



Institución Universitaria

**DESARROLLO DEL PENSAMIENTO  
MATEMÁTICO A PARTIR DE LA  
RETROALIMENTACIÓN DEL ERROR EN LA  
EVALUACIÓN DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS**

**Sandra Milena Mejía Martínez  
Fabio Augusto Rincón Solano**

Instituto Tecnológico Metropolitano  
Facultad de Ciencias Exactas y Aplicadas  
Medellín, Colombia  
2017



# **DESARROLLO DEL PENSAMIENTO MATEMÁTICO A PARTIR DE LA RETROALIMENTACIÓN DEL ERROR EN LA EVALUACIÓN DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS**

**Sandra Milena Mejía Martínez  
Fabio Augusto Rincón Solano**

Trabajo de investigación presentado como requisito parcial para optar al título de:

**Magister en Ciencias: Innovación en Educación**

Director (a):

Magister Francisco Javier Córdoba Gómez

Línea de Investigación:

Aprendizaje matemático y de las ciencias

Instituto Tecnológico Metropolitano  
Facultad de Ciencias Exactas y Aplicadas

Medellín, Colombia

2017



## *Dedicatoria*

*A Dios, por brindarnos la sabiduría necesaria, salud y fortaleza en el proceso transformador que representa este proyecto investigativo para nosotros y la comunidad en general.*

*A nuestros seres queridos, por el amor, la comprensión y acompañamiento continuo en el desarrollo de este proyecto.*

*A nuestros hijos, por ser el motor, la inspiración para tratar de construir por medio de este proyecto un mejor horizonte en el porvenir.*

*A la Institución Educativa Marco Fidel Suarez, Medellín– Antioquia por su apoyo, acompañamiento, que permitió el desarrollo de este trabajo investigativo, engendrando una nueva forma de ver la educación en pro del desarrollo del pensamiento matemático y el rendimiento académico.*

*Y por último al docente, tutor y amigo Francisco Javier Córdoba Gómez con quien aprendimos a caminar en el saber usando el deseo de enseñar y el amor por los estudiantes como lámpara en la oscuridad.*



## **Agradecimientos**

A Dios, por brindarme la oportunidad de estudiar y cualificarnos más, subiendo un peldaño más en nuestro proyecto de vida.

A la institución universitaria ITM, por ofrecernos la oportunidad de pertenecer a su Alma Mater y lograr escalar en mi ruta de formación profesional y desarrollo laboral.

A nuestro asesor Francisco Javier Córdoba Gómez por su invaluable ayuda en el desarrollo del trabajo y acompañamiento permanente a pesar de los inconvenientes de los cuales salimos adelante.

A la profesora Iliana María Ramírez Velásquez, por su excelente acompañamiento y aliento constante.

A los estudiantes de la institución educativa Marco Fidel Suarez por enriquecer este proyecto con su participación activa y por acogerlo como una propuesta académica exitosa e innovadora.

A nuestros compañeros de trabajo, por su comprensión, fraternidad y apoyo constante.

A nuestras familias, porque siempre nos alentaron y estuvieron presentes en los momentos que los necesitamos.

A nuestros amigos y compañeros de estudio, por su incondicionalidad, sacrificio académico y personal, manteniéndonos encendida la necesidad de mejorar y sobre todo que ha sido un privilegio contar con compañeros, amigos como ustedes que hacen sentir que estudiar es un proceso satisfactorio, único y especial.





## Resumen

Este informe presenta los resultados obtenidos en la implementación de una estrategia de retroalimentación del error en la evaluación de resolución de problemas, cuyo objetivo fue desarrollar el pensamiento matemático de estudiantes de secundaria. En este sentido, el error se convirtió en un agente transformador y generador de conocimiento, que conllevó a mejorar tanto el rendimiento académico como la actitud de los estudiantes frente al área. Para ello, se empleó una metodología mixta. En lo cualitativo se escogió el enfoque de investigación -acción participativa y en lo cuantitativo, se aplicaron diferentes pruebas que dieron cuenta del conocimiento de los estudiantes a medida que avanzaba el grado de dificultad.

Entre los principales resultados, se logró, primero, que los estudiantes participaran activamente y, dejaran de lado el temor a equivocarse. Segundo, pese a que los hombres reflejaron mejor desempeño, tanto hombres como mujeres lograron progresar respecto a su nivel inicial. Y, por último, la retroalimentación sistemática permitió mejorar la competencia de los estudiantes.

**Palabras clave:** Pensamiento matemático, Error, Retroalimentación, Evaluación, Resolución de problemas

## Abstract

This report presents the results obtained in the implementation of an error feedback strategy in the problem solving evaluation, whose objective was to develop the mathematical thinking of secondary students. In this sense, the error became a transforming agent and generator of knowledge, which leads to improve both the academic performance and the attitude of the students in front of the area. For this, a mixed methodology was used. In the qualitative one the research approach was chosen - participative action and in the quantitative one, different tests were applied that realized the knowledge of the students as the degree of difficulty advanced.

Among the main results, first, the students were actively involved and, aside from the fear of making mistakes. Second, although men reflected better performance, both men and women managed to progress from their initial level. And, finally, systematic feedback can improve student competence.

**Keywords:** Mathematical Thinking, Error, Feedback, Evaluation, Problem Solving

.



# Contenido

	Pág.
I	
Resumen .....	IX
Lista de gráficas .....	XII
Lista de tablas .....	XIII
Introducción.....	1
<b>1. Preliminares.....</b>	<b>5</b>
1.1 Estado del arte .....	5
1.2 Planteamiento del problema.....	9
1.2.1 Formulación del problema .....	9
1.2.2 Pregunta de investigación.....	11
1.3 Objetivos .....	12
1.3.1 Objetivo general.....	12
1.3.2 Objetivos específicos .....	12
<b>2. Marco Referencial .....</b>	<b>13</b>
2.1 Marco Teórico .....	13
2.2 Marco Contextual .....	20
<b>3. Metodología .....</b>	<b>23</b>
<b>4. Estrategia de Intervención.....</b>	<b>33</b>
<b>5. Presentación y análisis de resultados.....</b>	<b>37</b>
5.1 Test de Inteligencias múltiples .....	37
5.2 Diagnóstico y Nivelación de operaciones básicas .....	37
5.3 Pruebas estandarizadas.....	38
5.4 Preguntas abiertas .....	59
5.5 Pruebas externas.....	60
<b>6. Conclusiones y recomendaciones.....</b>	<b>63</b>
6.1 Conclusiones.....	63
6.2 Recomendaciones .....	64
Bibliografía .....	93

## Lista de gráficas

<b>Gráfica 1.</b> Resultados Comparativos Pruebas Saber 2014.....	1
<b>Gráfica 2.</b> Sedes y Jornadas de la IEMFS.....	21
<b>Gráfica 3.</b> Mapa Metodológico. Fase I: Planeación y Diseño.....	27
<b>Gráfica 4.</b> Mapa Metodológico: Fase II: Aplicación, recolección y análisis intermedio de la Información .....	28
<b>Gráfica 5.</b> Mapa Metodológico. Fase III: Análisis de resultados.....	32
<b>Gráfica 6.</b> Resumen Estrategia de intervención.....	33
<b>Gráfica 7.</b> Saber 3°. Porcentaje de Participación, de acuerdo al sexo, en preguntas erradas. Grado 11° .....	40
<b>Gráfica 8.</b> Saber 3°. Porcentaje de Participación, de acuerdo al sexo, en preguntas erradas. Grado 9° .....	41
<b>Gráfica 9.</b> Saber 5°. Porcentaje de Participación, de acuerdo al sexo, en preguntas erradas. Grado 11° .....	47
<b>Gráfica 10.</b> Saber 5°. Porcentaje de Participación, de acuerdo al sexo, en preguntas erradas. Grado 9° .....	47
<b>Gráfica 11.</b> Saber 9°. Porcentaje de Participación, de acuerdo al sexo, en preguntas erradas. Grado 11° .....	53
<b>Gráfica 12.</b> Saber 9°. Porcentaje de Participación, de acuerdo al sexo, en preguntas erradas. Grado 9° .....	53
<b>Gráfica 13.</b> Saber 11°. Porcentaje de Participación, de acuerdo al sexo, en preguntas erradas. Grado 11° .....	58
<b>Gráfica 14.</b> Progreso Pruebas Saber Básica Secundaria- Aplicada a Grado Noveno.....	61

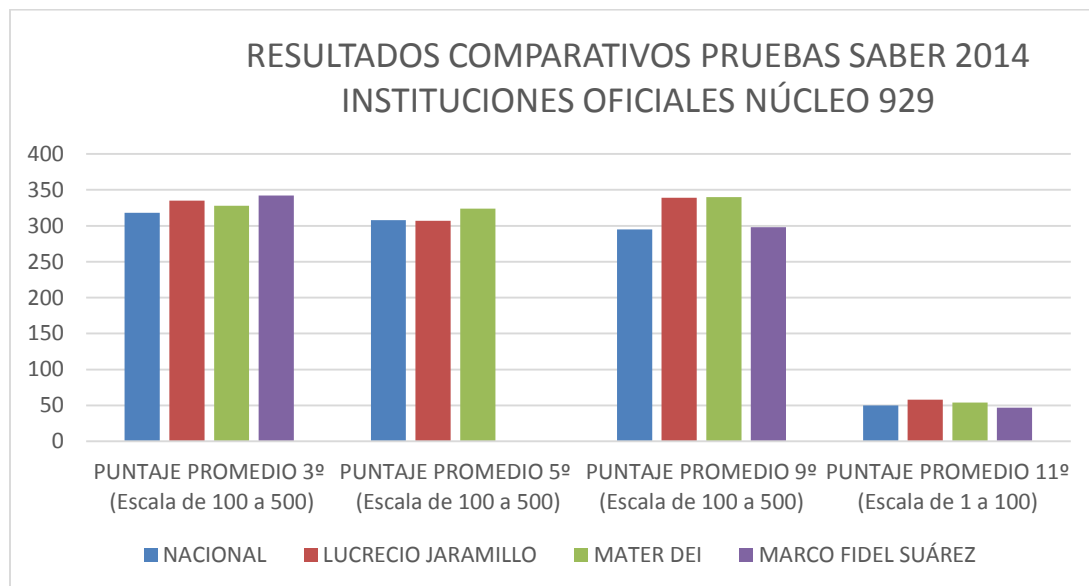
## Lista de tablas

	<b>Pág.</b>
Tabla 1. Clasificación de variables .....	24
Tabla 2. Caracterización de acuerdo al Sexo, a la Sede y al Nivel educativo. ....	24
Tabla 3. Promedio Inteligencia Lógico matemática de acuerdo al sexo .....	37
Tabla 4. Resultados Diagnóstico de operaciones básicas .....	37
Tabla 5. Resultados de acuerdo al sexo. Prueba diagnóstica de operaciones .....	38
Tabla 6. Resultados Comparativos Pruebas Saber 3° .....	39
Tabla 7. Resultados comparativos Pruebas Saber 5° .....	46
Tabla 8. Relación de Preguntas más Erradas Grado 9° Pruebas Saber 5° .....	48
Tabla 9. Resultados comparativos Pruebas Saber 9° .....	52
Tabla 10. Relación de Preguntas más Erradas Grado 11° Pruebas Saber 9° .....	54
Tabla 11. Relación de Preguntas más Erradas Grado 9° Pruebas Saber 9° .....	54
Tabla 12. Resultados comparativos Pruebas Saber 11° .....	58
Tabla 13. Resultados competencia Interpretación de datos .....	59
Tabla 14. Resultados competencia Formulación y ejecución.....	59
Tabla 15. Resultados competencia Validación y evaluación.....	59
Tabla 16. Resultados competencia Variacional .....	60
Tabla 17. Resultados competencia Aleatoria.....	60



# Introducción

Partiendo de la premisa Institucional sobre el mejoramiento continuo, se hace necesario reflexionar sobre el desempeño académico de los estudiantes de la Institución Educativa Marco Fidel Suárez (IEMFS) en el área de Matemáticas, dado que el análisis de los registros históricos de las pruebas estandarizadas muestran un bajo rendimiento al contrastarlas tanto con los resultados obtenidos por las otras instituciones públicas del núcleo educativo 929<sup>1</sup> como con los promedios nacionales propios del área, tal como se muestra en la Gráfica 1.



Gráfica 1. Resultados Comparativos Pruebas Saber 2014<sup>2</sup>

Dicha reflexión se da tanto al inicio como al final del año escolar por parte de los docentes del área; cuyo objetivo es analizar cómo está y cómo se puede mejorar el desempeño de los estudiantes en el área de matemáticas. Es así, que se aplicó una prueba diagnóstica al inicio del año escolar 2016 a los grados undécimo y noveno con el fin de determinar el dominio que poseen sobre las operaciones básicas que tienen los

<sup>1</sup> Núcleo educativo 929 de la Ciudad de Medellín está conformado por las Instituciones Públicas correspondientes al sector Estadio Laureles, las cuales son: IE Lucrecio Jaramillo Vélez, IE Marco Fidel Suárez y IE Mater Dei

<sup>2</sup> Estos datos fueron tomados de los resultados obtenidos por cada Institución Educativa en el ISCE 2015, publicados en: <http://aprende.colombiaaprende.edu.co/es/siempreidae/86402>

estudiantes de estos grupos. Los resultados de dichas pruebas reflejan la necesidad de facilitar un mayor desarrollo del pensamiento matemático de los estudiantes ya que evidencian un déficit en el componente numérico, presentan dificultades en operaciones básicas como suma, resta, multiplicación y división lo que conlleva a la necesidad de hacer una nivelación adecuada para que los estudiantes que presentaron un desempeño bajo en estas pruebas, puedan superar los logros que no han alcanzado y, que de acuerdo al grado en el que se encuentran, ya deberían dominar con propiedad.

De otra parte, en el análisis realizado en la evaluación Institucional relacionado con el Día E,<sup>3</sup> y en las reuniones de área con los pares académicos, es recurrente que los docentes consideren que hay que trabajar sobre la baja motivación que presentan los estudiantes hacia el aprendizaje de las matemáticas, lo que se refleja en el inadecuado desarrollo del pensamiento matemático. Los estudiantes, en cambio, expresan que la enseñanza de esta área debería ser más dinámica, haciendo usos de diversas formas de evaluación, donde se tenga en cuenta algo más que el resultado numérico, que no sea tan mecánica, que refleje más las diversas capacidades de los estudiantes, que se valore el esfuerzo.

Con base en lo anterior, se pretende potenciar el desarrollo del pensamiento matemático, a partir de la retroalimentación del error en la evaluación de resolución de problemas, usando el error como una herramienta didáctica para potencializar o mejorar los procesos matemáticos. Todo ello, en aras de que el aprendizaje de los estudiantes se dé de forma consciente y reflexiva, acercándose cada vez más al conocimiento matemático y a la resolución de problemas; convirtiendo la evaluación en una herramienta didáctica más allá de una simple nota numérica que no define al estudiante como tal. Así, se genera unas estrategias metodológicas que permitan superar el error, evolucionar en los procesos matemáticos para contribuir al mejoramiento académico institucional en el área y mejorar la percepción del estudiante sobre las matemáticas. Donde se podrán esperar unos mejores resultados en Pruebas Saber<sup>4</sup>, Olimpiadas del Conocimiento<sup>5</sup>, y tener mayores posibilidades de ingreso, por examen, a universidades públicas o privadas. Además, de tratar de que los estudiantes consideren que tienen las herramientas necesarias para abordar los procesos matemáticos, que sientan que tienen un desarrollo de pensamiento matemático adecuado.

---

<sup>3</sup>El Día E es una propuesta del Ministerio de Educación Nacional que se inició desde el 2015 con el propósito de fomentar la reflexión de las Instituciones Educativas sobre cómo están sus procesos y resultados, y qué estrategias o acuerdos establecen para mejoramiento institucional. Ver enlace: <http://aprende.colombiaaprende.edu.co/es/siempreDiaE/86400>

<sup>4</sup> Pruebas Saber en la educación básica y media en Colombia se aplican en los grados de 3°, 5°, 7°, 9° y 11°, con el fin de contribuir el mejoramiento del proceso educativo, con ellas se pretende determinar el nivel de desarrollo de las competencias que tienen los estudiantes. Consultado en: <http://www.mineducacion.gov.co/1759/w3-article-244735.html>

<sup>5</sup> Las Olimpiadas del Conocimiento en Medellín, consisten en una serie de pruebas eliminatorias cuyo objetivo es no solo la preparación académica de los estudiantes, sino que se constituye en una estrategia de mejoramiento del proceso educativo. <http://edu2.aprender.com.co/index.php/m-institucional/mi-calidad/link-olimpiadas>



Para lograr esto, se realizó en primera instancia el test de inteligencias múltiples con el fin de determinar el porcentaje de inteligencia matemática que posee el estudiante. Luego se realizó una prueba diagnóstica de operaciones básicas, con el fin de tener claridad sobre el dominio de éstas y si había o no necesidad de nivelar, ya que el manejo adecuado de las mismas constituye la base para resolver problemas de forma adecuada. Posteriormente, se aplicaron las pruebas de entrada estandarizadas de Saber 3°, 5°, 9° y 11° - éstas últimas no se aplicaron al grado noveno- identificando los errores que cometieron los estudiantes, y retroalimentando los mismos para realzar posteriormente las pruebas de salida y determinar si el estudiante logró subsanar los errores iniciales. Finalmente, se aplica prueba de preguntas abiertas, con el fin de determinar si luego de nivelar y subsanar errores, el estudiante era capaz de tomar decisiones y resolver problemas de forma adecuada.

Este proceso estuvo enmarcado en un ambiente de respeto, tolerancia, trabajo cooperativo y reconocimiento tanto del otro como de sí mismo. Ya que, socialmente el error tiene un carácter sancionatorio, por lo que se hizo necesario cambiar este paradigma y los estudiantes aprendieran a reconocer que es la fuente del aprendizaje.

Por último, cabe decir, que el presente texto se divide en seis capítulos. En el primero se da cuenta de lo *Preliminar* a la investigación -estado del arte, planteamiento del problema y objetivos. En el segundo capítulo lo conforma el *Marco Referencial* -aquí se tuvo en cuenta tanto lo teórico que sustenta la investigación como el contexto en el que se desarrolló la misma. En el tercer capítulo se expone *La Metodología* empleada. En el cuarto capítulo se hace referencia a la *Estrategia de Intervención* específicamente. En el quinto, se da la *Presentación y análisis de resultados*. Y, finalmente se exponen las *Conclusiones y Recomendaciones* a las que se llegaron.



# 1. Preliminares

Este capítulo está dividido en tres partes, la primera que es el estado del arte, la segunda el planteamiento del problema y la tercera que son los objetivos que fundamentan la presente investigación.

## 1.1 Estado del arte

Aquí se traen algunas investigaciones relacionadas con los ejes centrales del presente estudio, tal como son el tratamiento de los errores en las evaluaciones de resolución de problemas y la retroalimentación de los mismos con el fin de subsanarlos o corregirlos para facilitar realmente el aprendizaje y con él, que el estudiante desarrolle el pensamiento matemático, ya que para desenvolverse en la sociedad actual es necesario tener ciertas habilidades y competencias matemáticas básicas (Mato & De la Torre, 2010)

### ***Investigaciones relacionadas con el tratamiento del error***

En lo relacionado con el error, las investigaciones que se traen de referencia resaltan la importancia tanto de una postura ética en el tratamiento de los mismos, como de tener claridad de que el error más que una carencia de conocimiento, es un esquema cognitivo inadecuado. Así, Popper (2001) para introducir la importancia de los errores para la adquisición de conocimiento, retoma a los griegos, específicamente a Sócrates, y establece que “la sabiduría consistía en el conocimiento de nuestras limitaciones y, lo más importante de todo, en el conocimiento de nuestra propia ignorancia” (Popper, 2001)

De acuerdo con Popper (2001), acercarse al conocimiento implica una actitud de tolerancia y de ética. Así, el aprendizaje implica reconocer al otro como a un igual en potencia para que el conocimiento realmente se pueda dar; todo ello entendiendo que no se debe perder el espíritu crítico que permita tener claridad que no es posible tener la certeza de haber alcanzado la verdad. Igualmente, como no es posible evitar cometer errores, se debe cambiar la actitud que se tiene frente a los mismos, asumiendo una postura ética, en tanto ya no se deben esconder, sino que se deben subsanar y aprender de ellos. Lo cual es posible si se cuenta con un nivel de conciencia, autocrítica y la crítica del otro que se debe aceptar no como algo negativo sino necesario ya que se necesita al otro para descubrir y corregir los errores.

En su investigación – relacionada con el rastreo bibliográfico sobre las características, categorización, clasificación y evolución del estudio de los errores- Engler, Gregorini, Müller, Vrancken & Hecklein (2004), establecen que los errores son sistemáticos en el proceso de aprendizaje del conocimiento matemático, por lo que “dicho proceso deberá incluir criterios de diagnóstico, corrección y superación mediante actividades que promuevan el ejercicio de la crítica sobre las propias producciones” (Engler & Otros, 2004). Estas autoras argumentan que si se pretende una educación en matemáticas con calidad es indispensable que el profesor conozca sobre los errores ya que tanto la importancia como el tratamiento que se le dé a éstos, influye en el aprendizaje y el desempeño académico de los estudiantes. (Ibíd., 2004)

Es por ello, que en la investigación hacen un recorrido histórico sobre los estudios acerca del error y las categorizaciones que se le han dado a los mismos en cada una de ellas. Así, retoman a Davis (1984), Booth (1984), Radatz -citado por Rico (1995)-, Esteley – Villarreal (1990, 1992, 1996), Azcárate et al. (1996), Astolfi (1999), entre otros. (Ibíd., 2004). Así, Engler & Otros (2004) dejan abierta la reflexión sobre la importancia del estudio de los errores. Destacando que el rol del alumno es activo y abierto al aprendizaje, y el del profesor es de “*facilitador de actividades que provoquen conflicto y hagan repensar la estructura cognitiva errónea, forzándolos a participar activamente en la solución de sus propios conflictos tratando de sustituir los conceptos falsos por la comprensión conceptual adecuada*”. (Engler & Otros, 2004).

De otra parte, la investigación realizada por Ruano, Socas & Palarea (2008) – la cual se realizó con estudiantes de secundaria y cuyo objeto era el análisis de errores en los procesos algebraicos de generalización, sustitución formal y modelización- se centra en los errores cometidos por los estudiantes en la interpretación y utilización de procedimientos algebraicos, resaltando que es importante no solo que el profesor identifique los errores que cometen sus alumnos, sino que a partir de dicha identificación él debe establecer los mecanismos adecuados para que los alumnos logren corregir sus propios errores. (Ruano, Socas, & Palarea, 2008)

Así, el error es considerado “como un esquema cognitivo inadecuado y no sólo como consecuencia de falta de conocimiento o de un despiste” (Ruano, Socas, & Palarea, 2008). Y por lo general aparece cuando el estudiante se enfrenta a nuevos conocimientos. De allí que retoman, como orígenes del error, lo planteado en Socas (1997), que establece tres ejes distintos: [1] Obstáculo, [2] Ausencia de sentido y [3] Actitudes afectivas y emocionales.

En este orden, el *Obstáculo* hace referencia al conocimiento adquirido pero que al ser utilizado por el estudiante fuera de contexto, las respuestas que se generan no son adecuadas. Mientras que, *la Ausencia de sentido*, hace alusión a los sistemas de representación del estudiante; por lo que al no tenerlos desarrollados de forma correcta cometen errores a la hora de solucionar bien sea un ejercicio o un problema algebraico.

El último eje, que es el de *Actitudes afectivas y emocionales* hace referencia a que los errores pueden surgir por olvidos, falta de atención, bloqueos, entre otros.

Así, Ruano & Otros (2008) establecen que los errores que generalmente los estudiantes cometen en álgebra, tienen su origen en la aritmética, es decir, son aprendizajes que no se adquirieron correctamente; “de aquí que sea importante identificarlos para tratar de corregirlos en el ámbito aritmético y que no sean un problema añadido a la hora de introducir el álgebra.” (Ruano, Socas, & Palarea, 2008). Pero, para que un error sea superado el estudiante debe tener un rol activo y participativo y para que esto suceda el profesor debe guiar el proceso, provocar el conflicto y motivar la resolución del mismo “sustituyendo los conceptos falsos por la comprensión conceptual adecuada.” (Ruano, Socas, & Palarea, 2008)

En la investigación de Terán & Pachano (2009) – sobre la importancia del trabajo cooperativo en clase de matemática para estudiantes de básica secundaria- se establece que las matemáticas es una de las áreas que más se ha resistido al cambio de paradigma que enfrenta el proceso de enseñanza-aprendizaje, por lo que generalmente no tiene en cuenta ni el contexto, ni los conocimientos previos de los estudiantes por lo que el conocimiento además de darse en forma mecánica, lo que produce “en la mayoría de los casos, aversión y rechazo hacia la misma.” (Terán & Pachano, 2009)

Debido a esto, las autoras retoman los planteamientos de Vygotsky (1979) en lo que respecta “al papel del maestro, de los compañeros, de los padres y otros agentes culturalmente significativos como mediadores de un proceso que antecede al desarrollo en un devenir dialéctico permanente” (Terán & Pachano, 2009). Y establecen que en el aprendizaje cooperativo los estudiantes participan activamente en grupos de trabajo, asumiendo un rol y una responsabilidad que conlleve a dar solución a un problema y con ello a la construcción colectiva del conocimiento, para lo que es indispensable que los estudiantes estén dispuestos a aprender. Adicionalmente, el aprendizaje cooperativo permite, además de alcanzar unos objetivos comunes, el desarrollo de valores como el respeto, la solidaridad, el compañerismo y la confianza.

### ***Investigaciones sobre evaluación y retroalimentación***

De acuerdo con Florez & Gómez (2009), en el proceso educativo, la evaluación se concibe como el mecanismo para aprobar un curso, por lo que para el estudiante el aprendizaje pasa a un segundo plano ya que lo verdaderamente importante es pasar los exámenes y obtener buenas calificaciones. (Flores & Gómez, 2009)

Así, de acuerdo a dicha investigación, la enseñanza de las matemáticas no es la excepción, pese a los estudios que buscan centrar la importancia del proceso educativo en el estudiante. La forma tradicional, la enseñanza centrada en el profesor, establece que él es el encargado de decidir “*quién aprendió y quién no, y el instrumento para tomar dicha decisión es el examen*” (Ibíd., 2009). Mientras que, cuando el estudiante es el protagonista del proceso pedagógico -que es la propuesta de estos autores- se hace responsable de adquirir su propio conocimiento, se promueven las competencias básicas y una actitud positiva que redundan en valores humanos. (Cfr. Ibíd., 2009)

Adicionalmente, Flores & Gómez (2009), plantean que los instrumentos de evaluación deben ser acordes con la realidad educativa. Es decir, si el proceso de enseñanza está centrado en el estudiante “es preciso cambiar el concepto de evaluación y diseñar los instrumentos adecuados para hacer que tal evaluación sea efectiva”. (Flores & Gómez, 2009) Por tanto, para evaluar el aprendizaje del estudiante no es necesario hacer un alto en el proceso educativo, ya que “las mismas actividades diseñadas para que el alumno aprenda matemática servirán para dicha evaluación” (Ibíd. 2009)

En Toranzos (2014), se establece que la evaluación todavía tiene un escaso valor pedagógico ya que, pese a los esfuerzos por cambiar de paradigma, aún persiste el carácter sancionatorio o de penalización que tiene, además de ser considerada como un mecanismo de control. (Toranzos, 2014)

De allí, que Toranzos retoma lo planteado por Tenbrink (1981), para quien la “evaluación es el proceso de obtener información y usarla para formar juicios que a su vez se utilizarán en la toma de decisiones”. (Cfr. Toranzos, 2014). Así, la evaluación se constituye en un proceso sistemático e intencionado que produce información generando, de esta forma, un conocimiento con carácter retroalimentador en tanto permite evidenciar aspectos que de otra forma no sería posible ver. Por lo tanto, “todo proceso de evaluación contribuye a “dar cuenta” y a “darse cuenta” de cambios y apropiaciones, de logros y carencias, de modo de tomar decisiones fundamentadas a futuro” por lo que “la evaluación asume dos funciones interactivas, la retroalimentación y el dar cuenta” (Toranzos, 2014)

Otra postura a tener en cuenta es la de García-Jiménez (2015) que, aunque se centra en el ámbito de la educación superior, hace un aporte al proceso evaluativo haciendo referencia específicamente al paso de la retroalimentación a la autorregulación. Para ello, García-Jiménez (2015) establece en primera instancia que la importancia de la evaluación radica en la información que ésta arroja y la cual debe servir de base para la toma de decisiones por parte de los distintos actores vinculados al proceso de enseñanza-aprendizaje. (García-Jiménez, 2015)

Así, este autor considera que “el retorno de información al alumno a partir del análisis de los resultados no garantiza la modificación de su proceso de aprendizaje”, y que factores como los antecedentes académicos y el estilo de aprendizaje del estudiante influyen en la forma cómo él utiliza los resultados arrojados en la evaluación. (Cfr. García-Jiménez, 2015)

Adicionalmente, en este artículo investigativo se resalta la importancia de complementar la retroalimentación, la cual debe ser sistemática, con una estrategia que no solo vincule a otros actores -como son los compañeros y al mismo estudiante-, sino que conlleve a que el estudiante sea quien autorregule su proceso de aprendizaje.

## 1.2 Planteamiento del problema

### 1.2.1 Formulación del problema

En este apartado, que trata de la descripción del problema objeto de estudio, se aborda la descripción del rendimiento académico de los estudiantes de la Institución en el área de matemáticas; los resultados obtenidos en pruebas Pisa; las creencias e imaginarios respecto al área desde el punto de vista de los estudiantes, y docentes; la influencia de la motivación para el proceso de aprendizaje y el dominio de los temas y contenidos propios del área, que llevan finalmente a la pregunta de investigación.

En lo que se refiere al rendimiento académico, los estudiantes de básica secundaria y media, de la IEMFS presentan un desempeño académico bajo en el área de matemáticas<sup>6</sup>, debido a la falta de dominio de las operaciones básicas y de conocimientos que le permitan el desarrollo del pensamiento matemático adecuado. Así, en las evaluaciones de periodo institucionales que se aplican tipo *Saber*<sup>7</sup> de un grupo con un promedio de 35 estudiantes, la aprueban en promedio tres estudiantes; por lo que, de acuerdo a estos resultados, es importante indagar acerca de cómo a partir de la

---

<sup>6</sup> Por ejemplo, al tomar los datos estadísticos del Consejo Académico, correspondiente al tercer periodo del año 2015, se evidencia que el área de matemáticas es una de las que más pérdida presenta. Así, en grado sexto, el 61% de los estudiantes presenta un desempeño bajo, en séptimo la pérdida equivale al 43%, en octavo es del 35%, en noveno asciende al 37%, en décimo al 35% y en undécimo al 25%.

<sup>7</sup>Las Pruebas Saber tienen como objetivo hacer seguimiento al desarrollo de las competencias básicas de los estudiantes y para ello constan de preguntas cuyas respuestas son de opción múltiple (A, B, C o D), es decir que el estudiante seleccionará la que considere correcta. <http://www.colombiaaprende.edu.co/html/home/1592/article-89525.html>

retroalimentación de los errores cometidos en las evaluaciones se puede potenciar el desarrollo del pensamiento matemático al superar los mismos.

Por esto, se hizo necesario realizar un estudio cuyo objetivo fuera desarrollar el pensamiento matemático, a partir de la retroalimentación de los errores en la evaluación de resolución de problemas, para que la IEMFS, lograra mejorar sus propios resultados académicos históricos. Aunque ésta no es solo una problemática institucional y municipal, sino nacional, tal como lo refleja el Ministerio de Educación Nacional – MEN- (2008):

El menor desempeño se registró en matemáticas. Menos de la quinta parte (18%) de los evaluados alcanzó el nivel mínimo (dos). Estos estudiantes pueden interpretar situaciones en contextos que sólo requieren una inferencia directa, utilizar algoritmos, fórmulas, procedimientos o convenciones elementales y efectuar razonamientos directos e interpretación literal de los resultados. Sólo 10 de cada 100 mostraron competencias en los niveles tres y cuatro.

La mayoría de los estudiantes colombianos sólo demostró capacidad para identificar información y llevar a cabo procedimientos matemáticos rutinarios, siguiendo instrucciones directas en situaciones explícitas, y responder a preguntas relacionadas con contextos conocidos (MEN, 2008)

A esto se le suma la importancia de una motivación adecuada hacia el proceso de aprendizaje; ya que, el desempeño en un área depende de qué tan motivado se encuentra un estudiante frente a la misma. En este aspecto, Huertas (1997), Pozo (1999) y Miguez (2001) (Citados por Miguez, 2005) coinciden en que las dificultades del aprendizaje surgen por la desmotivación, así:

La falta de motivación es señalada como una de las causas primeras del deterioro y uno de los problemas más graves del aprendizaje, sobre todo en educación formal. Numerosas investigaciones realizadas han mostrado la importancia de la motivación en el aprendizaje, sin motivación no hay aprendizaje (Míguez Palermo, 2005)

Otra situación relevante, son los temas propios del conocimiento del área, que son considerados por los estudiantes como abstractos, difíciles y de poca aplicabilidad a su vida cotidiana lo que dificulta su buena comprensión e interiorización haciendo más inalcanzable un aprendizaje significativo. A eso, se le suma que cada tema requiere de conceptos previos y por lo tanto de un pensamiento matemático, bien desarrollado, acorde al grado que cursa el estudiante; por lo que se puede decir que en la realidad de la práctica educativa, se reduce la enseñanza de las matemáticas simplemente a la repetición de algoritmos sin sentido o significados para los estudiantes, reduciendo a su vez los procesos a su parte mecánica, dejando de lado los sustentos teóricos y la comprensión de los conceptos matemáticos que cada sujeto consciente de su aprendizaje debería tener para apropiarse de ellos. Y si a dicha situación se le agrega el hecho de que el docente desarrolla su clase de forma tradicional, sin contar con recursos distintos a la tiza o tablero, y cumpliendo con los planes de estudio; haciendo caso omiso



al desafío de la innovación constante como herramienta para desarrollar el pensamiento matemático, sin tener en cuenta las estrategias de evaluación basadas en la identificación y retroalimentación de los errores encontrados en las evaluaciones de resolución de problemas que podrían ser eficaces, haciendo que la enseñanza – evaluación sean procesos vivos, que generen transformaciones en el estudiante y este a su vez sea una parte activa en dichos procesos desarrolladores del pensamiento matemático.

Por lo anterior, se puede considerar que el desarrollo del pensamiento matemático – considerado como un proceso dinámico, analítico que implica la adquisición, dominio, profundización y perfeccionamiento de los procesos propios de la actividad matemática – a partir de la retroalimentación del error en la evaluación de resolución de problemas, sirve para que los estudiantes alcancen los niveles de desempeño que deben tener según el grado en el que se encuentre. Debido a esto, los docentes investigadores ven la necesidad de intervenir en el proceso de evaluación de las Matemáticas en la IEMFS, por medio de un proyecto de investigación acción<sup>8</sup>, que involucre tanto a los estudiantes como a los docentes en esta problemática, buscando desarrollar el pensamiento matemático, a partir de la retroalimentación del error en la evaluación de resolución de problemas.

### 1.2.2 Pregunta de investigación

Así, la pregunta de investigación que surge es: ¿Cómo desarrollar el pensamiento matemático, a partir de la retroalimentación del error en la evaluación de resolución de problemas?

Para resolverla, se pretende mostrar a los docentes del área de matemáticas de la I.E. Marco Fidel Suarez, del municipio de Medellín Antioquia, una estrategia metodológica de evaluación que consiste en partir de la identificación y retroalimentación del error en la evaluación de resolución de problemas como una herramienta para desarrollar el pensamiento matemático. Para lo cual se diseñarán diferentes estrategias que permitan identificar los errores, se generarán espacios didácticos donde, se construya pensamiento matemático a través de la implementación de la retroalimentación constante de los procesos evaluativos donde los estudiantes, de manera colaborativa, subsanen las falencias manifiestas en la resolución de problemas llevándolos finalmente a la potenciación del pensamiento matemático de forma consciente y reflexiva.

---

<sup>8</sup> La Investigación Acción, de acuerdo a la Deakin University, citado González & González (1996) es: “La utilización de estrategias de planificación de la acción, llevadas a la práctica y sometidas a observación, reflexión y cambio. Los participantes de esta acción están plenamente integrados e implicados en todas las actividades” (González & González, 1996)

## 1.3 Objetivos

### 1.3.1 Objetivo general

Desarrollar el pensamiento matemático a partir de la retroalimentación de los errores en la evaluación con resolución de problemas en los estudiantes de los grados noveno y once de la IEMFS– sede Estadio - Medellín – Antioquia.

### 1.3.2 Objetivos específicos

- Diseñar estrategias de diagnóstico de errores, tipificación de los mismos en la evaluación de resolución de problemas conforme a la actividad propuesta, en el marco de los estándares básicos de los niveles de competencia requeridos en matemáticas definidos por MEN, utilizando las herramientas adecuadas
- Caracterizar el error en la evaluación de resolución de problemas en el área de matemáticas.
- Aplicar estrategias de retroalimentación de evaluaciones, diseñadas según los grupos a intervenir para generar un mejoramiento académico en los procesos matemáticos y el afianzamiento de conceptos.
- Analizar los resultados obtenidos llevando registros constantes que permitan establecer conclusiones, recomendaciones en pro de mejorar el proceso de evaluación y de potenciar el desarrollo del pensamiento matemático basado en la retroalimentación de los procesos.

## **2.Marco Referencial**

### **2.1 Marco Teórico**

Este apartado pretende dar cuenta en primera instancia de la definición de las posturas pedagógicas que sustentan la presente investigación. Posteriormente, se definen los conceptos de pensamiento matemático y teoría del error en el desarrollo cognitivo, donde el error se concibe como una herramienta de didáctica de cambio. Y finalmente, se presentan unas apreciaciones finales al respecto.

#### ***Posturas Pedagógicas***

Aquí se desarrollarán los postulados de Herbart, Piaget, Ausubel y Vygotsky como sustento a nivel pedagógico de la propuesta investigativa. De esta forma, en lo relacionado con Herbart, se debe decir que él concibe como “el fin supremo de la educación, la moralidad” (Herbart, 1983), por lo que lo que prima el concepto de formación dentro de sus postulados pedagógicos. Así, y de acuerdo a lo planteado por Bedoya (2009), para Herbart el proceso formativo se debe llevar a cabo de manera integral, crítica, reflexiva y sistemática; por lo que “formar es ayudar, guiar a que el otro, el niño, el adolescente, el individuo, se forme, indicándole cómo hay que tomar conciencia de los elementos aparentemente dispersos con los que llega al proceso formativo” (Bedoya, 2009)

Para ello, se debe tener en cuenta que “el carácter, únicamente se forma por la acción de la propia voluntad” (Herbart, 1983), por tanto, es de suma importancia que poco a poco el estudiante se vaya haciendo cargo de su propio proceso; así, “lo que se necesita para que esto se vaya logrando es propiciar o despertar un verdadero interés en el educando mismo para que él inicie o continúe por sí mismo su propio proyecto formativo, eludiendo cualquier tipo de imposición, inhibición, represión u obligación. Nada de procedimientos violentos, forzados o impuestos ante la mirada autoritaria de un maestro que pretendiese dirigir todo el proceso.” (Bedoya, 2009)

Bajo este panorama, lo que se pretende con el proyecto de investigación es generar en los estudiantes un proceso formativo, crítico y reflexivo, mediante el cual ellos puedan identificar sus propios errores, para que, a partir de esto, puedan solucionarlos y mejorar su propio proceso de aprendizaje. Por tanto, el desarrollo de su pensamiento

matemático, se dará como consecuencia de una actitud más activa y autónoma en su proceso formativo, haciéndose más conscientes de sus acciones.

El segundo pedagogo que se tiene en cuenta como fundamento teórico del proyecto de investigación es Piaget, del cual solo se retoma lo relacionado con darle más importancia al proceso que al resultado. Así, “se interesa más que por el resultado final que obtienen los niños de diferentes edades, por las formas de razonar ante los diferentes problemas y por los errores que se cometen en las diferentes edades. En especial, presta atención a los errores en ítems que implicaban aspectos de la lógica, cuya resolución parecía especialmente difícil” (Villar, 2003). De ahí, la razón por la cual se hará énfasis en el proceso, y se utilizará el método de la “entrevista clínica –utilizado por Piaget– preguntando a los niños sobre su ejecución y comprensión de los ítems” (Ibíd.: 265) con el fin de no solo de que el docente identifique las causas de los errores de sus estudiantes, sino también, como un mecanismo para que el estudiante se haga consciente de su propio proceso, a través de la descripción y reflexión de lo que hace.

El siguiente pedagogo que se cita es Ausubel y sus postulados relacionados con el *Aprendizaje significativo*, entendido éste como “el tipo de aprendizaje que se produce cuando el alumno es capaz de relacionar e integrar la nueva información, los nuevos contenidos, dentro de las estructuras de conocimiento que poseía previamente” (Villar, 2003). Así, “tanto el nuevo conocimiento como el conocimiento previo resultan transformados para dar lugar a una nueva estructura integrada” (Ibíd.: 361)

Finalmente, el último pedagogo que se relaciona es Vygotsky, y de quien se retoma lo relacionado con el concepto de *Zona de desarrollo próximo*, entendido como el “espacio de interacción en el que se ejecuta cierta función psicológica antes de ser interiorizada y por lo tanto ser capaz de ejecutarse en un plano individual” (Villar, 2003)

También, para la teoría de Vygotsky, el aprendizaje es primordial al desarrollo, “la única buena enseñanza es la que se adelanta al desarrollo” (Ibíd.: 407). De allí que, el aprendizaje como construcción social es el que jala el desarrollo cognitivo, por lo que el desarrollo deja de ser universal para situarse en un contexto sociocultural determinado. Lo anterior implica que, “el individuo se desarrolla gracias a su participación activa en la interacción social y en actividades culturalmente significativas, contribuyendo de manera decisiva, en la interacción que establece con los agentes culturales y a través de los instrumentos de mediación también culturales, a la determinación de su propio desarrollo” (Ibíd.: 381).

Por tanto, al relacionar lo anterior con la presente investigación, y dado a que el conocimiento matemático es una construcción social, en la que predomina el imaginario de la dificultad que hay en el proceso de adquisición del mismo y en el cual se acepta que su desarrollo no sea adecuado – lo que evidencia muchas falencias en el diagnóstico, relacionadas con las competencias mínimas establecidas por el MEN para el

nivel y grado- surge la necesidad de incentivar al estudiante a que sea más activo y autónomo en su proceso formativo, que al llevarlo a cabo de forma crítica y reflexiva y haciendo uso del aprendizaje colaborativo entre pares y gracias a la mediación del docente, se logre evidenciar una mejoría con respecto a su propio aprendizaje.

### ***Definición de los conceptos centrales de la investigación***

Este apartado, se abordará a la luz del significado de los conceptos centrales, para efectos del presente estudio y por ende determinar qué se debe entender cuando se habla de pensamiento matemático, de retroalimentación de la evaluación y la importancia del reconocimiento del error en la adquisición del conocimiento.

Según Bosh (2012), al citar a Cantoral (2000), el pensamiento matemático se interpreta según el foco de atención de quien lo protagoniza, donde se atribuye este concepto a la forma en que piensan las personas que se dedican profesionalmente a las matemáticas. Además, parte de un ambiente científico en el que los conceptos y las técnicas matemáticas surgen en la resolución de problemas. Donde el pensamiento matemático incluye, pensamientos sobre tópicos matemáticos y procesos de abstracción, justificación, visualización, estimación y razonamiento bajo hipótesis, es decir, todas las formas de construcción de ideas matemáticas en diferentes niveles de conocimiento lo que aplica para todos los seres humanos. (Bosch Saldaña, 2012)

En la presente investigación se entiende el pensamiento matemático como un proceso dinámico, analítico y cuyo grado de complejidad y desarrollo aumenta a medida que el estudiante va adquiriendo las competencias básicas, es decir, que no solo se va a ir apropiando de los conceptos básicos, sino que sabe cómo aplicarlos en un contexto determinado en pro de resolución de problemas. Así, el desarrollo del pensamiento matemático como proceso implica la adquisición, dominio, profundización y perfeccionamiento de los cinco procesos generales de la actividad matemática que son 1. Formular y resolver problemas, 2. Modelación de procesos y fenómenos de la realidad, 3. Comunicar, 4. Razonar, 5. Formular comparar y ejercitar procedimientos y algoritmos. (MEN, 2006) Todo ello, enfocado en hacer un individuo competente matemáticamente al desarrollar su pensamiento matemático. Para ello se usará de referencia los estándares básicos de competencias matemáticas relacionados al grado en cuestión y pruebas estandarizadas que con su debida retroalimentación conduzcan al correcto abordaje de preguntas abiertas por parte del estudiante ligadas a las competencias relacionadas al desarrollo del pensamiento matemático según los lineamientos básicos de los estándares. (ibíd., 2006)

El siguiente concepto clave, para el presente estudio, es el de retroalimentación de la evaluación. Para ello se retoma lo planteado por Rico (2006), para quien a la hora de evaluar en matemáticas se deben considerar tres variables: [1] El contenido en matemáticas se debe utilizar para resolver problemas, [2] que el problema debe estar contextualizado y [3] que las competencias deben utilizarse –o activarse- para conectar el

mundo real con las matemáticas para así poder resolver el problema que se desea abordar. (Rico Romero, 2006)

En Toranzos (2014) establece que la evaluación, en primer lugar, es una fuente de información que debe integrarse a la planificación institucional en aras de mejorar la gestión pedagógica. En segundo lugar, se encuentra permeada por aspectos éticos que deben tener en cuenta criterios de transparencia, comunicabilidad de la información y la devolución de la información. En tercer lugar, se debe tener en cuenta su carácter integrador, por lo que no puede ser segmentada ni desarticulada al proceso y al contexto. Y, por último, se destaca la importancia que tiene la retroalimentación en especial para el estudiante y más dada la importancia que tiene la idea de progreso, de “los avances individuales y colectivos respecto a un punto de partida reconocido y no solo la comparación respecto a criterios únicos y estandarizados (Toranzos, 2014)”

Para Alvarado (2014), las tipologías de evaluación se clasifican en diagnóstica, formativa y sumativa; siendo la formativa la que tiene una mayor relevancia, en tanto el conocimiento se construye a lo largo de un periodo de tiempo y gracias a su eje central que es la retroalimentación constante de los aciertos y errores de los estudiantes ya que a través de ella los estudiantes reconocen lo que les falta para alcanzar bien sea el dominio temático o las competencias básicas para llevar a cabo una labor o tarea. (Alvarado, 2014)

En este aspecto, Alvarado (2014), retoma lo planteado por Barberá (2006), para quien “Estos procesos de *“Feed – Back”* adaptan y readaptan de manera progresiva el conocimiento ajustándolo de un modo correcto” (Citado por Alvarado, 2014, 61). Así, Alvarado plantea que para que haya una retroalimentación adecuada es necesario tener en cuenta primero el *“Feed Up”* considerado como el camino que está tomando el estudiante, si tiene claro hacia dónde va y cuáles son los objetivos de las actividades y del curso en sí. Segundo, el *“Feed Forward”* que consiste en que el estudiante establezca una ruta de mejoramiento a partir de la retroalimentación de su docente y finalmente, el *“Feed Back”* que es la retroalimentación que le ayuda al estudiante a ser consciente de su desempeño.

De otra parte, García-Jiménez (2015) define la retroalimentación como “aquella información que se utiliza para reducir la diferencia entre los resultados de aprendizaje obtenidos por el estudiante y los resultados de aprendizaje esperados” (García-Jiménez, 2015). Y, retoma la clasificación de retroalimentación que hace Laurillard (2002), identificando de un lado la que es intrínseca al proceso, es decir, la que se aclaran dudas al estudiante durante la ejecución de la evaluación. Y de otro lado, está la retroalimentación extrínseca, la cual se hace al estudiante después del análisis de los resultados obtenidos en la evaluación.

En este punto es pertinente anotar que García-Jiménez retoma, las tres condiciones necesarias para que se dé una retroalimentación extrínseca, planteada por Ramaprasad (1983), como son: [1] la Información disponible de estándares o ejemplos relacionados con los criterios de evaluación. [2] La información disponible sobre los resultados del estudiante. Y [3] La información generada por el contraste entre el nivel de referencia y los resultados obtenidos por el estudiante. Estableciendo, a su vez, que la efectividad de la retroalimentación radica en que la información que arroja los resultados de los estudiantes sea utilizada por ellos mediante mecanismos cognitivos que les permitan modificar su desempeño inicial. (García-Jiménez, 2015)

Aquí, García-Jiménez retoma los mecanismos cognitivos de la retroalimentación planteados por Shute, (2008). tales como: [1] reducir la incertidumbre de los estudiantes sobre los resultados de su evaluación, incentivándolos a disminuir la brecha que separa dichos resultados obtenidos de los resultados esperados o de referencia. [2] capacidad para motivar a los estudiantes que puedan sentirse desanimados por el nivel de exigencia de referencia y [3] ayudar a corregir errores tanto conceptuales como procedimentales, propiciando en los estudiantes la modificación de estrategias de aprendizaje. Favoreciendo así la autorregulación del aprendizaje por parte del estudiante, la cual es entendida como el control de estrategias que permitan alcanzar el logro de los objetivos previamente establecidos. (Cfr. Ibid., 2015)

De otra parte, en lo relacionado con la teoría del error como fundamento de los conocimientos adquiridos y más que mirar éste con un carácter sancionatorio o negativo, se ve como una oportunidad para propiciar el aprendizaje y el desarrollo del pensamiento matemático, por lo que se retoma lo planteado por Popper (1991), Rico (1995) y De la Torre (2004).

Así, para Popper (1991) la pregunta fundamental sobre la fuente del conocimiento no es la que lleva a pensar en el conocimiento como verdad absoluta y suprema por lo que él plantea la siguiente pregunta:

¿Cómo podemos detectar y eliminar el error? La pregunta por las fuentes de nuestro conocimiento, como tantas otras preguntas autoritarias, es de carácter genético. Inquieta acerca del origen del conocimiento en la creencia de que éste puede legitimarse por su genealogía. La nobleza del conocimiento racialmente puro, del conocimiento inmaculado, del conocimiento que deriva de la autoridad más alta, si es posible de Dios: tales son las ideas metafísicas (a menudo inconscientes) que están detrás de esta pregunta. Puede decirse que la pregunta que he propuesto en reemplazo de la otra, ¿cómo podemos detectar el error?, deriva de la idea de que tales fuentes puras, inmaculadas y seguras no existen, y de que las cuestiones de origen o pureza no deben ser confundidas con las cuestiones de validez o de verdad...nuestro conocimiento es conjetura, opinión –doxa, más que episteme-. (Popper, Conjeturas y Refutaciones: El desarrollo del conocimiento científico., 1991)

Por tanto, a la luz de este autor el aprendizaje se da a partir de las conjeturas y las refutaciones que se hacen frente a un suceso determinado; por lo que identificar los errores y eliminarlos resulta fundamental para la generación del conocimiento. En este orden de ideas, si se aplica este concepto a la enseñanza de las matemáticas – específicamente a la evaluación de resolución de problemas- se pretende de un lado, que el estudiante aprenda no solo a hacer conjeturas cuando se enfrenta a la solución de un problema, sino que también tenga la capacidad de defender y/o criticar su postura, todo ello en aras de lograr no solo la solución del problema, sino de hacer reflexivo su proceso de aprendizaje, lo que le daría la oportunidad de desarrollar su pensamiento matemático.

De otro lado, Rico (1995), plantea que, el error debe ser considerado, generalmente, como un conocimiento incompleto, aunque podría ser por falta de atención a los procesos; pero con seguridad, éste es una posibilidad permanente de adquisición y consolidación del conocimiento, que requiere unas condiciones, y una realidad permanente en el camino de la educación que es objeto mismo de estudio. Así, Rico retoma la idea de Popper en la que se establece que el conocimiento al ser una construcción humana, no puede ser considerado como verdad absoluta ya que está cargado tanto de errores como de prejuicios. (Rico, 1995)

En este orden de ideas, Rico admite que el error es parte fundamental del aprendizaje, y retoma lo planteado por Bachelard, para quien el conocimiento surge de la ignorancia, que está constituida por una serie de errores, los que él considera como algo positivo ya que, en últimas, la corrección de los mismos desencadenará en la adquisición del conocimiento.

De otra parte, Radatz (1980) afirma que los errores en matemáticas no son debido a la ignorancia de los estudiantes o a ciertas circunstancias, sino que son el resultado de las experiencias previas en el aula, por lo tanto, tiene periodos de tiempos largos que permiten que el docente de aula los identifique ya que son causales y sistemáticos; por ende, se deben intervenir pedagógicamente. (Radatz, 1980)

Igualmente, De la Torre (2004), plantea que el error se debe asumir como una estrategia de cambio, una oportunidad de orientación cognitiva o socio cognitiva; ya que éste forma parte del currículo oculto y de los valores culturales. Así, el error es parte de la sabiduría popular, pero con una connotación negativa generalmente, por lo que apremia cambiar ese significado sacándolos a la luz y adoptando posturas constructivistas, didácticas y creativas, ante ellos.

Para este autor, la postura tradicional con respecto al error es de carácter sancionador, lo que amerita un cambio para que las prácticas de enseñanza y evaluación sean más



fructíferas y pedagógicas. Es decir, que se debe obtener una visión didáctica y pedagógica del error, entendido este no como un fin sino como una estrategia; por tanto, para lograr un cambio en las facetas cognitivas debe haber un cambio, una postura innovadora ya que el error debe ser entendido como un proceso inadecuado que debe ser subsanado. (De la Torre, 2004)

Igualmente, De la Torre señala que el error tiene cuatro direcciones semánticas: [1] el efecto destructivo, [2] el distorsionador, [3] el constructivo y, [4] el creativo; a través de ellas se ve el error como resultado (direcciones 1 y 2) cuyo carácter es negativo, en contraste a verlo como proceso (direcciones 3 y 4) cuyo carácter es positivo. Así, por lo general, se concibe el error como resultado con una connotación negativa; donde, en educación, se le debería ver como estímulo creativo y más porque se le atribuyen a la técnica o mecánica del proceso educativo. Es así, que se puede abordar constructivamente, con un valor filosófico y epistemológico, como el descubrimiento de la verdad, que debe alcanzar una dimensión constructiva creativa. (De la Torre, 2004)

De allí, que este autor plantea que se deben convertir las predisposiciones en potencialidades, y disminuir el azar en los procesos; donde la didáctica se base en la superación dirigida por el docente, el cual basado en su experiencia debe permitirse asumir una posición constructivista en cuanto al error:

De los planteamientos expuestos anteriormente, se puede decir, primero que en matemáticas los errores son recurrentes, paradigmáticos y que pueden ser tipificados, en su gran mayoría. Segundo, que algunos de ellos se generan debido a paradigmas que reflejan la falta de competencias bien desarrolladas lo que conlleva a un desarrollo inapropiado del pensamiento matemático. Y tercero, si se lleva al estudiante a reconocer, corregir y construir en base a los errores recurrentes en su proceder éste desarrolla su pensamiento matemático llevándolo a un nivel de operación y entendimiento más avanzado a nivel conceptual.

Por tanto, para efectos del presente estudio, se puede afirmar que identificar el error en sí mismo no conduce a nada sino va acompañado de una reflexión, sino se usa el error como una herramienta didáctica constructiva con la que se puede indicar estrategias inadecuadas usadas por el estudiante, fallas de comprensión, lapsus en ejecución y en todo caso, la posibilidad de diagnosticar y establecer rutas de mejoramiento en los procesos de evaluación y de enseñanza.

La propuesta investigativa tiene como finalidad desarrollar el pensamiento matemático de los estudiantes, partiendo de un cambio de estructura mental que vea el error no como algo sancionatorio sino como algo positivo, como fuente de conocimiento. Adicionalmente, se plantea que los roles tanto de los docentes como de los estudiantes

son activos, en aras de facilitar que realmente se dé o propicie un aprendizaje significativo, mediado por la interacción social.

Por último, al finalizar la implementación del proyecto, los estudiantes sean más autónomos y por ende más partícipes de su proceso de aprendizaje, sin temor a tomar decisiones erróneas frente a determinado problema o situación, a concebir el pensamiento matemático como algo espontáneo y natural y no como algo muy complejo, solo accesible para unos cuantos.

## 2.2 Marco Contextual

Con relación al sistema educativo colombiano, el MEN define la educación “*como un proceso de formación permanente, personal cultural y social que se fundamenta en una concepción integral de la persona humana, de su dignidad, de sus derechos y de sus deberes.*”<sup>9</sup> Adicionalmente, y de acuerdo a la Ley 115 de 1994, en su artículo 11, la educación formal está dividida en los niveles de: Preescolar, Básica (Primaria y Secundaria) y Media. Donde el nivel Preescolar cuenta con un grado obligatorio que es el de Transición; el nivel de Básica, está conformado tanto por los grados de 1° a 5° de Primaria, como de 6° a 9° de Secundaria. Y, por último, el nivel de Media -que puede ser académica, académica con énfasis o media técnica- que consta de los grados 10° y 11°.

Aquí, cabe decir, que en el MEN (2006) agrupa unos grados en los niveles de Básica y Media, estableciendo qué competencias debe tener un estudiante al finalizar cada uno de los Ciclos de grados. Así, [1] va de primero a tercero de Básica Primaria, [2] está conformado por cuarto y quinto de Básica Primaria, [3] incluye sexto y séptimo de Básica Secundaria, [4] lo integran octavo y noveno de Básica Secundaria, y [5] finalmente, se ubican los grados décimos y undécimos de la Media (MEN, 2006)

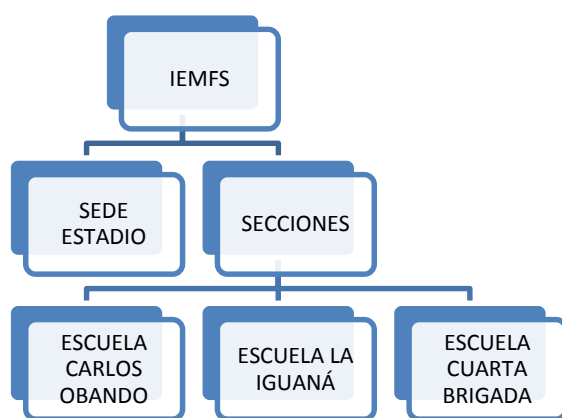
Aunque el MEN ha descentralizado en las entidades territoriales certificadas la potestad de toma de decisiones y administración de recursos correspondientes, cada institución educativa tiene la autonomía y la responsabilidad de elaborar su propio Proyecto Educativo Institucional -PEI- y su Sistema Institucional de Evaluación de acuerdo a su contexto socio-cultural. Dado lo anterior, a continuación, se presenta la contextualización sociocultural y geográfica de la IEMFS, partiendo inicialmente de una breve reseña histórica; luego se muestra cómo está integrada la Institución: las sedes, jornadas y servicios que se prestan en cada una de las secciones; y, posteriormente, el modelo pedagógico institucional.

---

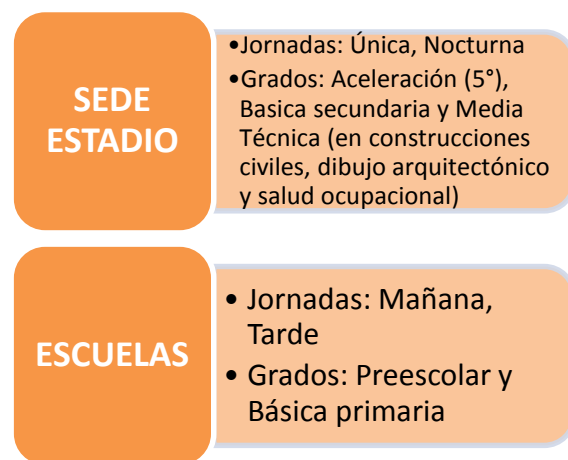
<sup>9</sup> Consultar en: <http://www.mineducacion.gov.co/portal/Preescolar-basica-y-media/Sistema-de-educacion-basica-y-media/233839:Sistema-educativo-colombiano>

A grandes rasgos, como reseña histórica, la IEMFS desde su creación en 1953, -cuyo nombre era Liceo Nacional Marco Fidel Suárez - ha sobresalido por su compromiso con la generación y transformación de la cultura y por los logros en investigación y deporte, que la han hecho merecedora del reconocimiento a nivel educativo. Otro aspecto relevante que ha caracterizado a la comunidad suarista es su movimiento estudiantil, creado en 1979, al igual que las distintas luchas sociopolíticas que al interior de la IEMFS se han librado. En sus inicios la institución sólo tenía población masculina, a partir de 1996 adquiere el carácter mixto, y en el 2003 se da la integración del Liceo Nacional Marco Fidel Suárez con las Escuelas, conformándose de esta manera la Institución Educativa que hoy conocemos.

### SEDES DE LA INSTITUCIÓN



### JORNADAS Y SERVICIO EDUCATIVO



Gráfica 2. Sedes y Jornadas de la IEMFS

La sede Estadio se encuentra ubicada en el municipio de Medellín. En ella, prestan el servicio educativo tres directivos docentes (rector, coordinadora académica y coordinador de convivencia), 48 docentes (nombrados para las distintas áreas de acuerdo a la necesidad de la Institución) y personal administrativo (integrado por secretarías, bibliotecarias, personal de oficios varios y vigilantes). En esta sede se atienden en total 1028 estudiantes -889 en jornada única, y 139 en la jornada nocturna- de los cuales el 80% aproximadamente pertenecen a los estratos 1, 2 y 3.

En cuanto al Modelo Pedagógico, la IEMSF asume, *el modelo pedagógico social* el cual hace énfasis en el aprendizaje significativo, cooperativo, conceptual, experiencial y experimental. Integrando lo humano, científico, tecnológico, socio-político y multicultural en el proceso formativo.<sup>10</sup>

<sup>10</sup> Consultar todo lo relacionado con la Institución en: <http://iemarcofidelsuarezmedellin.edu.co/>



## 3. Metodología

### ***Enfoque de Investigación***

El enfoque de investigación es mixto. Para ello, se escoge, en lo relacionado con lo cualitativo, el enfoque de investigación – acción participativa (IAP), ya que se vio la necesidad de acoger una estrategia del tipo “aprender haciendo y evaluar lo hecho”, para orientar la posibilidad de que se realice un trabajo sistemático, en el que se registren encuestas, se apliquen instrumentos evaluativos, bitácoras y protocolos relacionados con el proceso (Sandoval, 1996) Igualmente, en este aspecto, se retoma lo planteado por Erickson, para quien la metodología cualitativa centra su atención en la enseñanza en el aula y el impacto que tienen los acontecimientos que se dan allí en cada uno de los actores que participan en el proceso educativo. (Erickson, 1989)

De otro lado, en relación con lo cuantitativo, se aplicaron diferentes pruebas que dieran cuenta del conocimiento y, por ende, del desarrollo del pensamiento matemático que tienen los estudiantes. Dichas pruebas fueron tanto internas como externas y se partió de una valoración diagnóstica que diera cuenta del estado inicial de los estudiantes antes de la intervención pedagógica que se propuso. Cabe decir que, en este proceso se contó con la participación de docentes y estudiantes en la generación de conocimiento, sistematizando tanto encuestas como resultados de las pruebas. Para ello, se toma como punto de partida un “antes” (Evaluaciones diagnósticas, encuestas de entrada por medio de “métodos de evaluaciones sumarias”, evaluaciones previas tipo *Saber* de 3°, 5° y 9° y 11°,) y como punto de llegada un “después” (Evaluaciones tipo saber con preguntas abiertas enfocadas a resolución de problemas, análisis de resultados, recomendaciones, encuesta de salida, entre otras) que permita evidenciar el cambio propuesto.

### ***Definición de Variables***

De acuerdo con Briones las variables independientes son aquellas que modifican a otras variables – a las que se designa como dependientes- con las cuales están relacionadas (Briones, 1996). Así, Para el presente estudio se tomó esta clasificación, en la medida que las variables a estudiar son la retroalimentación del error en la evaluación de resolución de problemas y su impacto, o mejor, cómo influye en el desarrollo del pensamiento matemático. A continuación, se detalla esta clasificación:

### Clasificación de Variables

<i>Tipo de Variable</i>	<i>Definición</i>
<i>Dependiente</i>	Desarrollo de pensamiento matemático
<i>Independiente</i>	Retroalimentación del error en la evaluación de resolución de problemas.

TABLA 1. CLASIFICACIÓN DE VARIABLES

### Definición de Población y Muestra

La IEMFS cuenta con 2516 estudiantes, de los cuales 1527 son de Básica Primaria y 989 son de Básica Secundaria, Media y Nocturna. A continuación, se presenta la tabla correspondiente a los datos generales de toda la Institución de acuerdo al sexo, sede y nivel educativo. Así:

<b>CARACTERIZACIÓN POR SEXO</b>	<b>Hombres</b>	<b>Mujeres</b>	<b>Total de Estudiantes</b>
<b>BÁSICA PRIMARIA</b>			
Carlos Obando	189	138	327
Cuarta Brigada	390	292	682
Iguaná	251	228	479
Sede Estadio – Aceleración	23	16	39
<b>Subtotal Básica Primaria</b>	<b>853</b>	<b>674</b>	<b>1.527</b>
<b>BÁSICA SECUNDARIA Y MEDIA</b>			
Sede Estadio - Jornada Única	457	393	850
Sede Estadio - Jornada Nocturna	79	60	139
<b>Subtotal Básica Secundaria, Media y Nocturna</b>	<b>536</b>	<b>453</b>	<b>989</b>
<b>TOTALES</b>	<b>1.389</b>	<b>1.127</b>	<b>2.516</b>

TABLA 2. CARACTERIZACIÓN DE ACUERDO AL SEXO, A LA SEDE Y AL NIVEL EDUCATIVO.

### Población

Como el presente estudio se llevó a cabo en la Sede Estadio, cabe decir, que en ella se presta el servicio educativo a 1028 estudiantes, de los cuales 39 pertenecen al grupo de Procesos Básicos de Aprendizaje – Aceleración de Primaria- y 139 a los CLEI del nocturno. Por tanto, 850 estudiantes son los que integran la Básica Secundaria y Media de la jornada única y son los que se consideran como la Población de esta investigación.

De dicha población se puede decir que la mayoría son hombres (457 estudiantes, equivalentes al 54%), que el promedio de edad es de 14 años y el estrato socioeconómico promedio es el 2.<sup>11</sup>

### **Muestra**

De los 850 estudiantes pertenecientes a la Sede Estadio, 191 cursan grado sexto, 180 grado séptimo, 108 en grado octavo, 146 en grado noveno, 124 en grado décimo y 101 en grado undécimo. Por lo que se toma como muestra a 170 estudiantes: 110 pertenecientes al grado noveno y 60 perteneciente al grado undécimo. Así, puede decirse que ésta muestra representa el 20% de la población, que está integrada por 88 hombres y 82 mujeres cuya edad promedio es de 16 años y el estrato socioeconómico promedio en que viven es el 2.

### **Instrumentos aplicados**

Se aplicaron dos tipos de instrumentos, unos que fueron diseñados durante la fase de planeación de la investigación y otros ya elaborados que se escogieron de acuerdo a las necesidades del presente estudio. Así, los diseñados por el grupo de investigadores, contó –antes de ser aplicados- con la revisión de profesores del área de matemáticas y algunos expertos en educación y áreas afines. Los siguientes instrumentos son los que se diseñaron y aplicaron: [1] *Encuesta de Caracterización de Estudiantes*, [2] *Encuesta de Entrada y Salida sobre Evaluación y Concepción del Error* – aplicada a estudiantes-, [3] *Encuesta de Entrada y Salida sobre Desempeño y Resolución de Problemas en Matemáticas* – aplicada a estudiantes-, [4] *Evaluaciones Diagnósticas sobre operaciones básicas* - aplicada a estudiantes-, [5] *Encuesta a docentes sobre evaluación y concepción del error en el área de matemáticas*, [6] *Entrevista a estudiantes sobre procedimientos aplicados*, [7] *Pruebas de Preguntas Abiertas 9° y 11°*, [(Ver Anexo A: Instrumentos Diseñados)

De otra parte, los instrumentos previamente elaborados y validados por otras Instituciones fueron:

[1] *Test de inteligencias múltiples*. El test WAIS IV está basado en la teoría de inteligencia según Howard Gardner donde define esta misma como la capacidad que tiene cada persona para resolver problemas cotidianos dentro de un contexto determinado, destreza que en parte viene influenciada por la genética del individuo, pero que se puede desarrollar y potenciar. (Ver instrumento en Anexo B: Instrumentos Seleccionados – Diseñados por otros)

---

<sup>11</sup> Estos datos fueron suministrados por la Secretaría de la Institución, de acuerdo a la matrícula registrada a marzo de 2016

[2] *Pruebas Saber 3°, 5°, 9° y 11°*. El MEN (2006) estableció las competencias básicas que deben tener los estudiantes al culminar cada uno de los ciclos – o grados agrupados- y las *Pruebas Saber* son el mecanismo utilizado para verificar si esto se cumplió, ya que en ellas se encuentran inmersos cada uno de los estándares que conllevan a establecer si se alcanzaron o no dichas competencias. De allí, que se elijan las Pruebas Saber ya que están validadas y cumplen con todos los parámetros establecidos que garantizan el desarrollo del pensamiento matemático acorde con el grado cursado, adicionalmente se seleccionaron las pruebas aplicadas en los últimos años, de 2014 a 2015. <sup>12</sup>

### ***Mapa Metodológico***

A continuación, se presenta el gráfico correspondiente al *Mapa Metodológico* que sustenta la presente investigación y que consta de tres fases, así: Fase I. Planeación y Diseño, Fase II. Aplicación, recolección y análisis intermedio de la información, y Fase III Análisis de resultados.

---

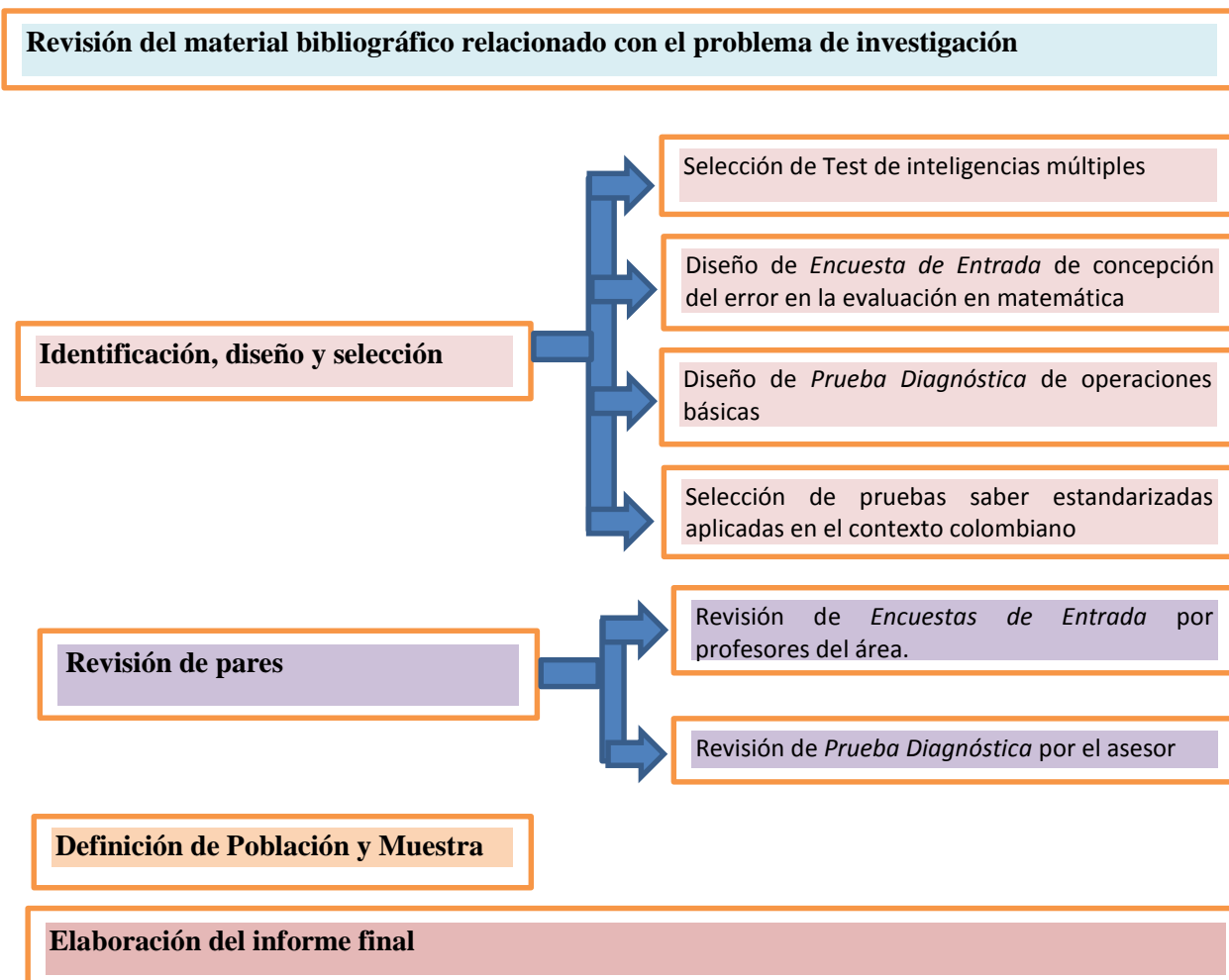
<sup>12</sup> Consultar instrumentos en:

<http://iemarkofidelsuarezmedellin.edu.co/index2.php?id=42001&idmenutipo=3399&tag=>



### MAPA METODOLÓGICO

#### FASE I: PLANEACIÓN Y DISEÑO



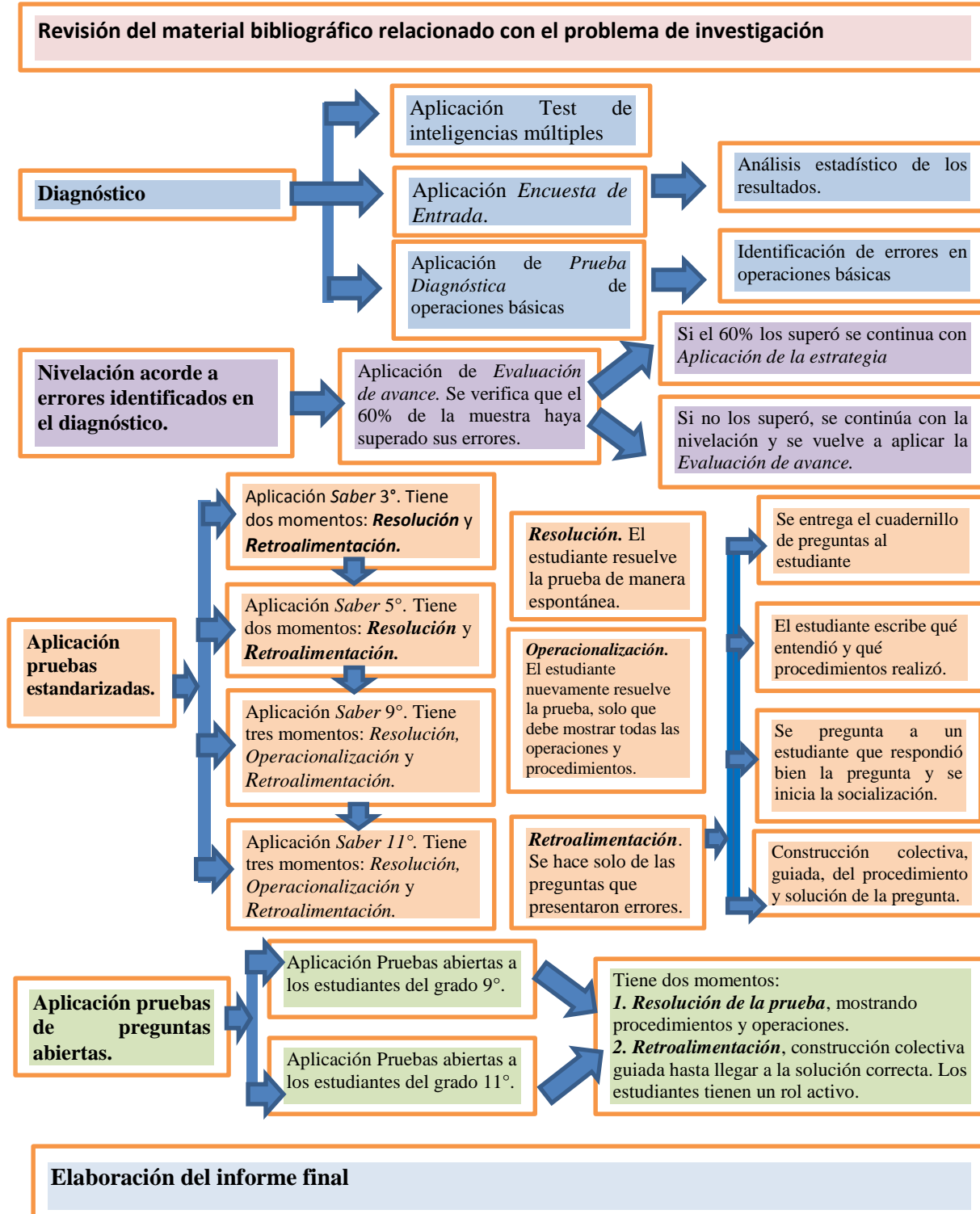
Gráfica 3. Mapa Metodológico. Fase I: Planeación y Diseño

En esta fase, se da inicio a toda la planeación y diseño del proyecto de investigación, haciendo énfasis en la revisión bibliográfica acorde con el tema a desarrollar como la importancia del error y la retroalimentación en el proceso de aprendizaje, el diseño de instrumentos y la revisión de los mismos por personas idóneas en las áreas de Educación, Lenguaje y Matemáticas. También, aquí se definió la muestra objeto de estudio ya que ellas son el sustento del trabajo de campo.

En este punto, hay que resaltar que la *Revisión de material bibliográfico* y la *Elaboración del informe final*, son procesos transversales a cada una de las fases, por lo que, dada su importancia, inician en la *Planeación y Diseño* y se concluyen o consolidan en el *Análisis de Resultados*.

### MAPA METODOLÓGICO

#### FASE II: APLICACIÓN, RECOLECCIÓN Y ANÁLISIS INTERMEDIO DE INFORMACIÓN



Gráfica 4. Mapa Metodológico: Fase II: Aplicación, recolección y análisis intermedio de la Información

Para esta Fase II: Aplicación, recolección de la información y análisis intermedios, además de los procesos transversales como son la *Revisión bibliográfica* y la *Elaboración del informe final*, se encuentran tres momentos fundamentales, así: Diagnóstico, Nivelación y Aplicación de pruebas estandarizadas.

### **Diagnóstico**

Consta de tres actividades centrales como son la Aplicación del test de inteligencias múltiples, la aplicación de las encuestas de entrada y la prueba diagnóstica de operaciones básicas. Así, se realizó el test inicial sobre inteligencias múltiples para determinar cuál es la inteligencia dominante en los estudiantes objeto del presente estudio. Dicho test fue aplicado por la maestra de apoyo de la Unidad de Atención Integral e Inmediata UAI y los docentes investigadores del área de matemáticas.

Este test fue aplicado de forma presencial e individual con una duración promedio de 30 minutos, arrojando como resultado, los grados de desarrollo de las distintas inteligencias (en total son ocho, así: lingüística, lógico-matemática, visual-espacial, kinésica, musical, interpersonal, intrapersonal y naturalista), que sirven de punto de referencia para determinar específicamente el nivel de desarrollo del pensamiento matemático de los estudiantes antes de la presente intervención pedagógica.

Posteriormente, se aplicaron las encuestas de entrada tanto a los estudiantes como a los docentes. Esto con el fin de establecer los conocimientos previos, qué piensan y sienten los protagonistas del proceso educativo con respecto a los ejes centrales que sustentan la investigación, tales como los conceptos de error, retroalimentación, evaluación, desempeño y resolución de problemas.

El último eje de este momento fue la aplicación de la prueba diagnóstica de operaciones básicas. Con esto se pretendía tener claridad de las fortalezas y aspectos a mejorar en la forma en que los estudiantes operan y así pasar a una nivelación que permitiera garantizar que por lo menos la operacionalización no representaría un obstáculo a la hora de resolver un problema matemático.

### **Nivelación**

El paso siguiente consistió en la capacitación, repaso y afianzamiento de la muestra seleccionada en el manejo de operaciones básicas. De allí, que el procedimiento a seguir fue explicar el algoritmo correspondiente a cada operación, hacer una prueba de verificación y la respectiva retroalimentación. Al analizar los resultados se determinaba si se alcanzó la meta de que el 60% de los estudiantes lograra demostrar el dominio en el manejo de dichas operaciones, de lo contrario se repetía nuevamente este paso. Cuando se alcanzó la meta, se les propuso a los estudiantes que no habían logrado apropiarse del manejo operativo adecuado, ir a asesorías personalizadas extra clases.

Adicionalmente, en este proceso, específicamente en lo relacionado con las operaciones básicas de multiplicación y división, se reforzaron una serie de actividades complementarias que permitieran desmitificar la imposibilidad de aprender las tablas de multiplicar. Y, se optó por enseñar otros métodos basados en el uso o en gráficos que permitieran cambiar la visión tradicional de las mismas, y por último referenciar aplicativos webs<sup>13</sup> que le permitiera al estudiante repasar desde cualquier lugar, sabiendo de inmediato si acertó o no en el desempeño de las mismas.

### ***Pruebas estandarizadas***

Consistió en la aplicación de pruebas estandarizadas de entrada y salida, partiendo de niveles inferiores al que el estudiante se encuentra (de 3°, 5°, 9° y 11°) hasta llegar a su nivel actual. Este proceso buscaba generar confianza en el estudiante para abordar actividades matemáticas, identificando las falencias en el pensamiento matemático, retroalimentando los resultados para que se propiciara la corrección de dichas limitaciones y con ello se pudiera dar no solo un progreso que debía reflejarse en las pruebas de salida, sino el desarrollo del pensamiento matemático.

Se inició la aplicación con las Pruebas Saber 3°-que evalúan las competencias matemáticas propias del ciclo de primero a tercero de primaria- que, dado su nivel, no requerían de la elaboración de procesos matemáticos complejos, sino del manejo conceptual de algunos temas, donde máximo se necesitó de multiplicaciones y divisiones sencillas o proporciones simples. Dichas pruebas se aplicaron tanto a estudiantes de noveno como a los de grado undécimo.

Luego, se aplicaron las Pruebas Saber 5°-que evalúan las competencias matemáticas del ciclo correspondiente a cuarto y quinto de primaria-, aunque su grado de complejidad es mayor que las de 3°, en teoría, sigue siendo un nivel básico para estudiantes de noveno y undécimo. Posteriormente, se aplicaron las Pruebas Saber 9° - que evalúan las competencias matemáticas hasta el ciclo correspondiente a los grados de octavo y noveno- su grado de complejidad es mucho mayor y los estudiantes deben enfrentarse además de la parte aritmética, geométrica y estadística vista en las otras pruebas, a la parte algebraica. Para los estudiantes de noveno ésta fue la última prueba estandarizada que presentaron, mientras que los estudiantes de undécimo debieron presentar una prueba más. Así, se aplicó la Prueba Saber 11°, únicamente a los estudiantes de grado

---

<sup>13</sup> Por ejemplo:

<http://www3.gobiernodecanarias.org/medusa/eltanquematematico/Tablas/TablasIE.html>  
[http://www3.gobiernodecanarias.org/medusa/eltanquematematico/Tablas/tablapitagorica/tabla\\_pitagorica\\_p.html](http://www3.gobiernodecanarias.org/medusa/eltanquematematico/Tablas/tablapitagorica/tabla_pitagorica_p.html))

undécimo. Ésta mide las competencias matemáticas que deben tener los estudiantes que finalizan sus estudios de Básica Secundaria y Media, de allí su importancia.

Al finalizar cada una de las aplicaciones de las Pruebas Saber, se continuó con la calificación y análisis de resultados para posteriormente pasar a la retroalimentación. Proceso que, aunque es dirigido por el docente tiene como rol activo al estudiante, quien debió construir de forma conjunta con sus compañeros y con la asesoría del docente los planteamientos, procedimientos y operaciones que resolvieran satisfactoriamente cada una de las preguntas propuestas en la prueba.

Para ello, se le devuelve a cada estudiante el cuadernillo de preguntas y se organiza el grupo en parejas para que, a partir del trabajo cooperativo, y antes de la puesta grupal, procedieran a resolver nuevamente la prueba presentada. En el trabajo consensuado, el docente guía el proceso cediéndole la palabra tanto a estudiantes que no acertaron en sus respuestas como en los que respondieron acertadamente. Solo debe responder a quien se le pregunte, quien en ese momento asume el rol de mostrar y explicar a sus compañeros sus planteamientos y procedimientos para llegar a la respuesta que seleccionaron como adecuada. Esto conlleva a que sean los mismos estudiantes quienes identifiquen cual es la causa o la idea que los indujo a los errores que cometieron en la prueba, para que a partir de allí procedan a subsanar la falencia asumiendo procedimientos adecuados. (Ver anexo C: Bitácora de Retroalimentación).

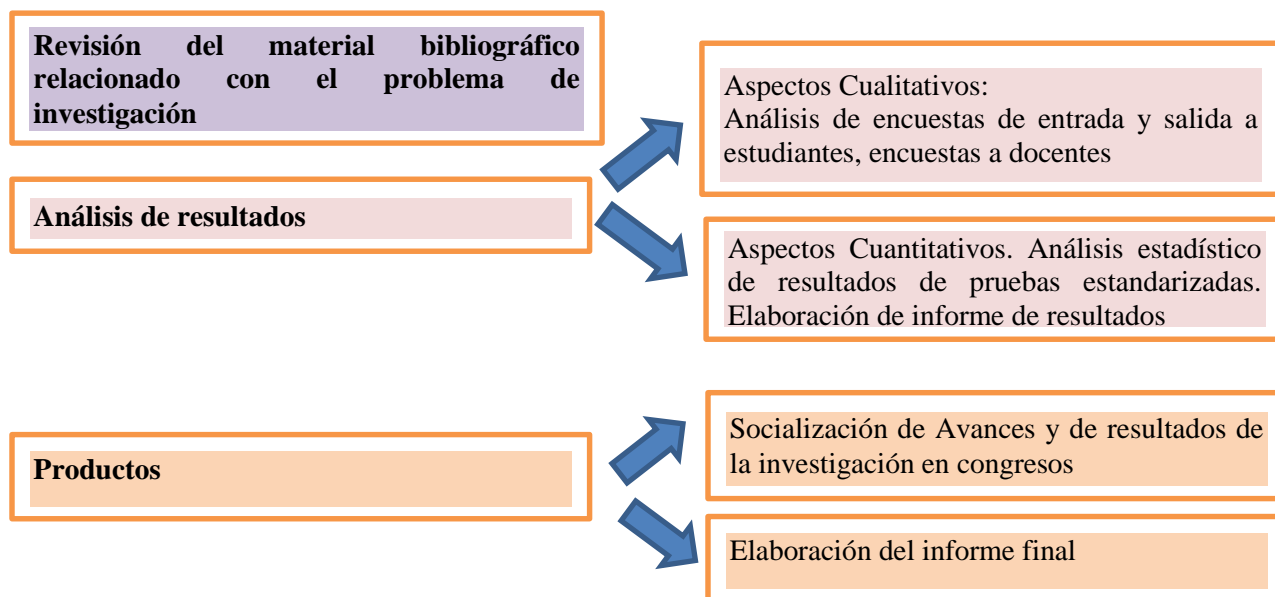
Luego de la retroalimentación de cada prueba y habiendo pasado un tiempo prudencial, se aplicaron las pruebas de salida donde el estudiante debió evidenciar con sus resultados que hubo un progreso en la adquisición, dominio, profundización y perfeccionamiento de los cinco procesos generales de la actividad matemática, lo que se denomina desarrollo del pensamiento matemático enfocado a la resolución de problemas. Por último, en este paso se realiza una retroalimentación de salida dejando a disposición de los estudiantes el cuadernillo de la prueba, recomendándoles a los que obtuvieron errores significativos que repasen las preguntas para lograr su afianzamiento y los procesos.

### **Pruebas abiertas**

Al final de la Fase II, se aplicaron las pruebas de preguntas abiertas, mediante las cuales se debía ver reflejado el progreso en el desarrollo del pensamiento matemático de los estudiantes. Así, a cada grado -novenio y undécimo- de les aplicó una prueba específica y propia de su nivel, la cual también fue retroalimentada.

## MAPA METODOLÓGICO

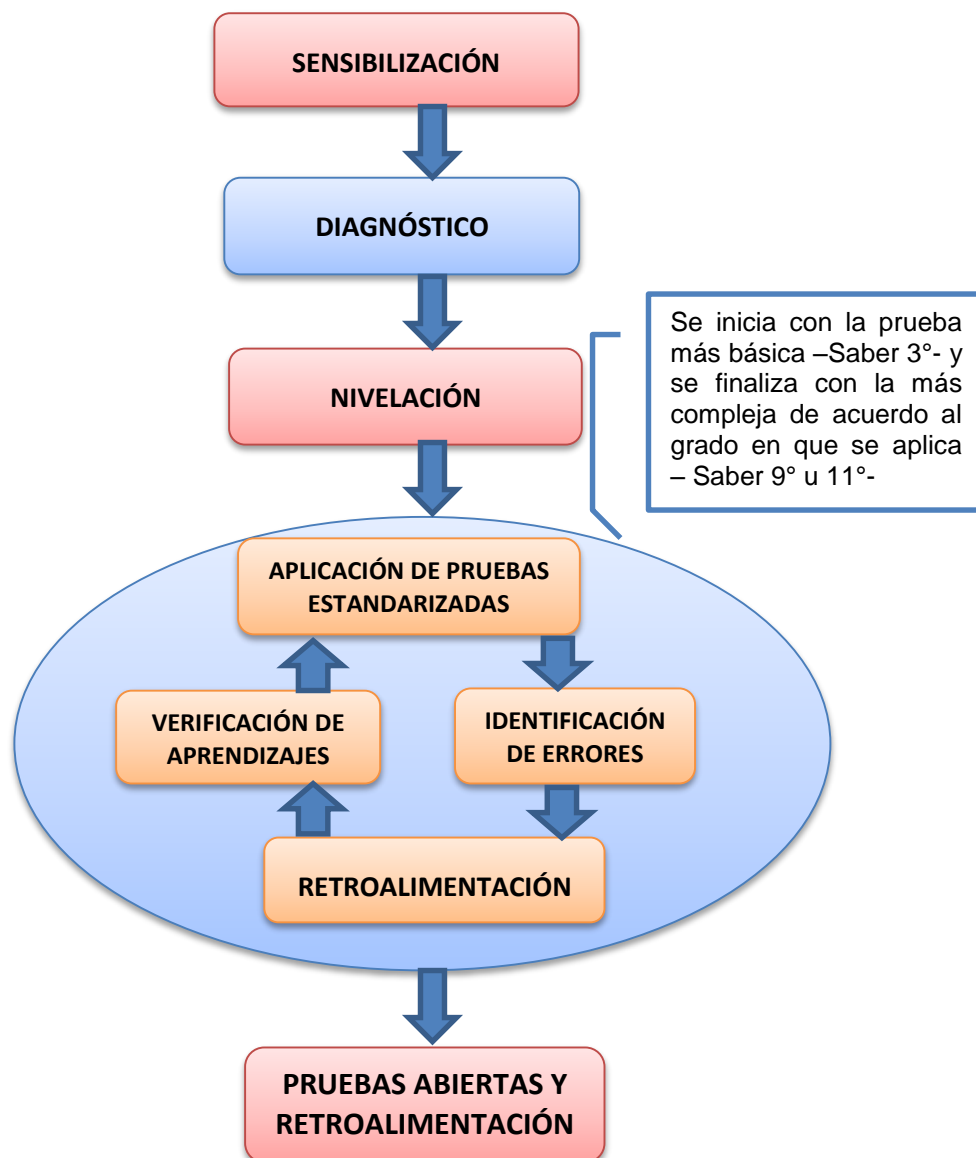
### FASE III: ANÁLISIS DE RESULTADOS



Gráfica 5. Mapa Metodológico. Fase III: Análisis de resultados.

En esta última fase, se pretendió consolidar la propuesta investigativa a través del análisis de los resultados y datos obtenidos durante la Fase II.

## 4. Estrategia de Intervención



Gráfica 6. Resumen Estrategia de intervención.

La presente estrategia de intervención tiene como finalidad desarrollar el pensamiento matemático a partir de la retroalimentación del error en la evaluación de resolución de problemas. Para ello, se inicia con la sensibilización sobre el error, se pasa por un diagnóstico y nivelación, luego, los estudiantes se enfrentan pruebas estandarizadas -las cuales están diseñadas para determinar si ellos han o no adquirido las competencias propias del nivel que cursan- aquí, los docentes deben identificar los errores cometidos, para pasar luego a una retroalimentación en la que el estudiante tiene un rol protagónico y debe participar activamente explicando a sus compañeros sus planteamientos y procedimientos. El paso siguiente, es la verificación de aprendizajes, identificando si realmente se subsanaron los errores cometidos inicialmente. Y finalmente, se llega a que el estudiante enfrente adecuadamente la prueba de preguntas abiertas, demostrando así su competencia matemática.

El primer paso para implementar la estrategia pedagógica consiste en hacer una **sensibilización** tanto a docentes como a estudiantes sobre la importancia del error en el aprendizaje, partiendo de la idea de que no es posible acercarse al conocimiento sino es a través de los errores y que éstos sólo pueden ser subsanados cuando somos conscientes de ellos. De esta forma, se puede tomar como ejemplo la vida cotidiana, en la cual sin importar los obstáculos cuando se decide aprender algo se logra, por ejemplo, se aprende a montar en bicicleta errando, a través de las caídas, los raspones y la pérdida del control de la cicla, hasta que poco a poco se va corrigiendo el método y se perfecciona la técnica, logrando dominar la bicicleta y disfrutar de esta actividad. Aquí la invitación es a dejar de lado el miedo a equivocarse y arriesgarse o decidir aprender matemáticas.

El siguiente paso de esta propuesta es partir del **diagnóstico** de operaciones básicas, identificar si los estudiantes tienen o no un dominio adecuado de las mismas. Es por ello que se realiza una prueba de operaciones básicas que deben resolver los estudiantes y en la que se identifiquen tanto las fortalezas como los errores sistemáticos que ellos cometen. Esto es de suma importancia en tanto que la operacionalización es la base para resolver problemas, y de acuerdo con la teoría del aprendizaje significativo, se debe partir de los conocimientos previos del estudiante para poder anclar los nuevos conocimientos.

Luego de aplicada la prueba diagnóstica, se procede a su revisión y análisis de estos resultados para a partir de allí realizar una **nivelación** que conlleve a que la mayoría del grupo tenga un dominio sobre las mismas; la propuesta es no avanzar hasta que mínimo el 60% de los estudiantes intervenido alcancen el dominio de las mismas. Esta nivelación consiste en explicar cada uno de los algoritmos correspondientes a las operaciones básicas, preferiblemente, empleando distintas metodologías; bien sea, a través de la lúdica, de las nuevas tecnologías, entre otras. Posteriormente, se deben hacer pruebas de avance, a las cuales no es conveniente, en su revisión, asignarle nota numérica, sino describir al estudiante en qué se equivocó, en qué aspectos debe centrarse para lograr el dominio de las mismas. Así, cuando se le devuelva los resultados a cada estudiante, y a partir de las anotaciones hechas por el docente, ellos procederán a resolverla nuevamente en el cuaderno, para posteriormente hacer la retroalimentación conjunta



donde sean los estudiantes los encargados de explicar a los compañeros el paso a paso que siguieron en cada operación.

Cuando mínimo el 60% del grupo alcance el dominio operativo se puede avanzar al siguiente paso, de lo contrario se continuará en el proceso de nivelación. Los estudiantes que no lograron operar adecuadamente, pero dado los resultados el grupo debe pasar al siguiente paso, se les hará un plan personalizado extra clases para terminar de afianzar en este proceso.

El siguiente paso consiste en la **aplicación de pruebas estandarizadas**, como el objetivo con esta aplicación es identificar los errores sistemáticos que comenten los estudiantes, se debe iniciar aplicando desde las más básica -para el caso colombiano sería la Pruebas Saber 3°- hasta llegar a la prueba correspondiente al ciclo en el que se encuentre el estudiante. Esta aplicación es espontánea, no se solicitan procedimientos ni operaciones realizadas.

En este punto, el docente debe revisar las pruebas, y proceder a **identificar los errores** presentados en las mismas, para luego del análisis de los resultados programar la **retroalimentación**, la cual se constituye en el eje central de esta propuesta, y que es contraria a simplemente señalar lo que está mal para que el estudiante solo corrija, o a la socialización, que es el espacio en que el docente simplemente muestra a sus estudiantes, de manera expresa, cuáles eran los planteamientos y procedimientos para solucionar el problema, manteniendo los roles de la educación tradicional en la que el docente es el sujeto activo, portador del conocimiento y el estudiante es pasivo, un sujeto receptor. Así, la retroalimentación debe ser entendida como el espacio guiado por el docente, en el cual el estudiante es el protagonista y a partir de la participación conjunta, se reflexionará sobre los distintos caminos y planteamientos que surgen para llegar a la solución de un problema.

Luego de la retroalimentación se pasará a la etapa de **verificación de aprendizajes**, mediante la cual se debe determinar si los estudiantes lograron o no subsanar los errores inicialmente presentados. Aquí, cabe anotar, que luego de cada prueba -sea diagnóstica, estandarizada, de verificación o de preguntas abiertas- siempre se debe programar la retroalimentación de las mismas, ya que no es suficiente con decirle al estudiante qué la solución que presentó está mal, o asignarle una nota numérica; para que realmente se dé el aprendizaje es necesario abrir espacios de reflexión y cooperación en los cuales el estudiante haga consciente su proceso, reconozca sus errores y los subsane o corrija.

Finalmente, esta estrategia pedagógica culmina con las **pruebas abiertas**, mediante las cuales se debe reflejar que el estudiante es competente de acuerdo al nivel que cursa, que el desarrollo del pensamiento matemático es adecuado.



## 5. Presentación y análisis de resultados

Para este capítulo se presentan los resultados obtenidos durante cada uno de los momentos desarrollados en la implementación de la estrategia pedagógica, así: Test de inteligencias múltiples, pruebas diagnósticas y nivelación, pruebas estandarizadas y pruebas abiertas. Adicionalmente

### 5.1 Test de Inteligencias múltiples

El resultado de la aplicación del test WAIS IV sobre inteligencias múltiples mostró en su componente de inteligencia lógica matemática un promedio de 54,2 % de un puntaje de 1 a 100, con lo que ratificó, una vez más, la necesidad de desarrollar el pensamiento matemático de los estudiantes de la IEMFS. Adicionalmente, entre sus resultados muestra que el promedio de los hombres es mayor al de las mujeres, así:

#### *Test de Inteligencias múltiples – Componente Lógico matemático*

N = 170	HOMBRES	MUJERES
Número estudiantes que aplicaron el test	88	82
Promedio componente de Inteligencia Lógico Matemática	61,70%	46,20%

**TABLA 3. PROMEDIO INTELIGENCIA LÓGICO MATEMÁTICA DE ACUERDO AL SEXO**

### 5.2 Diagnóstico y Nivelación de operaciones básicas

#### *Resultados Generales Prueba Diagnóstica de operaciones básicas*

N=170	General	11°	9°
Número de Estudiantes	170	60	110
Nota promedio	2,4	2,7	2,2
% estudiantes que ganaron	15,8%	22,5%	12,1%

**TABLA 4. RESULTADOS DIAGNÓSTICO DE OPERACIONES BÁSICAS**

Luego de realizada la primera prueba de operaciones básicas a los grupos, se obtuvo que en el grado undécimo en promedio el 77,5% de los estudiantes tiene dificultades en las operaciones aritméticas básicas, mientras que en grado noveno dicho porcentaje es mayor y asciende al 87,9%. Esto limita su aprendizaje, el desarrollo del pensamiento matemático y por ende la capacidad para resolver problemas de forma adecuada.

*Resultados de acuerdo al sexo. Prueba diagnóstica de operaciones*

<b>N=170</b>	Hombres	Mujeres
Nota promedio Grado 9°	2,3	2,1
Nota promedio Grado 11°	3,3	2,3
% que aprobaron Grado 9°	16%	9%
% que aprobaron Grado 11°	20%	3%

**TABLA 5. RESULTADOS DE ACUERDO AL SEXO. PRUEBA DIAGNÓSTICA DE OPERACIONES**

Adicionalmente, al analizar los resultados obtenidos en esta prueba, de acuerdo al sexo, se evidencia que, en los dos grados, los hombres presentan un mejor desempeño que las mujeres, y que, si bien en grado noveno la diferencia entre ambos no es muy amplia, en grado undécimo sí se hace notoria.

Es debido a estos resultados que se hizo necesario realizar el proceso de nivelación, con el fin de subsanar los errores encontrados, que en su mayoría obedecían al dominio de operaciones como la multiplicación y división. Durante este proceso, no se les asignó nota numérica a las pruebas presentadas por los estudiantes, sino que se les hacía la observación de lo que debían mejorar, de cuál era el error que estaban cometiendo para que ellos con la ayuda de sus compañeros y de ayudas didácticas poco a poco los subsanaran. Cuando el 60% de los estudiantes alcanzó el dominio de las operaciones básicas se pasó a la aplicación de pruebas estandarizadas.

### 5.3 Pruebas estandarizadas

A continuación, se presentan los resultados obtenidos en las pruebas estandarizadas que se aplicaron – a la muestra seleccionada de estudiantes de noveno y undécimo- tanto de entrada como de salida, correspondientes a Saber 3°, Saber 5°, Saber 9° y Saber 11°. Aclarando que esta última solo se aplicó a los 60 estudiantes de grado undécimo, ya que los de grado noveno todavía no han alcanzado las competencias que allí se evalúan.

### Pruebas Saber 3°

#### Resultados Comparativos Pruebas Saber 3°

Descripción	Entrada 11°	Entrada 9°	Salida 11°	Salida 9°
Promedio Preguntas erradas	2,2	3,7	0,45	1,21
Promedio Preguntas erradas Mujeres	2,5	3,6	0,5	1,02
Promedio Preguntas erradas Hombres	1,9	3,6	0,4	1,4
Promedio Puntaje prueba	4,7	4,7	4,94	4,28
Promedio Puntaje Hombres	3	3	4,5	4,57
Promedio Puntaje Mujeres	7,4	7,4	4,48	4,29
Preguntas más erradas	24,22,36, 38, 40, 43	24,22,36, 38, 40, 43	24,36,44	24,36,44
% Mujeres Últimos puestos	75%	54,2%	57,1%	42,7%
% Hombres Últimos puestos	25%	45,8%	42,9%	57,3%

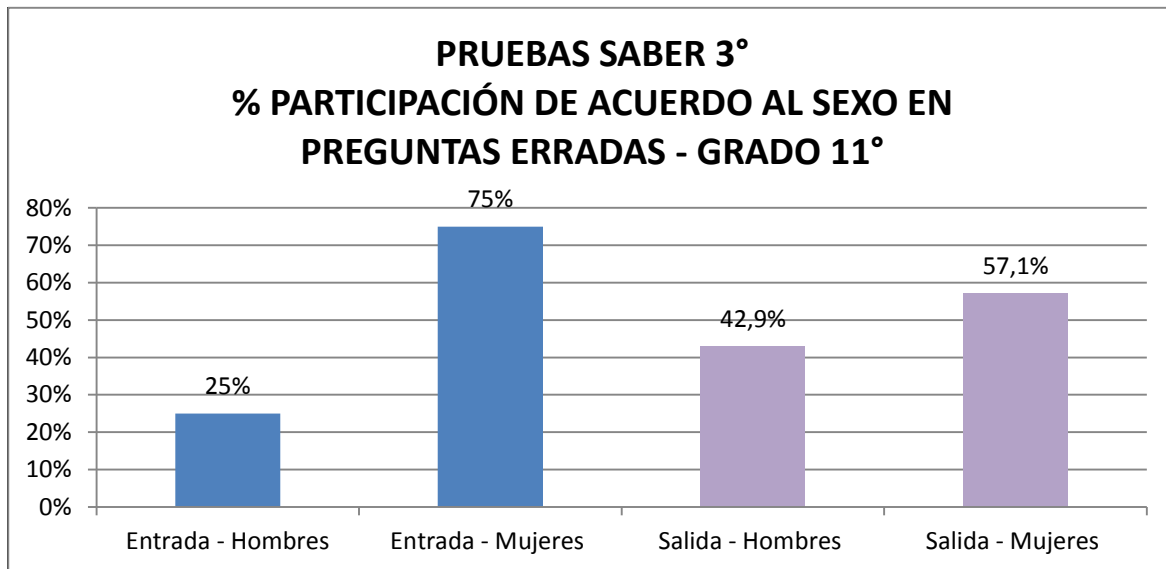
**TABLA 6. RESULTADOS COMPARATIVOS PRUEBAS SABER 3°**

Para efectos del análisis de estos resultados, es pertinente establecer que, se entiende por progreso el desarrollo, la adquisición, dominio, profundización y perfeccionamiento de los cinco procesos generales de la actividad matemática, denominada desarrollo del pensamiento matemático obtenido entre las pruebas de entrada mediadas por la retroalimentación y las pruebas de salida del mismo nivel. Teniendo en cuenta que, dada la complejidad de las pruebas, a medida que el nivel de complejidad aumenta el progreso va siendo menor. Así, el progreso alcanzado en las Pruebas Saber 3°, en el caso de 9° se alcanzó en promedio un 65% y en el grado 11° casi un 80%.

Los resultados obtenidos en la aplicación de la prueba de entrada de tercero de primaria, mostró que en grado undécimo tres estudiantes acertaron en todas las preguntas -dos de los cuales son hombres y una es mujer. Mientras que seis estudiantes pertenecen al rango que más errores cometieron y que oscilan entre cuatro y once errores. Esto refleja un desequilibrio entre el grado que cursan y su nivel de desarrollo del pensamiento matemático.

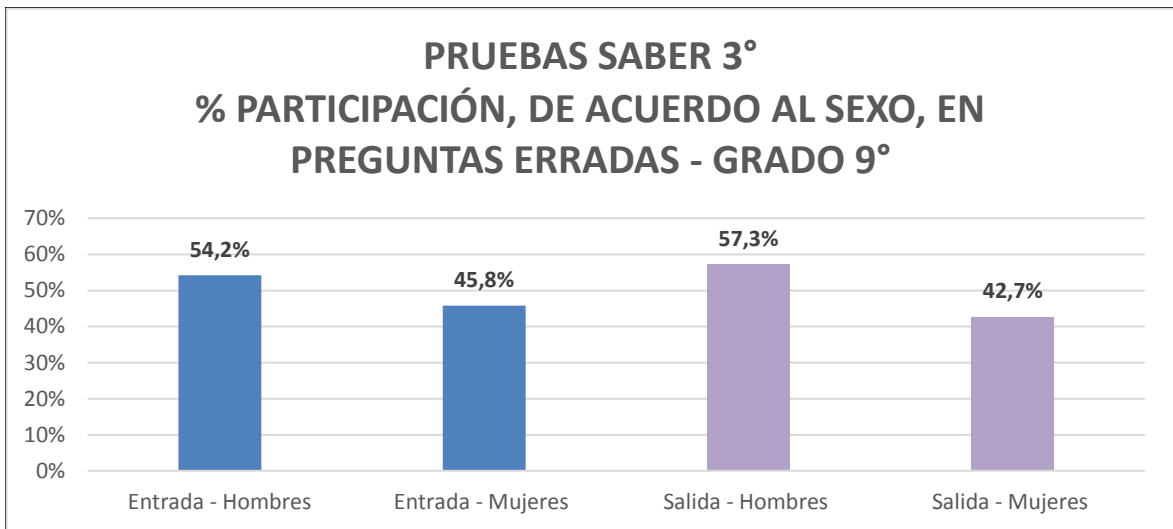
En comparación con los estudiantes de grado undécimo, los estudiantes de grado noveno presentaron un desempeño más bajo en las Pruebas Saber 3°. Por ejemplo, mientras que el promedio de preguntas erradas de la prueba de entrada, presentada por los grados undécimo- fue de 2,2, en el grado noveno fue de 3,7. Aquí radica la importancia de asumir la retroalimentación como eje dinamizador que permitió que el estudiante perdiera el temor a no aprobar; y darse a la tarea de reflexionar sobre su aprendizaje, a hacer sus errores mediante la interacción con sus compañeros. Todo ello mediado por un ambiente de respeto y cooperación. Y comprender que la importancia de la evaluación radica, no en la nota, sino en la demostración de la adquisición de competencias y conocimientos.

A continuación, se presentan las gráficas correspondientes a los resultados de las Pruebas Saber 3° aplicadas en grado noveno y undécimo, sobre el porcentaje de participación, de acuerdo al sexo, en las preguntas erradas. Es decir, del total de preguntas erradas -que representa el 100%- se verifica qué porcentaje corresponde a hombres y cuál a mujeres. Aquí es importante aclarar que, aunque en el gráfico se presentan los dos momentos -entrada y salida- no es pertinente compararlos entre sí ya que el objetivo de estos gráficos es establecer, de acuerdo al sexo, quién presenta mejor desempeño en las pruebas.



Gráfica 7. Saber 3°. Porcentaje de Participación, de acuerdo al sexo, en preguntas erradas. Grado 11°

En la Prueba Saber 3°, los estudiantes de grado undécimo, hombres obtuvieron un 78,9% de progreso y las mujeres un 80%. Igualmente, cabe destacar que, el desempeño de los hombres sigue siendo mejor que el de las mujeres, manteniéndose la tendencia del Test de inteligencias múltiples y las pruebas diagnósticas de operaciones básicas. Y, por tanto, el progreso de las mujeres se hace más notorio que el de los hombres.



Gráfica 8. Saber 3°. Porcentaje de Participación, de acuerdo al sexo, en preguntas erradas. Grado 9°

En Prueba Saber 3°, los estudiantes de grado noveno, hombres obtuvieron un 61.1% de progreso y las mujeres un 71,7%. De allí que, se puede decir que el proceso de retroalimentación posibilita que los estudiantes subsanen sus errores y por tanto mejoren su desempeño académico.

Antes de pasar a las pruebas estandarizadas de quinto, se realiza la retroalimentación de la prueba de salida, dejando a disposición de los estudiantes el cuadernillo de la prueba, recomendándoles a los que obtuvieron errores significativos actividades extra clase para afianzar en las preguntas y los procesos ya que presentando de nuevo la tendencia a equivocarse en los puntos N° 36, 44.

Finalmente, a continuación, se relacionan las preguntas que más errores presentaron, así:

Pregunta 38:

Valentina hizo este dibujo en su cuaderno.



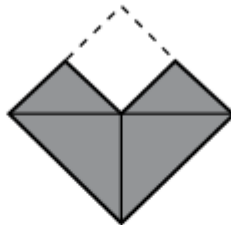
En el dibujo **NO** se observa

- A. un círculo.
- B. un triángulo.
- C. algunos ángulos.
- D. segmentos paralelos.

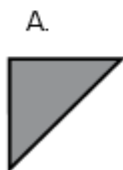
Fue la que más errores presentó por parte de los estudiantes. Con esto se evidencian fallas conceptuales en cuanto a lo espacial y los sistemas numéricos. Y puede afirmarse que los estudiantes no reconocen claramente las nociones de horizontalidad, verticalidad, paralelismo y perpendicularidad en los diferentes contextos.

Pregunta 40:

Paola está armando una figura y le falta una sola pieza para completarla.



¿Cuál pieza le falta?



También tiene un componente geométrico. Fue la segunda pregunta que más errores presentó. Mostrando una falencia en el pensamiento espacial y sistemas numéricos, al no reconocer con precisión la congruencia y la semejanza entre figuras (ampliar, reducir y comparar).

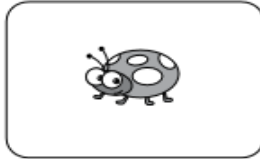
Las preguntas siguientes fueron las terceras en orden de importancia donde erraron en la agrupación de elementos y el concepto básico de mayor qué.



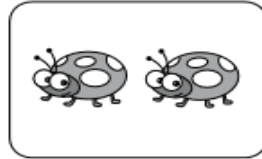
Pregunta 34

¿Cuál de los siguientes conjuntos tiene más de 3 elementos?

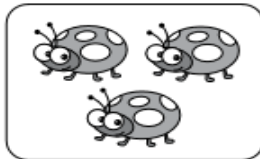
A.



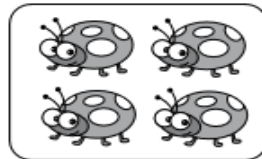
B.



C.



D.



Durante la retroalimentación, algunos estudiantes manifestaron que el error se debió a que entendieron que con 3 elementos era suficiente: De esto se puede deducir que hay fallas conceptuales en cuanto a lo numérico y sistemas numéricos, por lo que no se reconoce las propiedades de los números y la relación entre ellos (Ser mayor que, menor que, múltiplo y divisible).

Pregunta 35

En una fiesta, el payaso realizó una actividad con los invitados y formó grupos con el mismo número de integrantes. Observa.



¿De qué otra manera el payaso pudo haber formado los grupos, si quería que tuvieran el mismo número de integrantes?

A.



B.



C.



D.



Aquí ocurre algo similar que en la pregunta 34. El error surge al contar el número total de invitados, lo que muestra que no reconoce las propiedades de los números y relación entre ellos (Ser mayor que, menor que, múltiplo y divisible).

Pregunta 39

El precio de algunas láminas en una tienda se muestra en la tabla.

<i>Número de láminas</i>	<i>Precio</i>
1	\$200
2	\$400
?	\$1.200

*Tabla*

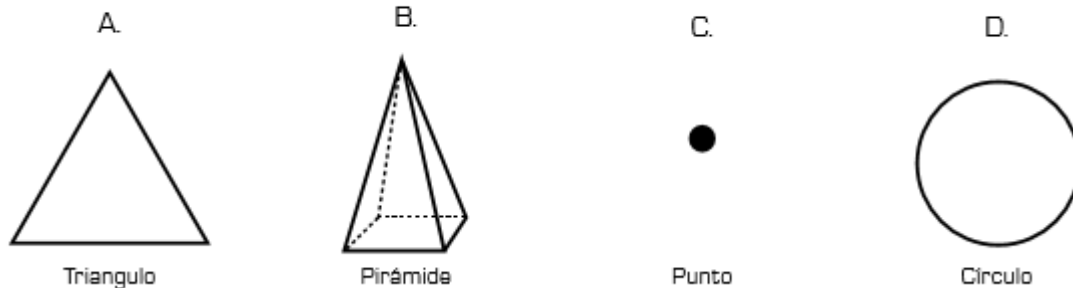
¿Cuántas láminas en total se pueden comprar con \$1.200?

- A. 1
- B. 2
- C. 4
- D. 6

Aquí, se puede decir que los estudiantes no usaron estrategias de cálculo acertado (cálculo mental) y de estimación para resolver problemas en situaciones aditivas y multiplicativas, lo que refleja que el desarrollo de su pensamiento numérico y sistemas numéricos, no es adecuado.

Pregunta 42

¿A cuál de los siguientes objetos geométricos le puedes medir largo, ancho y alto?



Al errar en esta pregunta, se puede decir que no hay claridad conceptual de las características del círculo y del punto, además, falta propiedad para diferenciar las características de una figura plana y una tridimensional. Mostrando una falencia en el pensamiento espacial y sistemas geométricos al no diferenciar atributos y propiedades de objetos tridimensionales.

Finalmente, se puede decir que los errores son recurrentes en ambos grados, coincidiendo en que las preguntas que más se equivocaron fueron las mismas – las N° 22, 34, 35, 38, 39,40-. La diferencia fue que en noveno hubo otro porcentaje en menor escala de preguntas erradas adicionales. Además, también coincidió que los hombres fueron un poco más rápidos para contestar la prueba usando en promedio 23 minutos contra 25 minutos en el grado undécimo, y 25,8 contra 27,9 minutos respectivamente en noveno grado.



### Pruebas Saber 5°

Luego de terminar con la aplicación de las Pruebas Saber 3°, se continua el proceso correspondiente a las de quinto. El procedimiento a seguir es el mismo: se aplica una prueba de entrada, se identifican los errores recurrentes o significativos, se realiza la retroalimentación y se verifica si se corrigieron o no dichos errores presentados inicialmente, mediante la prueba de salida. A continuación, se presenta la tabla resumen con los resultados comparativos entre la prueba de entrada y salida, discriminado por grado.

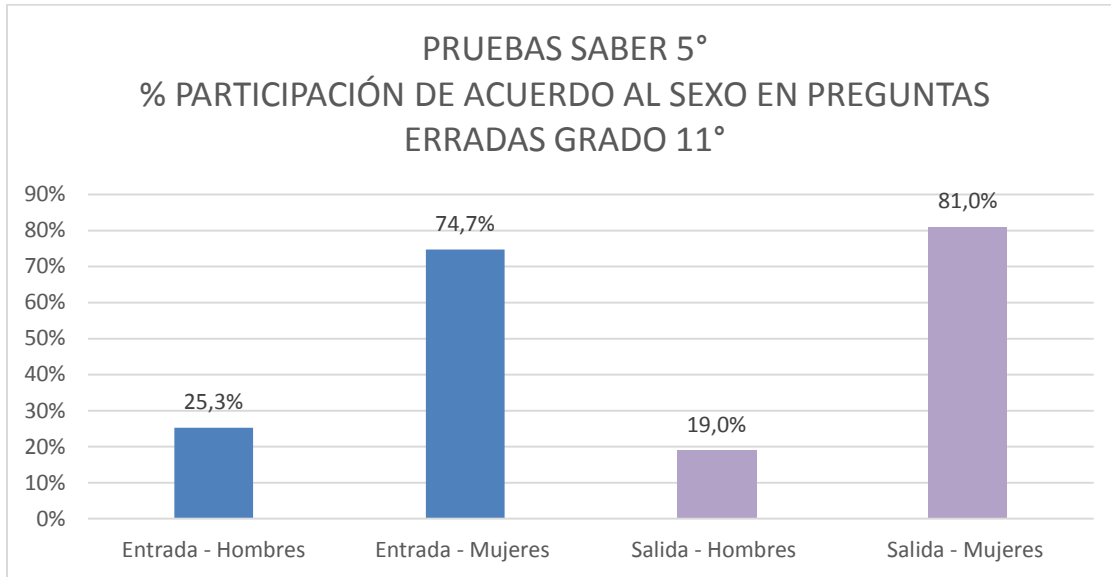
#### Resultados Comparativos Pruebas Saber 5°

Descriptor	Entrada 11°	Entrada 9°	Salida 11°	Salida 9°
Promedio Preguntas erradas	7,6	11,5	3	6,1
Promedio Preguntas erradas Mujeres	5,2	13,7	5,29	4,45
Promedio Preguntas erradas Hombres	9,9	9,2	1,73	4,27
Promedio de Puntaje prueba	4,2	3,79	4,5	4,36
Promedio. Puntaje hombres	4,4	3,75	4,8	4,46
Promedio. Puntaje Mujeres	4	3,9	4,4	4,28
Preguntas más erradas	22,24,30, 45,46,47,48	22,24,30, 45,46,47,48	22,24,30, 45,46,47,48	22,24,30, 45,46,47,48
% Mujeres Últimos puestos	74,7%	70%	81%	45,22
% Hombres Últimos puestos	25,3%	30%	19%	74,78

**TABLA 7. RESULTADOS COMPARATIVOS PRUEBAS SABER 5°**

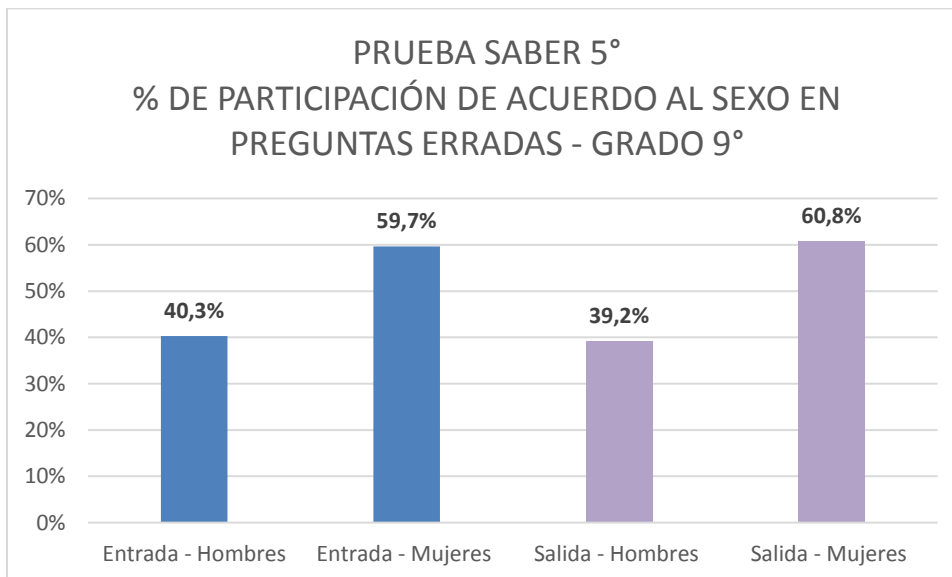
Los resultados obtenidos en esta prueba reflejan la tendencia del progreso en las Pruebas de salida con respecto a las de entrada. Y, a excepción, del promedio de preguntas erradas de las mujeres en la prueba de entrada de grado 11°, los hombres obtuvieron mejores resultados. Igualmente, continua la tendencia a que los errores son sistemáticos, por lo que independiente del nivel y si la prueba es de entrada o salida, las preguntas en las que más se equivocaron fueron las mismas.

A continuación, se presentan los gráficos comparativos para cada grado, de las Pruebas Saber 5° del porcentaje de participación, acuerdo al sexo, en el total de preguntas erradas.



*Gráfica 9. Saber 5°. Porcentaje de Participación, de acuerdo al sexo, en preguntas erradas. Grado 11°*

De acuerdo con el gráfico, se mantiene la tendencia de que los hombres tienen menos porcentaje de participación en el total de preguntas erradas que las mujeres. Adicionalmente, en esta prueba, ellos obtuvieron un 82,52 % de progreso respecto a los resultados que presentaron en la prueba de entrada.



*Gráfica 10. Saber 5°. Porcentaje de Participación, de acuerdo al sexo, en preguntas erradas. Grado 9°*

Aunque se mantiene la tendencia de que los hombres obtienen mejores desempeños de los estudiantes, en esta gráfica se muestra que el progreso de las mujeres fue mayor con respecto a la prueba de entrada, alcanzando el 67, 52%, mientras que el de los hombres fue de 53, 59%.

Así, puede decirse que la retroalimentación en el grado noveno fue efectiva en más del 75% y en el grado once en más del 85% diferencia marcada por la cantidad de estudiantes en cada grado -en noveno hay más estudiantes que en grado undécimo- por lo que cuando es menos la cantidad de estudiantes hay menos disertaciones y son más efectivas, y por ende se da la consolidación de nuevos aprendizajes.

A continuación, se presenta la relación de las preguntas donde más se equivocaron en cada uno de los grados, discriminando la cantidad de estudiantes, así:

*Relación de Preguntas más Erradas Grado 11°*

N° de pregunta	48	47	46	45	30	24	22
Número de estudiantes erraron	10	13	14	11	20	11	9

TABLA 8. RELACIÓN DE PREGUNTAS MÁS ERRADAS GRADO 11° PRUEBAS SABER 5°

Los estudiantes de grado 11° se equivocaron más en las preguntas 30, 46 y 47, mientras que los de grado 9° lo hicieron en las preguntas 46, 30 y 24

*Relación de Preguntas más Erradas Grado 9°*

N° de pregunta	48	47	46	45	30	24	22	42	40	31
Número de estudiantes erraron	64	61	80	49	76	67	43	55	53	49

TABLA 9. RELACIÓN DE PREGUNTAS MÁS ERRADAS GRADO 9° PRUEBAS SABER 5°

En este punto, se detallan las preguntas – en orden numérico- que presentaron mayor frecuencia de errores, así:

**Pregunta 22.**

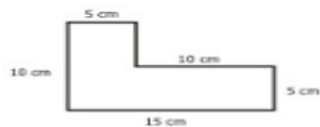
**22.** Claudia tomó 12 metros de cinta amarilla y 20 metros de cinta azul y los cortó de forma que resultaran pedazos del mismo tamaño, no sobrara cinta y fueran de la mayor longitud posible. ¿Cuál es la longitud de cada pedazo?

- A. 3 metros.
- B. 4 metros.
- C. 5 metros.
- D. 6 metros.

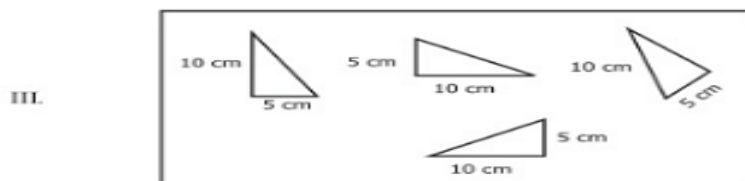
La mayoría de los estudiantes que se equivocaron, seleccionaron la opción D que era la mayor longitud. Pero, esta opción no cumplía con la condición de que no sobrara cinta. Lo que refleja que los estudiantes no describen e interpretan adecuadamente las propiedades y relaciones de los números y sus operaciones (divisibilidad, ya que 20 no es divisible por 6, y no cumple la condición de que no sobre nada).

## Pregunta N°24

24. La figura que se muestra a continuación se debe construir usando piezas.



Se dispone de los siguientes grupos de piezas:



La figura se puede construir utilizando las piezas del (os) grupo(s)

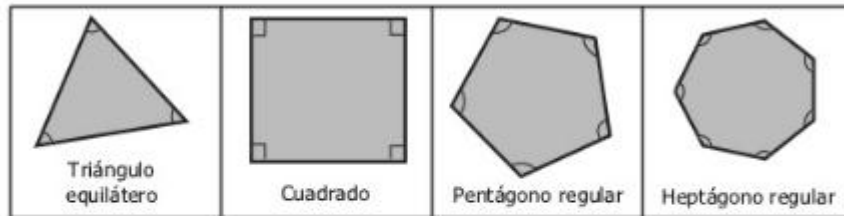
- A. I solamente.
- B. I y II solamente.
- C. II y III solamente.
- D. III solamente.

En esta pregunta se equivocaron 78 estudiantes – 67 de noveno y 11 de undécimo-equivalentes al 46%. Donde la mayoría seleccionó la opción A como respuesta, lo que evidencia, una vez más, las limitaciones que tienen en cuanto a lo espacial y a los sistemas geométricos al no identificar y justificar relaciones de congruencia y semejanza adecuada y completamente.



Pregunta N°30

Observa los ángulos de las siguientes figuras:



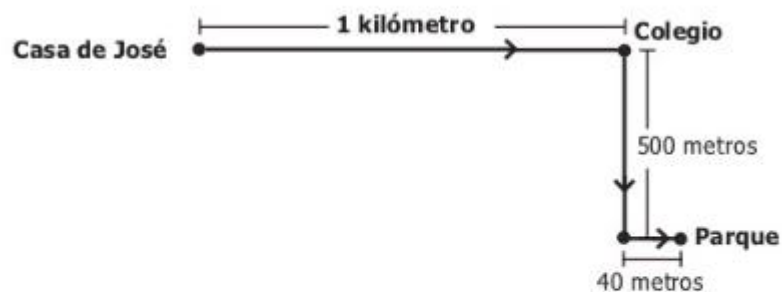
30. ¿Cuál de las figuras tiene ángulos agudos?

- A. El triángulo equilátero.
- B. El cuadrado.
- C. El pentágono regular.
- D. El heptágono regular.

En esta pregunta se equivocaron en total 96 estudiantes, equivalentes al 56%. Esto refleja la falta de manejo conceptual en cuanto a lo espacial y a los sistemas geométricos, ya que no comparan y clasifican figuras bidimensionales de acuerdo a sus componentes (ángulos, vértices) y características.

Pregunta N°45

45. La siguiente gráfica muestra el recorrido que realiza José, desde su casa hasta el parque.



¿Qué distancia recorrió José desde su casa hasta el parque?

- A. 541 metros.
- B. 541 kilómetros.
- C. 1.540 metros.
- D. 1.540 kilómetros.

La mayoría de los estudiantes que se equivocaron en esta pregunta escogieron la opción D, equivocándose no en el valor numérico sino en la medida seleccionada. Aquí se

muestran debilidades en el pensamiento métrico y sistema de medidas al no seleccionar unidades, tanto convencionales como estandarizadas, apropiadas para diferentes mediciones.

#### Pregunta N°46

46. Un número es divisible por 3 si al sumar sus cifras resulta un múltiplo de 3. Por ejemplo, 219, 48 y 12 son números divisibles por 3.

171 es divisible por 3 porque

- A. 171 es un número primo.
- B. 171 es un número impar.
- C.  $1 \times 7 \times 1$  es múltiplo de 3.
- D.  $1 + 7 + 1$  es múltiplo de 3.

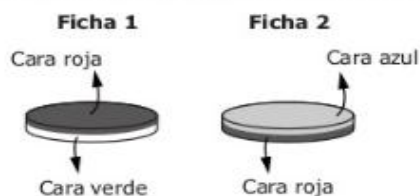
En esta pregunta se equivocaron en total 94 estudiantes (55%), quienes en su mayoría escogieron la opción B como respuesta, confundiendo la divisibilidad por tres con el carácter de impar. Mostrando dificultades – además de la competencia lectora- en el pensamiento métrico y sistema de medidas al no resolver y formular problemas cuya estrategia de solución requiera de las relaciones y propiedades de los números naturales y sus operaciones.

#### Pregunta N°47

En esta pregunta se equivocaron el 44% de los estudiantes, quienes en su mayoría escogieron la opción A la cual es una condición probable si se hubieran lanzado las dos fichas. Mostrando fallas en el pensamiento aleatorio y sistemas de datos, ya que no conjeturan o ponen a prueba predicciones acerca de la posibilidad de ocurrencia de un evento.

#### RESPONDE LAS PREGUNTAS 47 Y 48 DE ACUERDO CON LA SIGUIENTE INFORMACIÓN

Jhony tiene dos fichas. El color de las dos caras de cada ficha se muestra a continuación.



47. Jhony lanzó la Ficha 1 y sin levantarla miró el color de la cara. La probabilidad de que la cara sea roja es

- A. el doble de que sea verde.
- B. la mitad de que sea azul.
- C. igual a la de ser verde.
- D. la cuarta parte de la de ser azul.

48. Jhony lanza las dos fichas al suelo y sin levantarlas mira el color de sus caras. Es **imposible** que Jhony observe

- A. una cara roja y una cara verde.
- B. una cara roja y una cara azul.
- C. dos caras rojas.
- D. dos caras azules.

## Pregunta N°48

En esta pregunta también se equivocaron 74 estudiantes escogiendo la mayoría la opción uno la cual es imposible por su eventualidad es mutuamente excluyente, lo que muestra un error en la interpretación y una falencia en el pensamiento aleatorio y sistemas de datos, ya que no conjeturan o ponen a prueba predicciones acerca de la posibilidad de ocurrencia de un evento.

**Pruebas Saber 9°**

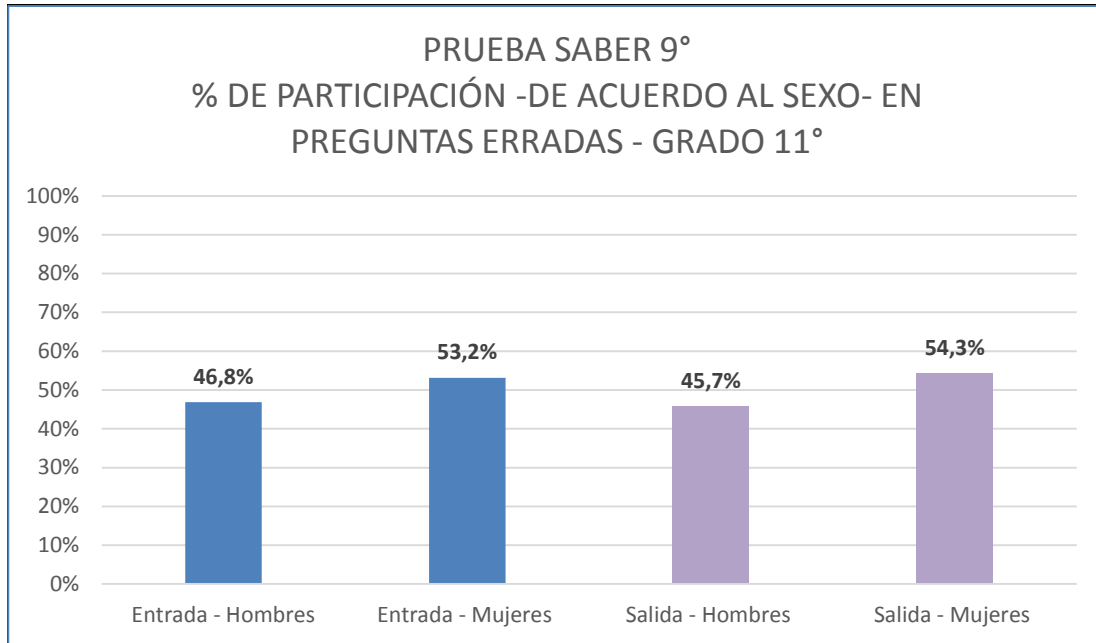
De las pruebas estandarizadas esta es la última que se aplica al grado noveno. Su aplicación cumplió con los mismos parámetros que se emplearon en las de tercero y quinto.

*Resultados comparativos Pruebas Saber 9°*

<b>Prueba</b>	<b>Entrada 11°</b>	<b>Entrada 9°</b>	<b>Salida 11°</b>	<b>Salida 9°</b>
Promedio Preguntas erradas	26,2	31,03	15,36	16,01
Promedio Preguntas erradas Mujeres	27,7	32,4	16,16	17,9
Promedio Preguntas erradas Hombres	24,4	29,9	13,59	15,9
Promedio de Puntaje prueba	2,81	2,13	3,57	3,52
Promedio Puntaje hombres	3,11	2	3,52	3,34
Promedio Puntaje Mujeres	2,47	2,25	3,66	35,53
Preguntas más erradas	54. 51, 49, 48, 47, 34, 20, 18	54. 51, 49, 48, 47, 34, 20, 18	54. 51, 49, 48, 47, 34, 20, 18	54. 51, 49, 48, 47, 34, 20, 18
% Mujeres Últimos puestos	53,2%	52%	54,3%	53%
% Hombres Últimos puestos	46,8%	48%	45,7%	47%

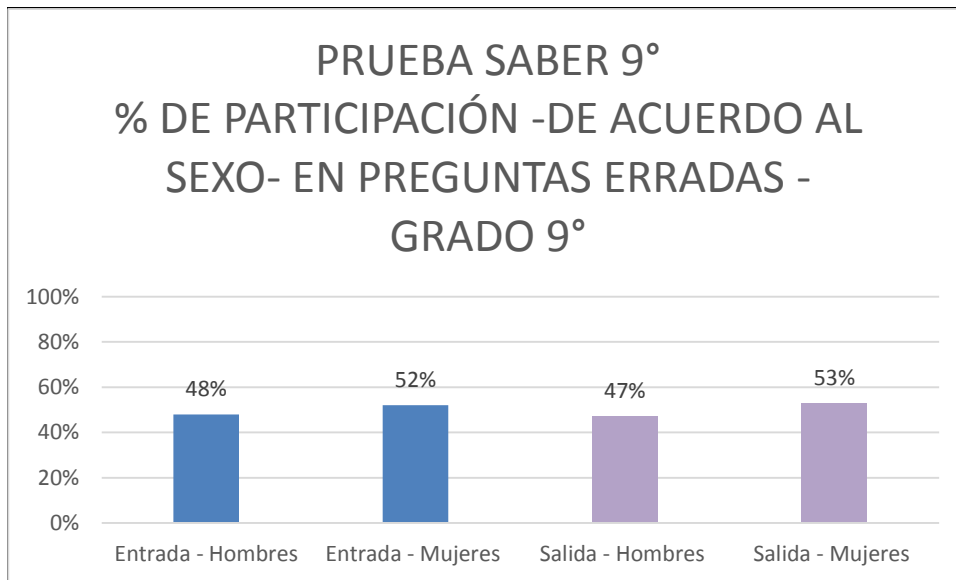
**TABLA 10. RESULTADOS COMPARATIVOS PRUEBAS SABER 9°**

Los resultados de la aplicación de la Prueba Saber 9° – luego de realizada la retroalimentación de entrada y la prueba de salida- del grado undécimo reflejó que los estudiantes pasaron de 26,2 preguntas erradas en promedio a 15,3 preguntas, lo que muestra una reducción efectiva de 41,6 %. A su vez, los estudiantes del grado noveno pasaron de un promedio de 31,03 preguntas erradas a 16,9; mostrando una reducción efectiva de 45,5%. Dado lo anterior – al igual que los resultados obtenidos en las Pruebas Saber 3° y Saber 5°-, se puede decir que la retroalimentación como estrategia constante, posibilita desarrollar el pensamiento matemático, ya que gracias a la reflexión y el rol activo del estudiante permiten que ellos hagan conscientes sus errores – obviamente no en su totalidad, pero sí en gran medida- y, por ende, subsanen los mismos.



*Gráfica 11. Saber 9°. Porcentaje de Participación, de acuerdo al sexo, en preguntas erradas. Grado 11°*

En esta gráfica, de los resultados de la Prueba Saber 9° aplicada al grado 11°, se refleja que hay muy poca diferencia entre la participación de acuerdo al sexo en preguntas erradas, aunque se mantiene la tendencia de que los hombres obtienen mejor resultado que las mujeres, al tener menos porcentaje de participación. Lo mismo ocurre con los resultados del grado 9° tal como se muestra a continuación:



*Gráfica 12. Saber 9°. Porcentaje de Participación, de acuerdo al sexo, en preguntas erradas. Grado 9°*

A continuación, se relacionan las preguntas donde más erraron los estudiantes del grado undécimo y noveno:

*Relación de Preguntas más Erradas Grado 11°*

N° de pregunta	54	51	49	48	47	34	20	18
Número de estudiantes erraron	26	27	25	28	33	28	30	24

TABLA 11. RELACIÓN DE PREGUNTAS MÁS ERRADAS GRADO 11° PRUEBAS SABER 9°

Los estudiantes de grado 11° se equivocaron más en las preguntas 47, 20, 48 y 34 mientras que los de grado 9° lo hicieron en las preguntas 47, 51 y 32.

*Relación de Preguntas más Erradas Grado 9°*

N° de pregunta	54	51	49	48	47	34	20	18	44	36	32	22
Número de estudiantes erraron	99	103	96	98	109	101	78	100	99	100	102	64

TABLA 12. RELACIÓN DE PREGUNTAS MÁS ERRADAS GRADO 9° PRUEBAS SABER 9°

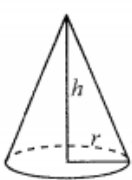
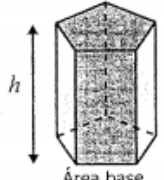
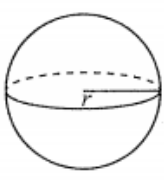
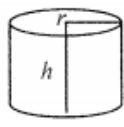
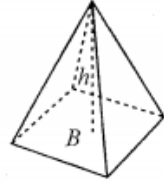
Ahora, se presentan las 5 preguntas que en general fueron las que más equivocaciones presentaron los estudiantes:

1. Pregunta N°47

Para realizar un experimento botánico, María abre un agujero en su patio con una forma y volumen muy específicos. La ecuación que describe este volumen es

$$\pi r^2 h + \frac{2\pi r^3}{3}$$

Donde  $r$  y  $h$  corresponden a las dimensiones de los sólidos que representan el agujero. La tabla muestra las fórmulas para hallar los volúmenes de los sólidos más comunes.

				
Cono $V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$	Prisma $V = \text{área base} \times h$	Esfera $V = \frac{4}{3} \pi r^3$	Cilindro $V = \pi r^2 h$	Pirámide $V = \frac{1}{3} \text{área base} \times h$

Tabla

Para el experimento se necesita un recipiente con la forma exacta. La descripción que debe suministrar María al mandar hacer el recipiente de acuerdo con la expresión establecida, es que sea

- A. un prisma sobre una pirámide de base cuadrada.
- B. un cono debajo de un cilindro.
- C. un cilindro sobre la mitad de una esfera.
- D. una esfera sobre otra un tercio más pequeña.

El 84% de los estudiantes -es decir, 142 estudiantes de los 170- no acertaron esta pregunta. Esto implica, que tienen dificultades a la hora de leer e interpretar formulas

adecuadamente, por lo que se debió hacer énfasis en el pensamiento métrico y sistemas de medidas, y generalizar procedimientos de cálculo para encontrar el área o el volumen de figuras planas o sólidos.

## 2. Pregunta N°51

Se llama progresión aritmética a la serie de números que guarda una misma diferencia entre cualesquiera dos términos sucesivos de ella. Por ejemplo, la serie de números 4, 10, 16, 22, 28... es una progresión aritmética ya que la diferencia entre dos términos sucesivos será siempre igual a 6 ( $10 - 4 = 6$ ;  $16 - 10 = 6$ ;  $22 - 16 = 6$ ;  $28 - 22 = 6$ ).

Si en una progresión aritmética el primer término es 6 y el quinto término es 34, ¿cuál es la diferencia entre dos términos sucesivos?

- A. 40.
- B. 28.
- C. 14.
- D. 7.

Esta pregunta no fue acertada por 130 estudiantes, siendo la opción B la más común. Esto, hace referencia a que no entendieron el concepto de progresión aritmética reduciendo la expresión de diferencia a una resta entre los datos dados. Aquí, se evidencia dificultad con el pensamiento numérico y los sistemas de números, al no resolver problemas o simplificar cálculos usando propiedades de los números reales y de las operaciones entre ellos.

## 3. Pregunta N°34

34. Un estudio sobre la edad de los 100 estudiantes de undécimo en un colegio revela la información que se muestra en la tabla.

Edad	No. estudiantes
15	12
16	$n$
17	$m$
18	$78 - n - m$
19	10

Tabla

Se sabe que la mediana es de 16 años. ¿Cuáles de los siguientes valores pueden tomar las variables  $n$  y  $m$  para que esto sea verdad?

- A.  $n = 20$ ;  $m = 18$
- B.  $n = 30$ ;  $m = 40$
- C.  $n = 39$ ;  $m = 22$
- D.  $n = 50$ ;  $m = 50$

En esta pregunta se equivocaron 129 estudiantes, equivalente al 76% de la muestra. La mayoría de estudiantes, escogió como respuesta la opción A, desconociendo que la media es el dato central, que lo restringen a 16 (el dato 50 y 51 por ser número par). Es por ello, que se reflejan dificultades en el pensamiento aleatorio y sistema de datos al no

interpretar correctamente y utilizar conceptos como media, moda y mediana y explícito en sus diferencias en distribuciones de distinta dispersión y asimetría.

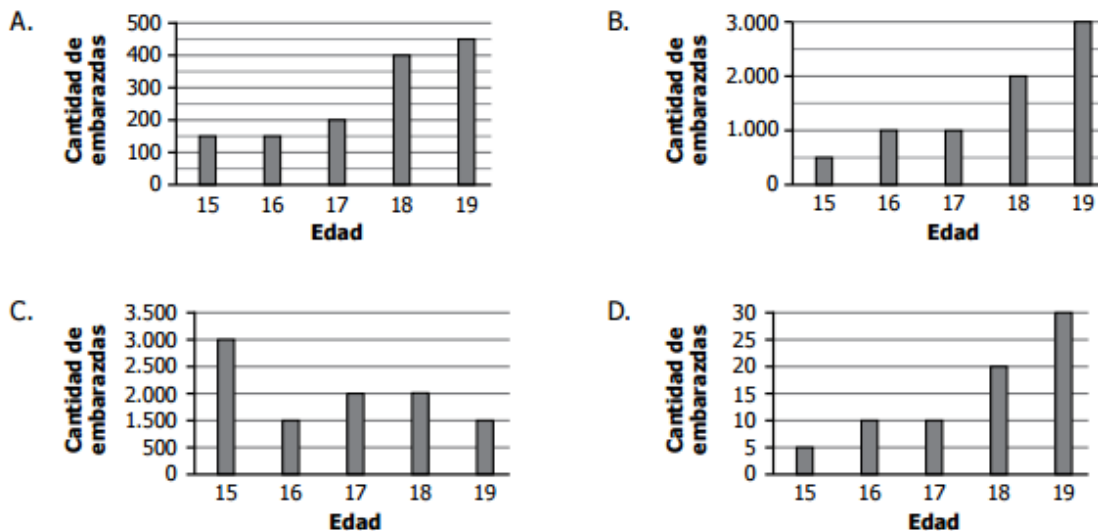
4. Pregunta N°48

La tabla muestra la incidencia de embarazos en mujeres adolescentes en una ciudad.

Edad	Porcentaje de adolescentes que han estado embarazadas	Número de adolescentes que han estado embarazadas	Población total de mujeres adolescentes
15	5%	150	3.000
16	10%	150	1.500
17	10%	200	2.000
18	20%	400	2.000
19	30%	450	1.500

Tabla

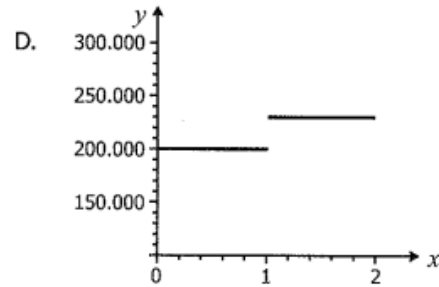
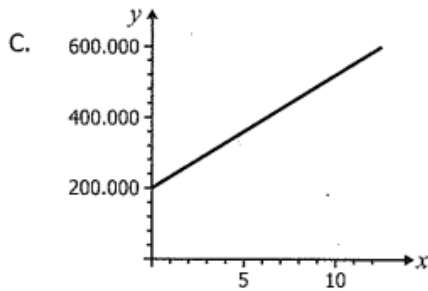
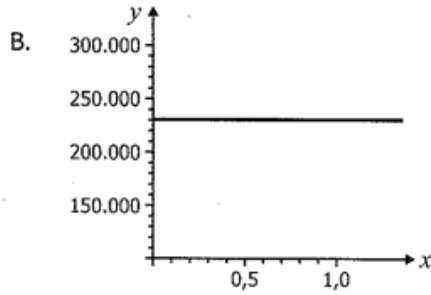
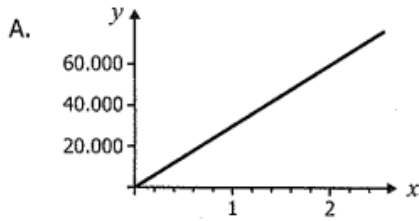
La gráfica que ilustra la cantidad de embarazos por grupo de edad es



El 74% de los estudiantes se equivocó en esta pregunta, y la mayoría seleccionó la opción C, por lo que se puede afirmar que hubo una mala interpretación de la pregunta, ya que la gráfica correspondiente a esa opción solo muestra la población total de mujeres adolescentes y no el número de mujeres embarazadas. Aquí, se reflejan dificultades en el pensamiento aleatorio y sistema de datos al no interpretar analítica y críticamente la información estadística proveniente de diversas fuentes.

5. Pregunta N°20

20. Una compañía de telas modela el costo de producción ( $y$ ) con la ecuación  $y = 30.000x + 200.000$ , donde  $x$  es el número de metros de tela producidos. La gráfica que corresponde al costo de producción de la compañía es



En esta pregunta se equivocaron 108 estudiantes, que equivalen al 64% de la muestra, siendo la opción B la que seleccionó la mayoría. Por lo que se puede afirmar que hay manejo inadecuado de conceptos como pendiente de la recta e intersección. Esto, refleja dificultades en el pensamiento variacional y sistemas algebraicos y analíticos, al no identificar las propiedades de las gráficas y de las ecuaciones algebraicas.



**Pruebas Saber 11º**

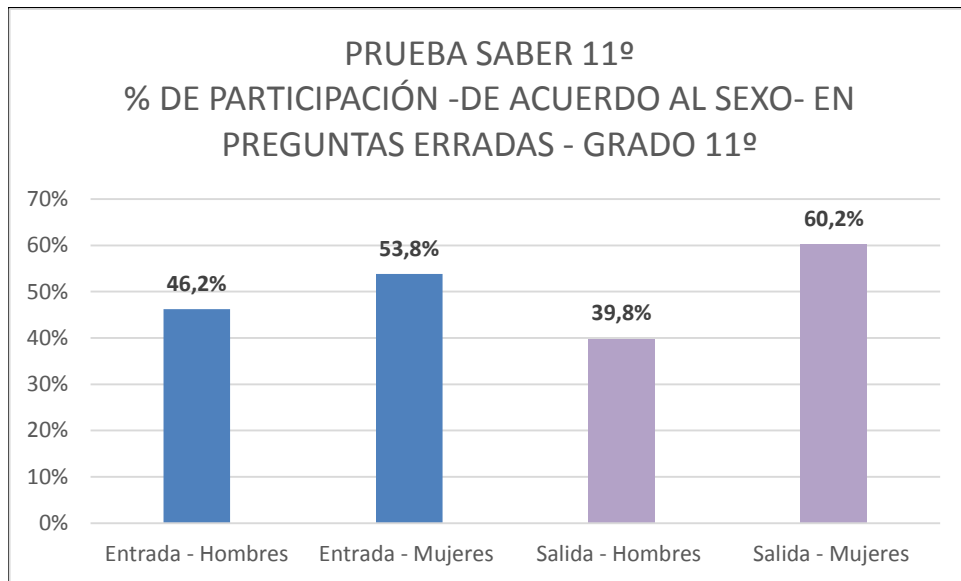
Éstas, fueron las últimas pruebas estandarizadas que se aplicaron.

*Resultados comparativos Pruebas Saber 11º*

Prueba	Entrada 11º	Salida 11º
Promedio Preguntas erradas	9,2	2,95
Promedio Preguntas erradas Mujeres	9,8	3,4
Promedio Preguntas erradas Hombres	8,4	2,25
Promedio de Puntaje prueba	1,44	4
Promedio Puntaje hombres	1,68	4,1
Promedio Puntaje Mujeres	1,52	3,84
Preguntas más erradas	17,17,19,26,27,29	17,17,19,26,27,29
% Mujeres Últimos puestos	51,72%	75%
% Hombres Últimos puestos	48,28%	25%

**TABLA 13. RESULTADOS COMPARATIVOS PRUEBAS SABER 11º**

En esta prueba se termina de ratificar que los hombres presentan mejor desempeño que las mujeres, y que la retroalimentación posibilita subsanar -no en su totalidad- los errores presentados inicialmente. En promedio, los hombres se equivocaron en la prueba de entrada en 8,4 preguntas en comparación con las mujeres que no acertaron en un promedio de 9,8.



**Gráfica 13. Saber 11º. Porcentaje de Participación, de acuerdo al sexo, en preguntas erradas. Grado 11º**

En estas pruebas, los hombres obtuvieron un 73,2% de progreso y las mujeres 65,3%. En la prueba de salida en promedio los estudiantes se equivocaron en 2,9 preguntas

teniendo una retroalimentación efectiva en un 68,5 %; donde los hombres en promedio se equivocaron en 2,2 pregunta y las mujeres 3,4 preguntas en promedio.

## 5.4 Preguntas abiertas

Las preguntas abiertas están divididas en cinco bloques, ligados a las siguientes competencias: Interpretación de datos, formulación y ejecución, validación y evaluación, variacional y aleatoriedad.

A continuación, se muestran los resultados obtenidos en las pruebas abiertas.

Competencia: Interpretación de datos
De Entrada: La prueba de entrada consta de 5 preguntas donde en promedio se respondió acertadamente el equivalente a 3,5. Tenía un componente conceptual, otro algebraico y numérico.
De salida: Luego de la retroalimentación todos en promedio respondieron acertadamente el equivalente a 4,6 puntos de 5. Con un nivel de progreso de 67%

**TABLA 14. RESULTADOS COMPETENCIA INTERPRETACIÓN DE DATOS**

El estudiante debe entender y hacerse cargo de situaciones problema que incluyan la comprensión de información y representación de la misma: El nivel de asertividad en este componente refleja el trabajo realizado en las pruebas estandarizadas, ya que la gran mayoría de los conceptos fueron repasados y afianzados, aunque el desafío en este nivel es plantear las situaciones propuestas algebraicamente y para ello las deben entender.

Competencia: formulación y ejecución
De Entrada: La prueba de entrada consta de 5 preguntas donde en promedio se respondió acertadamente el equivalente a 3,3. También, se tenía un componente conceptual, gráfico y estadístico
De salida: Luego de la retroalimentación todos en promedio respondieron acertadamente el equivalente a 4,4 puntos de 5. Con un nivel de progreso de 64.7 %

**TABLA 15. RESULTADOS COMPETENCIA FORMULACIÓN Y EJECUCIÓN**

El estudiante debe identificar el problema, proponer una solución y desarrollarla modelándola o usando herramientas cuantitativas (aritméticas, métricas, geométricas, algebraicas elementales, de probabilidad y estadística).

Competencia: validación y evaluación
De Entrada: La prueba de entrada consta de 5 preguntas donde en promedio se respondió acertadamente el equivalente a 3. Contaba con un componente de interpretación de tablas e información.
De salida: Luego de la retroalimentación todos en promedio respondieron acertadamente el equivalente a 4,0 puntos de 5. Con un nivel de progreso de 50 %

**TABLA 16. RESULTADOS COMPETENCIA VALIDACIÓN Y EVALUACIÓN**

El estudiante debe justificar o refutar resultados, hipótesis o conclusiones relacionadas a la interpretación de información y modelación de situaciones propuestas.

Competencia: Variacional
De Entrada: La prueba de entrada consta de 5 preguntas donde en promedio se respondió acertadamente el equivalente a 2.8. Tenía componentes de inferencia de información, triángulos y sus partes, tipo de graficas e información sobre ellas.
De salida: Luego de la retroalimentación todos en promedio respondieron acertadamente el equivalente a 4,2 puntos de 5. Con un nivel de progreso de 63.63 %

**TABLA 17. RESULTADOS COMPETENCIA VARIACIONAL**

El estudiante debe resolver situaciones problema enmarcadas en propuestas de relaciones entre cantidades, funciones, formas de representar, relaciones matemáticas y el análisis de cambio.

Competencia: Aleatoria
De Entrada: La prueba de entrada consta de 5 preguntas donde en promedio de respondió acertadamente el equivalente a 2,1. Tenía componentes de probabilidad de sucesos causales.
De salida: Luego de la retroalimentación todos en promedio respondieron acertadamente el equivalente a 2,9 puntos de 5. Con un nivel de progreso de 27,58%

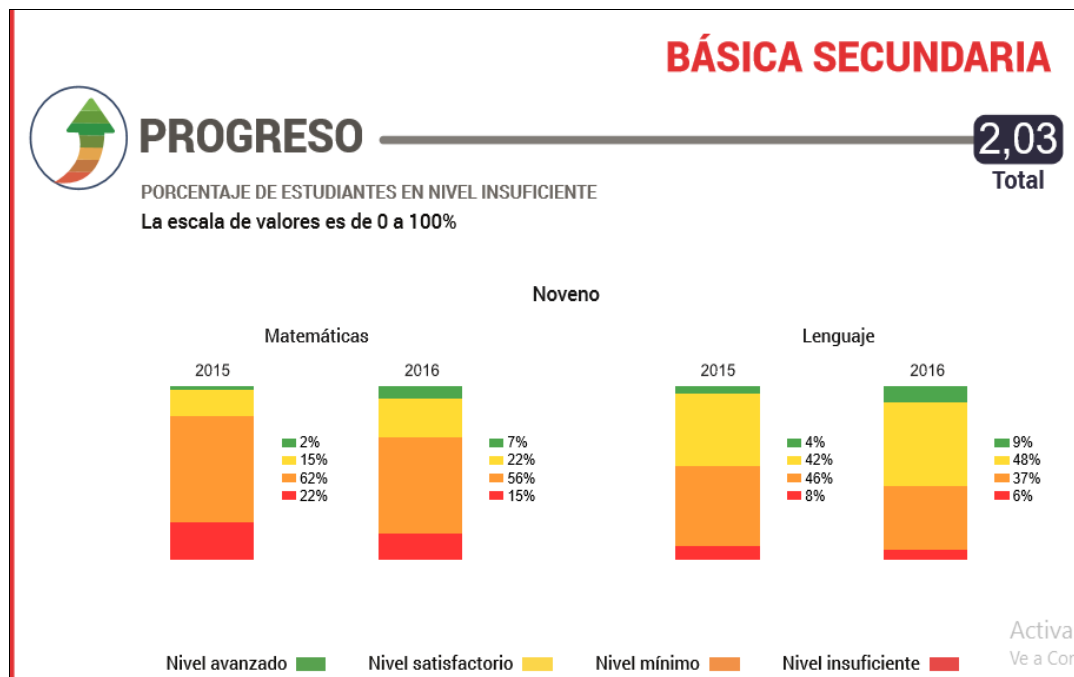
**TABLA 18. RESULTADOS COMPETENCIA ALEATORIA**

El estudiante debe resolver situaciones problema enmarcadas en propuestas que dependen de algún suceso casual, azaroso o probabilístico. (Ver instrumento de prueba de preguntas abiertas en Anexo A)

A pesar de que las diferentes competencias relacionadas a la actividad matemática, que desarrollan el pensamiento matemático muestran un progreso, el tiempo de intervención debe ser mayor por la complejidad que alcanzan al ser abordados de manera seria y formativa. Por otro lado, se debe afianzar estos nuevos conocimientos mediante la retroalimentación sistemática a través del año escolar en pro de evitar que esta información se quede en la memoria temporal de los estudiantes y se convierta en una competencia permanente,

## 5.5 Pruebas externas

De acuerdo a los resultados obtenidos en las Pruebas Saber 2016, se obtuvo un progreso en las pruebas externas, Saber 11 y Saber 9, en el área de matemáticas de dos y tres puntos respectivamente, en relación con el año inmediatamente anterior. Aquí, se hace necesario aclarar que las Pruebas Saber 11 los resultados vienen discriminados tanto por institución como por estudiante, mientras que las de Saber 9 el informe solo es institucional.



Gráfica 14. Progreso Pruebas Saber Básica Secundaria- Aplicada a Grado Noveno<sup>14</sup>

Dado lo anterior, se puede decir que, aunque la estrategia no impactó a todos los estudiantes, vinculados con la IEMFS, que presentaron las pruebas puede decirse, que se reconoce como un resultado positivo de la aplicación del presente proyecto investigativo en tanto que, de cuatro grupos de noveno que se evaluaron tres fueron intervenidos con la presente propuesta. Y, en relación a los resultados de la media, en las pruebas Saber 11, al contar con los resultados discriminados estudiante por estudiante fue posible hacer el rastreo y determinar que el progreso en el promedio de 2016 (que para el área de matemáticas fue de 56,51<sup>15</sup>) en contraste con el del 2015 (cuyo promedio fue de 55,29<sup>16</sup>) fue gracias a que los estudiantes que fueron intervenidos con esta estrategia obtuvieron mejor puntaje en el área que los que no fueron intervenidos.

Igualmente, se debe decir que, pese a que hay mejoras en los resultados externos, éstos no se encuentran en un nivel ideal, por ejemplo, en las pruebas Saber 11, en una escala de 1 a 100 el promedio de la IEMFS es de 56,51, lo que significa que todavía hay mucho

<sup>14</sup> Tomado del Informe ISCE 2017 de la IEMFS, el cual se puede consultar en:

[http://diae.mineducacion.gov.co/dia\\_e/documentos/2017/105001002119.pdf](http://diae.mineducacion.gov.co/dia_e/documentos/2017/105001002119.pdf)

<sup>15</sup> Consultar resultados agregados 2016-2 por Institución, en: <http://www.icfes.gov.co/instituciones-educativas-y-secretarias/saber-11/resultados-agregados-saber-11/resultados-agregados-2016-2>

<sup>16</sup> Consultar resultados agregados 2015-2 por Institución, en: <http://www.icfes.gov.co/instituciones-educativas-y-secretarias/saber-11/resultados-agregados-saber-11/resultados-agregados-2015-2>

por trabajar para lograr que los estudiantes desarrollen el pensamiento matemático y sean competentes.



## 6. Conclusiones y recomendaciones

### 6.1 Conclusiones

Luego de los resultados obtenidos con la aplicación de la estrategia pedagógica, se puede concluir que:

1. Los docentes deben buscar mecanismos que le permita reconocer más detalladamente los procesos que llevan los estudiantes que tiene a cargo, con el fin de hallar la forma de potenciarlos. Además de adaptar sus planeaciones a las necesidades académicas de su población, sin dejar de lado los avances tecnológicos y recursos didácticos que hagan que la práctica pedagógica sea más eficaz, más motivadora y desarrolle el pensamiento matemático necesario para el nivel que se encuentre el estudiante.
2. El desarrollo del pensamiento matemático está ligado a la adquisición de los cinco procesos de la actividad matemática que a su vez requieren de un nivel de operatividad básica (suma, resta, multiplicación y división), por ende, se hace necesario asumir actividades de nivelación que desarrollen esta competencia específica.
3. La sensibilización – tanto de los docentes como de los estudiantes que participaron en la aplicación de esta estrategia- con respecto a la importancia del error en el proceso de aprendizaje, el dejar de lado el temor a equivocarse y el realizar un trabajo en el aula donde lo importante no es la evaluación sino el aprendizaje basado en un ambiente de respeto y cooperación, constituyen el fundamento para que realmente se construya colectivamente el conocimiento.
4. Los estudiantes muestran mayor aceptación y comprensión de los temas cuando ellos interactúan activamente en el proceso de aprendizaje. Así, la retroalimentación de las pruebas, generó motivación, análisis espontáneo y trabajo en equipo en un ambiente de respeto y cooperación, generando un acercamiento a la construcción colectiva de conocimiento.
5. La nivelación de operaciones básicas es fundamental antes de implementar la estrategia de intervención. El saber operar es la base para solucionar problemas adecuadamente, así, la identificación de los errores procedimentales en las mismas, le permite al estudiante adquirir confianza en el desarrollo de sus procesos y aumentar el grado de operatividad en el manejo de números reales en general, por ende, aumenta su capacidad de plantear y resolver problemas propuestos.

6. La retroalimentación, entendida como el espacio en que los estudiantes pueden identificar sus propios errores y construir colectivamente el conocimiento, es necesaria para que realmente se dé el desarrollo del pensamiento matemático. Ya que, cuando se concibe como el espacio en que el docente le muestra los errores a los estudiantes o simplemente él corrige las pruebas mostrando los procedimientos como deben ser, el estudiante no logra subsanar sus errores.
7. Se debe fortalecer la enseñanza de la geometría y la estadística, ya que son las áreas que más errores presentaron los estudiantes en las distintas pruebas que se aplicaron. Por lo que debe hacerse énfasis no solo en lo conceptual sino también en lo procedimental, todo ello aplicado en contexto.
8. A lo largo de las distintas pruebas aplicadas, los hombres obtuvieron un mejor desempeño, aunque en general, tanto hombres como mujeres luego de las retroalimentaciones, lograron progresar con respecto a su punto inicial.
9. Aunque se evidenció un progreso en el desarrollo del pensamiento matemático de los estudiantes, éste todavía no se encuentra en el punto ideal. Por tanto, hay que continuar con las retroalimentaciones sistemáticas y propiciando en el aula de clase ambientes adecuados para que el aprendizaje se dé de forma adecuada.
10. Los resultados del año 2016 que corresponden al periodo de la intervención son entregados en el año 2017 y muestran una mejoría significativa en promedio de casi 2 puntos por estudiante, afianzando el área de matemáticas como una de las mejores áreas en la IEMFS en cuanto estos resultados. Además, de posicionarla entre las 20 mejores instituciones educativas de carácter público en el Municipio de Medellín.

## 6.2 Recomendaciones

Se presentan como una serie de aspectos que se podrían realizar en un futuro para emprender investigaciones similares o fortalecer la investigación realizada.

- La institución educativa debe fomentar el uso del laboratorio de matemáticas, además de dotarlo adecuadamente, para facilitar la realización de las actividades de retroalimentación planeadas para la clase en este tipo de intervención, debido a que preparar el aula como se requiere, afecta el tiempo de las actividades.
- Planear capacitaciones personalizadas y constantes para los docentes del área, ayudándoles a crear estrategias y bitácoras de retroalimentación, suministrándoles material didáctico relacionado con pruebas estandarizadas bien sea físicas o digitales para trabajo sincrónico o asincrónico.




- Buscar estrategias que motiven a los estudiantes a participar de manera activa, autónoma y significativa en los procesos de retroalimentación, en aras al desarrollo del pensamiento matemático en interacción con sus pares.
- El éxito o la eficiencia de los procesos de nivelación y retroalimentación van ligados directamente a la motivación que reciba el estudiante y al grado de concientización que alcance, por lo que deben acompañarse de charlas referentes a la necesidad de la construcción de un proyecto de vida real, alcanzable y ligado a procesos educativos referentes a llegar a la universidad.
- Se sugiere implementar la estrategia de intervención propuesta con los estudiantes Básica primaria, secundaria y media. Esto con el fin de propiciar el desarrollo del pensamiento matemático que conlleve a un mejoramiento académico en el área de matemática a nivel institucional. Adicionalmente, se deja abierta la posibilidad de implementar dicha estrategia en otras áreas, haciendo las adaptaciones necesarias de acuerdo a la didáctica y a los contextos específicos de cada una de ellas.



# A. Anexo: Formatos Utilizados

## Encuesta de Caracterización de Estudiantes

	<b>INSTITUCIÓN EDUCATIVA MARCO FIDEL SUÁREZ</b>
	<b>ENCUESTA DE CARACTERIZACIÓN DE ESTUDIANTES</b>

<b>SEDE:</b> ESTADIO	<b>JORNADA:</b> MAÑANA	<b>AÑO</b> 2016
----------------------	------------------------	-----------------

### 1. INFORMACIÓN GENERAL DEL ESTUDIANTE

<b>NOMBRE COMPLETO DEL ESTUDIANTE</b>			
<b>GRADO</b>	<b>GÉNERO</b>	<b>EDAD</b>	<b>FECHA Y LUGAR DE NACIMIENTO</b>
	FEMENINO <input type="checkbox"/> MASCULINO <input type="checkbox"/>		

### 2. INFORMACIÓN FAMILIAR

<b>ESTRATO SOCIOECONÓMICO</b>	<b>COMUNA</b>	<b>BARRIO EN QUE VIVE</b>	<b>CON QUIÉN VIVE EL ESTUDIANTE</b>
<b>NOMBRE DEL PADRE</b>		<b>OCUPACIÓN</b>	<b>HASTA QUÉ AÑO ESTUDIÓ TU PAPÁ</b>
<b>NOMBRE DE LA MADRE</b>		<b>OCUPACIÓN</b>	<b>HASTA QUÉ AÑO ESTUDIÓ TU MAMÁ</b>
<b>No. HERMANOS</b>	<b>LUGAR QUE OCUPA EN LA FAMILIA</b>	<b>¿CUÁNTAS PERSONAS TRABAJAN EN TU NÚCLEO FAMILIAR?</b>	

### 3. INFORMACIÓN ACADÉMICA

<b>GRADO QUE CURSÓ EN 2015</b>	<b>INSTITUCIÓN EDUCATIVA ANTERIOR</b>	<b>ÁREA DE MEJOR DESEMPEÑO</b>	<b>¿POR QUÉ CONSIDERAS QUE TE VA MEJOR EN DICHA ÁREA?</b>
<b>ÁREA DE MÁS BAJO DESEMPEÑO</b>	<b>¿POR QUÉ CONSIDERAS QUE LOS RESULTADOS OBTENIDOS, EN DICHA ÁREA, NO SON BUENOS ?</b>		<b>IMAGINA TU VIDA EN DIEZ AÑOS, ¿QUÉ OCUPACIÓN O PROFESIÓN ESTARÁS DESEMPEÑANDO?</b>

## **Encuesta de Entrada Sobre Evaluación y Concepción del Error** (Aplicada a Estudiantes)

### **ENCUESTA DE ENTRADA SOBRE EVALUACIÓN Y CONCEPCIÓN DEL ERROR**

Estimado Estudiante:

De manera respetuosa, solicitamos su colaboración en la realización de la encuesta que presentamos a continuación. Su opinión es de suma importancia, y la información recolectada va a enriquecer el proyecto de investigación que se está llevando a cabo y cuyo objetivo es **Desarrollar el pensamiento matemático a partir de la retroalimentación de los errores en la evaluación con resolución de problemas.**

Le agradecemos que responda con la mayor sinceridad y seriedad posible para que la información recolectada sea válida. Le reiteramos nuestro agradecimiento por la colaboración prestada.

#### **INSTRUCCIONES:**

Por favor, diligencie la encuesta con lapicero negro y letra legible.

EDAD _____	GÉNERO: Femenino _____ Masculino _____	ESTRATO SOCIOECONÓMICO: _____
FECHA: _____	INSTITUCIÓN EDUCATIVA _____	GRADO: _____

#### **PREGUNTA**

1. Escribe tres palabras que describan lo que para ti significa *Evaluación*

\_\_\_\_\_

2. En el momento en que te van a hacer una evaluación, ¿qué es lo primero que piensas?

\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

3. ¿Para qué crees que sirve la evaluación?

\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

4. ¿Cuándo te va mal en una evaluación de matemáticas a qué crees que se debe?

\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

<p>5. ¿Cómo te gustaría que te evaluaran en matemáticas? Explica.</p> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/>
<p>6. Cuando pierdes una evaluación, ¿la revisas y resuelves de nuevo para verificar en qué te equivocaste? Explica.</p> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/>
<p>7. Para ti, ¿qué significa cometer un error en matemáticas?</p> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/>
<p>8. ¿Consideras que se puede aprender de nuestros mismos errores? Explica.</p> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/>
<p>9. ¿Por qué crees que se cometen errores al resolver problemas en matemáticas? Explica.</p> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/>
<p>10. ¿Cómo buscas solucionar los errores que cometes al resolver problemas en matemáticas?</p> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/>

## **Encuesta de Entrada Sobre Desempeño y Resolución de Problemas en Matemáticas** (Aplicada a Estudiantes)

### **ENCUESTA DE ENTRADA SOBRE DESEMPEÑO Y RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS EN MATEMÁTICAS**

Estimado Estudiante:

De manera respetuosa, solicitamos su colaboración en la realización de la encuesta que presentamos a continuación. Su opinión es de suma importancia, y la información recolectada va a enriquecer el proyecto de investigación que se está llevando a cabo y cuyo objetivo es **Desarrollar el pensamiento matemático a partir de la retroalimentación de los errores en la evaluación con resolución de problemas.**

Le agradecemos que responda con la mayor sinceridad y seriedad posible para que la información recolectada sea válida. Le reiteramos nuestro agradecimiento por la colaboración prestada.

#### **INSTRUCCIONES:**

Por favor, diligencie la encuesta con lapicero negro y letra legible.

EDAD: _____	GÉNERO: Femenino _____ Masculino _____	ESTRATO SOCIOECONÓMICO: _____
FECHA: _____	INSTITUCIÓN EDUCATIVA _____	GRADO: _____

#### **PREGUNTA**

1. Cuando se nombra la palabra matemáticas, ¿qué es lo primero que piensas o sientes?

---



---



---



---

2. ¿Qué tanto te gustan las matemáticas? Explica

---



---



---



---

3. ¿Cómo consideras que es tu desempeño en el área de matemáticas? Explica

---



---



---



---

<p>4. ¿Consideras que estudiar matemáticas es importante para tu vida cotidiana? Explica</p> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/>
<p>5. Escribe dos fortalezas y dos dificultades que consideras que tienes en el área de matemáticas</p> <p><b>FORTALEZAS:</b> _____</p> <p><b>DIFICULTADES:</b> _____</p>
<p>6. Para ti, ¿cuál es la diferencia entre un ejercicio y un problema matemático?</p> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/>
<p>7. ¿Cómo consideras que es tu desempeño al resolver problemas matemáticos? Explica.</p> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/>
<p>8. ¿Cuáles son los errores frecuentes que cometes a la hora de resolver problemas matemáticos? Explica.</p> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/>

## Evaluaciones Diagnósticas de Operaciones básicas (Aplicada a Estudiantes)

### EVALUACIÓN DIAGNOSTICA OPERACIONES BÁSICAS INSTITUCION EDUCATIVA MARCO FIDEL SUAREZ

Nombre: \_\_\_\_\_ fecha: \_\_\_\_\_ Grado: \_\_\_\_\_

1. Realice las operaciones indicadas (sumas y restas):

$$-86,878 + 9,88765 - 43,86953 - 89,76 + 8,9609675 + 9,5784 - 32,876 + 45,9 - 36,7 + 899,88.$$

**Nota:** Se deben organizar los números decimales para sumar o restar de modo que las comas coincidan, una debajo de la otra.

**Sugerencia:** Opere primero todos los positivos y obtenga el resultado, luego haga lo mismo con los números negativos. Y compare los resultados (reste).


2. Realice la siguiente multiplicación:

**9865789**

**X 879**

3. Realice la siguiente división (debe dar dos cifras decimales):

**50976435796**    **29**

	<b>INSTITUCIÓN EDUCATIVA MARCO FIDEL SUÁREZ</b> <b>EVALUACIÓN DIAGNÓSTICA DE OPERACIONES BÁSICAS</b>			
	ESTUDIANTE: _____	GRADO: _____		
FECHA: _____	HORA DE INICIO: _____	HORA FINAL: _____	DURACIÓN: _____	

Resuelve las siguientes operaciones, mostrando en forma detallada los procedimientos utilizados para llegar a la respuesta:

- $-1321456 + 3002876 - 923604 + 298765 - 1234345 - 10435$
- $909,88 - 46,7 - 42,876 + 19,5784 - 53,86953 + 9,88765 - 96,878$
- $2509897 \times 789$
- $50936796 \div 39$
- Felipe colecciona estampillas. Las guarda en un álbum que tiene 14 páginas. Cada página tiene 2 filas con 8 espacios cada una. Si completa su álbum, ¿cuántas estampillas tiene en él?



## Encuesta Docentes

### ENCUESTA A DOCENTES SOBRE EVALUACIÓN Y CONCEPCIÓN DEL ERROR EN EL ÁREA DE MATEMÁTICAS

Estimado (a) Docente:

De manera respetuosa, solicitamos su colaboración en la realización de la encuesta que presentamos a continuación. Su opinión es de suma importancia y la información recolectada va a enriquecer el proyecto de investigación que se está llevando a cabo y cuyo objetivo es **Desarrollar el pensamiento matemático a partir de la retroalimentación de los errores en la evaluación con resolución de problemas.**

Le agradecemos que responda con la mayor sinceridad y seriedad posibles para que la información recolectada sea válida. Le reiteramos nuestro agradecimiento por la colaboración prestada y le garantizamos la confidencialidad y el manejo responsable de la información suministrada.

#### INSTRUCCIONES.

Por favor, diligencie la encuesta con lapicero negro y letra legible.

RANGO DE EDAD: De 25 a 35 años ____ De 36 a 45 años ____ De 46 a 55 años ____ Mayor de 56 años ____		
GÉNERO: Femenino ____ Masculino ____	AÑOS DE EXPERIENCIA DOCENTE _____	GRADOS EN QUE ENSEÑA: _____
TÍTULO (S) DE PREGRADO Y AÑO (S) EN QUE LO OBTUVO: _____		TÍTULO (S) POSGRADOS Y AÑO (S) EN QUE LO OBTUVO: _____

PREGUNTAS SOBRE EL ÁREA DE MATEMÁTICAS	
1. ¿Por qué cree que es importante desarrollar el pensamiento matemático?	_____ _____ _____ _____ _____
2. Considera que, en el área de matemáticas, ¿el desempeño de los estudiantes es acorde al grado que cursan? Explique	_____ _____ _____ _____ _____

3. ¿Cuál es la actitud, en cuanto al aprendizaje, que tienen sus estudiantes en las clases de matemáticas? Explique

---

---

---

---

---

4. Para usted, ¿qué diferencia hay entre un ejercicio y un problema de matemáticas?

---

---

---

---

---

5. ¿Cómo considera que es el dominio de las operaciones básicas como suma, resta, multiplicación y división de sus estudiantes, de acuerdo al grado que cursan?

---

---

---

---

---

6. ¿Cuál considera que es la mayor fortaleza que tienen sus estudiantes en el área de matemáticas? Explique

---

---

---

---

---

7. ¿Cuál cree que es la mayor dificultad que tienen sus estudiantes en el área de matemáticas? Explique

---

---

---

---

---

PREGUNTAS SOBRE EVALUACIÓN	
8. En el proceso evaluativo, ¿qué considera que es lo más importante? Los resultados___ El proceso seguido por el estudiante___ Ambos aspectos___ Explique	<hr/> <hr/> <hr/> <hr/>
9. Escriba tres palabras que describan lo que para usted significa <i>Evaluación</i>	<hr/> <hr/> <hr/>
10. ¿Para qué cree que sirve la evaluación?	<hr/> <hr/> <hr/> <hr/>
11. Según los estudiantes, ¿cuál es la mejor forma de evaluarlos? Explique	<hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/>
12. ¿Cuál cree que es la mejor forma de evaluar el aprendizaje de los estudiantes? Explique	<hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/>
13. ¿Realiza en su práctica pedagógica la retroalimentación de las evaluaciones? Sí___ No___ ¿Cómo la realiza?	<hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/>

PREGUNTAS SOBRE EL ERROR	
14. ¿Considera que se puede aprender de los errores? Explica	<hr/> <hr/> <hr/> <hr/>
15. ¿Qué errores cometen sus estudiantes al resolver problemas matemáticos?	<hr/> <hr/> <hr/> <hr/>
16. ¿Cuál estrategia utiliza para que los estudiantes subsanen los errores que cometen en las evaluaciones? Explique	<hr/> <hr/> <hr/> <hr/>
17. ¿Por qué cree que los estudiantes cometen errores en matemáticas? Explique	<hr/> <hr/> <hr/> <hr/>
18. ¿Cree que los estudiantes son conscientes de los errores que cometen? Si__ No__ Explique.	<hr/> <hr/> <hr/> <hr/>


Otras observaciones o comentarios

---

---

Muchas gracias por sus respuestas.

**Detalle de Procedimientos**


	<b>INSTITUCIÓN EDUCATIVA MARCO FIDEL SUÁREZ</b>	
	<b>DETALLE DE PROCEDIMIENTOS</b>	
	GRADO _____	FECHA _____
	ESTUDIANTE: _____	

PRUEBAS SABER \_\_\_\_\_

PREGUNTA No. \_\_\_\_\_

Por favor resuelva de manera detallada, realizando todos los procedimientos y operaciones necesarios para llegar a la respuesta.

### Entrevista Sobre Procedimientos Aplicados

	<b>INSTITUCIÓN EDUCATIVA MARCO FIDEL SUÁREZ</b>	
	<b>ENTREVISTA SOBRE PROCEDIMIENTOS APLICADOS</b>	
	GRADO _____	FECHA _____
ESTUDIANTE: _____		

PRUEBAS SABER \_\_\_\_\_

PREGUNTA No. \_\_\_\_\_

Por favor responde las siguientes preguntas de la forma más amplia, detallada y sincera posible.

1. Según tu concepto, ¿Entendiste la pregunta? Explica

---

---

---

---

2. ¿Qué te están preguntando?

---

---

---

---

3. ¿Qué procedimiento eligió para resolver la pregunta?

---

---

---

---

4. ¿Por qué eligió ese procedimiento?

---

---

---

---

5. ¿Crees que lo que hiciste para resolver la pregunta es correcto? ¿Por qué?

---

---

---

---

## Prueba de Preguntas Abiertas 1

### INSTITUCIÓN EDUCATIVA MARCO FIDEL SUÁREZ PRUEBA DE MATEMÁTICAS – PREGUNTAS ABIERTAS

ESTUDIANTE: \_\_\_\_\_ GRUPO: \_\_\_\_\_

1. En un concesionario de autos se utiliza la expresión algebraica  $V = P - 1.400.000x$  para determinar, con base en el valor inicial  $P$  de un carro, su valor después de  $x$  años en el mercado. Elabora la tabla que muestre el valor de un carro con valor inicial  $P = 32.300.000$  durante los primeros 3 años en el mercado

2. En la tabla se relacionan antiguas medidas españolas de capacidad para los vinos.

Nombre	Capacidad en litros
1 botella	0.76
1 cuartillo	0.5
1 copa	0.128

Tres amigos bebieron vino. El primero consumió 1 botella y media de vino; el segundo, 4 cuartillos de vino y el tercero, 7 copas de vino. ¿Cuál es la cantidad total de litros de vino que bebieron los tres amigos?

3. Un ingeniero tiene a cargo la construcción de 10,3 km de carretera, de la cual ha construido dos tramos de 1,7 km y 6 km, respectivamente. Para determinar la cantidad de kilómetros que faltan por construir, se proponen las siguientes estrategias:

- Calcular la diferencia entre los dos tramos construidos y restarla de 10,3 km.
- Sumar las tres cantidades suministradas.
- Sumar los dos tramos construidos y restar de 10,3 km el resultado.

¿Cuál o cuáles estrategias permiten determinar la cantidad de kilómetros que falta construir?

4. Se ha encontrado que en un hotel el promedio de personas alojadas según la cantidad de habitaciones ocupadas está dado por la expresión  $3x - 2$ . Halla el promedio de personas alojadas cuando  $x$  toma los valores de 2, 5, 8 y 15. Representa dicha relación en una tabla.

5. Los siguientes son criterios para determinar si un número es divisible o no por 2 y por 3:
- Un número es divisible por 2 si termina en un número par.
  - Un número es divisible por 3 si la suma de sus cifras es múltiplo de 3.

Por ejemplo, 621 es divisible por 3 porque al sumar sus cifras ( $6 + 2 + 1$ ), el resultado es 9, que es múltiplo de 3. Ahora, un número es divisible por 6 si cumple las condiciones para que sea divisible por 2 y por 3.

Según la información anterior, determina si 1.026 será divisible o no por 6. Justifica tu respuesta.

6. Dos cursos de noveno grado (901 y 902) participan en un concurso de reciclaje, cuyo reto consiste en recolectar la mayor cantidad de kilogramos de periódico. El curso 901 no ha comenzado a recolectar aún periódico; mientras que el curso 902 ya tiene 24 kg recolectados. A partir de este momento, los estudiantes de 901 deciden recolectar 7 kg cada día, al notar que, a partir de ahora, los de 902 recogerán 4 kg diariamente.

- Representa algebraicamente lo planteado en este problema
- ¿En cuántos días ambos cursos alcanzan la misma cantidad de periódico?
- ¿Cuántos kilogramos de periódico ha recolectado cada curso el día en que ambos alcanzaron la misma cantidad de periódico?

7. La tabla muestra el costo de impresión por cada hoja en una papelería.

Precio en pesos de cada hoja impresa		
Cantidad	Blanco y negro	Color
Menos de 80 hojas	\$50	\$100
Entre 80 y 200 hojas	\$40	\$80
Más de 200 hojas	\$30	\$60

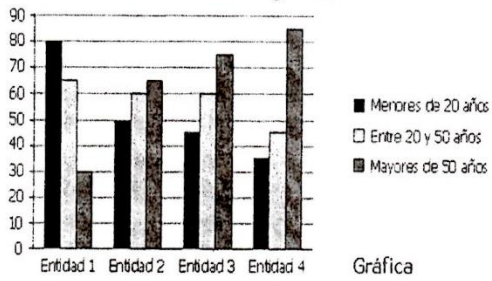
Un cliente imprimió  $x$  hojas en blanco y negro (B/N) y  $z$  hojas en color. Si el precio que pagó se calculó usando la expresión  $50x + 60z$ , ¿qué se podría afirmar -que fuese correcto- sobre el número de hojas que imprimió?

8. En un plano cartesiano, un polígono tiene coordenadas

$$M\left(\frac{10}{3}, \frac{10}{3}\right), N\left(\frac{2}{3}, \frac{10}{3}\right), O\left(\frac{2}{3}, 2\right), P\left(2, \frac{4}{3}\right) \text{ y } Q\left(\frac{10}{3}, 2\right)$$

Elabora la gráfica correspondiente en el plano cartesiano.

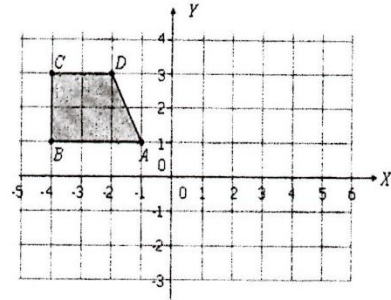
9. Se realiza una encuesta a una población sobre su afiliación a la entidad prestadora de salud. Los resultados se muestran en la gráfica.



Gráfica

- ¿Cuál es la entidad con más afiliados?
- ¿Cuál es la que tiene menos afiliados?

10. Se tiene un cuadrilátero en el plano cartesiano (ver figura).



Figura

Al trasladar el cuadrilátero 3 unidades hacia la derecha y rotarlo  $90^\circ$  alrededor del punto B en el sentido que giran las manecillas del reloj, ¿Cuál sería la nueva ubicación de la figura? Elabora la gráfica.



## Prueba de Preguntas Abiertas 2

Nombre: \_\_\_\_\_ Grado: \_\_\_\_\_ Fecha: \_\_\_\_\_

### PREGUNTAS ABIERTAS

Esta serie de preguntas contiene información textual, gráfica y resumida en tablas que es posible extraer solamente con las bases mínimas de lectura interpretativa, de aritmética y geometría fundamentales. Es necesario que el lector realice los procesos de identificar y entender el texto para proceder a extraer los datos que se contienen en el mismo. Este es el primer paso en este proceso interpretativo, como segundo paso, se procede a formular estrategias para resolver el problema, en este punto no es necesario el uso de modelos matemáticos o fórmulas; finalmente procedemos a encontrar la respuesta y a evaluarla en el contexto que fue presentada, con el fin de validar el procedimiento utilizado.

Recordemos que no todos los problemas que se resuelven con matemáticas necesitan ser encajados en un patrón riguroso que incluya ecuaciones o fórmulas, esta es la gran diferencia entre la evaluación del razonamiento cuantitativo y las matemáticas.

- A. ¿Qué cantidad se necesita para hacer la blusa? Explique su resultado.
- B. Es posible representar algebraicamente la relación que se plantea en este problema.
- C. Si supieras que para confeccionar la blusa se necesitan 110 cm de tela, ¿cuánta tela necesitarías para el vestido?, ¿cómo representarías algebraicamente este problema?

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

- 3. Para cercar un terreno cuadrado se necesitan 73,40 metros de alambre.
- A. ¿Cuanto mide cada lado del sitio?
- B. ¿Cuanto alambre se necesitaría para cercar siete sitios iguales?

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

- 4. Maria obtuvo 18,5 puntos en la prueba de matemática y Carlos obtuvo 18,25 puntos. ¿Quién obtuvo más y cuanto más fue?

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

- 1. Los lados de un triángulo equilátero suman 24 cm.
- A. ¿Cómo son entre sí los lados de un triángulo equilátero?
- B. ¿Se les debe asignar diferentes valores a los tres lados?
- C. ¿Cómo representas el problema?
- D. Si se tratara de un triángulo escaleno, ¿cómo representarías sus lados?

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

- 2. Para hacer un vestido se necesita tres veces más tela que para hacer una blusa, si para el vestido se usan 270 cm...

- 5. Una pareja que va al supermercado lleva una tarjeta que acumula puntos, cada vez que hacen compras en el supermercado, la cantidad de puntos que tienen en la tarjeta es 10 000.

Algunos de estos puntos podrían cambiarse por productos, como se muestra en el siguiente catálogo:

- 1 filete de pescado: 8000 puntos.
- 1 paquete de 5 bolsas de leche: 6000 puntos.
- 1 libra de carne: 10 000 puntos.
- 1 pasta de crema dental: 2500 puntos.
- 1 lata de atún: 2500 puntos.
- 1 kilo de arroz: 1500 puntos.
- 1 paquete de 12 rollos de papel higiénico: 5000 puntos.
- 1 frasco de aceite de 2 litros: 4000 puntos.
- 1 paquete de 200 servilletas: 300 puntos.
- 1 kilo de café: 3500 puntos.

- A. ¿Cuál es la mayor cantidad de productos que hacen parte de la lista que pueden cambiarse por los puntos que la pareja tiene acumulados en su tarjeta?
- B. Si han acumulado cinco veces sus puntos, ¿cuántos productos podrían llevar y cuáles serían estos productos?, ¿existen varias combinaciones? Escriba mínimo cinco de estas posibles combinaciones.

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

### PREGUNTAS ABIERTAS

1. Se ha recogido la siguiente información acerca de los dos espectáculos a los que quiere asistir un grupo de estudiantes. Los datos se consignaron en la siguiente tabla:

Estudiantes	Espectáculo 1	Espectáculo 2
Diego	Danza	Teatro
Matilde	Cine	Danza
Jorge	Teatro	Magia
Mario	Magia	Cine
Johana	Danza	Cine
Enrique	Magia	Teatro
Lucila	Magia	Teatro
Viviana	Danza	Teatro
Ramón	Magia	Cine
Francisco	Cine	Danza
Luna	Danza	Teatro
Fernando	Cine	Danza
Camilo	Danza	Teatro
Patricia	Magia	Teatro
Amanda	Magia	Cine

- A. Elabore en su cuaderno una tabla de doble entrada que sintetice la información registrada.  
 B. Elabore una tabla de doble entrada, teniendo en cuenta la situación anterior, pero considerando que no importa cuál es el espectáculo 1 o 2.

- C. De acuerdo con lo que han respondido los estudiantes, cuáles son los espectáculos a los que deben asistir los estudiantes. Justifique su respuesta.

2. Víctor, Andrea y Carolina hacen parte de un salón de 35 estudiantes. Un investigador va a seleccionar una muestra aleatoria de cinco estudiantes de este salón.

- A. ¿En cuántas de las muestras pueden ser seleccionados los tres estudiantes mencionados?  
 B. ¿En cuántas de las muestras puede ser seleccionado al menos uno de los estudiantes mencionados?

3. Los siguientes datos representan los puntajes obtenidos en algunos lanzamientos de un dado. Elabora una gráfica en tu cuaderno que represente la información obtenida:

1, 2, 4, 6, 6, 5, 2, 4, 4, 2, 2, 6, 3, 4, 4, 4, 3, 5, 2, 5, 1, 6, 3, 4, 2, 3, 6, 2, 1, 2

4. A un grupo de 15 personas, todas ellas varones, se le midió el peso y se preguntó por su edad. Los resultados se presentan en la siguiente tabla.

- A. Calcule en su cuaderno las medidas de tendencia central de cada una de las variables aleatorias (peso, edad).  
 B. Calcule las medidas de dispersión (varianza, desviación estándar) y determine cuál de los conjuntos de datos es menos disperso.  
 C. Determine si las variables se correlacionan o no. Justifique su respuesta.

Persona encuestada	Peso (kg)	Edad (años)
1	70	27
2	85	15
3	69	16
4	72	28
5	63	22
6	91	34
7	110	17
8	67	14
9	72	19
10	68	21
11	95	25
12	99	36
13	65	44
14	88	32
15	103	19

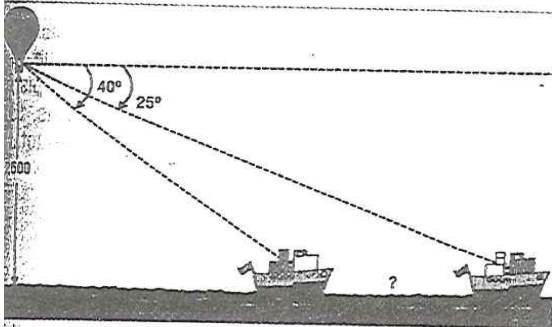
5. Para seleccionar el equipo de atletismo de una institución, va a descartarse solamente a la cuarta parte de los aspirantes que han registrado los peores tiempos en una prueba de 100 metros planos. Los resultados obtenidos son los siguientes:

Atleta	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Tiempo registrado	9'52"	10'34"	10'09"	11'55"	10'30"	9'56"	10'15"	11'00"	9'58"	11'23"	10'42"	11'22"	10'45"

- A. Calcule en su cuaderno los cuartiles y elabore un diagrama de caja y bigotes.  
 B. ¿Cuál es el máximo tiempo que un atleta del grupo debe obtener para entrar?  
 C. Si se decidiera que solamente se va a tener en cuenta el 60 % de las personas para integrar el equipo de atletismo, ¿cuál es la medida de posición que se debe calcular? Calcúlela.

## PREGUNTAS ABIERTAS

1. Una persona en un globo elevado a 2500 pies de altura, observa dos barcos sobre el mar, uno de ellos con un ángulo de depresión de  $40^\circ$  y el otro con un ángulo de  $25^\circ$ .

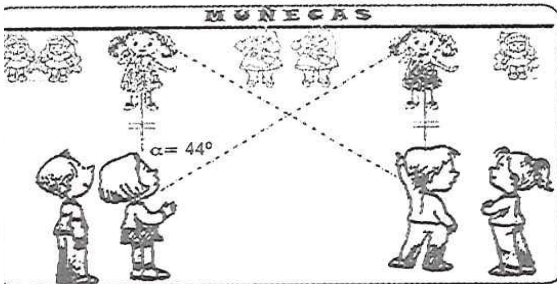


Fuente: <http://goo.gl/z4bFzZ>

¿Cuál es la distancia entre los dos barcos?

Jorge y Laura están en una tienda de muñecas buscando un regalo para su amiga Daniela que está cumpliendo años. Cada uno se ubica bajo una muñeca de modo tal que están a la menor distancia posible de ellas para alcanzarlas.

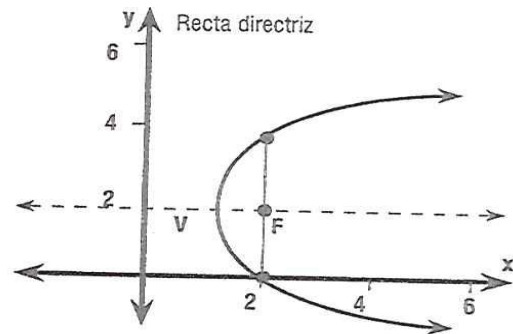
El siguiente dibujo representa la situación. El ángulo con el que Laura observa la muñeca que sugiere Jorge es  $\alpha = 44^\circ$ ; de igual manera acontece con Jorge, que observa la muñeca que Laura eligió.



Antes de resolver el problema en su cuaderno investigue: ¿cómo se define la menor distancia de un punto a una recta dada?

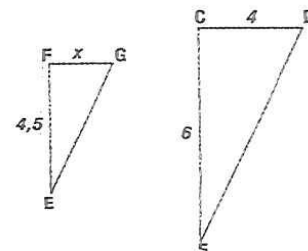
2. Encuentre las coordenadas del centro, el eje focal, las longitudes  $a$ ,  $b$  y  $c$ , de la elipse cuya ecuación es  $\frac{(x+2)^2}{16} + \frac{(y+3)^2}{25} = 21$ ; gráfiquela.

3. Dada la siguiente gráfica, encuentre la ecuación de la parábola:



- ¿Qué ángulo forma la línea imaginaria que hay sobre cada niño con la línea representada por el tubo donde están colgadas las muñecas?
- Si las muñecas están colgadas a 80 cm una de la otra y Jorge estima que la muñeca que Laura eligió está a 110 cm de él, ¿a qué distancia está Jorge de la muñeca que eligió?
- ¿A qué distancia está Jorge de Laura?, ¿por qué?
- ¿A qué distancia está de Laura la muñeca que sugiere comprar Jorge?

5. Los triángulos de la figura se pueden encajar uno en el otro, de modo tal que se pueda hacer uso del teorema de Tales. ¿Cuál es la medida de  $x$ ?



**PREGUNTAS ABIERTAS**

La siguiente tabla representa el cobro por unidades —tiempo, distancia— recorridas que marca un taxímetro en una ciudad de Colombia.

51-53	3200
54-56	3300
57-59	3400
60-62	3500
63-65	3600
66-68	3700
69-71	3800
72-74	3900
75-77	4000
78-80	4100

- A. Elabora en tu cuaderno la gráfica que corresponde a la relación unidad-costo.
- B. Si el taxímetro marca 15 000, ¿cuántas unidades recorrió el usuario?

minar la obra en un plazo no mayor a 16 días. ¿Cuántos obreros deben contratarse si se quiere terminar la construcción en 16 días?

- 4. La siguiente tabla representa los puntajes obtenidos por un grupo de estudiantes que están aspirando pasar a una olimpiada académica:

X	3	6	7	9	10	2
Y	9	8	8	6	7	4
Z	5	2	3	8	9	10
V	2	10	1	7	4	2
W	6	7	8	9	6	10
F	10	2	10	2	1	3
G	4	5	6	7	9	2
T	8	7	3	6	8	10
M	9	10	2	12	3	5

- A. Los aspirantes que pasaron a la olimpiada académica fueron X, Z, W y T. Responde en tu cuaderno ¿cuál pudo haber sido el criterio para que estos aspirantes hayan pasado a la olimpiada?
- B. ¿Cuál fue la prueba más fácil y cuál la más difícil de acuerdo con los puntajes mostrados en la tabla?
- C. Si el criterio de clasificación fuera que los aspirantes hicieran parte del grupo de 25 % que hayan obtenido los puntajes superiores, ¿quiénes serían los clasificados?, ¿por qué?

- 2. Se tiene una cantidad de comida para repartir entre un grupo de personas. La siguiente tabla representa la relación entre la cantidad de comida —medida en gramos— y el número de personas que podrían recibir cada porción.

Comida (g)	Número de personas
250	4
200	5
62,5	16

- A. Elabora en tu cuaderno una gráfica que represente la información que se muestra en la tabla.
- B. ¿Cuál es la cantidad de comida que recibiría cada una de las personas de un grupo de 25?
- C. Esta respuesta es coherente con el contexto que se está presentando. Justifique

- 3. Se tienen contratados 10 obreros para realizar una construcción en 40 días; pero se quiere ter-

- 5. La siguiente tabla muestra el precio de la gasolina y el ACPM en diferentes ciudades del país:

Zona	Gasolina	ACPM
Aspeyoga	8445,19	7204,28
Batráquilla	8481,23	7230,52
Santa María	8581,23	7330,52
Montería	8695,19	7454,28
Siracoleo	8645,19	7404,28
Villavicencio	8735,54	7594,05
Pasto	7435,70	4856,10
Tunja	8769,54	7528,05
Bucaramanga	8475,57	7276,71
Medellín	8587,98	7456,41
Cali	8636,09	7539,78
Pereira	8620,78	7498,52
Manizales	8622,20	7491,47
Armenia	8680,78	7550,67
Dagüe	8602,12	7432,18
Neiva	8667,03	7513,12

- A. Si se estableciera un precio de la gasolina común para las distintas ciudades, de manera que no se afectara en gran medida lo que cobran actualmente, ¿cuál sería este valor y por qué?

- B. Elabora en tu cuaderno una gráfica que muestre la variación de los precios de ACPM en las diferentes ciudades del país.

## **Encuesta de Salida Sobre Evaluación y Concepción del Error** (Aplicada a Estudiantes)

### **ENCUESTA DE SALIDA SOBRE EVALUACIÓN Y CONCEPCIÓN DEL ERROR**

Estimado Estudiante:

De manera respetuosa, solicitamos su colaboración en la realización de la encuesta que presentamos a continuación. Su opinión es de suma importancia, y la información recolectada va a enriquecer el proyecto de investigación que se está llevando a cabo y cuyo objetivo es **Desarrollar el pensamiento matemático a partir de la retroalimentación de los errores en la evaluación con resolución de problemas.**

Le agradecemos que responda con la mayor sinceridad y seriedad posible para que la información recolectada sea válida. Le reiteramos nuestro agradecimiento por la colaboración prestada.

#### **INSTRUCCIONES:**

Por favor, diligencie la encuesta con lapicero negro y letra legible.

EDAD _____	GÉNERO: Femenino _____ Masculino _____	ESTRATO SOCIOECONÓMICO: _____
FECHA: _____	INSTITUCIÓN EDUCATIVA _____	GRADO: _____

#### **PREGUNTA**

1. Para ti, ¿qué significa cometer un error en matemáticas?
_____
_____
_____
2. ¿Por qué crees que se cometen errores al resolver problemas en matemáticas? Explica.
_____
_____
_____
3. ¿Consideras qué se puede aprender de nuestros mismos errores? Explica.
_____
_____
_____
4. ¿Cuándo te va mal en una evaluación de matemáticas a qué crees que se debe?
_____
_____
_____

5. ¿Cómo te gustaría que te evaluaran en matemáticas? Explica.

---

---

---

---

6. Cuando pierdes una evaluación, ¿la revisas y resuelves de nuevo para verificar en qué te equivocaste? Explica.

---

---

---

---

7. Escribe tres palabras que describan lo que para ti significa *Evaluación*

---

8. ¿Para qué crees que sirve la evaluación?

---

---

---

---

9. En el momento en que te van a hacer una evaluación, ¿qué es lo primero que piensas?

---

---

---

---

10. ¿Cómo buscas solucionar los errores que cometes al resolver problemas en matemáticas?

---

---

---

---

## **Encuesta de Salida Sobre Desempeño y resolución de problemas en Matemáticas** (Aplicada a Estudiantes)

### **ENCUESTA DE SALIDA SOBRE DESEMPEÑO Y RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS EN MATEMÁTICAS**

Estimado Estudiante:

De manera respetuosa, solicitamos su colaboración en la realización de la encuesta que presentamos a continuación. Su opinión es de suma importancia, y la información recolectada va a enriquecer el proyecto de investigación que se está llevando a cabo y cuyo objetivo es **Desarrollar el pensamiento matemático a partir de la retroalimentación de los errores en la evaluación con resolución de problemas.**

Le agradecemos que responda con la mayor sinceridad y seriedad posible para que la información recolectada sea válida. Le reiteramos nuestro agradecimiento por la colaboración prestada.

**INSTRUCCIONES:**

Por favor, diligencie la encuesta con lapicero negro y letra legible.

EDAD: _____	GÉNERO: Femenino _____ Masculino _____	ESTRATO SOCIOECONÓMICO: _____
FECHA: _____	INSTITUCIÓN EDUCATIVA _____	GRADO: _____

PREGUNTA
<p><b>1.</b> Para ti, ¿cuál es la diferencia entre un ejercicio y un problema matemático?</p> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/>
<p><b>2.</b> ¿Cómo consideras que es tu desempeño al resolver problemas matemáticos? Explica.</p> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/>
<p><b>3.</b> ¿Cómo consideras que es tu desempeño en el área de matemáticas? Explica</p> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/>

<p>4. ¿Cuáles son los errores frecuentes que cometes a la hora de resolver problemas matemáticos? Explica.</p> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/>
<p>5. Escribe dos fortalezas y dos dificultades que consideras que tienes en el área de matemáticas</p> <p><b>FORTALEZAS:</b> _____</p> <p><b>DIFICULTADES:</b> _____</p>
<p>6. ¿Qué tanto te gustan las matemáticas? Explica</p> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/>
<p>7. Cuando se nombra la palabra matemáticas, ¿qué es lo primero que piensas o sientes?</p> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/>
<p>8. ¿Consideras que estudiar matemáticas es importante para tu vida cotidiana? Explica</p> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/>



## B. Anexo: Test de Inteligencias múltiples



### Test de inteligencias múltiples

Tomado: Diplomado sobre estrategias de aprendizajes "Politécnico Superior de Colombia"

Estimado estudiante, el presente Test hace parte del estudio sobre DESARROLLO DEL PENSAMIENTO MATEMÁTICO A PARTIR DE LA RETROALIMENTACIÓN DEL ERROR EN LA EVALUACIÓN DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS aplicado a los estudiantes de la Institución Educativa Marco Fidel Suarez, Sede Estadio; orientado por la maestra de apoyo de la Unidad de Atención Integral UAI y los docentes del área de matemáticas relacionados a este estudio de maestría.

Nombre: \_\_\_\_\_ Grado: \_\_\_\_\_ Fecha: \_\_\_\_\_

No.	ENUNCIADO PREGUNTA	SI	NO
1	Tengo buena memoria para los nombres de lugares, personas, fechas y otras cosas, aunque parezcan triviales.		
2	Me gustan los juegos de lógica.		
3	Me cuesta hacer dibujos de figuras para que se vean como en tres dimensiones.		
4	Tengo un buen sentido del equilibrio y la coordinación.		
5	Fácilmente asocio la música con mis estados de ánimo.		
6	Mis amigos recurren a menudo a mis consejos cuando tienen problemas.		
7	A menudo me gusta estar a solas y en tranquilidad, con mis propios pensamientos.		
8	Las asignaturas de la escuela que más me gustan son las relacionadas con naturales, sociales y/o biología.		
9	Suelo hacer pocas faltas de ortografía.		
10	Disfruto solucionando problemas matemáticos		
11	Cuando veo el plano de algo, no me cuesta visualizarlo en tres dimensiones.		
12	Suelo destacar mucho en los deportes.		
13	Creo que tengo buen oído musical.		
14	Me resulta fácil hacer que los demás me escuchen y sigan mis planes, soy un poco líder.		
15	Soy capaz de manejar mis sentimientos, para que éstos no me desborden.		
16	Siempre reciclo y trato de contaminar lo mínimo con mis acciones.		
17	Me gustan los juegos de palabras.		
18	Puedo hacer cálculos matemáticos mentalmente con bastante rapidez.		
19	Me cuesta distinguir los cuatro puntos cardinales, esté donde esté.		



## Test de inteligencias múltiples

Tomado: Diplomado sobre estrategias de aprendizajes "Politécnico Superior de Colombia"

No.	ENUNCIADO PREGUNTA	SI	NO
20	De pequeño aprendí rápidamente a montar en bicicleta o a ir en patines.		
21	Me gusta cantar y silbar cuando estoy en la ducha o haciendo tareas distraídamente.		
22	Disfruto estando con grupos de personas en reuniones y fiestas para charlar.		
23	Soy una persona muy independiente.		
24	Me gusta estudiar los fenómenos de la naturaleza en general.		
25	Me gusta leer, por eso siempre estoy leyendo algún libro, periódico, revista, etc.		
26	Suelo hacer muchas preguntas sobre el funcionamiento de las cosas.		
27	Me oriento muy bien caminando o conduciendo por una ciudad.		
28	Suelo sentir mucha inquietud física mientras estudio o trabajo.		
29	Estudio o me gustaría estudiar cómo tocar un instrumento musical.		
30	Me gusta formar parte de clubes, grupos, comités, etc.		
31	Si estoy enfadado o contento, sé perfectamente el motivo.		
32	Soy un gran amante de los animales.		
33	En los estudios, recuerdo mejor las cosas cuando las leo o las escucho del profesor.		
34	Me gusta trabajar con calculadoras y entretenerme con juegos electrónicos.		
35	Me gusta realizar construcciones tridimensionales con piezas (como Lego, puzles 3D...)		
36	Tengo destreza para realizar trabajos manuales y/o artesanos.		
37	Soy muy sensible a los ruidos de mi alrededor, como la circulación de los coches, la lluvia cayendo, etc.		
38	Tengo muchos y buenos amigos.		
39	Me doy cuenta fácilmente de lo que otros piensan de mí.		
40	Los documentales que más me gustan de la televisión son los que tratan de flora, fauna y naturaleza en general.		
41	Cuando hablo, me suelo extender en mis explicaciones y dar bastantes detalles sobre lo que estoy contando		
42	En los estudios, siempre se me han dado bien las matemáticas, me resultan fáciles de entender.		



## Test de inteligencias múltiples

Tomado: Diplomado sobre estrategias de aprendizajes "Politécnico Superior de Colombia"

No.	ENUNCIADO PREGUNTA	SI	NO
43	Sé leer mapas, gráficos y diagramas con bastante facilidad.		
44	Me cuesta aprenderme un baile o coreografía nueva.		
45	Tamborileo rítmicamente sobre la mesa o escritorio cuando estudio o trabajo, sin darme cuenta.		
46	Creo que tengo mucho sentido común.		
47	Reconozco fácilmente mis emociones.		
48	Disfruto coleccionando plantas, rocas, etc.		
49	Me gusta contar cuentos, chistes e inventar historias siempre que puedo.		
50	Suelo clasificar y jerarquizar las cosas siempre que puedo.		
51	Me gusta mirar las construcciones y estructuras de las cosas como edificios, puentes, etc.		
52	Me gusta correr, saltar, brincar y moverme rápidamente.		
53	Disfruto escuchando música de todo tipo.		
54	Me gusta interactuar con personas, no importa su edad ni sexo.		
55	Tienes intereses propios sobre los que no hablas con los demás.		
56	Soy muy cuidadoso con los recursos naturales, me preocupa hacer un mal uso de ellos.		
57	Cuando hay una discusión o un debate, me gusta participar y dar mi opinión.		
58	Sé encontrar rápidamente la causa/efecto de las cosas.		
59	Disfruto resolviendo rompecabezas, laberintos y cosas similares.		
60	Me gusta trabajar con cosas que tengan que ver con las manos (como cerámica, armar y desarmar cosas, etc.)		
61	Me resulta fácil aprenderme las canciones y reproducirlas cantando.		
62	Tengo mucha empatía, rápidamente sé ponerme en el lugar de mi interlocutor y entenderle en profundidad.		
63	Soy capaz de aprender tanto de mis logros como de mis errores, no me vengo abajo fácilmente.		
64	Me encanta salir y pasar el día en contacto con la naturaleza.		



## Bibliografía

- Alvarado, M. (2014). Retroalimentación en educación en línea: una estrategia para la construcción del conocimiento. *Revista Ried*, 17(2), 59-73.
- Bedoya, J. I. (2009). *Epistemología y Pedagogía. Ensayo histórico crítico sobre el objeto y el método pedagógico*. (Sexta Edición ed.). Bogotá: Ecoe Ediciones.
- Bosch Saldaña, M. A. (2012). Apuntes teóricos sobre el pensamiento matemático y multiplicativo en los primeros niveles. *Edma 0-6: Educación Matemática en la Infancia.*, 1(1), 15-37.
- Briones, G. (1996). *Metodología de la investigación cuantitativa en las ciencias sociales*. Bogotá: ICFES.
- De la Torre, S. (2004). *Aprender de los errores: El tratamiento didáctico de los errores como estrategia de innovación*. Buenos Aires: Editorial Magisterio del Río de la Plata.
- Engler, A., & Otros. (2004). Los errores en el aprendizaje de matemática. *Revista Premisa*, 6(23), 23-32.
- Erickson, F. (1989). Métodos cualitativos de investigación sobre la enseñanza. En M. Wittrok, *La investigación de la enseñanza II* (págs. 203-247). Barcelona: Paidós.
- Flores, Á., & Gómez, A. (2009). Aprender matemática, haciendo matemática: la evaluación en el aula. *Educación Matemática*, 21(2), 117-142.
- García-Jiménez, E. (2015). La evaluación del aprendizaje: de la retroalimentación a la autorregulación. El papel de las Tecnologías. *RELIEVE*, 21(2).
- González, M., & González, O. (1996). Modelo de Investigación en la acción. En C. d. Autores, *Tendencias Pedagógicas contemporáneas*. Corporación Universitaria de Ibagué - CEPES.
- Herbart, J. F. (1983). *Pedagogía General derivada del fin de la educación*. Barcelona: Humanitas.
- Mato, M. D., & De la Torre, E. (2010). Evaluación de las actitudes hacia las matemáticas y el rendimiento académico. *PNA*, 5(1), 197-208.

- MEN. (2006). *Estándares Básicos de Competencias en Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Ciudadanas*. Bogotá: MEN.
- MEN. (2008). Colombia: qué y cómo mejorar a partir de la prueba Pisa. *Al Tablero*(44), 32-34.
- Míguez Palermo, M. (Julio-Diciembre de 2005). El núcleo de una estrategia didáctica universitaria: motivación y comprensión. *Revista ieRed: Revista Electrónica de la Red de Investigación Educativa (En línea)*, 1(3).
- Popper, K. (1991). *Conjeturas y Refutaciones: El desarrollo del conocimiento científico*. Barcelona: Ediciones Paidós.
- Popper, K. (2001). El conocimiento de la Ignorancia. *Polis (En línea)*(1).
- Radatz, H. (1980). Students' errors in the mathematical learning process: A survey. *For the learning of Mathematics*, 1(1), 16-20.
- Rico Romero, L. (2006). Marco teórico de evaluación en Pisa sobre matemáticas y resolución de problemas. *Revista de Educación, Ministerio de Educación y Ciencia(extraordinario)*, 275-294.
- Rico, L. (1995). *Errores y dificultades en el aprendizaje de las matemáticas*. Bogotá: Repositorio digital de Documentos en Educación Matemática. Universidad de los Andes.
- Ruano, R. M., Socas, M. M., & Palarea, M. M. (2008). Análisis y clasificación de errores cometidos por alumnos de secundaria en los procesos de sustitución formal, generalización y modelización en álgebra. *PNA*, 2(2), 61-74.
- Sandoval, C. (1996). *Investigación Cualitativa*. Bogotá: ICFES.
- Terán, M., & Pachano, L. (2009). El trabajo cooperativo en la búsqueda de aprendizajes significativos en clase de matemáticas de la educación básica. *Educere*, 13(44), 159-167.
- Toranzos, L. V. (2014). Evaluación educativa: hacia la construcción de un espacio de aprendizaje. *Propuesta Educativa*, Vol 1(41), 9-19.
- Villar, F. (2003). *Psicología Evolutiva y Psicología de la Educación. Proyecto docente presentado en Concurso Público de la Universidad de Barcelona*. Obtenido de <http://www.ub.edu/dppsed/fvillar/>