y la contribución de las fuentes de incertidumbre ($contrib$), teniendo en cuenta que no existe una relación funcional y que las fuentes no se encuentran correlacionadas, por lo cual sus coeficientes de sensibilidad (ci) son todos iguales a 1. La información con los valores de las fuentes de incertidumbre se pasa en el vector u de longitud n .
veff.m	v = veff (y, u, x, xv, uc, xs, n)	Calcula los grados de libertad efectivos (v) asociados a la estimación de la incertidumbre combinada (u_c) del mensurando y , empleando la ecuación de Welch-Satterthwaite. Para lo cual la función emplea la información pasada en los vectores u , x , xv y xs que contienen: el valor de las incertidumbres asociadas a las n variables de entrada (u), el valor de las variables (xv), variables simbólicas x empleadas para determinar los coeficientes de sensibilidad ci , y un vector con cadenas xs con los nombres de las n variables de entrada.
veffnc.m	v = veffnc (u, vi, uc, n)	Calcula los grados de libertad efectivos (v) asociados a la incertidumbre combinada (u_c) asociada a una variable de medición x , empleando la ecuación de Welch-Satterthwaite. Para lo cual la función emplea la información pasada en los vectores u , y vi de tamaño n que contienen: el valor de la incertidumbre asociada a cada una de las fuentes (u) y sus respectivos grados de libertad (vi).

Rutina o función	Sintaxis	Descripción
cosinv.m	<code>x = cosinv (A, B, p)</code>	Descrita en Tabla 37
cosminv.m	<code>x = cosminv (A, B, p)</code>	Descrita en Tabla 37
fitstat.m	<code>[Parameter_Distribution] = fitstat (Type_Distribution, data)</code>	Retorna los parámetros de la distribución pasada como argumento en <code>Type_Distribution</code> , mediante el ajuste de los datos pasados en el vector <code>data</code> .
fParameter_Distribution.m	<code>Parameter_Distribution_out = Parameter_Distribution (Type_Di stribution, xv, uc, v)</code>	Retorna los parámetros de las distribuciones pasada como argumento en el vector <code>Type_Distribution</code> . Para lo cual emplea la información pasada en los vectores de incertidumbres estándar combinada (<code>uc</code>), valores (<code>xv</code>), y grados de libertad (<code>v</code>).
quadinv.m	<code>x = quadinv (A, B, p)</code>	Descrita en Tabla 37
simulationMCMR.m	<code>[y,ytotal]= simulationMCMR(f, Type_Distribution, Parameter_Distribution, Nadd,n)</code>	Descrita en Tabla 37
SRS.m	<code>[y, Variance, N] = SRS (f,Type_Distribution, Parameter_Distribution, Nmin, Nadd, n, Tol)</code>	Descrita en Tabla 37
trapinv.m	<code>x = trapinv (A, B, C, D, p)</code>	Descrita en Tabla 37
trianinv.m	<code>x = trianinv (A, B, C, p)</code>	Descrita en Tabla 37
uinv.m	<code>x = uinv (A, B, p)</code>	Descrita en Tabla 37

Figura E-2: Implementación de la GUM y el Método Monte Carlo para la estimación de la incertidumbre asociada a los Métodos de muestreo de fuentes fijas EPA 1 a 8. Fuente: Elaboración Propia.



ANEXO F: Ingreso de información del monitoreo en hoja electrónica de [®]Excel

La información requerida por Matlab es ingresada en una hoja de cálculo, la cual permite ingresar la información relevante a los diferentes métodos de monitoreo, así como la información de las fuentes de incertidumbre, en la Figura 65 se muestra un pantallazo de esta hoja, en la cual se cuenta con 15 pestañas que permiten ingresar información específica para los Método EPA 1 a 8, para la obtención del $\Delta H@$ y Y con OC (DH@ Y Y CON OC), las emisiones (EA) y una pestaña (BASIC) para ingresar información concerniente a variables básicas como (P_{bar} , T_{amb} , θ , etc..)

Figura F-1: Hoja electrónica utilizada para ingresar la información requerida para la implementación de las rutinas desarrolladas en Matlab. Fuente: Elaboración Propia.

CHIMENEA CIRCULAR										FUENTES INCERTIDUMBRE DISTANCIAS	
PRUEBA DE VARIACIÓN DE REPETIBILIDAD (Rep)										FUENTE	LCU, LCD, D, a, b, L, W, Ln y Wchim
	MED 1	MED 2	MED 3	MED 4	MED 5	S _d	n	VALORES EMPLEADO		Tipo de equipo	
D	0.415 m	0.415 m	0.415 m	0.415 m	0.415 m	0.0000 m	5	0.415 m		RE	0.0010 m
LCU	6.551 m	6.552 m	6.552 m	6.552 m	6.551 m	0.0005 m	5	6.550 m		Cal función L	1
LCD	3.731 m	3.731 m	3.730 m	3.730 m	3.730 m	0.0005 m	5	3.730 m		Cal_const	0.0020 m
L _n	0.150 m	0.150 m	0.150 m	0.150 m	0.150 m	0.0000 m	5	0.150 m		Cal_a	0.0003
W _{chim}	0.000 m	0.000 m	0.000 m	0.000 m	0.000 m	0.0000 m	5	0.000 m		Cal_b	0.0002
PRUEBA DE VARIACIÓN CON EL TIEMPO (V _{trep})											
HORA											
	8:45:00	9:45:00	10:45:00	11:45:00	12:45:00						
	MED 1	MED 2	MED 3	MED 4	MED 5	S _d	n				
D	0.415 m	0.415 m	0.415 m	0.415 m	0.415 m	0.0000 m	5				
LCU	6.551 m	6.552 m	6.553 m	6.552 m	6.551 m	0.0008 m	5				
LCD	3.731 m	3.732 m	3.731 m	3.730 m	3.730 m	0.0008 m	5				
L _n	0.150 m	0.150 m	0.150 m	0.150 m	0.150 m	0.0000 m	5				
W _{chim}	0.000 m	0.000 m	0.000 m	0.000 m	0.000 m	0.0000 m	5				
CHIMENEA ELIPTICA											
PRUEBA DE VARIACIÓN DE REPETIBILIDAD (Rep)											
	MED 1	MED 2	MED 3	MED 4	MED 5	S _d	n	VALORES EMPLEADO			
a	1.080 m	1.080 m	1.080 m	1.080 m	1.081 m	0.0004 m	5	1.080 m			
b	1.115 m	1.115 m	1.115 m	1.115 m	1.114 m	0.0004 m	5	1.115 m			
LCU	5.268 m	5.269 m	5.270 m	5.268 m	5.268 m	0.0009 m	5	5.268 m			
LCD	8.840 m	8.840 m	8.840 m	8.840 m	8.842 m	0.0009 m	5	8.840 m			
L _n	0.128 m	0.128 m	0.128 m	0.128 m	0.128 m	0.0000 m	5	0.128 m			
W _{chim}	0.003 m	0.003 m	0.003 m	0.003 m	0.003 m	0.0000 m	5	0.003 m			
PRUEBA DE VARIACIÓN CON EL TIEMPO (V _{trep})											
HORA											
	10:15:00	11:15:00	12:15:00	13:15:00	14:15:00						
	MED 1	MED 2	MED 3	MED 4	MED 5	S _d	n				

6. Bibliografía

- [1] Joint Committee for Guides in Metrology (JCGM), «Evaluation of measurement data — Guide to the expression of uncertainty in measurement,» 2008.
- [2] M. D. Shields, K. Teferra, A. Hapij y R. P. Daddazio, «Refined Stratified Sampling for efficient Monte Carlo based,» *Reliability Engineering and System Safety*, vol. 142, pp. 310-325, 2015.
- [3] Joint Committee for Guides in Metrology (JCGM), «Evaluation of measurement data — Supplement using a Monte Carlo method,» 2008.
- [4] M. A. Martins F, R. Requião y R. A. Kalid, «Generalized expressions of second and third order for the evaluation of standard measurement uncertainty,» *Measurement*, nº 44, pp. 1526-1530, 2011.
- [5] W. A. Schmid y R. J. Lazos Martínez, «Guía para estimar la incertidumbre de la medición,» Mexico, 2000.
- [6] Á. M. Herrador y A. G. González, «Evaluation of measurement uncertainty in analytical assays by means of Monte-Carlo simulation,» *Talanta*, vol. 64, pp. 415-422, 2004.
- [7] E. R. Silva, M. M. Martins y C. L. Mauricio, «Discussion on sources of uncertainty for two TLD albedo dosimetry systems in a comparison of individual monitors in a reference ^{241}Am -Be field,» *Radiation Measurements*, vol. 71, pp. 456-460, 2014.
- [8] O. N. Velichko y T. B. Gordienko, «METHODS OF CALCULATING EMISSIONS OF POLLUTANTS INTO THE ATMOSPHERE AND ESTIMATING THEIR UNCERTAINTY,» *Measurement Techniques*, vol. 52, nº 2, pp. 193-199, 2009.
- [9] G. Chew y T. Walczyk, «A Monte Carlo approach for estimating measurement uncertainty using standard spreadsheet software,» *Analytical and*

- Bioanalytical Chemistry*, n° 402, pp. 2463-2469, 2012.
- [10] Joint Committee for Guides in Metrology (JCGM), «Evaluation of measurement data — Guide to the expression of uncertainty in measurement,» 100:2008.
- [11] W. Bich, «How to revise the GUM?,» *Accreditation and Quality Assurance*, vol. 13, n° 4-5, pp. 271-275, 2008.
- [12] D. Romano, A. Bernetti y R. De Lauretis, «Different methodologies to quantify uncertainties of air emissions,» *Environment International*, n° 30, pp. 1099-1107, 2004.
- [13] G. Buonanno, G. Ficco, C. Liguori y A. Pietrosanto, «The influence of the uncertainty on monitoring stack emissions in a waste-to-energy plant,» de *International Instrumentation and Measurement Technology Conference*, Victoria, Vancouver Island, Canada, 2008.
- [14] Environmental Protection Agency (US EPA), Code of Federal Regulations, Title 40 Protection of Environmental, Part 60 (Appendices), U.S. Government Publishing Office, 2015, pp. 1-837.
- [15] Instituto de Hidrología, Meteorología y Estudios Ambientales de Colombia - IDEAM, «Régimen Legal de Bogotá D.C.,» 20 04 2011. [En línea]. Available: <http://www.alcaldiabogota.gov.co/sisjur/normas/Norma1.jsp?i=42971>. [Último acceso: 28 10 2014].
- [16] J. F. Gomes P, V. M. Cruz A y M. L. Ribeiro C, «Estimation of uncertainty in the determination of nitrogen oxides emissions,» *Accreditation and Quality Assurance*, n° 11, pp. 138-145, 2006.
- [17] R. Mejor, «Respira Mejor,» 14 6 2015. [En línea]. Available: <http://respiramejor.co/estudios-de-calidad-del-aire-demuestran-que-la-contaminacion-es-un-problema-de-salud-publica/>. [Último acceso: 04 05 2016].
- [18] Universidad Pontificia Bolivariana, «MODEAM,» 2017. [En línea]. Available: http://modemed.upb.edu.co/zigma2/index.php?option=com_content&view=article&id=177&Itemid=605#reportes-de-emisiones. [Último acceso: 26 10 2017].
- [19] NTC-ISO/IEC 17025:2005, «Requisitos generales para la competencia de los laboratorios de ensayo y calibración,» Bogota D.C, 2005.

- [20] E. Ambiental, «estrategiaambiental,» 2016. [En línea]. Available: <http://blog.estrategiaambiental.com/2009/05/12/autoridades-ambientales-competentes-en-colombia/>. [Último acceso: 04 05 2016].
- [21] M. y. E. A. Instituto de Hidrología, «IDEAM,» 01 2016. [En línea]. Available: <https://www.google.com/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=3&ved=0ahUKEwjZsZze2cHMAhULXR4KHb9RD0QQFggnMAI&url=http%3A%2F%2Fwww.metropol.gov.co%2FResiduos%2Fempresasgestoras%2FLISTA%2520DE%2520LABORATORIOS%2520AMBIENTALES%2520ACREDITADOS%2520POR%2520EL%25>. [Último acceso: 04 05 2016].
- [22] J. Booker y T. Ross, «An evolution of uncertainty assessment and quantification,» *Scientia Iranica*, vol. 18, nº 3, pp. 669-676, 2011.
- [23] H.-J. von Martens, «Evaluation of uncertainty in measurements problems and tools,» *Optics and Lasers in Engineering*, nº 38, pp. 185-206, 2002.
- [24] Joint Committee for Guides in Metrology (JCGM), «Evaluation of measurement data — An introduction to the “Guide to the expression of uncertainty in measurement” and related document,» 104:2009.
- [25] Joint Committee for Guides in Metrology (JCGM), «Evaluation of measurement data – Supplement 2 to the “Guide to the expression of uncertainty in measurement” – Extension to any number of output quantities,» 102:2011.
- [26] K. Rypdal y K. Flugsrud, «Sensitivity analysis as a tool for systematic reductions in greenhouse gas inventory uncertainties,» *Environmental Science & Policy*, nº 4, pp. 117-135, 2001.
- [27] O. Velychko y T. Gordiyenko, «The use of guide to the expression of uncertainty in measurement for uncertainty management in National Greenhouse Gas Inventories,» *International Journal of Greenhouse Gas Control*, nº 3, pp. 514-517, Ene. 2009.
- [28] L. I. Tong, C. W. Chang, S. E. Jin y R. Saminathan, «Quantifying uncertainty of emission estimates in National Greenhouse Gas Inventories using bootstrap confidence intervals,» *Atmospheric Environment*, nº 56, pp. 80-87, 2012.
- [29] A. Ferrero y S. Salicone, «The Random-Fuzzy Variables: A New Approach to the Expression of Uncertainty in Measurement,» *IEEE TRANSACTIONS ON INSTRUMENTATION AND MEASUREMENT*, vol. 53, nº 5, pp. 1370-1377,

Oct. 2004.

- [30] H. Cheng y A. Sandu, «Uncertainty quantification and apportionment in air quality models using the polynomial chaos method,» *Environmental Modelling & Software*, nº 24, pp. 917-925, Ene. 2009.
- [31] J. I. De la Rosa, «Bootstrap methods for a measurement estimation problem,» *IEEE TRANSACTIONS ON INSTRUMENTATION AND MEASUREMENT*, vol. 55, nº 3, pp. 820-827, Jun. 2006.
- [32] I. Lira y D. Grientschnig, «Equivalence of alternative Bayesian procedures for evaluating measurement uncertainty,» *Metrologia*, nº 47, pp. 334-336, May. 2010.
- [33] Y. Hu, F. Xie y B. Wu, «An Uncertainty Quantification Method Based on Generalized Interval,» de *12th Mexican International Conference on Artificial Intelligence*, Mexico D.F., 2013.
- [34] G. Buonanno, G. Ficco, C. Liguori y A. Pietrosanto, «The influence of the uncertainty on monitoring stack emissions in a waste-to-energy plant,» de *International Instrumentation and Measurement Technology Conference*, Victoria, Vancouver Island, Canada, May. 2008.
- [35] Environmental Protection Agency (US EPA), Code of Federal Regulations, Title 40 Protection of Environmental, Part 60 (Appendices), U.S. Government Publishing Office, 2016, pp. 1-837.
- [36] Instituto de Hidrología, Meteorología y Estudios Ambientales de Colombia - IDEAM, «Régimen Legal de Bogotá D.C.,» 20 Abr. 2011. [En línea]. Available: <http://www.alcaldiabogota.gov.co/sisjur/normas/Norma1.jsp?i=42971>. [Último acceso: 28 10 2014].
- [37] J. F. Gomes P, V. M. Cruz A y M. L. Ribeiro C, «Estimation of uncertainty in the determination of nitrogen oxides emissions,» *Accreditation and Quality Assurance*, nº 11, pp. 138-145, Mar. 2006.
- [38] Joint Committee for Guides in Metrology (JCGM), «Evaluation of measurement data — Supplement using a Monte Carlo method,» 101:2008.
- [39] M. Azpúrua, C. Tremola y E. Páez, «COMPARISON OF THE GUM AND MONTE CARLO METHODS FOR THE UNCERTAINTY ESTIMATION IN ELECTROMAGNETIC COMPATIBILITY TESTING,» *Progress In Electromagnetics Research B*, vol. 34, pp. 125-144, 2011.

- [40] H. Rameback, A. Tovedal, U. Nygren, P. Lagerkvist, J. Boson, E. Johansson y J. Johansson, «Implementing combined uncertainty according to GUM into a commercial gamma spectrometric software,» *Journal of Radioanalytical and Nuclear Chemistry*, nº 282, pp. 979-983, Ago. 2009.
- [41] EURACHEM / CITAC Guide CG 4, «Quantifying Uncertainty in Analytical Measurement,» 2012.
- [42] M. A. Lyrio Traple, A. Morais Saviano, F. Lacerda Francisco y F. Rebello Lourenço, «Measurement uncertainty in pharmaceutical analysis and its application,» *Journal of Pharmaceutical Analysis*, vol. 4, nº 1, pp. 1-5, Nov. 2014.
- [43] C. JongOh, H. Euijin, S. Hun-Young y K. Byungjoo, «An uncertainty evaluation for multiple measurements by GUM,» *Accreditation and Quality Assurance*, nº 8, p. 13–15, 2003.
- [44] C. JongOh, K. Dal-ho, H. Euijin y S. Hun-Young, «An uncertainty evaluation for multiple measurements by GUM, II,» *Accreditation and Quality Assurance*, nº 8, pp. 205-207, 2003.
- [45] S. G. Rabinovich, «Accuracy of single measurements,» *Accreditation and Quality Assurance*, nº 12, pp. 419-424, 2007.
- [46] R. Kessel, M. Berglund y R. Wellum, «Application of consistency checking to evaluation of uncertainty in multiple replicate measurements,» *Accreditation and Quality Assurance*, nº 13, pp. 293-298, 2008.
- [47] M. Priel, «From GUM to alternative methods for measurement uncertainty evaluation,» *Accreditation and Quality Assurance*, nº 14, pp. 235-241, Abr. 2009.
- [48] N. Gyeonghee, K. Chu-Shik, S. Hun-Young y C. JongOh, «An uncertainty evaluation for multiple measurements by GUM, III using a correlation coefficient,» *Accreditation and Quality Assurance*, nº 14, pp. 43-47, Ago. 2009.
- [49] F. Attivissimo, A. Cataldo, L. Fabbiano y N. Giaquinto, «Systematic errors and measurement uncertainty: An experimental approach,» *Measurement*, nº 44, pp. 1781-1789, 2011.
- [50] A. Williams, «EURACHEM/CITAC workshop on recent developments in measurement uncertainty,» *Accreditation and Quality Assurance*, nº 17, pp. 111-113, 2012.

- [51] P. Wei, Q. Ping Yang, M. Rizal Salleh y B. Jones, «Symbolic Computation for Evaluation of Measurement Uncertainty,» de *Instrumentation and Measurement Technology Conference - IMTC 2007*, Warsaw, Poland, 2007.
- [52] J. M. Jurado y A. Alcázar, «A software package comparison for uncertainty measurement estimation according to GUM,» *Accreditation and Quality Assurance*, nº 10, pp. 373-381, 2005.
- [53] T. A. Zang, «On the expression of uncertainty intervals in engineering,» *Theoretical and Computational Fluid Dynamics*, pp. 1-12, 2012.
- [54] F. Attivissimo, N. Giaquinto y M. Savino, «A Bayesian paradox and its impact on the GUM approach to uncertainty,» *Measurement*, nº 45, pp. 2194-2202, 2012.
- [55] I. Imai, «Expanding needs for metrological traceability and measurement uncertainty,» *Measurement*, nº 46, pp. 2942-2945, 2013.
- [56] M. Thompson y S. L. R. Ellison, «Dark uncertainty,» *Accreditation and Quality Assurance*, nº 16, pp. 483-487, 2011.
- [57] G. Chew y T. Walczyk, «A Monte Carlo approach for estimating measurement uncertainty using standard spreadsheet software,» *Analytical and Bioanalytical Chemistry*, nº 402, pp. 2463-2469, Ene. 2012.
- [58] M. Cox, P. Harris y B. R. L. Siebert, «EVALUATION OF MEASUREMENT UNCERTAINTY BASED ON THE PROPAGATION OF DISTRIBUTIONS USING MONTE CARLO SIMULATION,» *Measurement Techniques*, vol. 46, nº 9, pp. 825-833, 2003.
- [59] H. M. Ángeles y G. A. González, «Evaluation of measurement uncertainty in analytical assays by means of Monte-Carlo simulation,» *Talanta*, nº 64, pp. 415-422, 2004.
- [60] M. G Cox y B. R. L Siebert, «The use of a Monte Carlo method for evaluating uncertainty and expanded uncertainty,» *Metrologia*, nº 43, pp. 178-188, 2006.
- [61] A. B. Forbes, «An MCMC algorithm based on GUM Supplement 1 for uncertainty evaluation,» *Measurement*, nº 45, pp. 1188-1199, 2012.
- [62] H. Janssen, «Monte-Carlo based uncertainty analysis: Sampling efficiency and sampling convergence,» *Reliability Engineering and System Safety*, nº 109, pp. 123-132, 2013.

- [63] H. Cheng y A. Sandu, «Uncertainty quantification and apportionment in air quality models using the polynomial chaos method,» *Environmental Modelling & Software*, nº 24, pp. 917-925, 2009.
- [64] D. A. Sheen y H. Wang, «The method of uncertainty quantification and minimization using polynomial chaos expansions,» *Combustion and Flame*, nº 2011, pp. 2358-2374, 2011.
- [65] J. I. De la Rosa, «Bootstrap methods for a measurement estimation problem,» *IEEE TRANSACTIONS ON INSTRUMENTATION AND MEASUREMENT*, vol. 55, nº 3, pp. 820-827, 2006.
- [66] E. D. Attanasi y T. C. Coburn, «A Bootstrap Approach to Computing Uncertainty in Inferred Oil and Gas Reserve Estimates,» *Natural Resources Research*, vol. 13, nº 1, pp. 45-52, 2004.
- [67] I. Lira y D. Grientschnig, «Equivalence of alternative Bayesian procedures for evaluating measurement uncertainty,» *Metrologia*, nº 47, pp. 334-336, 2010.
- [68] T. Saffaj y B. Ihssane, «A Bayesian approach for application to method validation and measurement uncertainty,» *Talanta*, nº 92, pp. 15-25, 2012.
- [69] I. Park y R. V. Grandhi, «A Bayesian statistical method for quantifying model form uncertainty and two model combination methods,» *Reliability Engineering and System Safety*, nº 129, pp. 46-56, 2014.
- [70] A. Ferrero y S. Salicone, «The Random-Fuzzy Variables: A New Approach to the Expression of Uncertainty in Measurement,» *IEEE TRANSACTIONS ON INSTRUMENTATION AND MEASUREMENT*, vol. 53, nº 5, pp. 1370-1377, 2004.
- [71] D. Theodorou, L. Meligotsidou, S. Karavoltzos, A. Burnetas, M. Dassenakis y M. Scoullou, «Comparison of ISO-GUM and Monte Carlo methods for the evaluation of measurement uncertainty: Application to direct cadmium measurement in water by GFAAS,» *Talanta*, nº 83, pp. 1568-1574, Nov. 2011.
- [72] D. Theodorou, Y. Zannikou, G. Anastopoulos y F. Zannikos, «Coverage interval estimation of the measurement of Gross Heat of Combustion of fuel by bomb calorimetry: Comparison of ISO GUM and adaptive Monte Carlo method,» *Thermochimica Acta*, nº 526, pp. 122-129, Sep. 2011.
- [73] S. Sediva y M. Havlikova, «Comparison of GUM and Monte Carlo method for evaluation measurement uncertainty of indirect measurements,» *IEEE*, pp.

- 325-329, 2013.
- [74] A. E. Torres Abello, «Metodología para la Estimación de Incertidumbres Asociadas a Concentraciones de Sólidos Suspendidos Totales Mediante Métodos de Generación Aleatoria,» *Revista Tecnológicas*, nº 26, pp. 181-200, Jun. 2011.
- [75] M. Cox, «Propagation of distributions by a Monte Carlo method, with an application to ratio models,» *THE EUROPEAN PHYSICAL JOURNAL SPECIAL TOPICS*, nº 172, pp. 153-162, 2009.
- [76] T. Lovett, F. Ponci y A. Monti, «A Polynomial Chaos Approach to Measurement Uncertainty,» de *AMUEM 2005 – International Workshop on Advanced Methods for Uncertainty Estimation in Measurement*, Ontario, Canada, May. 2005.
- [77] R. Bun, K. Hamal, M. Gusti y A. Bun, «Spatial GHG inventory at the regional level:accounting for uncertainty,» *Climatic Change*, nº 103, pp. 227-244, Jul. 2010.
- [78] M. Lesiv, A. Bun y M. Jonas, «Analysis of change in relative uncertainty in GHG emissions from stationary sources for the EU 15,» *Climatic Change*, nº 124, pp. 505-518, Feb. 2014.
- [79] K. Rypdal y W. Winiwarter, «Uncertainties in greenhouse gas emission inventories — evaluation, comparability and implications,» *Environmental Science & Policy*, nº 4, pp. 107-116, 2001.
- [80] H. Christopher Frey y J. Zheng, «Quantification of Variability and Uncertainty in Emission Inventories: A Prototype Software Tool with Application to Utility NOx Emissions,» de *Proceedings, Annual Meeting of the Air & Waste Management Association*, Orlando, FL, 2001.
- [81] L. Kirkup y B. Frenkel, *An introduction to uncertainty in measurement using the GUM (Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement)*, New York: Cambridge University Press, 2006.
- [82] S. G. Rabinovich, *Measurements Errors and Uncertainties Theory and Practice.*, Springer Science and Media, Inc, 2005.
- [83] M. Drogg, *Dealing With Uncertainties a Guide to Error Analysis*, Berlin: Springer, 2007.

- [84] Joint Committee for Guides in Metrology (JCGM), «International vocabulary of metrology – Basic and general concepts and associated terms (VIM),» 2012.
- [85] A. Possolo y C. Elster, «Evaluating the uncertainty of input quantities in measurement,» *Metrologia*, vol. 51, pp. 339-353, 2014.
- [86] S. J. Sáez Ruiz y L. Font Avila, «Incertidumbre de la Medición : Teoría y Práctica,» Maracay - Estado Aragua, 2001.
- [87] H. Castrup, «Distributions for Uncertainty Analysis,» Bakersfield, 2001.
- [88] National Aeronautics and Space Administration, «Measurement Uncertainty Analysis Principles and Methods,» Washington DC, 2010.
- [89] American Association for Laboratory Accreditation, «Guide for Estimation of Measurement Uncertainty in Testing,» 2014.
- [90] H. Castrup, «Error Distribution Variances and Other Statistics,» 2004.
- [91] N. T. Thomopoulos, *Essentials of Monte Carlo Simulation Statistical Methods for Building*, New York: Springer, 2013, pp. 1-183.
- [92] M. Mahdi Rajabi, B. Ataie-Ashtiani y H. Janssen, «Efficiency enhancement of optimized Latin hypercube sampling strategies: Application to Monte Carlo uncertainty analysis and meta-modeling,» *Advances in Water Resources*, vol. 76, pp. 127-139, 2015.
- [93] M. Mahdi Rajabi y B. Ataie-Ashtiani, «Sampling efficiency in Monte Carlo based uncertainty propagation strategies: Application in seawater intrusion simulations,» *Advances in Water Resources*, vol. 67, pp. 46-64, 2014.
- [94] Y. Xin-She, *Nature-Inspired Metaheuristic Algorithms*, Second ed., Luniver Press, 2010, pp. 1-148.
- [95] A. Quevedo, A. Y. Moret y M. Jerez, «Comparación de métodos de ajuste de funciones de probabilidad para distribuciones diamétricas en plantaciones de teca,» *Revista Forestal de Venezuela*, vol. 47, nº 2, pp. 53-60, 2003.
- [96] E. S. C. INc, «environsupply,» [En línea]. Available: <http://www.environsupply.com/product/c-5000-console/#tab-events>. [Último acceso: 07 01 2017].
- [97] BACHARACH, «mybacharach,» [En línea]. Available:

<https://www.mybacharach.com/wp-content/uploads/pdf/Manuals/24-9219.pdf>.
[Último acceso: 07 01 2017].

- [98] I. APEX INSTRUMENTS, «apexinst,» [En línea]. Available: <http://old.apexinst.com/distcorn/PDF's/manuals/Vsc33manVer3complete.pdf>. [Último acceso: 07 01 2017].
- [99] A. Instruments, «APEX INSTRUMENTS SOURCE TESTING EQUIPMENT,» [En línea]. Available: <http://www.apexinst.com/product/method-7-source-sampling-kit>. [Último acceso: 07 01 2017].
- [100] P. O. AG, «Operating Instructions Precisa,» Zurich.
- [101] D. Schmidt, «Analytik Jena,» 2017. [En línea]. Available: <http://50-years-specord.analytik-jena.com/index.php?id=114>. [Último acceso: 12 02 2017].
- [102] BRAND. [En línea]. Available: http://www.brand.de/fileadmin/user/pdf/Leaflets/Titrette_ES.pdf. [Último acceso: 12 02 2017].
- [103] Wolfram, «Wolfram Mathworld,» 12 05 2016. [En línea]. Available: <http://mathworld.wolfram.com/Ellipse.html>. [Último acceso: 16 05 2016].