

**PREDICCIÓN DE LA CALIDAD SUPERFICIAL ANTES DEL PROCESO DE  
MAQUINADO, EN FRESADO A ALTA VELOCIDAD, UTILIZANDO  
MÁQUINAS DE SOPORTE VECTORIAL**

**LUIS ALFONSO LOAIZA UPEGUI**



**Institución Universitaria**

**INSTITUTO TECNOLÓGICO METROPOLITANO  
FACULTAD DE INGENIERÍAS  
MAESTRÍA EN AUTOMATIZACIÓN Y CONTROL INDUSTRIAL**

**MEDELLÍN**

**2014**

**PREDICCIÓN DE LA CALIDAD SUPERFICIAL ANTES DEL PROCESO DE  
MAQUINADO, EN FRESADO A ALTA VELOCIDAD, UTILIZANDO  
MÁQUINAS DE SOPORTE VECTORIAL**

**LUIS ALFONSO LOAIZA UPEGUI**

**Trabajo de tesis para optar al título de Magister en Automatización y  
Control Industrial**

**Director**

**Msc. Julio Alberto Casas Monroy**



**INSTITUTO TECNOLÓGICO METROPOLITANO  
FACULTAD DE INGENIERÍAS  
MAESTRÍA EN AUTOMATIZACION Y CONTROL INDUSTRIAL  
MEDELLÍN  
2014**

**Nota de Aceptación:**

---

---

---

**Presidente del Jurado**

---

**Jurado**

---

**Jurado**

---

**Medellín 21 de Febrero de 2014**

## AGRADECIMIENTOS

*Este es un trabajo de varios años de esfuerzo y sacrificio y por consiguiente hay muchas personas que me han acompañado y a quienes de una u otra forma han colaborado para que esta tesis sea una realidad.*

*A mi familia y especialmente a mi hijo Andres Felipe Loaiza Perez, por haber tenido la paciencia de estar a mi lado, a pesar de tantas horas de ausencia por motivos de estudio.*

*A mi director de tesis Julio Alberto Casas quien desde un principio estuvo dispuesto a colaborar con el proyecto de grado.*

*Gabriel Alfonso Monsalve Jefe del taller de máquinas y herramientas del instituto tecnologico metropolitano (ITM) , por facilitarme el centro de mecanizado marca Milltronics VM20 con un control Centuriun 7, para la elaboración de la base de datos.*

*Juan Felipe Herrera auxiliar del Laboratorio de máquinas Eléctricas (ITM), por facilitarme el analizador de redes marca Fluke 43B para la toma de los datos de potencia requeridos para realizar el corte de mecanizado.*

*A Sebastian Romo de la Universidad Nacional por haberme facilitado el rugosimetro marca Mitutoyo SJ 201, para realizar las mediciones de la calidad superficial de las ranuras mecanizadas..*

*A Luis Fernando Echandia estudiante de la maestria en automatización y control Industrial quien fue mi companero de estudio en las asignaturas vistas durante la maestria.*

*A todos muchas gracias por su colaboración.*

## TABLA DE CONTENIDO

<b>TABLA DE CONTENIDO</b> .....	<b>5</b>
<b>LISTA DE FIGURAS</b> .....	<b>7</b>
<b>LISTA DE TABLAS</b> .....	<b>10</b>
<b>LISTA DE ABREVIATURAS</b> .....	<b>12</b>
<b>RESUMEN</b> .....	<b>13</b>
<b>ABSTRACT</b> .....	<b>14</b>
<b>CAPITULO 1</b> .....	<b>15</b>
<b>INTRODUCCION</b> .....	<b>15</b>
<b>JUSTIFICACIÓN</b> .....	<b>18</b>
<b>1.1 HIPOTESIS</b> .....	<b>20</b>
<b>1.2 OBJETIVOS</b> .....	<b>20</b>
1.2.1 Objetivo General .....	20
1.2.2 Objetivos específicos .....	20
<b>CAPITULO 2</b> .....	<b>21</b>
<b>2.1 MARCO TEORICO</b> .....	<b>21</b>
2.1.1 Proceso de maquinado por arranque de viruta .....	21
2.1.2. Proceso de Fresado .....	23
2.1.3. Condiciones de mecanizado .....	24
2.1.4. Mecanizado a Alta Velocidad .....	25
2.1.5. Calidad superficial en MAV .....	26
2.1.6. Medida del acabado superficial .....	27
2.1.7. Máquinas de Soporte Vectorial .....	28
2.1.8. Aplicaciones de las máquinas de soporte vectorial .....	28
2.1.9. Ventajas de las máquinas de soporte vectorial .....	29
2.1.10. Máquinas de soporte vectorial con margen blando .....	32
2.1.11. Máquinas de soporte vectorial modelos no lineales .....	32
2.1.12. Regresión por vectores soporte (SVR) .....	33
2.1.13. Clasificador bayesiano .....	39
2.1.14. Algoritmo <i>K-means</i> .....	41

2.1.15. <i>K-Fold Cross-Validation</i> .....	41
<b>2.2 ESTADO DEL ARTE .....</b>	<b>42</b>
2.2.1 Durante el proceso de maquinado .....	42
2.2.2 Después del proceso de maquinado .....	43
2.2.3 Antes del proceso de maquinado .....	44
2.2.4 Otros trabajos desarrollados donde se utiliza la técnica de máquinas de soporte vectorial para predecir la rugosidad.....	44
<b>CAPITULO 3.....</b>	<b>47</b>
<b>METODOLOGÍA.....</b>	<b>47</b>
<b>3.1 FASE DE EXPERIMENTACION: ADQUISICION BASE DE DATOS .....</b>	<b>47</b>
<b>3.2 Construcción del modelo SVR.....</b>	<b>51</b>
<b>3.3 Configuración Parámetros SVR.....</b>	<b>52</b>
<b>3.4 Construcción del clasificador bayesiano.....</b>	<b>66</b>
<b>CAPITULO 4.....</b>	<b>68</b>
<b>RESULTADOS Y ANALISIS DE RESULTADOS.....</b>	<b>68</b>
<b>4.1 Regresión por vectores soporte .....</b>	<b>68</b>
<b>4.2 Validación del modelo SVR.....</b>	<b>73</b>
<b>4.3 Clasificador bayesiano.....</b>	<b>78</b>
<b>4.4 Validación del Clasificador bayesiano .....</b>	<b>79</b>
<b>CONCLUSIONES .....</b>	<b>86</b>
<b>TRABAJOS FUTUROS.....</b>	<b>87</b>
<b>BIBLIOGRAFIA .....</b>	<b>88</b>
<b>ANEXOS.....</b>	<b>92</b>
<b>ANEXO 1 .....</b>	<b>92</b>
<b>ANEXO 2 .....</b>	<b>104</b>
<b>ANEXO 3 .....</b>	<b>109</b>
<b>ANEXO 4 .....</b>	<b>110</b>
<b>ANEXO 5 .....</b>	<b>111</b>
<b>ANEXO 6 .....</b>	<b>119</b>

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1. Máquinas-herramientas convencionales.....	18
Figura 2. Máquinas de control numérico computarizado CNC.....	19
Figura 3. Arranque de viruta a partir del material en bruto.....	21
Figura 4. Profundidades de corte en el proceso de fresado y torno.....	22
Figura 5. Husillo centro de mecanizado.....	23
Figura 6. Proceso de Fresado. Fuente: <a href="http://www.ingeniec.com/CNC%20Basado%20en%20PLC.html">http://www.ingeniec.com/CNC%20Basado%20en%20PLC.html</a> .....	24
Figura 7: Velocidades de giro Fresadora Convencional. ....	25
Figura 8: Rugosímetro de Contacto .....	28
Figura 9. Dos clases separables linealmente. Fuente: (Mera et al; 2012) .....	29
Figura 10. Hiperplano o frontera de decisión óptima. Fuente (Mera et al; 2012) .....	30
Figura 11. Puntos sobre el hiperplano de separación. Fuente (Mera et al; 2012) .....	31
Figura 12. Transformación del espacio dimensional mediante la función <i>Kernel</i> . Fuente (Mera et al; 2012) .....	33
Figura 13. Margen suave para un modelo SVR. Fuente (Smola et al; 2002). 34	
Figura 14. Margen empleado en SVR. Fuente (Smola et al; 2002) .....	35
Figura 15(Parte superior) Datos originales. (Parte inferior) Datos proyectados en dirección al eje de máxima varianza. Fuente (Harrington, 2012). .....	38
Figura 16: Clasificador bayesiano. Fuente: Programa Elvira .....	39
Figura 17. Centro de Mecanizado.....	47
Figura 18. Placa de acero 1045 de 110 x 170 x 25 mm.....	48
Figura 19. Herramientas de 8, 9.52, y 12 mm de acero rápido .....	48
Figura 20. Software Creo paramétrico 1.0 .....	49
Figura 21. Analizador de redes para medir la potencia.....	50
Figura 22. Rugosímetro Mitutoyo SJ-201.....	50
Figura 23. Error cuadrático Medio obtenido para valores de gamma en el rango de 0,1 a 1,5 con incrementos de 0,1 con $c=500$ y $p=0,2$ . .....	53
Figura 24. Error cuadrático Medio obtenido para valores de epsilon en el rango de 0,1 a 1,0 con incrementos de 0,1 para $c=500$ y $g=1,1$ .....	54

Figura 25. Error cuadrático Medio obtenido para valores de C en el rango de (1:10:400) con $g=1,1$ y $p=0,3$ .....	55
Figura 26. Error cuadrático Medio obtenido para valores de C en el rango entre (400:10:500) con $g=1,1$ y $p=0,3$ .....	56
Figura 27. Error cuadrático Medio obtenido para valores de C en el rango de 500 a 600 con $g=1,1$ y $p=0,3$ .....	57
Figura 28. Error cuadrático Medio obtenido para valores de C en el rango de (600:10:700) Con $g=1,1$ y $p=0,3$ .....	57
Figura 29. Error cuadrático Medio obtenido para valores de C en el rango de (700:10:800) con $g=1,1$ y $p=0,3$ .....	58
Figura 30. Error cuadrático medio obtenido para los valores de C en el rango de (800:10:900), con $g=1,1$ y $p=0,3$ .....	58
Figura 31. Grafica MSE vs el valor del parámetro C para el rango (900:10:1000) con $g=1,1$ y $p=0,3$ .....	59
Figura 32. Grafica MSE vs el valor del parámetro C para el rango (1000:10:1100) con $g=1,1$ y $p=0,3$ .....	61
Figura 33. Grafica MSE vs el valor del parámetro p para el rango (0,1:0,1:1,0) con $C = 950$ y $g=1,1$ .....	62
Figura 34. Grafica MSE vs el valor del parámetro g para el rango (0,1:0,1:1,5) con $C = 950$ y $p=0,3$ .....	63
Figura 35. Grafica entre el MSE y el parámetro C, utilizando una función <i>Kernel</i> del tipo Polinomial.....	64
Figura 36. Grafica entre el valor del parámetro C y el MSE, utilizando una función <i>Kernel</i> del tipo Sigmoidal.....	64
Figura 37. Modelo SVR datos de entrenamiento sin procesar los datos de entrada.....	68
Figura 38. Modelo SVR datos de validación sin procesar los datos de entrada. ....	69
Figura 39. Modelo SVR datos de entrenamiento aplicando <i>zscore</i> +PCA .....	70
Figura 40. Modelo SVR datos de validación aplicando <i>zscore</i> +PCA .....	70
Figura 41. Modelo SVR con <i>zscore</i> + PCA +Normalización. ....	71
Figura 42. Modelo SVR con <i>zscore</i> + PCA +Normalización. ....	72
Figura 43. Valores predichos con el modelo SVR.....	73
Figura 44. Correlación datos de entrenamiento y reales para $K=1$ .....	74
Figura 45. Correlación datos de validacion y reales para $K=1$ .....	74

Figura 46. Correlación datos de entrenamiento y reales para $K=2$ .....	75
Figura 47. Correlación datos de validacion y reales para $K=2$ (108:214).....	75
Figura 48. Correlación datos de entrenamiento y reales para $K=3$ (215:322)...	76
Figura 49. Correlación datos de validacion y reales para $K=3$ .....	76
Figura 50. Correlación datos de entrenamiento y reales para $K=4$ .....	77
Figura 51. Correlación datos de validación y reales para $K=4$ .....	77
Figura 53. Relación entre las variables de entrada. Fuente: Programa Elvira. .	83
Figura 54. Clasificador bayesiano. Fuente: Programa Elvira. ....	84
Figura 55. Respuesta ante una evidencia. Fuente: Programa Elvira .....	84

## LISTA DE TABLAS

Tabla 1. Velocidades de corte dependiendo del material .....	22
Tabla 2. Parámetros de Rugosidad .....	27
Tabla 3. Valores máximos y mínimos de las variables de entrada y salida obtenidos en la fase experimental. ....	51
Tabla 4. Parámetros de ajuste en el modelo SVR .....	52
Tabla 5. Valores de C obtenidos con el algoritmo.....	60
Tabla 6. Parámetros de sintonización del modelo SVR. ....	65
Tabla 7. Rango de valores para discretizar la variable $Ra$ . Fuente: Norma ISO 1302 :2002.....	66
Tabla 8. Valores de correlación obtenidos en la validación del modelo SVR. Fuente : Diseño propio del autor.....	78
Tabla 9. Matriz de confusión usando regresión SVR. Fuente: Diseño propio del autor.....	78
Tabla 10. Agrupación para cada variable después aplicar el algoritmo <i>K-means</i> . ....	79
Tabla 11. Valores correspondientes a la clase uno de rugosidad.....	81
Tabla 12. Matriz de confusión usando Clasificador bayesiano y el programa elvira. Fuente: Diseño propio del autor.....	82
Tabla 13. Comparación entre el modelo SVR y el clasificador bayesiano	85
Tabla 14. Valores obtenidos en la fase experimental con las herramientas de 8, 9.52, 12.....	92
Tabla 15. Norma ISO 1302:2002 Rugosidad Superficial .....	109
Tabla 16. Probabilidades del diámetro dado la clase de salida $Ra$ . Fuente: Diseño propio del autor.....	119
Tabla 17. Probabilidad de la velocidad de avance dada la clase $Ra$ . Diseño propio del autor.....	120
Tabla 18. Probabilidad de la velocidad de giro (rpm) dada $Ra$ . Diseño propio del autor.....	120
Tabla 19. Probabilidad de la profundidad de corte dada la clase $Ra$ . Diseño propio del autor.....	121
Tabla 20. Probabilidad de la potencia dada la clase $Ra$ . Diseño propio del autor.....	122

Tabla 21. Probabilidades del diámetro dada la clase de salida <i>Ra</i> . Fuente: Diseño propio del autor .....	123
Tabla 22. Probabilidad de la velocidad de avance dada la clase <i>Ra</i> . Diseño propio del autor .....	123
Tabla 23. Probabilidad de la velocidad de giro (rpm) dada <i>Ra</i> . Diseño propio del autor.....	124
Tabla 24. Probabilidad de la profundidad de corte dada la clase <i>Ra</i> . Diseño propio del autor .....	124
Tabla 25. Probabilidad de la potencia dada la clase <i>Ra</i> . Diseño propio del autor .....	125
Tabla 26. Probabilidades del diámetro dado la clase de salida <i>Ra</i> . Fuente: Diseño propio del autor .....	126
Tabla 27. Probabilidad de la velocidad de avance dada la clase <i>Ra</i> . Diseño propio del autor .....	126
Tabla 28. Probabilidad de la velocidad de giro (rpm) dada <i>Ra</i> . Diseño propio del autor.....	127
Tabla 29. Probabilidad de la profundidad de corte dada la clase <i>Ra</i> . Diseño propio del autor .....	128
Tabla 30. Probabilidad de la potencia dada la clase <i>Ra</i> . Diseño propio del autor .....	128
Tabla 31. Probabilidades del diámetro dado la clase de salida <i>Ra</i> . Fuente: Diseño propio del autor .....	129
Tabla 32. Probabilidad de la velocidad de avance dada la clase <i>Ra</i> . Diseño propio del autor .....	130
Tabla 33. Probabilidad de la velocidad de giro (rpm) dada <i>Ra</i> . Diseño propio del autor.....	131
Tabla 34. Probabilidad de la profundidad de corte dada la clase <i>Ra</i> . Diseño propio del autor .....	131
Tabla 35. Probabilidad de la potencia dada la clase <i>Ra</i> . Diseño propio del autor .....	132

## LISTA DE ABREVIATURAS

*CNC*: Control Numérico Computarizado

*Ra*: Rugosidad Superficial

*MAV*: Mecanizado a alta velocidad

*SVR*: Regresión por vectores de soporte

*SVM*: Máquina de soporte vectorial

$\phi$  : Diámetro de la herramienta

*F*: Velocidad de avance  $\left(\frac{mm}{min}\right)$

*Kw*: Kilovatios

*rpm*: Velocidad de giro  $\left(\frac{Revoluciones}{min}\right)$

$a_p$ : Profundidad de corte (*mm*)

*KW*: Potencia requerida para el corte

$R_a$ : Rugosidad Superficial ( $\mu m$ )

*mm*: Milímetros

*HSS*: Herramienta de acero rápido

*RB*: Red Bayesiana

*mse* : Error Cuadrático Medio

*CNC*: Control numérico Computarizado

*MAV*: Mecanizado de alta velocidad

$f_z$ : Avance por diente de la herramienta

*CAD*: Dibujo asistido por computador

*CAM*: Manufactura asistida por computador

*TAM*: Tasa de arranque de material ( $mm^3/min$ )

*ANN*: Red neuronal artificial

*ITM*: Instituto tecnológico metropolitano

$\epsilon$ : Variable épsilon, desviación máxima permitida con respecto a la *función* (*x*).

*PCA*: Análisis de componentes principales

*HSS*: Herramienta de acero rápido

## RESUMEN

El objetivo principal es establecer una metodología para predecir la calidad superficial antes del proceso de maquinado, en fresado a alta velocidad, utilizando máquinas de soporte vectorial, con el propósito de facilitar herramientas que permitan garantizar el acabado superficial requerido en el proceso de maquinado.

A partir de la elaboración de una base de datos con valores experimentales, se desarrolló un modelo para predecir la rugosidad superficial utilizando regresión por vectores soporte.

Dado que uno de los propósitos del presente trabajo, es realizar un análisis comparativo entre el modelo de regresión por vectores soporte y el clasificador bayesiano, fue necesario además construir un modelo de predicción de la rugosidad superficial basado en un clasificador bayesiano y clasificar los valores obtenidos con el modelo regresión por vectores soporte.

Para la validación de ambos modelos se utilizó el método *K- Fold Cross-Validación* (validación cruzada).

La precisión obtenida con el modelo de regresión por vectores soporte fue del 67.5% y la del Clasificador bayesiano del 58.9%, para el conjunto de 436 muestras tomadas experimentalmente.

**Palabras clave:** Procesos de maquinado, mecanizado a alta velocidad, calidad superficial, máquinas de soporte vectorial, regresión por vectores soporte, clasificador bayesiano.

## **ABSTRACT**

*The main purpose is to establish a methodology to predict the surface quality before of the end-milling machining process, using support vector regression in high speed machining, with the purpose of to facilitate tools that ensure the required surface finish in machining process.*

*From the preparation of a database with experimental values, a model was developed to predict the roughness using support vector regression.*

*Since one of the purposes of this study, is to perform a comparative analysis between the model of support vector regression and the Bayesian Classifier, therefore was necessary to build a predictive model of surface roughness based on a Bayesian classifier and classify the values obtained with the model support vector regression.*

*For the validation of both models, the K-Fold Cross-Validation (Cross Validation) method was used.*

*The precision obtained with the model of support vector regression was 67.5% and of 58.9% for Bayesian Classifier, for the total of 436 samples taken experimentally.*

**Keywords:** *Machining process, high speed machining, surface quality, support vector machines, support vector regression, Bayesian classifier.*

# CAPITULO 1

## INTRODUCCION

En procesos de mecanizado a alta velocidad (MAV), se deben obtener productos de calidad, precisión y alta rentabilidad. Para lograrlo se deben seleccionar los parámetros de corte en la máquina de control numérico (CNC) más adecuados. En la actualidad es el operario de la maquina quien modifica las condiciones de corte, tales como velocidad de avance, velocidad de giro, profundidad de corte, diámetro de la herramienta con el fin de obtener el acabado o calidad superficial requerido, basándose en la experiencia (Flores et al; 2011). Para producciones en serie y la fabricación de piezas complejas, la búsqueda de la mejor calidad superficial por ensayo y error puede resultar riesgosa y costosa (Flores et al; 2011). Las máquinas de CNC, han permitido que los métodos de fabricación en la industria manufacturera se han más competentes, productivos y flexibles por muy complicada que sea la superficie (Oguz et al; 2007). Sin embargo se siguen presentando inconvenientes para determinar la calidad del acabado superficial, todavía sigue dependiendo del conocimiento de un experto (Potsang et al; 2010).

La calidad de las piezas fabricadas no solo depende de sus geometrías sino también de su textura superficial o del acabado superficial ( Chakguy et al; 2008).La calidad superficial es uno de los aspectos más importantes a tener en cuenta en la fabricación de piezas. Se estima frecuentemente en función a la rugosidad superficial (Flores et al; 2011).

La rugosidad superficial es un factor muy importante en los procesos de mecanizado ya que influye en la resistencia a la fatiga, tasa de desgaste, coeficiente de fricción y resistencia a la corrosión de las piezas mecanizadas (Zhuoda, 2010). Según los estudios realizados la rugosidad superficial ( $R_a$ ), se puede predecir antes, durante y después del proceso de maquinado (Flores et al; 2011). Predecir la  $R_a$  durante y después del proceso no es lo más adecuado, si se realiza durante el proceso de fabricación se requiere desmontar la pieza, tomar las mediciones correspondientes para verificar la  $R_a$ , ajustar los parámetros de corte del proceso y volver a realizar el montaje lo que con lleva a incrementar significativamente los tiempos de maquinado (Potsang et al; 2010). Si la predicción se realiza después del proceso de fabricación, se puede dar el caso que sea necesario repetir nuevamente la fabricación de la pieza, si esta no cumple con las especificaciones requeridas de  $R_a$ , esto genera reprocesos de producción y aumenta las pérdidas económicas de las empresas que están involucradas con este tipo de procesos de fabricación (Flores et al; 2011). Por lo tanto es conveniente profundizar en el estudio de un modelo que permita predecir la  $R_a$  antes del proceso de maquinado, especialmente para las máquinas de CNC, que trabajan con mecanizado de alta velocidad (MAV), es decir con altos avances y bajas profundidades de corte (Correa, 2010).

Se ha tomado la decisión de utilizar un modelo de predicción basado en las máquinas de soporte vectorial debido a las ventajas que ofrece esta herramienta de aprendizaje tales como su gran capacidad de generalización y que se comportan muy bien en problemas de alta dimensionalidad (Chakguy et al; 2009).

Se han desarrollado estudios para predecir la rugosidad antes del proceso de maquinado utilizando técnicas tales como redes neuronales y clasificadores bayesianos, siendo estos últimos el método más efectivo para predecir la rugosidad superficial por encima de las redes neuronales (Correa et al; 2009). En el presente trabajo también se pretende hacer una comparación entre el modelo de regresión por vector soporte (SVR) y el clasificador bayesiano. Para establecer dicha comparación es necesario asignar una etiqueta a los valores de rugosidad obtenidos con el modelo SVR, para poder establecer la comparación con el clasificador bayesiano.

Par el desarrollo de este trabajo se construyó la base de datos en el laboratorio de máquinas y herramientas del ITM y las mediciones de rugosidad superficial se realizaron en el laboratorio de la Universidad Nacional Seccional Medellín.

Para elaborar el modelo predictivo de la calidad superficial, se utilizaron como variables de entrada del modelo SVR, el diámetro de la herramienta ( $\phi$ ), la velocidad de avance ( $F$ ), velocidad de giro ( $RPM$ ), profundidad de corte ( $a_p$ ) y la potencia requerida para el corte ( $Kw$ ) y como variable de salida del modelo la rugosidad superficial ( $R_a$ ). Esta última variable se midió post-proceso, es decir después de realizar el maquinado. Para la validación de los dos modelos elaborados SVR y el clasificador bayesiano se utilizó el método de validación *K-Fold Cross-Validation* (validación cruzada).

### ***Descripción del Contenido de los Capítulos***

El desarrollo de este proyecto se presenta en cuatro capítulos que a continuación se describen brevemente:

#### Capítulo 1 – Introducción.

En el primer capítulo, se realiza una introducción al tema relacionado con el trabajo de maestría. Se da a conocer la importancia de llevar a cabo este proyecto de investigación. Se plantean la hipótesis, el objetivo general y los objetivos específicos.

#### Capítulo 2 - Marco Teórico

En el segundo capítulo, se expone un *Marco Teórico*, para dar conocer los conceptos teóricos que se utilizan en el presente trabajo y que son necesarios para una buena comprensión del lector. También se construye un *Estado del Arte* que tiene como finalidad establecer como ha sido tratado el tema por la comunidad científica para establecer las tendencias en la predicción de la rugosidad superficial antes, durante y después del proceso de mecanizado, lo que se ha hecho y lo que está pendiente por hacer.

### Capítulo 3 - Metodología

En el tercer capítulo, se realiza una descripción del procedimiento para obtener la base de datos, y además se realiza una descripción de cómo obtener el modelo SVR y el modelo para el clasificador bayesiano.

### Capítulo 4 – Resultados y Análisis de Resultados

En el cuarto capítulo, se cumple con los tres objetivos específicos de este trabajo. Para lograrlo se aplica la Metodología propuesta en el tercer capítulo. Se elaboran los modelos SVR y para el clasificador bayesiano, se analizan los resultados obtenidos y al final del capítulo se realiza una comparación de las dos técnicas desarrolladas.

## JUSTIFICACIÓN

Inicialmente todos los procesos de maquinado se realizaban en máquinas convencionales (ver figura 1). En las máquinas herramientas de tipo convencional, el operario de la máquina debe estar pendiente de los recorridos de la herramienta, es decir los desplazamientos en los ejes longitudinal y transversal y establecer los parámetros de corte, velocidad de giro, velocidad de avance y profundidad de corte, está limitado a colocar los valores que ya tiene establecida la máquina por el fabricante. Posteriormente con la evolución de las máquinas y herramientas se diseñaron y fabricaron las máquinas de CNC (ver figura 2), en este tipo de máquinas mediante un programa de código numérico, se programan las rutas de maquinado en forma automática, el operario no tiene que estar pendiente de los recorridos, estos son generados por el programa de control numérico computarizado, además se tiene la ventaja de seleccionar cualquier avance y velocidad de giro que este dentro del rango de la máquina a diferencia de las máquinas convencionales que solamente se pueden utilizar unos valores establecidos.



Figura 1. Máquinas-herramientas convencionales.



Figura 2. Máquinas de control numérico computarizado CNC.

Las máquinas de CNC, permiten controlar las rutas de maquinado y la precisión de los desplazamientos, pero no el acabado superficial de la pieza, que también es uno de los aspectos más importantes a tener en cuenta en el proceso de fabricación (Potsang et al; 2010).

Para cumplir con la rugosidad superficial ( $R_a$ ) especificada, la selección de los valores de las condiciones de corte, tales como velocidad de avance, velocidad de husillo y la profundidad de corte se realiza tradicionalmente por ensayo y error, la experiencia y los manuales de mecanizado, este procedimiento consume tiempo y es laborioso (Chakguy et al; 2008).

En casos como producción en serie, piezas de forma compleja, modificar los parámetros de corte tales como avance de corte, profundidad de corte, velocidad de corte, durante el proceso de maquinado, con el fin de encontrar la mejor calidad superficial resulta riesgoso y costoso (Flores et al; 2011).

La rugosidad superficial ( $R_a$ ) es un índice clave para evaluar y determinar la calidad de un producto y tiene un efecto directo sobre las características funcionales de la pieza de trabajo tales como fatiga, resistencia a la fractura y superficie de fricción (Potsang et al; 2010).

Por lo tanto se requiere determinar las condiciones de corte óptimas para obtener la rugosidad superficial deseada. Las herramientas derivadas del presente trabajo contribuirán al fortalecimiento de la economía relacionada con la industria del mecanizado.

## 1.1 HIPOTESIS

El uso de técnicas basadas en las máquinas de soporte vectorial, permitirá predecir la rugosidad del acabado superficial, antes del proceso de maquinado, para garantizar los procesos productivos en las maquinas herramientas y así evitar reprocesos que afectan los costos de producción.

## 1.2 OBJETIVOS

### 1.2.1 Objetivo General

Desarrollar una metodología para obtener un modelo, basado en máquinas de soporte vectorial que permita predecir la rugosidad superficial en mecanizado a alta velocidad, antes del proceso de maquinado, con el fin de garantizar la calidad superficial en los procesos de maquinado.

### 1.2.2 Objetivos específicos

- Realizar un modelo predictivo, basado en máquinas de soporte vectorial, para predecir la  $R_a$  antes del proceso de maquinado.
- Validar el modelo de regresión por vectores soporte y del clasificador bayesiano, utilizando el *método Fold Cross Validation* (validación cruzada).
- Realizar un análisis comparativo entre el modelo SVR y el clasificador bayesiano.

## CAPITULO 2

### 2.1 MARCO TEORICO

#### 2.1.1 Proceso de maquinado por arranque de viruta

La operación de arranque de viruta consiste en eliminar del material en bruto, es decir con las medidas iniciales, el excedente de material a través de herramientas de corte y máquinas-herramientas (ver figura 3).



Figura 3. Arranque de viruta a partir del material en bruto.

En el proceso de maquinado intervienen los siguientes aspectos: material sobrante, profundidad de corte, velocidad de avance y velocidad de corte.

**Material Sobrante:** Es la cantidad de material que se debe eliminar de la pieza en bruto, hasta lograr que la pieza quede con la configuración geométrica deseada, es decir que cumpla las medidas requeridas en un plano de fabricación y con el acabado superficial requerido.

Lo ideal es que la cantidad de material a remover sea lo menor posible, con el fin de reducir el tiempo de maquinado y el desgaste de la herramienta.

**Profundidad de corte ( $a_p$ ):** Es el desplazamiento vertical (en el proceso de fresado, taladrado) o transversal (en el proceso de torneado) de la herramienta en una sola pasada de la herramienta de corte (buril, fresa, broca etc.) ver figura (4). La profundidad de corte se mide en milímetros (mm) o en pulgadas.



Figura 4. Profundidades de corte en el proceso de fresado y torno.

**Velocidad de Avance (F):** Es la velocidad con la que se desplaza la herramienta con respecto a la pieza (proceso de torneado) o la pieza con respecto a la herramienta (proceso de fresado) durante un periodo de tiempo determinado ver figura (4). Esta variable se mide en el proceso de torno en milímetros por revolución ( $mm/rev$ ) y en el proceso de fresado en milímetros por minuto ( $mm/min$ ).

La velocidad de avance es un cálculo efectuado a partir del avance por diente de la herramienta ( $f_z$ ), que es la distancia que recorre un diente al entrar en contacto con el material (ecuación 1)

$$Velocidad\ de\ avance\ (F) = f_z \times Dientes \times rpm \quad (1)$$

**Velocidad de Corte:** Es la velocidad lineal de la periferia de la herramienta. Esta dada en metros por minuto ( $m/min$ ) su valor depende del tipo de material que se utilice en el proceso de maquinado ver tabla (1). A partir de la velocidad de corte se pueden calcular la velocidad de rotación del husillo.

Tabla 1. Velocidades de corte dependiendo del material

Material a maquinar	Velocidad de corte m/min	Avance por filo mm/filo
Aluminio	70-100	0.05-0.1
Latón	50-70	0.05-0.1
Hierro fundido	25-40	0.025-0.05
Acero al carbono	30-40	0.025-0.05
Acrílico	20-30	0.035-0.075

Fuente: <http://www.chi.itesm.mx/cim/tutor/datcor.htm>

La velocidad de giro que está dada en revoluciones por minuto (rpm), se obtiene mediante el giro del husillo de la máquina (ver figura 5).

A partir de la velocidad de corte del material, se puede tener un estimativo de las rpm requeridas para el proceso de desbaste por arranque de viruta (ecuación 2).



Figura 5. Husillo centro de mecanizado.

$$V_c = \frac{n * \pi * D_c}{1000} \quad (2)$$

$V_c =$  Velocidad de corte (m/min)

$n =$  velocidad de rotacion del husillo (rpm)

$D_c =$  Diametro de la herramienta (mm)

$\pi = 3,1416$

**Máquina- herramienta:** Son máquinas que para poder cumplir con su labor u objetivo requieren de un útil o herramienta de corte tal como una fresa, buril, broca. En algunos casos estas herramientas se consiguen comercialmente o se deben afilar utilizando un esmeril. Se debe poner en contacto con el material para poder llevar a cabo el desprendimiento de viruta.

### 2.1.2. Proceso de Fresado

Es un proceso de maquinado que consiste en remover el material sobrante, mediante una herramienta de corte, para este caso con una

fresa o broca. La fresa es un útil de corte que tiene un movimiento rotativo continuo y en su periferia tiene dispuestos varios filos de corte. Estos al hacer contacto con el material desprenden la viruta o material excedente. La pieza a maquinar va sujeta en la mesa de fijación de la máquina, la cual se desplaza en los ejes longitudinal y transversal y la fresa o herramienta de corte se desplaza verticalmente (ver figura 6).

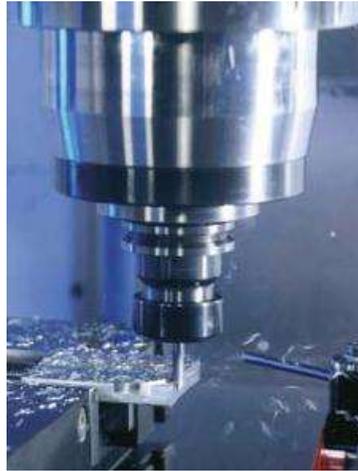


Figura 6. Proceso de Fresado. Fuente:  
<http://www.ingeniec.com/CNC%20Basado%20en%20PLC.html>

### 2.1.3. Condiciones de mecanizado

En toda operación de fresado, el operario que realiza el programa para la máquina CNC, debe definir antes de realizar el proceso de maquinado los parámetros de corte velocidad de giro, velocidad de avance, profundidad de corte y diámetro de la herramienta. Estos parámetros deben ser considerados de acuerdo al propósito que se quiere lograr (Correa, 2010).

Existen básicamente dos criterios para la selección de los parámetros de corte:

**Tiempo de ciclo corto:** el factor a considerar es el volumen de material extraído por minuto. El volumen se calcula multiplicando la velocidad de avance ( $F$ ), profundidad de corte ( $a_p$ ) y el diámetro de la herramienta ( $\phi$ ).

$$\text{Volumen extraído} = F * a_p * \phi \quad (3)$$

Como se puede apreciar, el volumen extraído es directamente proporcional a la velocidad de avance ( $F$ ), profundidad de corte ( $a_p$ ) y el diámetro de la herramienta ( $\phi$ ). Al aumentar  $F$  y  $a_p$  también se genera un mayor desgaste de la herramienta, por lo tanto al pretender tener una mayor cantidad de volumen extraído en un corto tiempo implica que se presente un mayor consumo de herramientas (Correa, 2010).

**Obtener alta calidad de producción:** para cumplir con este criterio se deben seleccionar los parámetros de corte óptimos para satisfacer las condiciones de calidad requeridos.

#### 2.1.4. Mecanizado a Alta Velocidad

Las maquinas-herramientas convencionales, están diseñadas para trabajar a bajas velocidades de avance y altas profundidades de corte, por lo tanto en su estructura las velocidades de rotación del husillo son bajas como se puede ver en la figura 7. La máxima velocidad de giro es de 1800 revoluciones por minuto, a medida que se fue evolucionando en las maquinas herramientas se diseñaron equipos con altas velocidades de rotación y altas velocidades de avance como acontece con las máquinas de control numérico computarizado, en el centro de mecanizado marca *Milltronics* que dispone el ITM la velocidad de rotación máxima es de 15000 revoluciones por minuto y con un avance máximo de 5000 mm por minuto.



Figura 7: Velocidades de giro Fresadora Convencional.

En la actualidad se fabrican máquinas y herramientas con mayores velocidades de avance y de rotación del husillo, lo que permite realizar procesos de maquinado con mayores velocidades de rotación del husillo y de avance, de ahí surge el termino de mecanizado de alta velocidad porque ya no hay una limitante con los parámetros de la máquina.

Anteriormente se trabaja en los procesos de mecanizado con velocidades de avance lentas y altas profundidades de corte, la estructura de las máquinas no permitía trabajar con altas velocidades de corte, con la incorporación de dicha tecnología permitió reducir las profundidades de corte y aumentar la velocidad de avance de la herramienta, esto permitió aumentar la productividad, mayor precisión y menor rugosidad de las superficies. El MAV se puede definir como la optimización del mecanizado limitado por el material de la pieza a mecanizar, las herramientas de corte y los sistemas de apoyo (CAD/CAM/CNC) disponibles (Correa, 2010).

Como se mencionó anteriormente el MAV tiende a sustituir las pasadas de gran profundidad a baja velocidad de corte por muchas pasadas rápidas de menor profundidad de corte, aumentando la tasa de arranque de material (TAM). Las altas velocidades de corte y los elevados avances disminuyen las fuerzas de corte por lo cual se logran espesores de viruta más pequeños.

Con el MAV se han logrado los siguientes aspectos:

- ✓ Aumento de la productividad
- ✓ Disminución de las vibraciones
- ✓ Reducir la fuerza de corte necesaria para el desprendimiento de viruta.
- ✓ Mayor exactitud en los perfiles de maquinado.
- ✓ Superficies con mejor acabado superficial.
- ✓ Aumentar la vida útil de la herramienta de corte

### **2.1.5. Calidad superficial en MAV**

La calidad superficial es uno de los aspectos más importantes en la fabricación de piezas y se estima frecuentemente en función a la rugosidad superficial (Flores et al; 2011).

La  $R_a$  superficial es un índice ampliamente utilizado para especificar la calidad del producto y en la mayoría de los casos un requisito técnico para los productos mecánicos. Por lo tanto el logro de la calidad de la superficie deseada es de gran importancia para el comportamiento funcional de una pieza mecánica (Bernardos et al; 2003). Es el resultado de los parámetros del proceso tales como geometría de la herramienta, las condiciones de corte y las propiedades de la pieza a maquinar (Umbrello et al; 2008).

La medida usada más comúnmente para especificar la calidad superficial en la industria es la  $R_a$  (Potsang et al; 2010). La rugosidad superficial  $R_a$  es considerada como la media aritmética de los valles (en valor absoluto)

y los picos de la superficie medida en una longitud de evaluación (L), para nuestro caso fue de 2.5 mm y expresada en  $\mu m$

La unidad de medida es 1 micra =  $1\mu m = 0.001 mm$

La  $R_a$  está cuantificada por parámetros relativos a características de la superficie y corresponde a la variación vertical sobre una distancia de medida. Algunos de los parámetros de rugosidad, más conocidos se resumen en la tabla 2 y se definen mediante los siguientes estándares (Correa, 2010):

1: ASME B46.1-1995

2: ASME B46.1-1985

3: ISO 4287-1997

4: ISO 4287/1-1997

Tabla 2. Parámetros de Rugosidad

Parámetros	Nombre	Estándar
$R_a$	Promedio de rugosidad	1,2,3,4
$R_z$	Promedio de máxima altura del perfil	1,3
$R_q$	Rugosidad RMS(Root Mean Square)	1,3,4
$R_t$	Máxima altura del perfil	1,3
$R_{max}$	Profundidad de rugosidad máxima	1
$R_p$	Altura pico máximo del perfil	1,3,4
$R_m$	Profundidad de valle máximo del perfil	1,3,4

Fuente: (Correa, 2010)

### 2.1.6. Medida del acabado superficial

#### Métodos de contacto

Como se puede observar en la figura 8, los rugosímetros de tipo contacto tienen una punta fina que se desplaza sobre la superficie a medir en línea recta. Las variaciones en la altura de la superficie son detectadas por el movimiento de la aguja y estas se convierten en señales eléctricas que posteriormente son registradas o graficadas.

Antes de proceder a realizar las mediciones se debe calibrar el equipo, con el fin de asegurar que las medidas estén correctas.

El rugosímetro utilizado para medir la rugosidad es marca Mitutoyo referencia SJ 201, facilitado por la Universidad Nacional Seccional Medellín.

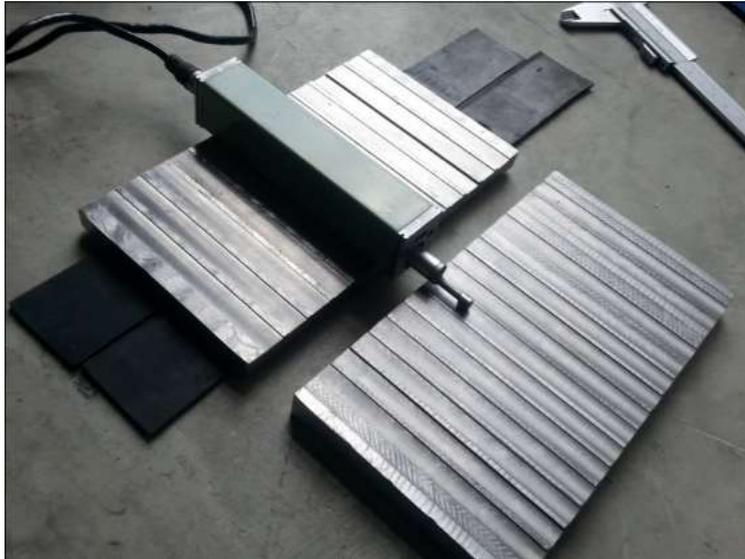


Figura 8: Rugosímetro de Contacto

### **2.1.7. Máquinas de Soporte Vectorial**

Son un conjunto de algoritmos de aprendizaje supervisado desarrollados por Vladimir Vapnik. Los algoritmos pueden ser utilizados en problemas de aprendizaje de máquina, concretamente en clasificación y regresión. A partir de un conjunto de ejemplos de entrenamiento (de muestras) etiquetadas, se entrena una máquina de soporte vectorial (SVM) con el fin de construir un modelo que prediga la clase de una nueva muestra.

### **2.1.8. Aplicaciones de las máquinas de soporte vectorial**

- En visión artificial para el reconocimiento de patrones.
- En medicina, para la clasificación de exámenes radiológicos, TAC, y otros para el diagnóstico de tejido humano.
- En genética para la predicción de genes.
- Clasificación de documentos.
- En simulación, para la modelación de sólidos.
- Predicción en economía.

### 2.1.9. Ventajas de las máquinas de soporte vectorial

- El proceso de aprendizaje o entrenamiento no depende del número de atributos, se comporta muy bien en problemas de alta dimensionalidad.
- Tiene una gran capacidad de generalización.
- Pocos parámetros para ajustar.
- A pesar de su complejidad matemática se pueden implementar fácilmente con las librerías existentes.

Dado un conjunto de datos de entrenamiento, la SVM busca el hiperplano o frontera de decisión que separe de forma óptima los puntos de una clase de la otra.

El caso más simple es considerar un problema de dos clases, linealmente separable (ver figura 9).

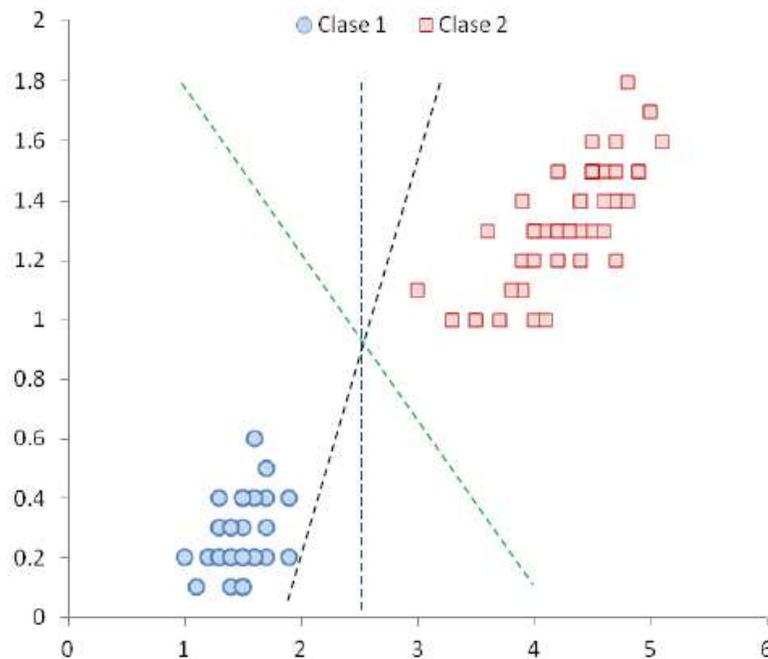


Figura 9. Dos clases separables linealmente. Fuente: (Mera et al; 2012)

Hay muchas rectas o hiperplanos posibles que pueden separar las clases. La SVM selecciona el hiperplano que maximice la distancia (margen) con los puntos que están más cerca del mismo (ver figura 10)

Cada observación (o dato del conjunto de entrenamiento) contiene un par de datos:

Un vector  $x_i \in R^n, i = 1,2,3 \dots l$

Una etiqueta  $y_i \in \{+1, -1\}$

El hiperplano separa las muestras positiva (+1) de las negativas (-1), los puntos que están en el hiperplano deben satisfacer la ecuación  $w^t x + b = 0$  (ver figura 11).

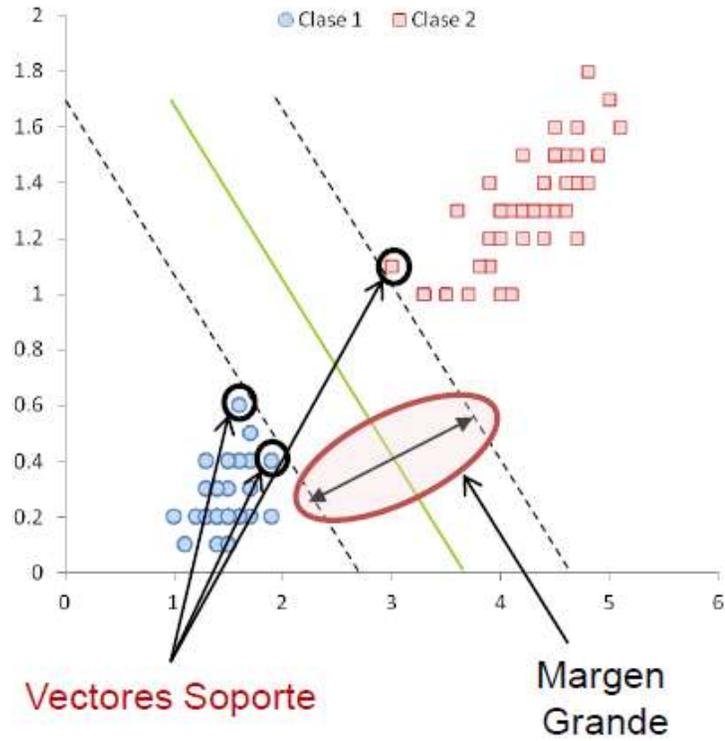


Figura 10. Hiperplano o frontera de decisión óptima. Fuente (Mera et al; 2012)

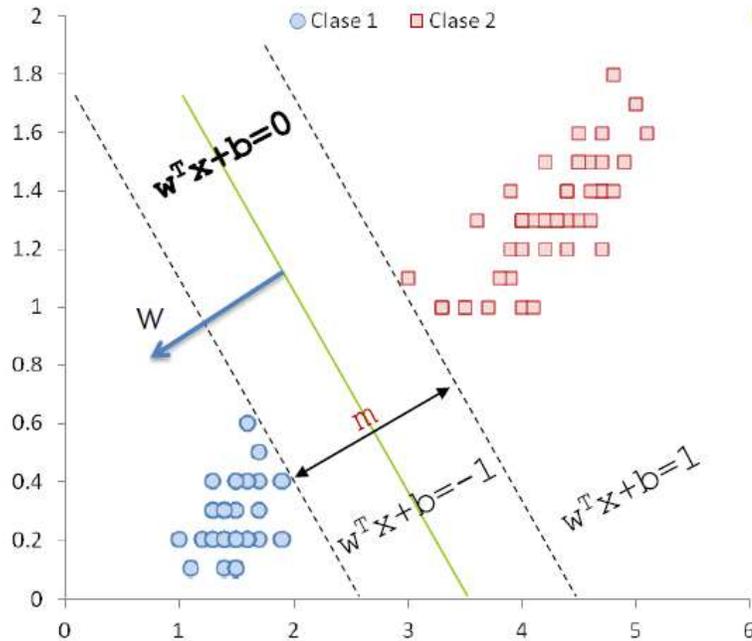


Figura 11. Puntos sobre el hiperplano de separación. Fuente (Mera et al; 2012)

El vector  $W$  es la normal al hiperplano

$|b|/\|w\|$  Es la distancia perpendicular del hiperplano al origen

$\|w\|$  Es la norma del vector  $W$

$2/\|w\|$  Margen o distancia entre los hiperplanos positivo y negativo

El problema se convierte en un problema de optimización, para encontrar el mejor hiperplano que separa las clases se debe maximizar la margen  $m$ .

El problema es  $\text{Max} \left[ \frac{2}{\|w\|} \right]$ , lo cual se consigue (matemáticamente)

$$\text{Min} \left[ \frac{1}{2} \right] \|w\|^2 \text{ sujeto a que } y_i(w^t x_i - b) \geq 1 \text{ para todo } i=1, \dots, n$$

Para resolver este problema se utilizan multiplicadores de Lagrange, por lo tanto se debe construir la función lagrangiana tal que:

$$L(\alpha) = \sum_{i=1}^n \alpha_i - \frac{1}{2} \sum_{i,j} \alpha_i \alpha_j y_i y_j x_i^t x_j \quad (4)$$

Sujeto a que:  $\alpha_i \geq 0$  y  $\sum_{i=1}^n \alpha_i y_i = 0$

Finalmente,  $W$  se puede calcular de la siguiente forma:

$$W = \sum_{i=0}^n \alpha_i y_i X_i \quad (5)$$

$$\text{Con } b = \frac{1}{N_{sv}} \sum_{i=1}^{N_{sv}} (w \cdot X_i - y_i)$$

### 2.1.10. Máquinas de soporte vectorial con margen blando

Con el fin de permitir cierta flexibilidad, los SVM manejan un parámetro  $C$  que controla la compensación entre errores de entrenamiento y los márgenes rígidos, creando un margen blando que permite algunos errores en la clasificación.

$$W^T X_i + b \geq 1 - \xi_i \quad y_i = 1 \quad (6)$$

$$W^T X_i + b \leq -1 + \xi_i \quad y_i = -1 \quad (7)$$

$$\xi_i \geq 0 \text{ para todo } i$$

Si  $\xi_i = 0$ , no hay error, así se busca minimizar:

$$\frac{1}{2} \|w\|^2 + C \sum_{i=1}^n \xi_i \quad (8)$$

La constante  $C$  determina la holgura del margen blando. La elección de este valor y del tipo de función *Kernel* influye en el desempeño de las SVM.

Si el valor de  $C$  es grande, los datos de entrenamiento se clasifican correctamente.

Si el valor de  $C$  es pequeño puede ocurrir que hay demasiados datos de entrenamiento mal clasificados.

### 2.1.11. Máquinas de soporte vectorial modelos no lineales

Cuando los datos no se pueden separar linealmente se hace un cambio de espacio mediante una función de transformación que aumenta la dimensionalidad de los vectores de entrada a un espacio al que se

puedan separar linealmente (Smola et al; 2003). Esta función se le conoce con el nombre de función *Kernel* (ver figura 12).

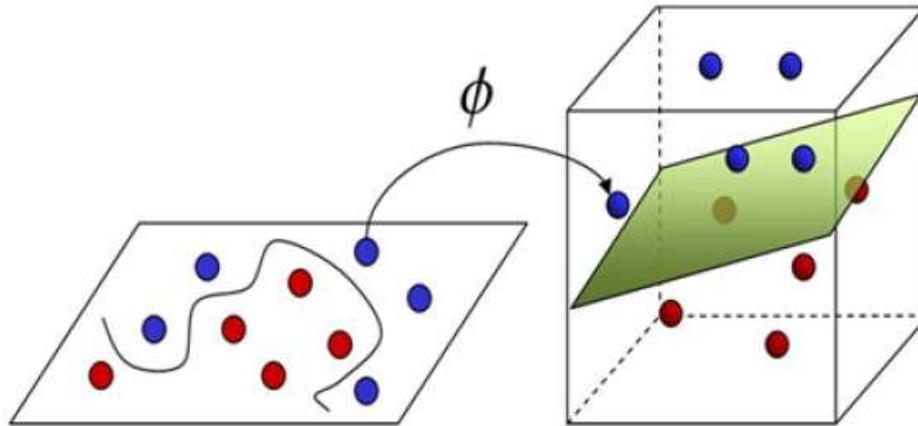


Figura 12. Transformación del espacio dimensional mediante la función *Kernel*.  
Fuente (Mera et al; 2012)

Existen diferentes tipos de funciones *Kernel*

*Kernel* polinomial de grado d

$$K(x, y) = (x^T y + 1)^d \quad (9)$$

*Kernel* de base radial

$$K(x, y) = \exp\left(-\frac{\|x-y\|^2}{2\sigma^2}\right) \quad (10)$$

*Kernel* Sinusoidal con parámetros k y q

$$K(x, y) = \tanh(kx^T y + \theta) \quad (11)$$

### 2.1.12. Regresión por vectores soporte (SVR)

La regresión por vectores soporte es un método basado en los conceptos usados en las máquinas de soporte vectorial, concretamente en la búsqueda de un margen que maximice la distancia entre los datos de entrada y el separador de los mismos. En regresión por vectores de soporte el objetivo es encontrar una función  $f(x)$  que tiene como máximo, una desviación  $\varepsilon$  con respecto a los valores realmente obtenidos para todos los datos de entrenamiento y al mismo tiempo es lo más plana posible, no importan los errores siempre y cuando se han menores que  $\varepsilon$ , pero no se acepta una desviación más grande que esta (Smola et al; 2002).

En la figura 13, se representa la situación gráficamente. Únicamente los puntos por fuera de la región sombreada aportaran al costo de la medida. Las desviaciones son penalizadas de una forma lineal.

Una máquina de soporte vectorial busca que el margen se maximice mediante un cambio en su función de costo. Este cambio da un margen entre  $-1$  y  $1$  a los lados del separador. Dentro de dicho margen el error vale cero, es decir, que las muestras que estén dentro de este rango no contribuyen a incrementar el valor de la función de costo. Este concepto de dar un margen entre los datos de entrenamiento y la función de ajuste, es el mismo que se usa en el algoritmo de SVR (Smola et al; 2002).

Los clasificadores construidos con otros métodos como el de redes neuronales, solo buscan un separador que separe los datos de entrenamiento, sin tener presente que haya una distancia considerable entre dicho separados y los datos.

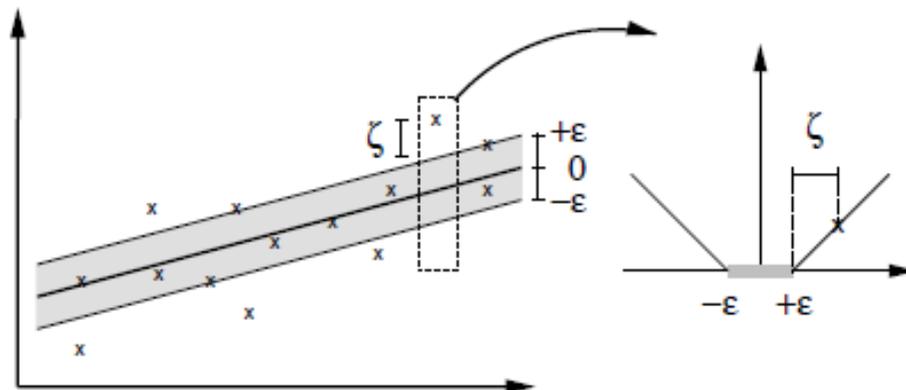


Figura 13. Margen suave para un modelo SVR. Fuente (Smola et al; 2002).

En este caso, lo que se busca es dar un margen alrededor de la función que va a describir el modelo que se ajusta a los datos de entrada, como se muestra en la Figura 14.

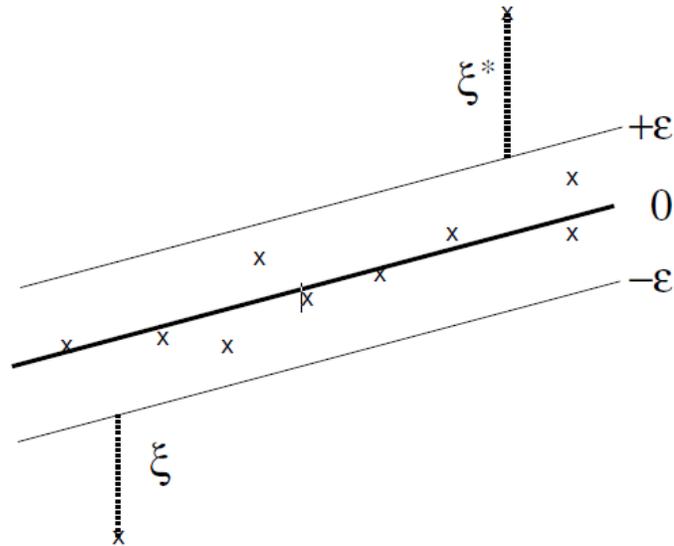


Figura 14. Margen empleado en SVR. Fuente (Smola et al; 2002)

Un dato que este a una distancia menor a  $\varepsilon$  (margen) del hiperplano, no contribuye a la función de costo. Esta forma en la que se ajusta el modelo SVR, hace que el algoritmo no tienda a sobreajustarse, sino a encontrar un modelo que generalice correctamente los datos de entrada.

Se desarrolló un tutorial de regresión por vectores soporte, el cual se describe a continuación (Smola et al; 1998).

Se parte del caso más simple, cuando se tiene un conjunto de muestras de dos clases linealmente separables:

$$f(x) = \langle w, x \rangle + b \quad \text{Con } w \in \mathcal{X}, b \in \mathbb{R} \quad (12)$$

Donde  $\langle \cdot, \cdot \rangle$  denota el producto punto en  $\mathcal{X}$ .

Se debe buscar un pequeño  $w$ . Una forma de asegurar esto es minimizar

$$\|w\|^2 = \langle w, w \rangle.$$

Se puede escribir este problema, como un problema de optimización convexa

$$\text{Minimizar } \frac{1}{2} \|w\|^2 \quad (13)$$

$$\text{Sujeto a } y_i - \langle w, x_i \rangle - b \leq \varepsilon$$

$$\langle w, x \rangle + b - y_i \leq \varepsilon$$

La suposición tacita en (13), fue que la función  $f$  existe y se aproxima a todos los puntos  $(x_i, y_i)$  con precisión  $\varepsilon$ , en otras palabras el problema de optimización convexa es factible. Sin embargo a veces esto no puede ser el caso, o es posible que también desee permitir algunos errores. Análogicamente a él margen suave función de pérdida (Bennett et al; 1992) que fue adoptado a las SVM (Vapnik et al; 1995), se pueden introducir variables de holgura.

$\xi_i, \xi_i^*$  Para hacer frente al problema de optimización

Por lo tanto se llega a la siguiente formulación:

$$\begin{aligned}
 & \text{Minimizar} && \frac{1}{2} \|w\|^2 + C \sum_{i=1}^{\ell} (\xi_i + \xi_i^*) \\
 & \text{Sujeto a} && y_i - \langle w, x_i \rangle - b \leq \varepsilon + \xi_i \\
 & && \langle w, x_i \rangle + b - y_i \leq \varepsilon + \xi_i^* \\
 & && \xi_i, \xi_i^* \geq 0
 \end{aligned} \tag{14}$$

La constante  $C > 0$  determina la compensación entre la planitud de  $f$  y la cantidad hasta la cual las desviaciones más grandes que  $\varepsilon$  son toleradas. Esto corresponde a la llamada función de pérdida insensible  $|\xi|_{\varepsilon}$  descrita por:

$$|\xi|_{\varepsilon} := 0 \text{ Si } |\xi| \leq \varepsilon \tag{15}$$

Cualquier error más pequeño que  $\varepsilon$ , no entra en la función objetivo.

### Problema Dual y programación Cuadrática

La idea clave es construir una función de Lagrange desde la función objetivo.

$$\begin{aligned}
 L := & \frac{1}{2} \|w\|^2 + C \sum_{i=1}^{\ell} (\xi_i + \xi_i^*) - \sum_{i=1}^{\ell} (\eta_i \xi_i + \eta_i^* \xi_i^*) \\
 & - \sum_{i=1}^{\ell} \alpha_i (\varepsilon + \xi_i - y_i + \langle w, x_i \rangle + b) \\
 & - \sum_{i=1}^{\ell} \alpha_i^* (\varepsilon + \xi_i^* + y_i - \langle w, x_i \rangle - b)
 \end{aligned} \tag{16}$$

$L$  es la función de Lagrange y  $\eta_i, \eta_i^*, \alpha_i, \alpha_i^*$  son los multiplicadores de Lagrange. Por lo tanto las variables dual en (16), están sujetas a

$$\alpha_i^{(*)}, \eta_i^{(*)} \geq 0 \tag{17}$$

Por  $\alpha_i^*$ , se refiere a  $\alpha_i$  y  $\alpha_i^*$

De la condición de punto de silla se desprende que las derivadas parciales de  $L$  con respecto a las variables primarias ( $w, b, \xi_i, \xi_i^*$ ) tienen que desaparecer para la optimización.

$$\partial_b L = \sum_{i=1}^{\ell} (\alpha_i^* - \alpha_i) = 0 \quad (18)$$

$$\partial_w L = w - \sum_{i=1}^{\ell} (\alpha_i - \alpha_i^*) x_i = 0 \quad (19)$$

$$\partial_{\xi_i^*} L = C - \alpha_i^{(*)} - \eta_i^{(*)} = 0 \quad (20)$$

Sustituyendo (18), (19) y (20) en (16), se obtiene la doble optimización del problema

$$\begin{aligned} & \text{Maximizar} -\frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^{\ell} (\alpha_i - \alpha_i^*) (\alpha_j - \alpha_j^*) \langle x_i, x_j \rangle \\ & -\varepsilon \sum_{i=1}^{\ell} (\alpha_i + \alpha_i^*) + \sum_{i=1}^{\ell} \eta_i (\alpha_i - \alpha_i^*) \end{aligned} \quad (21)$$

$$\text{Sujeto a } \sum_{i=1}^{\ell} (\alpha_i - \alpha_i^*) = 0 \text{ y } \alpha_i, \alpha_i^* \in [0, C]$$

Derivando (19) se eliminan las variables duales  $\eta_i, \eta_i^*$  a través de la condición (18) que puede ser reformulada como  $\eta_i^* = C - \alpha_i^{(*)}$ . La ecuación (17) se puede reescribir de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} w &= \sum_{i=1}^{\ell} (\alpha_i - \alpha_i^*) x_i, \\ \text{así } f(x) &= \sum_{i=1}^{\ell} (\alpha_i - \alpha_i^*) \langle x_i, x \rangle + b \end{aligned} \quad (22)$$

Para construir este algoritmo, se utilizó la librería LibSVM elaborada por *Chih-Chung Chang* y *Chih-Jen Lin* y está disponible en internet.

### Factor de correlación

El factor de correlación es una medida de similitud entre dos conjuntos de datos. El caso ideal es que este valor fuese igual a 1, el cual se da solo cuando los dos conjuntos de entrada son iguales.

### Error Cuadrático medio (MSE)

El error cuadrático medio (MSE) es el promedio de los errores cuadráticos entre las variables predichas y las reales (ver ecuación 23).

$$MSE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (Y_P - Y_R)^2 \quad (23)$$

Donde  $n$  es el número total de muestras y el valor elevado al cuadrado corresponde a la diferencia entre predicciones y valores reales.

## Estandarización

La estandarización centra la distribución de los datos, haciendo que la media de los mismos sea aproximadamente igual a cero.

Para estandarizar los datos se usó *z score* definido como:

$$Z = \frac{(X - \mu)}{\sigma} \quad (24)$$

Donde  $x$  son los datos de entrada,  $\mu$  es la media de los datos y  $\sigma$  es la desviación estándar.

## Análisis de componentes principales (PCA)

Consiste en proyectar los datos originales a un nuevo subespacio, cuyos ejes se encuentran orientados en la dirección de la máxima varianza de los datos (Harrington, 2012).

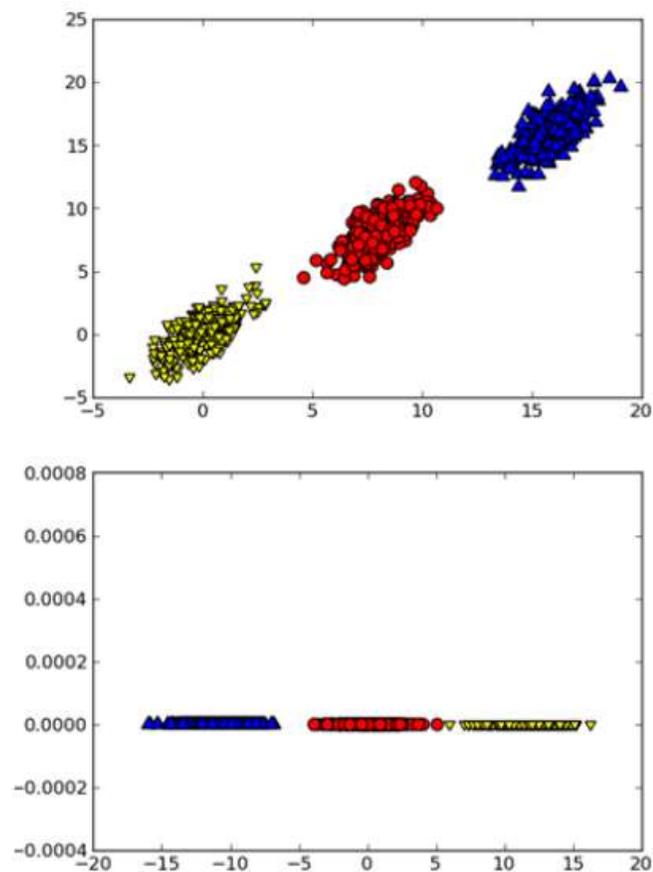


Figura 15(Parte superior) Datos originales. (Parte inferior) Datos proyectados en dirección al eje de máxima varianza. Fuente (Harrington, 2012).

Para encontrar los vectores que definen las coordenadas de este nuevo subespacio, se debe construir la matriz de covarianza entre los datos de entrada, y posteriormente obtener los vectores y valores propios de dicha matriz. Para obtener los valores de los datos proyectados en el nuevo subespacio, se debe realizar un producto matricial entre los datos originales y los vectores propios organizados en columnas.

### Normalización

Se realiza con el fin de tener todos los datos en el rango de 0 a 1

Para esto se usa la expresión dada por:

$$\bar{x} = \frac{x - \min(X)}{\max(X) - \min(X)} \quad (25)$$

Donde  $x$  es el dato a normalizar, y  $X$  es el conjunto total de datos.

### 2.1.13. Clasificador bayesiano

Como se puede apreciar en la figura 16, un clasificador bayesiano es un esquema grafico probabilístico que representa el conjunto de variables o nodos que intervienen en el proceso. Como se observa en la figura 16, los nodos pueden representar variables tales como: el diámetro, la rugosidad, potencia, velocidad de avance, velocidad de rotación y profundidad.

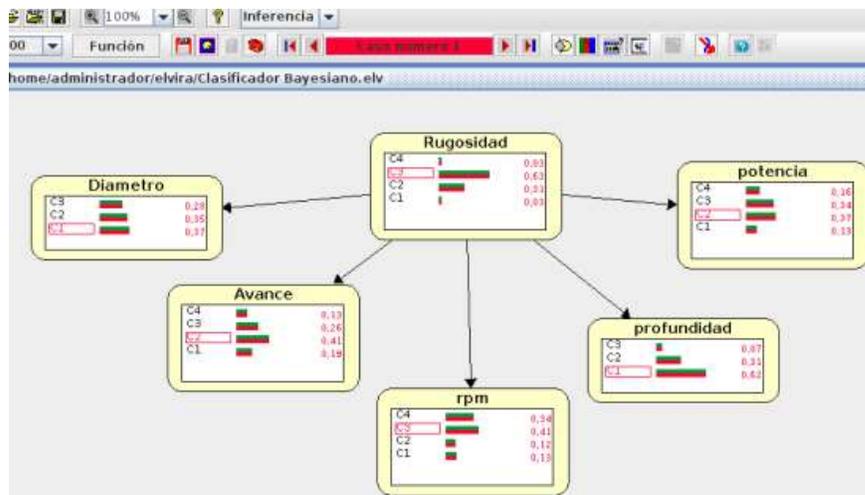


Figura 16: Clasificador bayesiano. Fuente: Programa Elvira

En la figura 16 la rugosidad, que es la variable de salida del proceso recibe el nombre de padre de las variables diámetro, avance, rpm, profundidad y potencia, es decir de las variables de entrada y estas a su vez se denominan hijos de la variable rugosidad. Una red Bayesiana puede clasificar nuevos casos combinando diferentes hipótesis probabilísticas (Correa, 2010).

En la clasificación supervisada se debe asignar a un vector de observaciones  $X = (X_1, \dots, X_n)$  una etiqueta de la variable de salida, para nuestro caso de la rugosidad (*fine, semi-fine, médium y semi-rough*).

El clasificador bayesiano busca asignar a  $X$  la clase con la probabilidad a posteriori más alta. El principio fundamental es la aplicación del teorema de Bayes (Correa, 2010). Calcula la probabilidad a posteriori  $P(C_i|w)$  a partir de las probabilidades condicionadas  $P(w|C_i)$  y las probabilidades a priori  $P(C_i)$  como:

$$P(C_i|w) = \frac{P(w|C_i)P(C_i)}{P(w)} \quad (26)$$

La probabilidad a posteriori  $P(C_i|w)$  es la probabilidad de que un ejemplo con características  $x_i$  pertenezca a la clase  $C_i$ . La probabilidad a priori  $P(C_i)$  es la probabilidad de que un ejemplo pertenezca a la clase  $C_i$ .

La regla de Bayes se usa para predecir la clase y clasificar cada nueva instancia, que es un ejemplo caracterizado solamente con los valores de las variables predictoras. Se le asigna una etiqueta de clase de acuerdo a la clase que tiene la máxima probabilidad a posteriori.

Debido a que las variables son independientes entre sí y todas las características son igual de importantes (Barber, 2010), los otros dos términos de la ecuación están dados por:

$$P(w|c_i) = P(w_0|C_i)P(w_1|C_i)P(w_2|C_i) \dots \dots P(w_n|C_i) \quad (27)$$

$$P(X_1 \dots \dots X_n) = \sum_k P(X_i|C_k)P(C_k) \quad (28)$$

Se aplicó la corrección de Laplace definida en la fórmula (29) para la estimación de las probabilidades (Cestnik, 1990). La corrección de Laplace asegura asignar una proporción de particiones incluso a los casos que no están presentes en el momento del entrenamiento pero que si pueden aparecer en un futuro.

$$P(X_i) = \frac{\text{Contar}(x) + k}{N + k [X_i]} \quad (29)$$

*Contar* ( $x$ ): Número de ocurrencias de ( $X_i$ )

$N$ : Conjunto de datos

$k [X_i]$ : Número de posibles valores que la clase de entrada puede tomar.

$K = 1$

#### **2.1.14. Algoritmo *K-means***

Para discretizar o dividir en grupos la muestra de datos se utilizó la función de Matlab *Kmeans*. El algoritmo inicialmente toma los datos de la variable correspondiente (diámetro, avance, velocidad de giro, profundidad de corte y potencia) y los agrupa en  $K$  conjuntos iniciales, se calcula el centroide de cada conjunto. Se realiza una nueva partición donde se asocia cada punto con el centroide más cercano y se recalculan nuevamente para los nuevos grupos y se repite este procedimiento hasta que los puntos no cambien más de grupo o no cambien los centroides.

#### **2.1.15. *K-Fold Cross-Validation***

Consiste en dividir el conjunto total de casos o muestras en subconjuntos, el número de grupos conformados se define por la variable  $K$ , el subconjunto  $K$  se reserva como datos de validación y los restantes subconjuntos se utilizan como datos de entrenamiento. El proceso de validación cruzada se repite  $K$  veces, con cada uno de los  $K$  subconjuntos utilizando los valores del subconjunto  $K$  como datos de validación.

Después de realizar la validación de los  $K$  subconjuntos, se genera una matriz de confusión, con el fin de establecer una comparación entre la variable obtenida de la salida de la clasificación producida por el modelo con la variable de la verdadera clasificación medida experimentalmente.

## 2.2 ESTADO DEL ARTE

De acuerdo a los estudios realizados para predecir la rugosidad superficial, se puede realizar pre-proceso, durante-proceso y pos-proceso, es decir antes, durante o después del proceso de mecanizado.

A continuación se hace una descripción de los modelos utilizados para predecir la rugosidad en las tres etapas mencionadas anteriormente.

### 2.2.1 Durante el proceso de maquinado

En el año 2009, se desarrolló un modelo para predecir la  $R_a$ , durante el proceso de fresado, basado en una red neuronal artificial (ANN). Se establecieron cuatro estructuras diferentes y se evaluaron (Azlan et al; 2009). La modelación mostró que una estructura de red 3-7-1, era el mejor modelo para el fresado de un acero 1054, se utilizaron herramientas sin revestimiento de metal duro. Mientras la herramienta está realizando el corte de material, se mide la fuerza de corte del proceso de mecanizado y también se tiene en cuenta como variable de entrada para alimentar la red. Durante el proceso de experimentación la red se entrena con diferentes condiciones de corte y se tienen en cuenta varias características de la herramienta como el diámetro, el número de filos de corte para obtener la rugosidad estimada. Los resultados de los ensayos también demostraron que utilizando herramientas enterizas se obtienen mejores resultados de rugosidad superficial que si se utilizan herramientas de insertos intercambiables.

Posteriormente en el año 2010, se desarrolla un nuevo modelo, basado en las redes neuronales con el fin de predecir la  $R_a$ . se analizaron 8 redes, variando el número de nodos en la capa oculta y se concluyó que la estructura de red 3-1-1, es la que da el mejor resultado para predecir la rugosidad superficial (Azlan et al; 2010). El modelo para determinar la  $R_a$  en el proceso de fresado puede ser mejorado modificando el número de nodos en la capa oculta de la red neuronal, pero no hay un criterio definido para establecer el número óptimo de nodos.

También se presentó otro trabajo basado en ANN, las piezas fueron fabricadas en aluminio. En este trabajo se estudia la influencia del avance por diente, la profundidad de corte y la velocidad de corte en el proceso de mecanizado (Soleimanimah et al., 2009).

En el año 2010, se realizó un estudio para predecir la  $R_a$  en proceso, utilizando un clasificador bayesiano, los datos experimentales fueron tomados en un centro de mecanizado marca Kondia HS1000, el material usado para realizar los maquinados fue acero F114. Se realizaron diferentes ranuras variando el diámetro de la herramienta y los

parámetros de corte. Para la construcción del modelo se utilizó el software Elvira (Correa, 2010).

También se realiza un estudio en el cual se hace una comparación entre las ANN y las redes bayesianas para predecir la rugosidad en proceso. Ambos modelos se validaron con el método de *k-Fold- Cross- Validation* (validación cruzada) y se concluyó que con el modelo elaborado con las redes bayesianas se obtienen mejores resultados que con las redes neuronales (Correa et al; 2009). Entre las desventajas que se tiene al utilizar las redes neuronales se destacan las siguientes:

- El procedimiento de optimización no garantiza la convergencia a un mínimo global.
- No hay métodos para escoger los parámetros de la red (número de capas ocultas, número de nodos en la capa oculta, forma de la función de activación).
- En cambio las redes Bayesianas tienen una construcción sencilla y rápida y un procedimiento sin parámetros de ajuste.
- El número de multiplicaciones y adiciones en la red neuronal en el momento de la evaluación hacen que el proceso sea relativamente lento, en cambio las redes Bayesianas se implementan fácilmente.

Otra técnica basada en un control adaptativo, que consiste en un algoritmo de toma de decisiones fue desarrollada para predecir la rugosidad en proceso. Si la  $R_a$  no está dentro de las especificaciones, el sistema adaptativo de control ajusta la velocidad de avance y la velocidad del husillo de la máquina CNC. Pero el ajuste de la velocidad del husillo no está dentro del valor adecuado. Al establecer una correlación entre la velocidad del husillo y la  $R_a$  es más baja que la del avance (Potsang et al; 2010).

### **2.2.2 Después del proceso de maquinado**

Para predecir la  $R_a$  después del proceso, se utilizó el algoritmo GEP (*Genetic Expression Programming*). Se recogen los parámetros de velocidad de corte, velocidad de giro y profundidad de corte después del proceso de corte mecánico y se plantea una ecuación lineal para predecir la  $R_a$ , en relación al estudio experimental. La relación entre las fuerzas de corte y parámetros de corte se expresa como una función, los resultados de los datos experimentales se comparan con los de la función evaluada. A altas velocidades de corte hay una buena relación entre los datos funcionales y los experimentales, pero a bajas velocidades de corte se presentan diferencias entre la predicción del algoritmo GEP y los valores experimentales (Oguz et al; 2007).

Se realiza también un estudio basado en las ANN, en el cual se analiza la incidencia de las fuerzas de corte en la rugosidad superficial (Zuperl et al; 2003).

### **2.2.3 Antes del proceso de maquinado**

En el año 2011, se presenta una técnica para generar un modelo pre-proceso predictivo de la rugosidad superficial basado en la experimentación con características diversas del proceso de fresado a alta velocidad. El modelo de predicción se basa en un clasificador bayesiano y se validó con el método *K-fold cross-validation* (Flores et al; 2011). Se sugiere entrenar el modelo con nuevos ensayos y se estima conveniente utilizar otras técnicas tales como las SVM o regresión logística.

### **2.2.4 Otros trabajos desarrollados donde se utiliza la técnica de máquinas de soporte vectorial para predecir la rugosidad.**

En el año 2011, se desarrolló un modelo para la estimación de la rugosidad superficial en función del ángulo de construcción y otros parámetros de construcción para las piezas construidas por la fusión de modelado de deposición (FDM). Para tal fin principios de la técnica FDM, junto con otras técnicas de prototípico rápido fueron estudiadas (Behnam, 2011).

Un nuevo modelo híbrido se propone para la estimación analítica de la rugosidad de la superficie sobre la base de los resultados experimentales y la comparación de los modelos, se aplica la técnica de LS-SVM, para la estimación empírica de la rugosidad de la superficie. Al seleccionar el ángulo óptimo de construcción, la rugosidad de la superficie de un prototípico rápido puede ser minimizada. Los resultados experimentales confirman que los mejores resultados se obtienen con el modelo LS-SVM, para determinar la rugosidad en las máquinas de prototipado rápido, que no es lo que se va a tratar en este trabajo.

Las máquinas de prototipado rápido son impresoras tridimensionales que permiten la construcción de modelos, con el fin de realizar pruebas funcionales para una validación del producto antes de la fabricación de las herramientas de producción.

La técnica FDM, es un proceso en el cual se convierte, con un láser, un foto-polímero líquido en plástico sólido, capa por capa. Cada capa es diferente y un modelo 3D se produce sobre una placa perforada en el baño de foto-polímero.

.

También se desarrolló un trabajo, donde presentan tres tipos diferentes de máquinas de vectores de soporte, tales como mínimos cuadrados (LS-SVM), Spider SVM y SVM-KM y una red neuronal, se desarrollaron para estimar los valores de rugosidad de la superficie de un acero inoxidable AISI 304, en un torno CNC. Los resultados de predicción mostraron que los resultados de todos los empleados con SVMs, fueron mejores que el ANN, con una alta correlación entre la predicción y los valores medidos experimentalmente. Los tres modelos diferentes de SVMs, se desarrollaron para predecir la rugosidad de la superficie después del proceso de torneado.

El modelo Spider SVM presentó el valor de correlación más alto con un valor de 0,957, mientras que la SVM-KM, fue el segundo modelo de precisión con un valor del 0,956 y la LS-SVM, fue la menos con el 0,944. Todos las predicciones SVM utilizadas, fueron mejores que los resultados de ANN 0,914. En el presente trabajo se va a determinar la rugosidad antes del proceso de maquinado, no después y se va a realizar para centros de maquinado y no en los tornos CNC.

En el año 2010, se desarrolló un modelo inteligente para predecir la rugosidad de la superficie de una aleación de aluminio en la operación de fresado, basado en el método de mínimos cuadrados de las máquinas de vectores de soporte (LS-SVM). El diseño experimental de Taguchi fue adoptado para proporcionar información suficiente de entrenamiento con tiempos mínimos de experimentación. Las pruebas se han desarrollado para verificar el modelo LS-SVM, y el error de predicción promedio es de aproximadamente 8% (Zhuoda, 2010). Se observó que el LS-SVM, es capaz de predecir la rugosidad de la superficie con una precisión razonable.

Las SVM también se han utilizado para el análisis y predicción de la relación entre Las condiciones de corte y los parámetros fractales de superficies de mecanizado en operaciones de fresado. Los parámetros de entrada de las LS-SVM son los parámetros de corte velocidad rotacional, avance y profundidad de fresado y los valores de salida de la LS-SVM son los parámetros fractales: dimensión fractal D y el parámetro de escalado vertical G (Ben et al; 2010). LS-SVM fue utilizada para entrenar y predecir los parámetros fractales D y G en operaciones de fresado frontal. La función fractal se integró con la LS-SVM, con el fin de generar un perfil artificialmente. En el presente trabajo el objetivo no está enfocado a determinar los perfiles de mecanizado.

En el año 2009, se presenta una propuesta que está compuesta de dos partes: el modelado de la rugosidad y la selección de los parámetros óptimos de corte (Chakguy et al; 2009). Para el desarrollo de este trabajo se partió de una ecuación matemática para obtener la base de datos, la cual está dada en la ecuación (30).

$$R_a = \frac{10aR^bF^c}{S^d} \quad (30)$$

Donde  $R_a$  es la rugosidad superficial, R es la profundidad de corte, F es el avance y S es la velocidad del husillo, los valores a, b, c, d son desconocidos y se determinan por el algoritmo PSO. Como se puede apreciar se parte de una ecuación para obtener la base de datos lo que hace que el procedimiento puede estar sesgado. Un algoritmo de aprendizaje clásico, backpropagation, fue utilizado para entrenar y actualizar los pesos de cada eslabón de una red neuronal con ejemplos de entrenamiento. Los pesos se utilizan para capturar las relaciones entre diversas condiciones de corte y la rugosidad superficial.

También se presenta un estudio donde se analiza la influencia de la velocidad de corte, avance y profundidad de corte sobre la rugosidad superficial en procesos de fresado frontal. Tres metodologías diferentes de modelado, análisis de regresión (AR), máquinas de soporte vectorial (SVM) y la red neuronal Bayesiana (BNN), se han aplicado a los datos determinados experimentalmente. Los resultados obtenidos por los modelos se han comparado, los tres modelos tiene un error de predicción relativa por debajo del 8%. La mejor predicción de la rugosidad de la superficie, fue la obtenida con el modelo BNN, con el error medio de predicción relativa del 6.1% (Lela et al; 2008). Además en este estudio se ha estudiado la influencia de la velocidad de rotación, avance y profundidad de corte en la rugosidad de la superficie en el proceso de fresado frontal.

## CAPITULO 3

### METODOLOGÍA

#### 3.1 FASE DE EXPERIMENTACION: ADQUISICION BASE DE DATOS

Para poder elaborar los algoritmos de regresión por vectores soporte y el del clasificador bayesiano, fue necesario crear una base de datos teniendo en cuenta las variables de entrada del proceso y la variable de salida. Se tomaron los datos de diámetro de la herramienta, velocidad de avance, velocidad de giro y profundidad de corte, se construyó la base de datos con 431 muestras y luego se desorganizó en forma aleatoria con el fin de evitar un sesgamiento de los datos.

A continuación se describen los equipos, insumos utilizados en la fase experimental:

Los maquinados se realizaron en un centro de mecanizado marca *Milltronics*, modelo VM 20 de 4 ejes (X, Y, Z, A), con velocidad máxima del husillo de 15000 RPM, con un control Centurión (Figura 17). El centro de mecanizado se encuentra en el laboratorio de máquinas y herramientas del ITM.



Figura 17. Centro de Mecanizado

En el centro de mecanizado se realizaron los maquinados de las ranuras variando los parámetros de entrada diámetro de la herramienta,

velocidad de avance, velocidad de giro, profundidad de corte y se midió la potencia necesaria para realizar el corte. Los parámetros de corte fueron establecidos antes del proceso de maquinado. El material utilizado para realizar las ranuras es un acero 1045, de gran uso en nuestro medio. Las placas utilizadas son de 110 x 170 x 25 mm.



Figura 18. Placa de acero 1045 de 110 x 170 x 25 mm

Las ranuras se maquinaron con diferentes diámetros de herramienta. Para el desarrollo de este trabajo se utilizaron herramientas marca *Poland* de 8, 9.52 y 12 mm de diámetro y el material de la herramienta es acero rápido (HSS), estas herramientas también son de gran utilidad en nuestro medio (figura 19).



Figura 19. Herramientas de 8, 9.52, y 12 mm de acero rápido

Al realizar las ranuras en el centro de mecanizado, se puede garantizar que no hay variación en los parámetros de entrada, es decir que la velocidad de avance, la velocidad de giro, la profundidad de corte siempre van a ser constantes no hay variaciones. Para maquinar las ranuras en el centro de mecanizado se utilizó el software Creo Paramétrico 1.0, que se encuentra en el laboratorio de máquinas y herramientas del ITM.

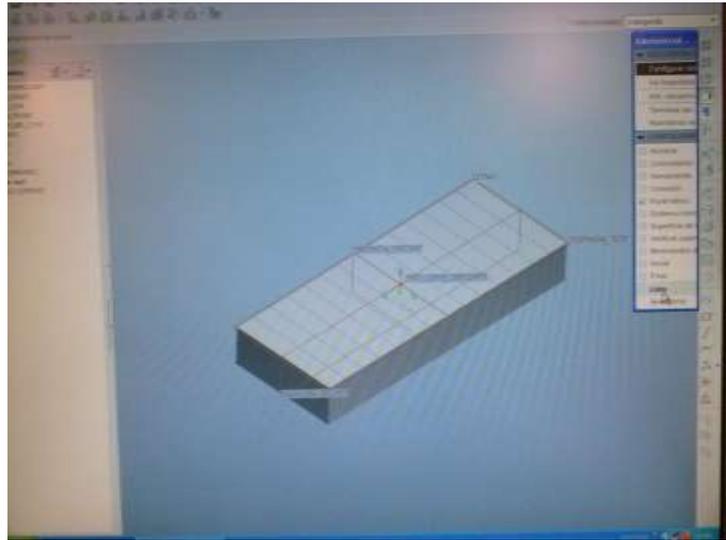


Figura 20. Software Creo paramétrico 1.0

Las ranuras fueron programadas en el software de acuerdo a los valores de las variables de entrada estimados en la base de datos. Durante el maquinado de las ranuras también se midió el valor de la potencia requerida para el corte de la viruta y se tomó en cuenta como variable de entrada del proceso. Para realizar la medición de la potencia se utilizó el analizador de redes marca *Fluke 43 B*, del laboratorio de máquinas eléctricas del ITM (figura 21).

Después de realizar el maquinado de las ranuras en el centro de mecanizado se procedió a medir la rugosidad promedio de cada una de las ranuras utilizando un rugosímetro marca Mitutoyo de referencia SJ-201, previamente calibrado, facilitado por el laboratorio de la Universidad Nacional Seccional Medellín (figura 22).



Figura 21. Analizador de redes para medir la potencia.

Para el valor de la rugosidad se realizaron entre dos a tres medidas en cada ranura con el fin de obtener un valor promedio. En total se realizaron alrededor de 1290 mediciones de rugosidad para un total de 431 ranuras o muestras.



Figura 22. Rugosímetro Mitutoyo SJ-201.

En la tabla 3, están representados los valores máximos y mínimos obtenidos para las variables de entrada (diámetro, velocidad de avance, velocidad de giro, profundidad y potencia) y para la variable de salida (rugosidad superficial) de la base de datos, obtenidos en forma experimental. En el anexo 1 se encuentra la base de datos completa.

Tabla 3. Valores máximos y mínimos de las variables de entrada y salida obtenidos en la fase experimental.

Variable	Valor Máximo	Valor Mínimo
Diámetro (mm)	12	8
Velocidad de avance (mm/min)	884	80
Velocidad de giro (revoluciones/min)	1976	500
Profundidad (mm)	1	0,2
Potencia (KW)	1,06	0,77
Rugosidad (micras)	7,19	0,78

### 3.2 Construcción del modelo SVR

Para construir este algoritmo, se utilizó la librería LibSVM elaborada por Chih-Chung Chang y Chih-Jen Lin que se encuentra disponible en internet. Fue instalado e implementado en Matlab versión R2012b. La función empleada para crear y entrenar un modelo de regresión de soporte vectorial, es *svmtrain*. Su sintaxis se presenta a continuación:

$$model = svmtrain (trainY, trainX, params)$$

Donde *trainY* es el vector de valores objetivo, *trainX* es la matriz de datos de entrada, y *params* es una cadena de caracteres que debe ser configurada para ajustarse al caso particular de estudio.

Dicha cadena de caracteres debe ser estructurada de la siguiente manera:

$$params = '-s 3 -t 2 -c 400 -p 0.2 -g 0.4'$$

En la tabla 4 se explica el significado de cada una de las variables de la cadena de caracteres.

Tabla 4. Parámetros de ajuste en el modelo SVR

Parámetro	Significado	Valor
s	Tipo de SVM a utilizar	0-- C-SVC
		1—nu-SVC
		2—una clase SVM
		3—épsilon -SVR
t	Tipo de función <i>Kernel</i>	4—un-SVR
		0—Lineal
		1—Polinomial
		2—Función de base radial: $\exp(-\gamma *  \mu - v ^2)$
3--Sigmoidal		
c	Parámetro de regularización	
p	Valor de <i>épsilon</i>	
g	Valor <i>gamma</i> de la función <i>Kernel</i>	

Fuente:(Chih et al; 2013)

### 3.3 Configuración Parámetros SVR

La cadena de caracteres de la variable *params*, está conformada por 5 parámetros, de los cuales hay dos parámetros que se definen por el tipo de SVM y función *Kernel* a utilizar. Está representado por los parámetros *s* y *t* respectivamente (ver tabla 4). Como el tipo de SVM a utilizar es épsilon - SVR, se selecciona para el parámetro *s*, el valor de 3 y para la función *Kernel* se utiliza la función de base radial que es la más utilizada en todos los experimentos (Cherkassky et al; 2004), por lo tanto para el parámetro *t* se le asigna el valor 2.

Para determinar los valores óptimos de los 3 parámetros restantes, se elaboró un algoritmo en matlab (ver anexo 5), que permite realizar una búsqueda en un margen amplio. Como función de evaluación se utilizó el MSE. Se realizaron varias graficas entre el MSE y el valor asignado al parámetro en un rango amplio y se determinó el valor del parámetro para el cual se obtuvo un compromiso entre el menor valor de MSE para los datos de validación y el valor más adecuado para los datos de entrenamiento.

Inicialmente se determinó el valor óptimo del parámetro  $g$  (Valor  $gamma$  de la función  $Kernel$ ). Se asumió para el parámetro  $C$  (parámetro de regularización) un valor de 500 y para el parámetro  $p$  (Valor de  $\epsilon$ ) un valor inicial de 0,3. Se obtuvo la gráfica entre el MSE y el parámetro  $g$ , el cual se varió en el rango de 0,1 a 1,5 con incrementos de 0,1 (ver figura 23).

Se puede apreciar que para un valor de  $g=1,1$ , se obtiene el menor valor de MSE para validación, a medida que aumenta el valor del parámetro sigue disminuyendo el valor de MSE para los datos de entrenamiento, pero se debe buscar un compromiso entre los datos de validación y de entrenamiento, por lo tanto se elige para el parámetro  $g$  el valor de 1,1.

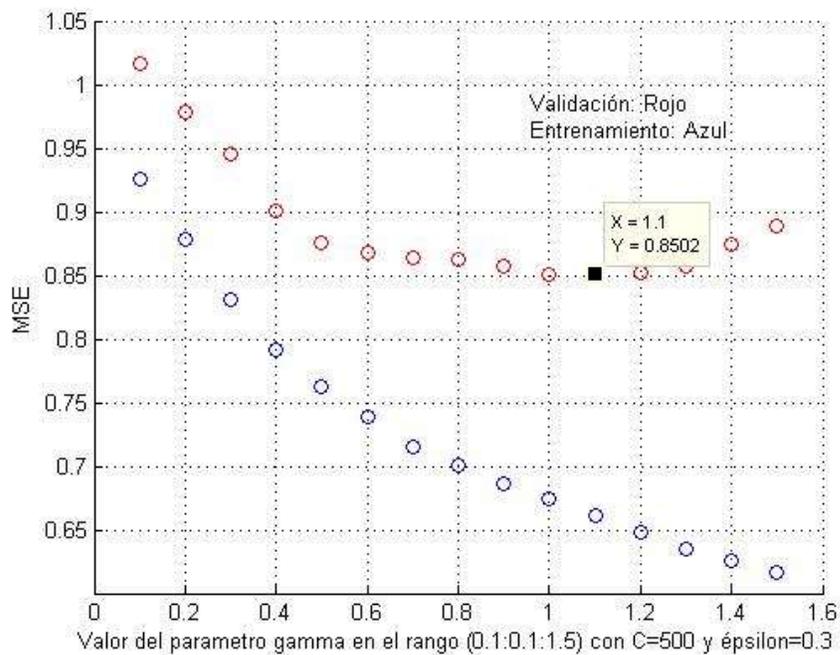


Figura 23. Error cuadrático Medio obtenido para valores de gamma en el rango de 0,1 a 1,5 con incrementos de 0,1 con  $c=500$  y  $p=0,2$ .

Posteriormente se procede a correr el algoritmo con los parámetros  $s=2$ ,  $t=3$ ,  $g=1,1$ ,  $c=500$  y se procede a variar el parámetro  $p$  en el rango de 0,1 a 1,0 con incrementos de 0,1. Se debe tener presente que aún se está asumiendo el valor del parámetro  $c$ . Una vez se tenga un valor óptimo para el parámetro  $p$ , se realiza el procedimiento para el parámetro  $c$ .

En la figura 24 se puede apreciar que para un valor de 0,3 se obtiene el menor valor de MSE para los datos de validación y de entrenamiento, se elige el valor de 0,3 para el parámetro  $p$  (valor de  $\epsilon$ ).

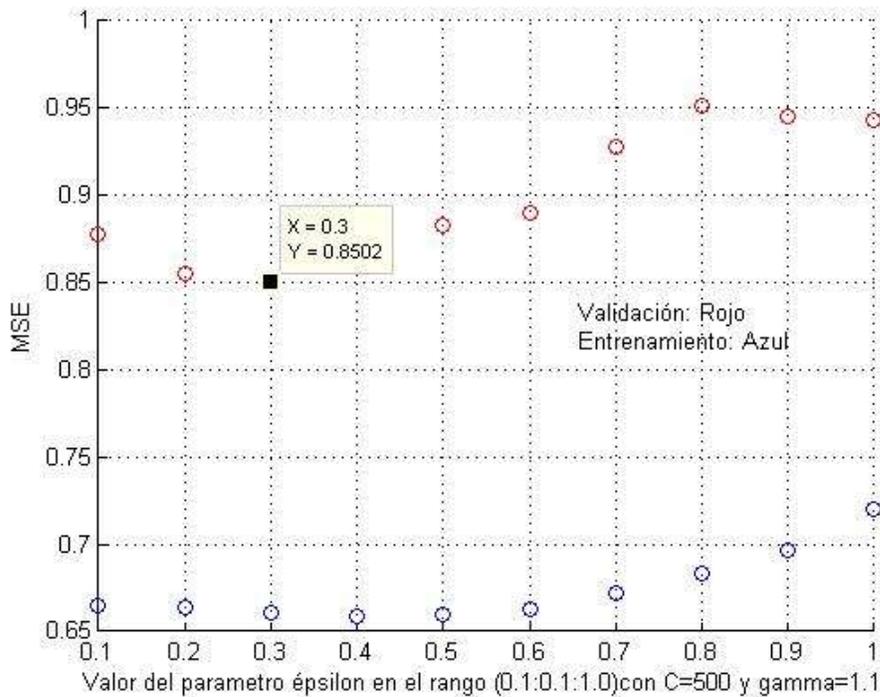


Figura 24. Error cuadrático Medio obtenido para valores de épsilon en el rango de 0,1 a 1,0 con incrementos de 0,1 para  $c=500$  y  $g=1,1$

Teniendo una aproximación de los valores del parámetro  $g$  y del parámetro  $p$ , se procede a calcular el valor óptimo para parámetro  $C$ . Con los valores  $s=2$ ,  $t=3$ ,  $g=1,1$ ,  $p=0,3$ . Se establecen varios rangos de búsqueda para encontrar el valor del parámetro  $C$ . Inicialmente se estableció un rango de búsqueda entre (1:10: 400), con incrementos de 10, y se encontró que el mejor valor para el parámetro  $C$  en este rango es 391, ya que es el valor en el cual se obtiene el menor valor de MSE para los datos de validación y de entrenamiento (ver figura 25). El valor de MSE obtenido para los datos de validación es 0,8512 y el valor de MSE para los datos de entrenamiento es de 0,6823.

En la gráfica se puede observar que para valores muy pequeños del parámetro  $C$ , se obtiene un alto valor de MSE tanto para los datos de validación como para los datos de entrenamiento. A medida que aumenta el valor del parámetro  $C$  disminuye el valor del error cuadrático medio MSE.

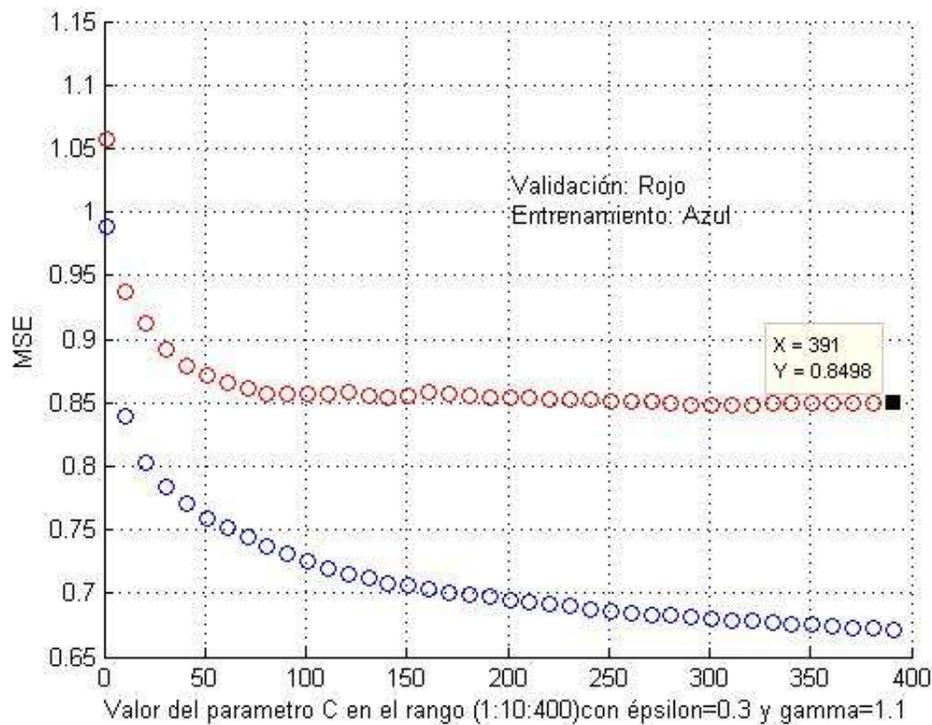


Figura 25. Error cuadrático Medio obtenido para valores de C en el rango de (1:10:400) con  $g=1,1$  y  $p=0,3$

Se analizan otros rangos de búsqueda para encontrar el valor del parámetro  $C$ , más conveniente.

El procedimiento descrito anteriormente se repite para varios rangos que se describen a continuación:

Para el rango entre (400:10:500), en dicho rango se encuentra que el valor óptimo para el cual se obtiene el menor MSE para los datos de entrenamiento es  $C = 460$ . El valor de MSE obtenido para los datos de validación es 0,8499 y el valor de MSE para los datos de entrenamiento es de 0,6774 (ver figura 26).

En la medida que sigue aumentando el valor del parámetro  $C$ , va disminuyendo el MSE para los datos de entrenamiento. Se debe encontrar el valor para el parámetro  $C$ , en el cual se obtenga el menor valor de MSE para entrenamiento y el valor menor de MSE para los datos de entrenamiento, encontrar un punto de compromiso entre los 2 valores.

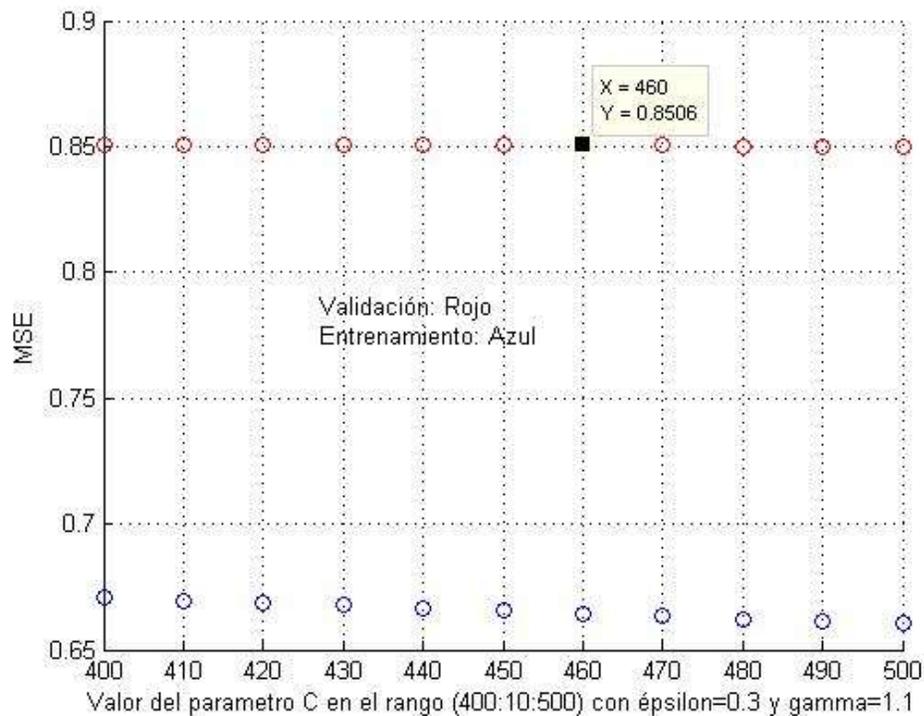


Figura 26. Error cuadrático Medio obtenido para valores de  $C$  en el rango entre (400:10:500) con  $g=1,1$  y  $p=0,3$

Para el rango entre (500:10:600), el valor del parámetro  $C$ , para el cual se obtiene el menor MSE de validación es  $C = 530$ . El valor de MSE obtenido para los datos de validación es 0,851 y el valor de MSE para los datos de entrenamiento es de 0,6725 (ver figura 27).

Para el rango entre (600:10:700), el valor del parámetro  $C$ , para el cual se obtiene el menor MSE de validación es  $C = 640$ . El valor de MSE obtenido para los datos de validación es 0,8512 y el valor de MSE para los datos de entrenamiento es de 0,6646 (ver figura 28).

Para el rango entre (700:10:800), el valor del parámetro  $C$ , para el cual se obtiene el menor MSE de validación es  $C = 800$ . El valor de MSE obtenido para los datos de validación es 0,8512 y el valor de MSE para los datos de entrenamiento es de 0,6556 (ver figura 29).

Para el rango entre (800:10:900), el valor del parámetro  $C$ , para el cual se obtiene el menor MSE de validación es  $C = 820$ . El valor de MSE obtenido para los datos de validación es 0,8511 y el valor de MSE para los datos de entrenamiento es de 0,6545 (ver figura 30).

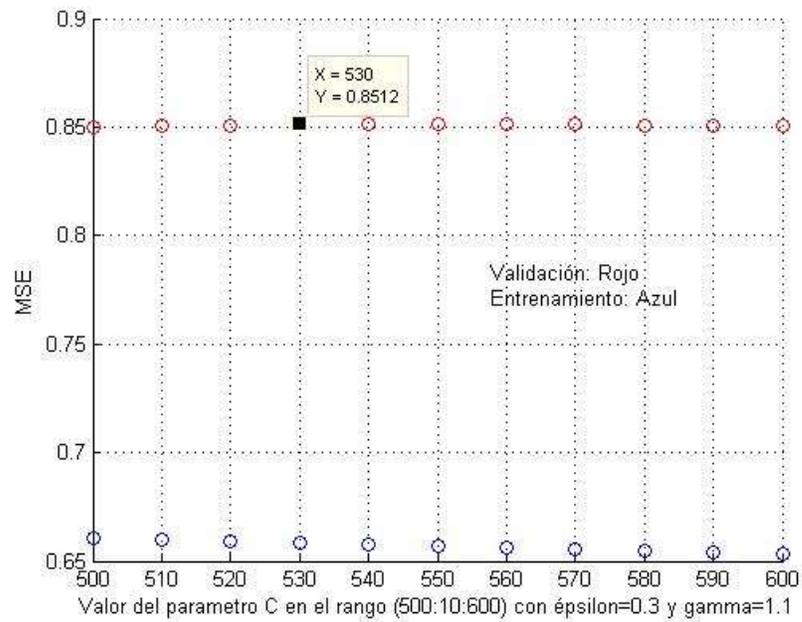


Figura 27. Error cuadrático Medio obtenido para valores de C en el rango de 500 a 600 con  $g=1,1$  y  $p=0,3$

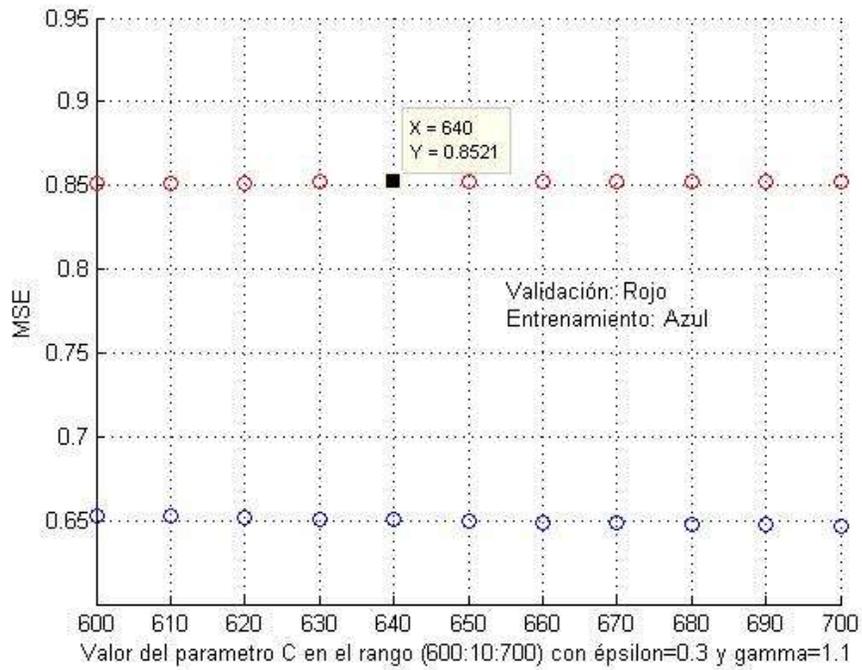


Figura 28. Error cuadrático Medio obtenido para valores de C en el rango de (600:10:700) Con  $g=1,1$  y  $p=0,3$

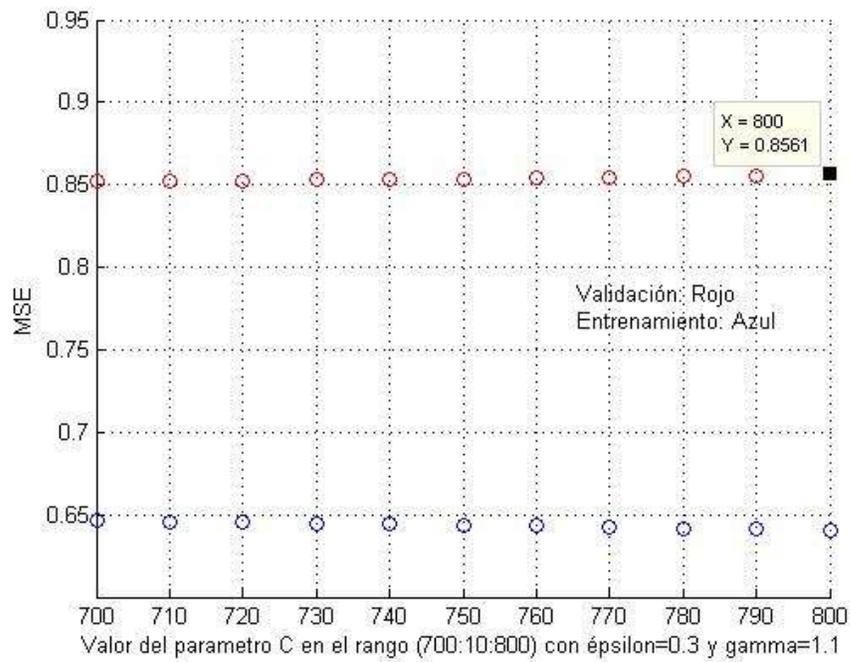


Figura 29. Error cuadrático Medio obtenido para valores de C en el rango de (700:10:800) con  $g=1,1$  y  $p=0,3$

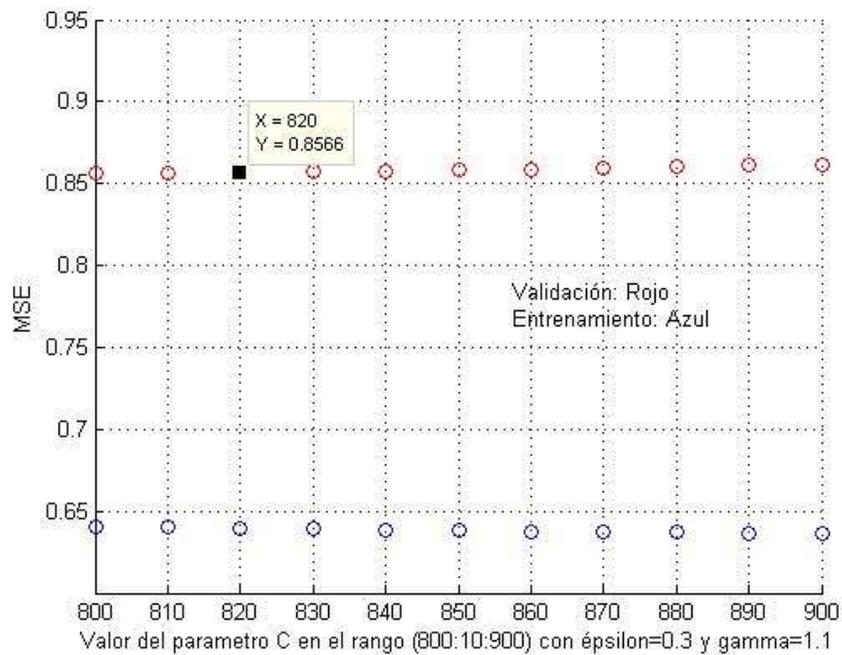


Figura 30. Error cuadrático medio obtenido para los valores de C en el rango de (800:10:900), con  $g=1,1$  y  $p=0,3$

Para el rango entre (900:10:1000), el valor del parámetro  $C$ , para el cual se obtiene el menor MSE de validación es  $C = 950$ . El valor de MSE obtenido para los datos de validación es 0,8519 y el valor de MSE para los datos de entrenamiento es de 0,648 (ver figura 31).

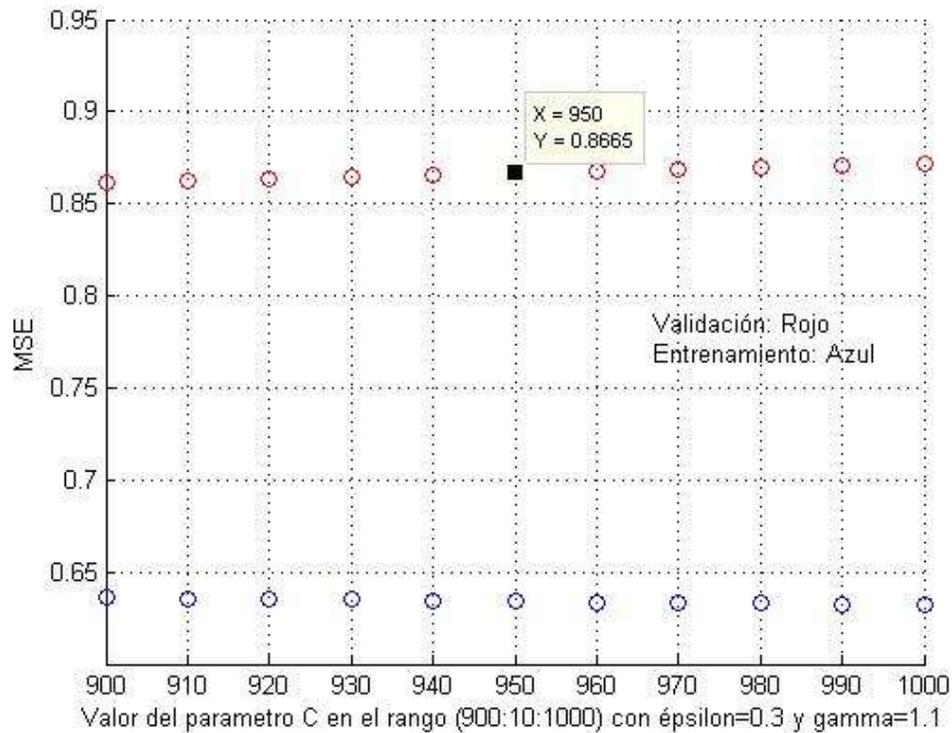


Figura 31. Grafica MSE vs el valor del parámetro  $C$  para el rango (900:10:1000) con  $g=1,1$  y  $p=0,3$

Para el rango entre (1000:10:1100), el valor del parámetro  $C$ , para el cual se obtiene el menor MSE de validación es  $C = 1000$ . El valor de MSE obtenido para los datos de validación es 0,8522 y el valor de MSE para los datos de entrenamiento es de 0,646 (ver figura 32).

A partir del valor del parámetro  $C = 1000$ , el valor de MSE para validación tiende a aumentar y el MSE para entrenamiento tiende a ser constante (ver figura 32).

En la tabla 5, se presenta un resumen de los valores obtenidos entre el valor del parámetro  $C$  y el error cuadrático medio.

Al observar los valores de la tabla 5, se puede apreciar que entre un valor del parámetro  $C$ , comprendido entre 391 a 950, el valor de MSE

para validación tiende a ser constante, pero para los datos de entrenamiento el MSE disminuye en la medida que aumenta el valor del parámetro  $C$ . Por lo tanto se elige como el valor óptimo para el parámetro  $C$ , el valor de 950. Después de este valor el MSE para validación tiende a aumentar y el MSE para entrenamiento se mantiene constante.

Tabla 5. Valores de  $C$  obtenidos con el algoritmo

Rango	Valor de $C$ optimo	MSE _Entrenamiento	MSE _ Validación
1-400	391	0,6823	0,8498
400-500	460	0,6774	0,8506
500-600	530	0,6725	0,8512
600-700	640	0,6646	0,8521
700-800	800	0,6556	0,8561
800-900	820	0,6545	0,8566
900-1000	950	0,648	0,8665
1000-1100	1000	0,646	0,872

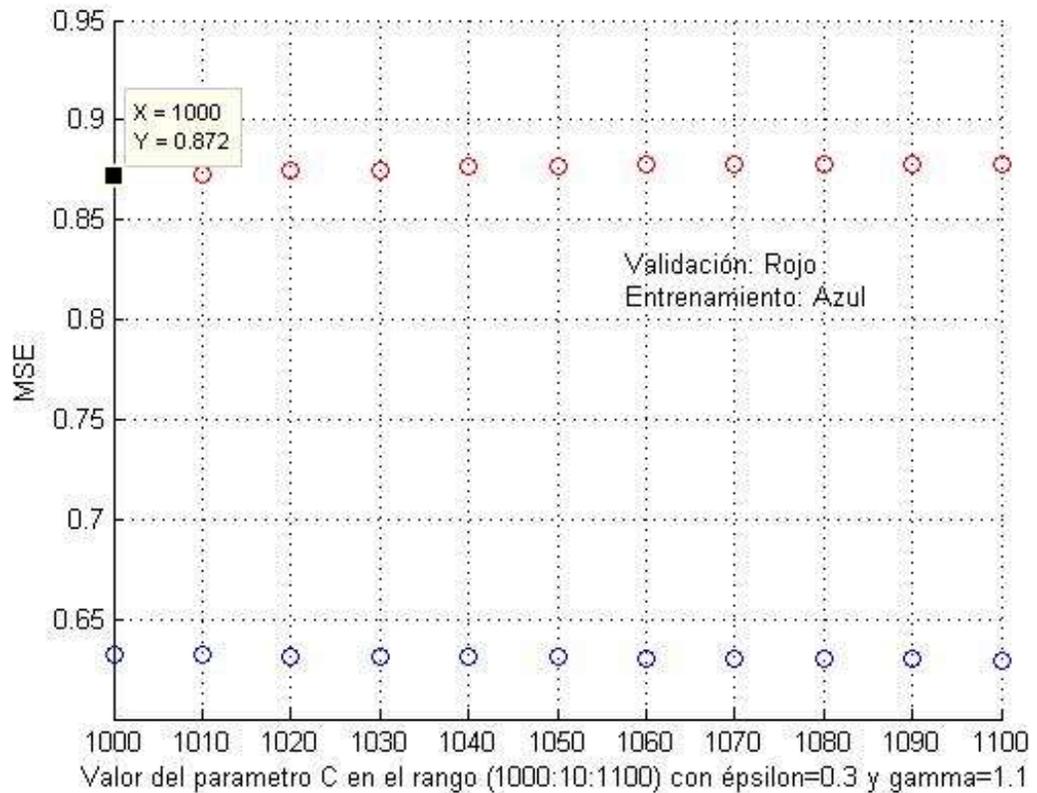


Figura 32. Grafica MSE vs el valor del parámetro C para el rango (1000:10:1100) con  $g=1,1$  y  $p=0,3$

Después de obtener el valor óptimo para el parámetro  $C = 950$ , se recalculan nuevamente los valores para los parámetros  $gamma$  y  $epsilon$ .

En la figura 33, se puede apreciar que al cambiar el valor del parámetro  $C$ , de 500 a 950, el valor óptimo para el parámetro  $p$ , sigue siendo 0,3.

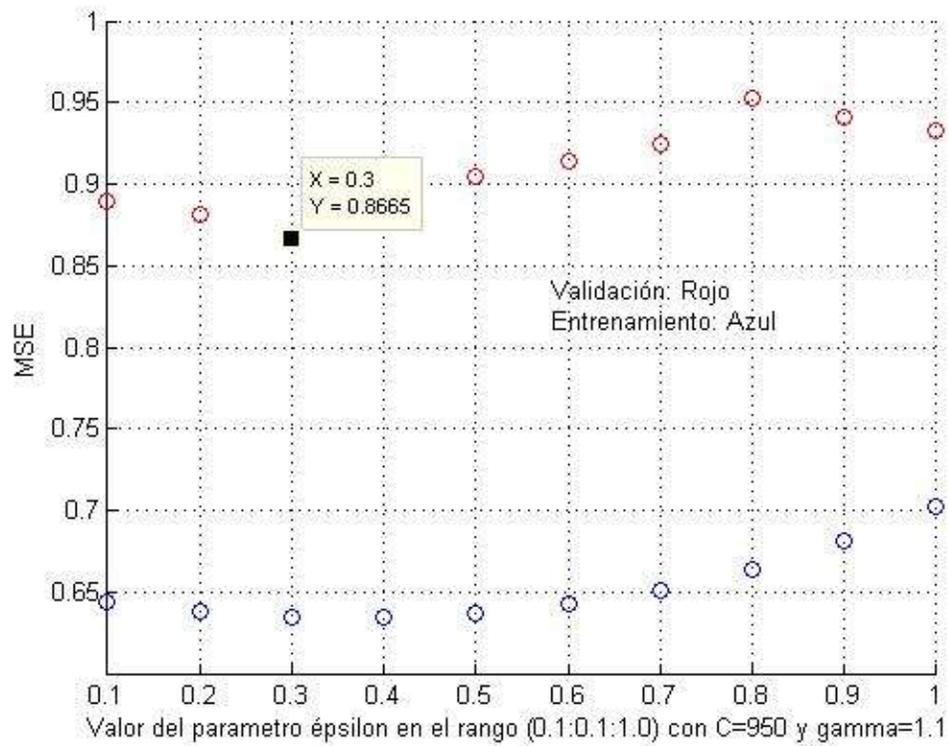


Figura 33. Grafica MSE vs el valor del parámetro  $p$  para el rango (0,1:0,1:1,0) con  $C = 950$  y  $g=1,1$

Ahora con  $C = 950$  y  $p = 0,3$  se recalcula el valor del parámetro  $g$ . En la figura 34, se puede apreciar para para el valor del parámetro  $c$  de 950 y un valor de épsilon de 0,3, el valor optimo del parámetro  $gamma$ , tiene un valor de 1,0. Por lo tanto se ajusta este valor de 1,1 a 1,0.

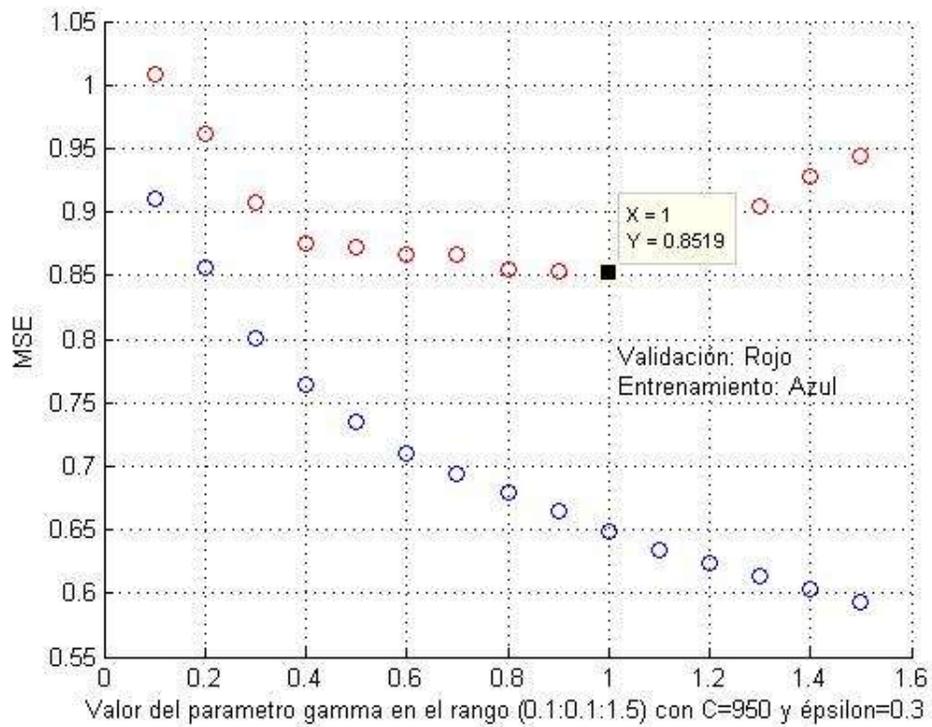


Figura 34. Grafica MSE vs el valor del parámetro  $g$  para el rango (0,1:0,1:1,5) con  $C = 950$  y  $p=0,3$

Al utilizar una función *Kernel* del tipo polinomial y sigmoial, se aumenta el valor del error cuadrático medio (figura 35 y 36).

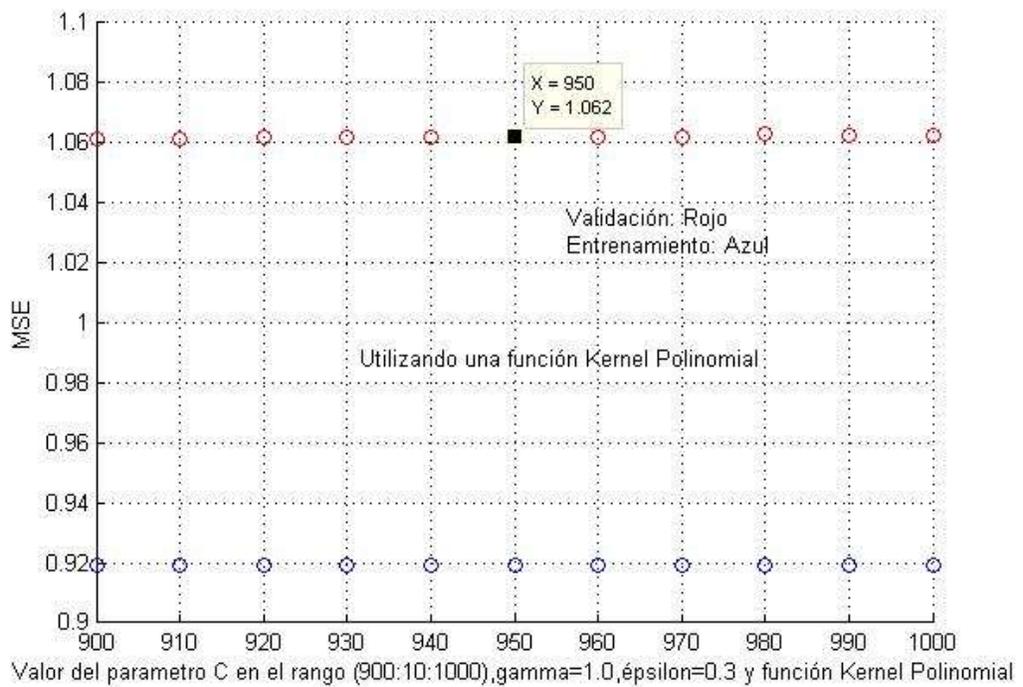


Figura 35. Grafica entre el MSE y el parámetro C, utilizando una función *Kernel* del tipo Polinomial.

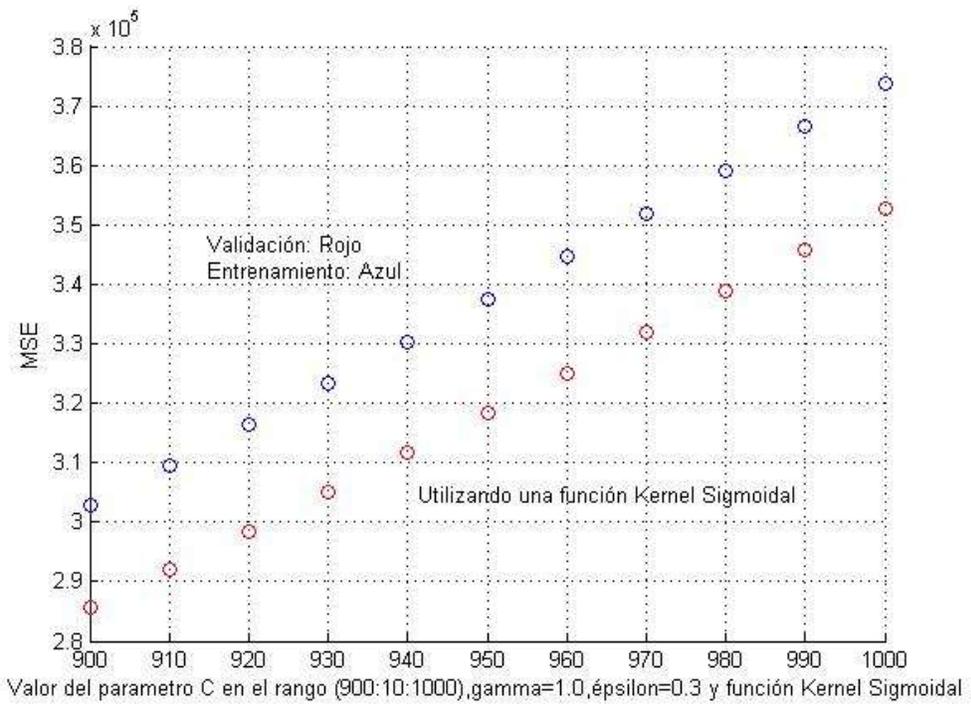


Figura 36. Grafica entre el valor del parámetro C y el MSE, utilizando una función *Kernel* del tipo Sigmoidal

Los parámetros de sintonización utilizados para el modelo SVR, se presentan en la tabla 6.

Tabla 6. Parámetros de sintonización del modelo SVR.

<b>Variable</b>	<b>Valor</b>	<b>Descripción</b>
<i>s svm_type</i>	3	Épsilon- SVR
<i>Kernel_type</i>	2	Función de base radial
<i>g- gamma</i>	1,0	Valor de gamma
<i>c</i>	950	Valor de C
<i>p-épsilon</i>	0,3	Valor de épsilon

### 3.4 Construcción del clasificador bayesiano

De la base de datos obtenida se procedió a seleccionar el valor máximo y el valor mínimo, de la rugosidad superficial ( $R_a$ ), con el fin poder determinar en qué clases o etiquetas estaban los valores obtenidos.

Valor máximo: 7,19  $\mu m$

Valor mínimo: 0,78  $\mu m$

Esto nos indica que los valores obtenidos se encuentran entre la clase *fine* y *semi-rough*. La variable de salida que corresponde a la rugosidad superficial se etiqueta según la norma ISO 1302:2002 que establece los diferentes tipos de  $R_a$ , según el valor obtenido (Correa, 2010).

En este trabajo se van a utilizar cuatro categorías *fine*, *semi-fine*, *medium* y *semi-rough* (ver tabla 7).

Tabla 7. Rango de valores para discretizar la variable  $R_a$ . Fuente: Norma ISO 1302 :2002

Variable	Clase	Etiqueta	Límite inferior $\mu m$	Límite Superior $\mu m$
$R_a$	1	<i>Fine</i>	0,75	1,59
	2	<i>Semi-fine</i>	1,60	3,19
	3	<i>Medium</i>	3,20	6,29
	4	<i>Semi- Rough</i>	6,3	10,5

Se definen las etiquetas de la siguiente forma: *Fine* =1, *Semi-fine*=2, *Medium* =3, *Semi-rough*=4

Para discretizar o dividir en grupos de datos las variables de entrada se utilizó la función *Kmeans*.

Lo primero se debe realizar es etiquetar las variables de entrada y la variable de salida. Luego se obtiene una base de datos solamente con las etiquetas obtenidas y se desorganiza en forma aleatoria. Se calcularon los valores de probabilidad para las clases de salida y las probabilidades condicionales con respecto a la clase de salida para cada uno de los subconjuntos  $K = 1, 2, 3, 4$  (ver anexo 6):

$K = 1$  (1:107)

$K = 2$  (108: 214)

$K = 3$  (215: 321)

$K = 4$  (322: 431)

Una vez obtenidos estos valores se utilizó el programa Elvira que se encuentra disponible en Internet para realizar la predicción de los valores que se encuentran en el rango definido por el valor de K.

La validación se realizó con los valores que aparecen establecidos en el valor de K y el resto de los datos se utilizaron para elaborar el modelo.

Después de obtener los datos predichos se procede a construir la matriz de confusión, que permite establecer una comparación entre las etiquetas reales de rugosidad obtenidas en la base de datos y los valores predichos con el clasificador bayesiano.

## CAPITULO 4

### RESULTADOS Y ANALISIS DE RESULTADOS

#### 4.1 Regresión por vectores soporte

A partir del algoritmo generado para el modelo SVR, que se presenta en el anexo 2, se procesan los valores de la base de datos.

Inicialmente se utilizaron los datos originales en el modelo SVR, sin aplicar ningún tipo de procesamiento a los datos y los resultados obtenidos se observan en las figuras 37, 38.

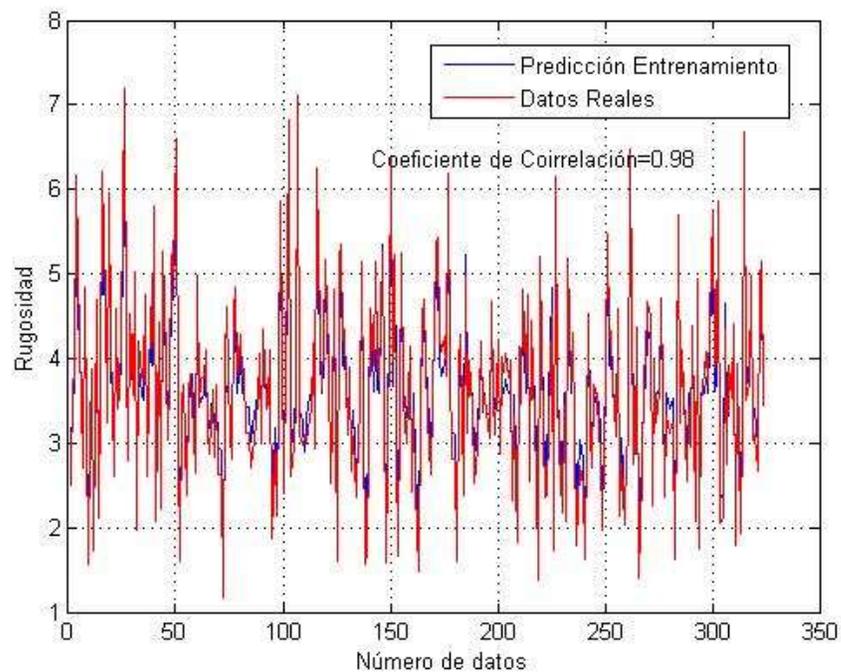


Figura 37. Modelo SVR datos de entrenamiento sin procesar los datos de entrada.

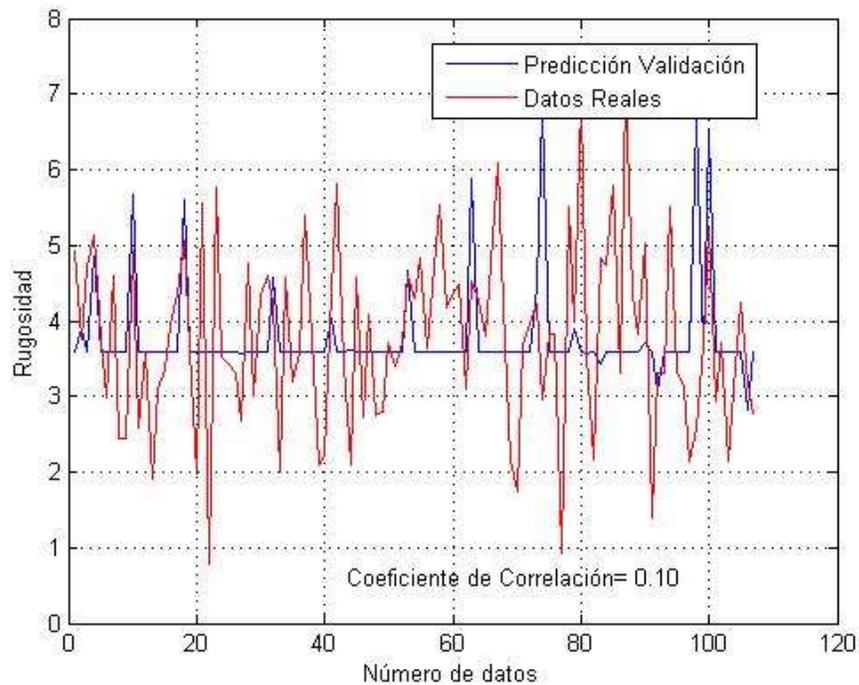


Figura 38. Modelo SVR datos de validación sin procesar los datos de entrada.

La correlación obtenida al comparar las predicciones de los datos de entrenamiento con los valores reales es del 98%, sin embargo para los datos de validación se obtiene una correlación de tan solo el 10%. Este resultado indica que se presentó un sobreajuste, dado que el error para los datos de entrenamiento es muy bajo y para los de validación es elevado.

Con el fin de mejorar dicho resultado se realizó una estandarización de los datos aplicando *zscore*. Y posteriormente se aplicó un análisis de componentes principales (PCA). Con los valores propios obtenidos mediante PCA se puede analizar cuales ejes del nuevo subespacio se pueden eliminar, en base a la energía contenida en dichos ejes. La energía total del subespacio se puede calcular mediante la suma del cuadrado de los valores propios.

Para reducir el espacio dimensional de la base de datos se usó el criterio del 95% de la energía contenida, es decir, que se comienzan a sumar el cuadrado de los valores propios y cuando se llegue a un valor igual o superior al 95% se eliminan los valores restantes. Mediante este análisis se logró reducir el espacio original de 5 a 4 dimensiones.

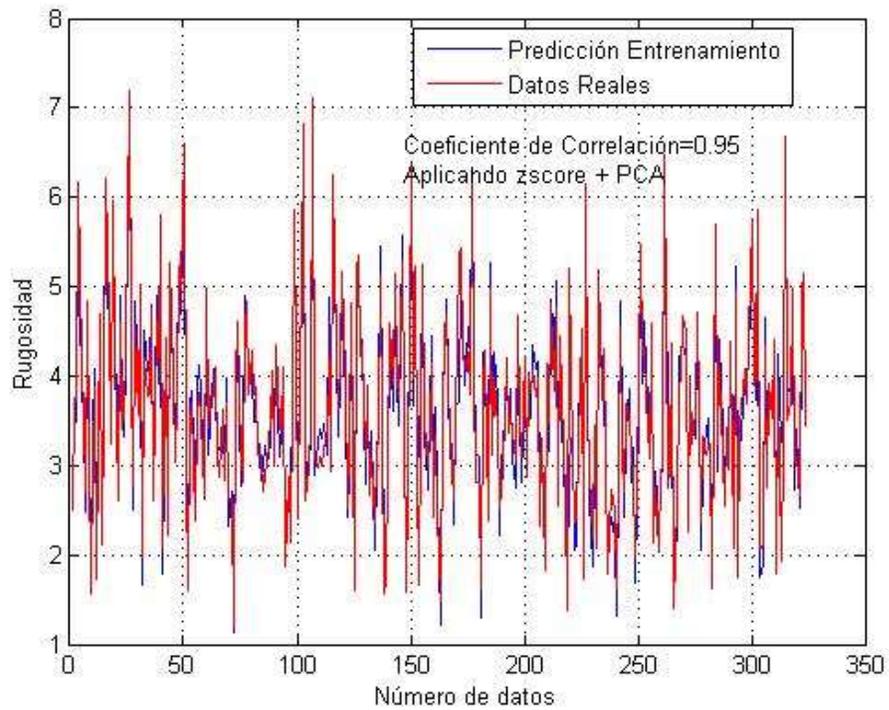


Figura 39. Modelo SVR datos de entrenamiento aplicando zscore +PCA .

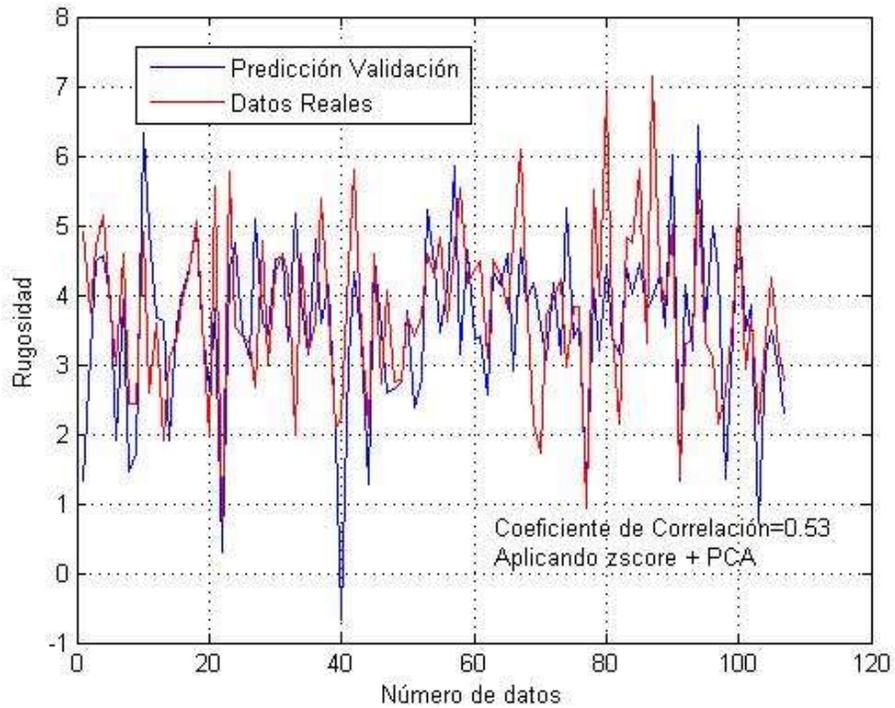


Figura 40. Modelo SVR datos de validación aplicando zscore +PCA .

Al observar las figura 39 y 40, se puede concluir que se obtiene un mejor resultado después de aplicar PCA a los datos de entrada. Se obtuvo una correlación de 95% para los datos de entrenamiento y del 53% para los datos de validación. Con el fin de mejorar más el resultado en la validación se normalizaron los datos.

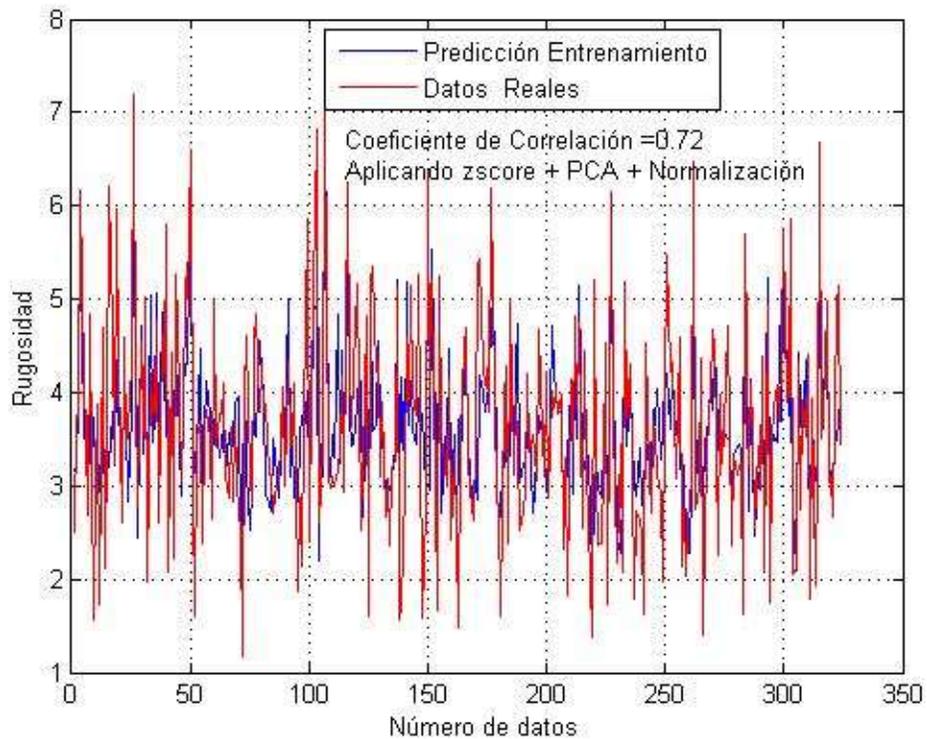


Figura 41. Modelo SVR con zscore + PCA + Normalización.

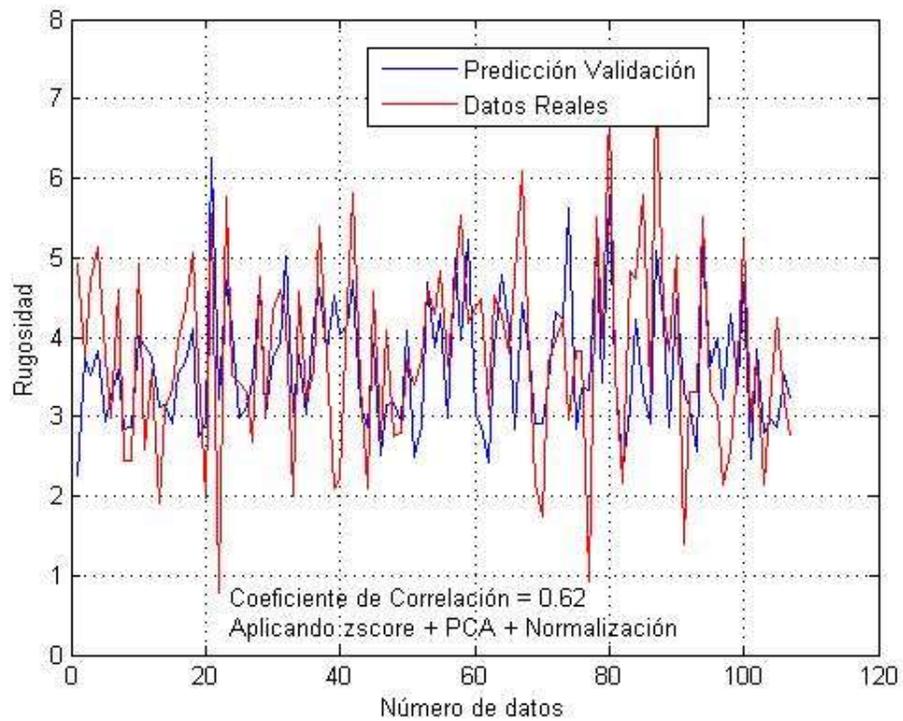


Figura 42. Modelo SVR con zscore + PCA + Normalización.

Después de aplicar el proceso de normalización e ingresar los datos al modelo del SVR se obtuvo una correlación de 72% para entrenamiento y del 62% para la validación. Estos resultados reducen el factor de correlación de los datos entrenamiento con el fin de mejorar los de validación, encontrado a si un compromiso adecuado entre los dos parámetros (ver figuras 41 y 42). Después de obtener los datos predichos de rugosidad se procedió a clasificar los valores de acuerdo a la norma de rugosidad ISO 302:2002. En la figura 43 se pueden observar los valores predichos por el modelo SVR.

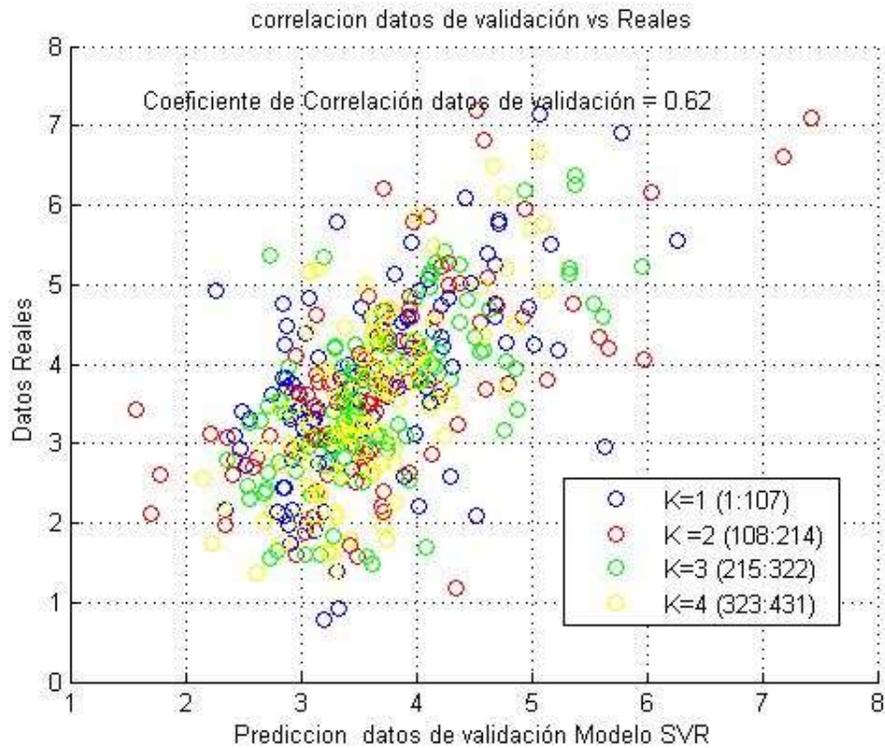


Figura 43. Valores predichos con el modelo SVR.

#### 4.2 Validación del modelo SVR

Para la validación del modelo se utilizó el método *K-fold Cross Validation* (validación cruzada) con  $K=4$ .

Se conformaron tres grupos de 107 y un grupo de 110.

Se obtiene la correlación para los datos de entrenamiento y la correlación para los datos de validación para  $K = 1, 2, 3, 4$

En las figuras 44 a 51 se pueden observar los valores de correlacion obtenidos para el entrenamiento y la validación.

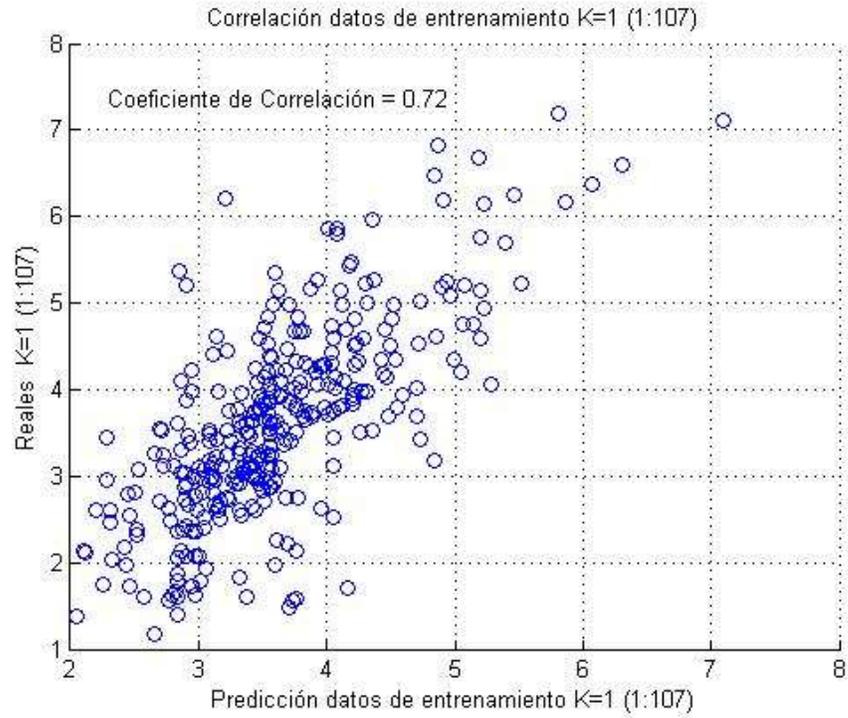


Figura 44. Correlación datos de entrenamiento y reales para K=1

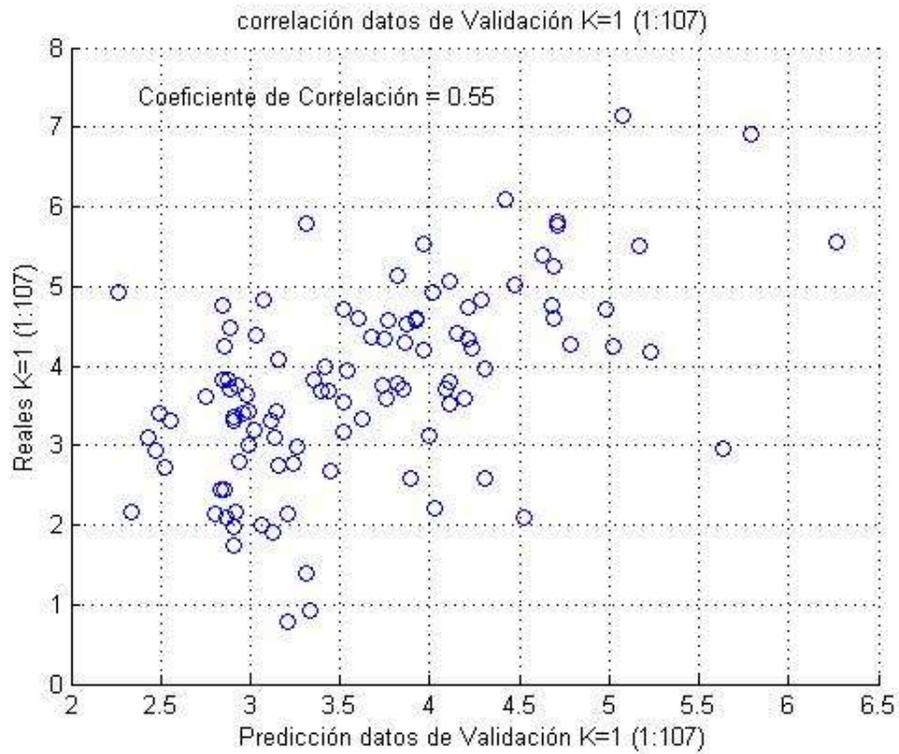


Figura 45. Correlación datos de validación y reales para K=1

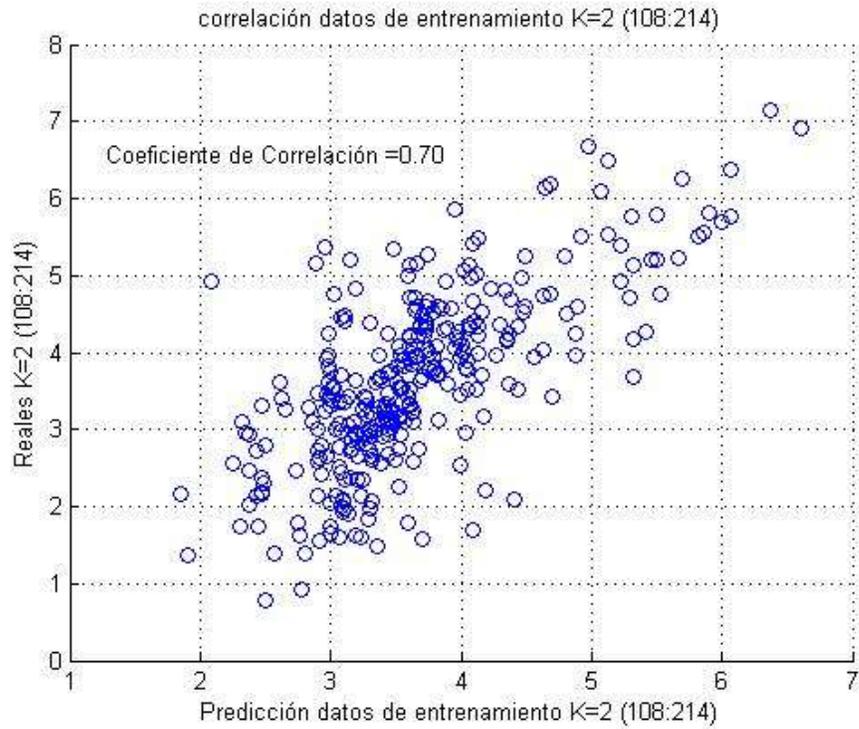


Figura 46. Correlación datos de entrenamiento y reales para K=2

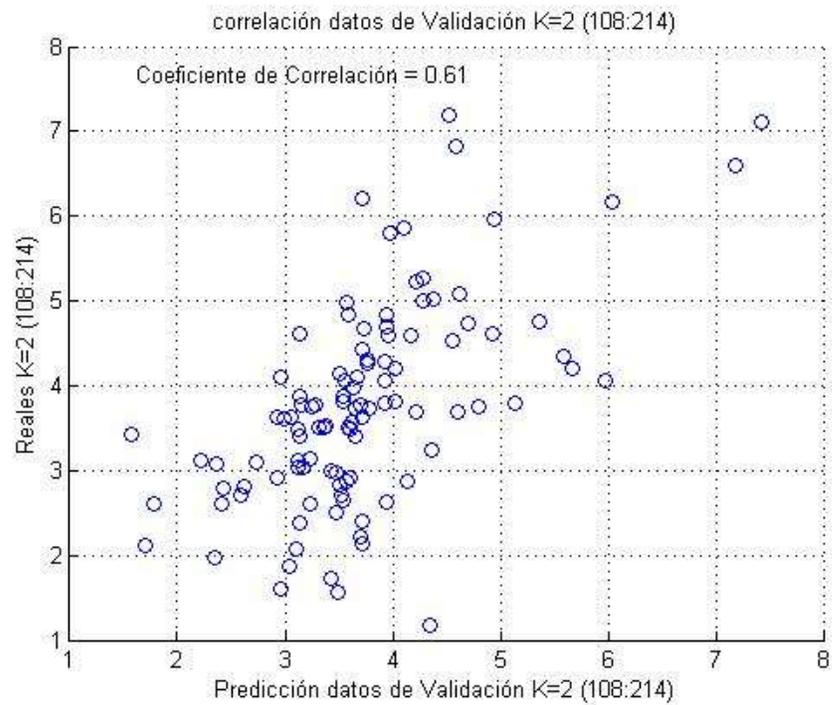


Figura 47. Correlación datos de validacion y reales para K=2 (108:214).

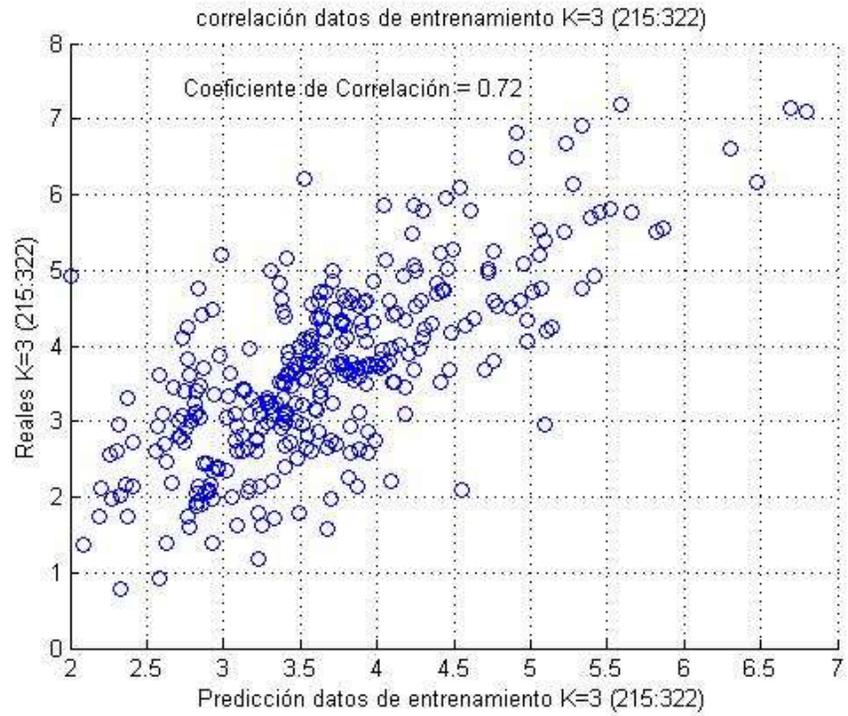


Figura 48. Correlación datos de entrenamiento y reales para K=3 (215:322)

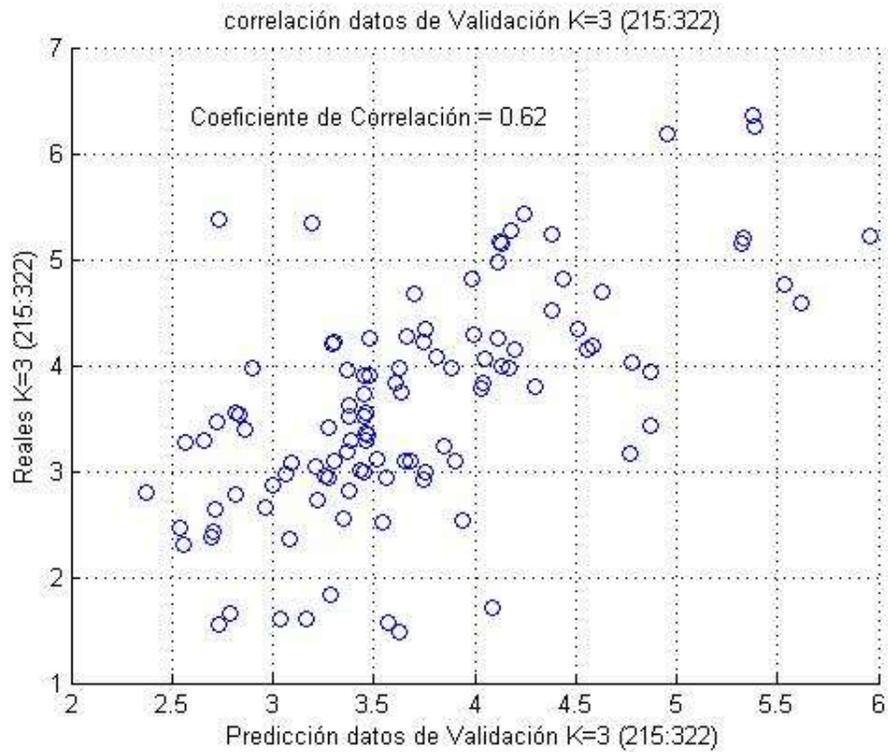


Figura 49. Correlación datos de validacion y reales para K=3

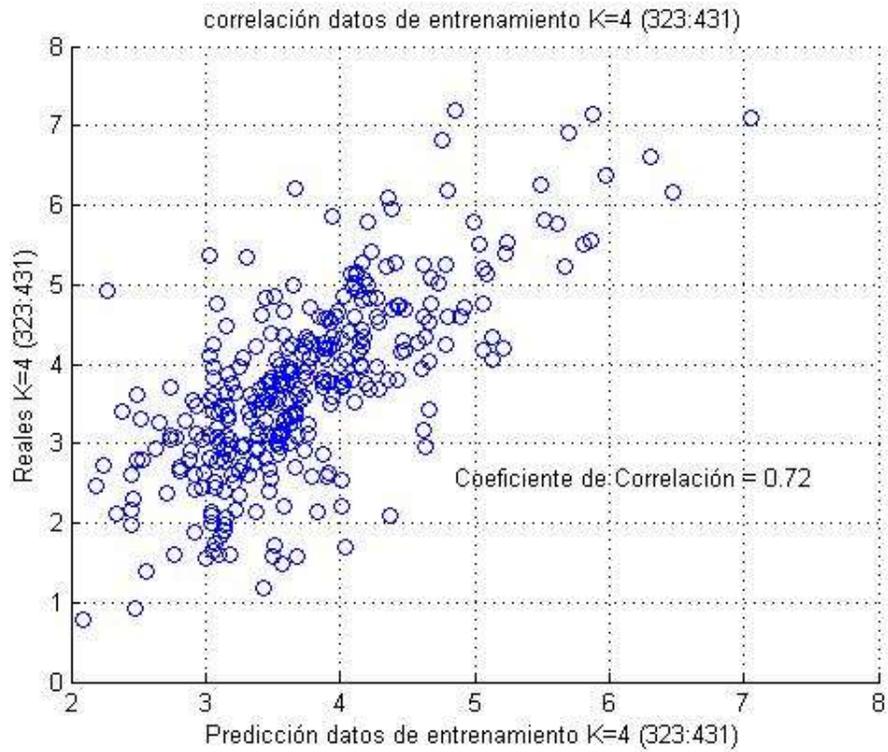


Figura 50. Correlación datos de entrenamiento y reales para K=4.

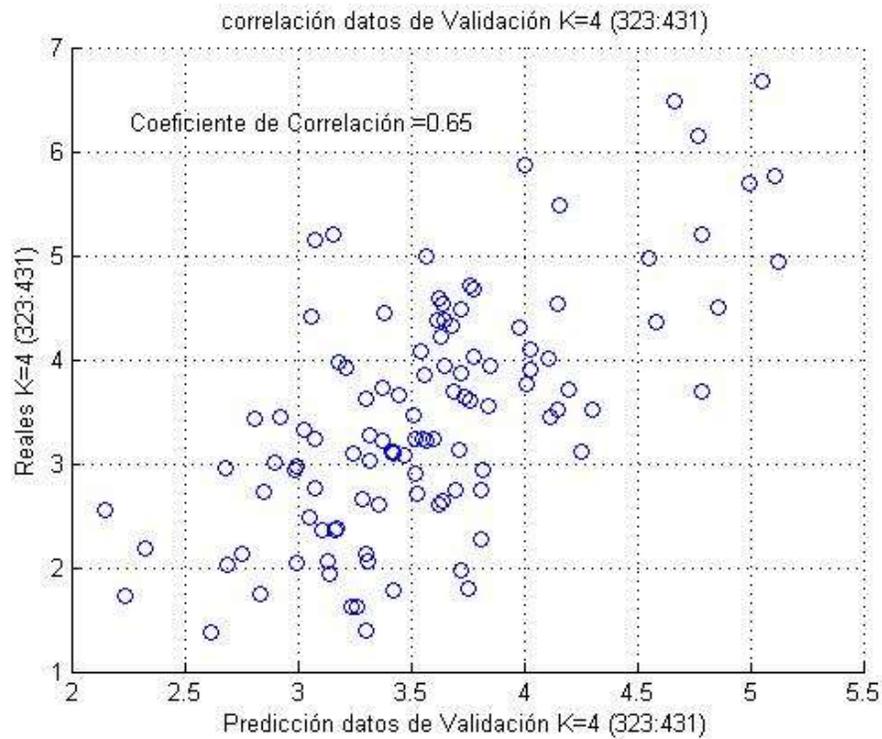


Figura 51. Correlación datos de validación y reales para K=4.

Tabla 8. Valores de correlación obtenidos en la validación del modelo SVR.  
Fuente : Diseño propio del autor

Variable K	Correlación_entrenamiento	Correlación_Validación	Diferencia
1	0.72	0.55	0.17
2	0.70	0.61	0.09
3	0.72	0.63	0.09
4	0.71	0.66	0.05
Promedio	0.71	0.61	0.1

Una vez se tiene los valores clasificados se procede a construir la matriz de confusión para el modelo SVR ver tabla 9.

Tabla 9. Matriz de confusión usando regresión SVR. Fuente: Diseño propio del autor

REAL →	Fine	Semi- fine	Medium	Semi-rough
ASIGNADO ↓				
Fine	0	0	1	0
Semi- fine	2	70	47	0
Medium	8	75	219	7
Semi-rough	0	0	0	2
Precisión	0%	48.27%	82%	22.2%

De un total de 431 muestras se predijeron en forma acertada 291, por lo tanto la precisión del modelo SVR es del 67.5%.

### 4.3 Clasificador bayesiano

Para discretizar o dividir en grupos la muestra de datos se utilizó la función *Kmeans*, en la tabla 10, se indica el valor de K utilizado para cada variable.

Tabla 10. Agrupación para cada variable después aplicar el algoritmo *K-means*.

Variable	Etiqueta	Límite Inferior	Limite Superior
Diámetro	1	3	8
	2	8.1	9.52
	3	9.53	12
Avance	1	80	166
	2	167	262
	3	263	496
	4	497	900
Velocidad Giro	1	500	952
	2	953	1174
	3	1175	1445
	4	1446	1980
Profundidad de corte	1	0,0	0,5
	2	0,6	0,9
	3	1,0	1,5
Potencia	1	0,77	0,82
	2	0,83	0,88
	3	0,89	0,95
	4	0,96	1,14

De acuerdo al teorema de Bayes, se debe calcular la probabilidad de cada una de las clases de la variable de salida (Rugosidad), y la probabilidad de la variable de entrada dada la clase de salida. Estos valores se obtienen directamente de la base de datos elaborada. Antes de proceder a calcular las probabilidades de la clase de salida y de las variables de entrada dada la clase de salida, se debe tener presente que se debe garantizar que deben haber representantes de todas las clases, es decir que no se puede trabajar con probabilidades de cero así no existan representantes. Para garantizar lo anteriormente expuesto se debe aplicar la corrección de Laplace (ver ecuación 29). Con el fin de obtener una mayor confiabilidad estadística de los resultados, se realizó tanto para el modelo SVR como para el clasificador bayesiano, la validación el método *K-fold Cross Validación* (validación cruzada) con  $K=4$ .

#### 4.4 Validación del Clasificador bayesiano

Para la validación del clasificador bayesiano se utilizó el método *K-fold Cross Validation* (validación cruzada) con  $K=4$ .

Se conformaron tres grupos de 107 y un grupo de 110.

K = 1 (1: 107)

K = 2 (108: 214)

K = 3 (215: 321)

K = 4 (322: 431)

### **Validación Cruzada para K = 1 (1: 107)**

Inicialmente se realiza la separación de los valores para entrenamiento, para la construcción del modelo y los datos de validación.

Para K=1, se toman los primeros 107 datos para la validación y el resto de valores de la base de datos para entrenamiento, es decir 324 datos.

Con los 324 datos restantes y teniendo presente la corrección de Laplace, se procede a calcular las probabilidades de cada una de las clases de la variable de salida  $P(C_i)$ .

Inicialmente se organiza la base de datos de las 324 muestras, de acuerdo a las etiquetas de rugosidad, con el fin de determinar el número de muestras que corresponden a cada clase o etiqueta.

Rugosidad Clase Fine =7

Rugosidad Clase Semi-fine =116

Rugosidad Clase Medium =194

Rugosidad Clase Semi-rugoso =7

Para un total de 324 muestras

Con estos valores se calculan las probabilidades correspondientes a cada clase de etiqueta para la validación K=1 (1: 107)

$$P(C_1) = \frac{7 + 1}{324 + 4} = 0.0243$$

$$P(C_2) = \frac{116 + 1}{324 + 4} = 0.3567$$

$$P(C_3) = \frac{194 + 1}{324 + 4} = 0.5945$$

$$P(C_4) = \frac{7 + 1}{324 + 4} = 0.024$$

Ahora se procede a calcular las probabilidades condicionales con respecto a la variable de salida. Inicialmente se inicia con la variable de entrada que corresponde al diámetro y se calculan las probabilidades condicionales con respecto a las variables de salida.

Se utiliza el condicional de Excel, con el fin de facilitar el proceso.

$$SI(Y(A1 = 1; F1 = 1); 1; 0)$$

La probabilidad condicional de que el diámetro es igual a 8 (etiqueta 1 del diámetro), dado que la clase de salida es uno se expresa de la siguiente forma:

$$P(\text{diametro} = 1 | R_a = 1) = \frac{0 + 1}{7 + 3} = \frac{1}{10} = 0,1$$

Se deben dar las dos condiciones al mismo tiempo. Ver tabla 11. La corrección Laplace hace que esta probabilidad no sea cero.

Tabla 11. Valores correspondientes a la clase uno de rugosidad.

Diámetro	Avance	rpm	profundidad	potencia	$R_a$
2	2	3	1	2	1
3	1	2	2	2	1
3	2	1	1	2	1
3	1	1	1	2	1
3	1	2	2	2	1
3	2	1	2	3	1
3	2	2	2	3	1

La probabilidad de que el diámetro pertenezca a la clase 2, dado que la etiqueta de salida es uno está dada por:

$$P(\text{diametro} = 2 | R_a = 1) = \frac{1 + 1}{7 + 3} = \frac{2}{10} = 0.2$$

Las dos condiciones solo se dan una sola vez, por lo tanto la variable contar (x) es igual a uno, la variable  $K=1$ , número total de eventos de la etiqueta de salida igual a uno es de 7 y el número de etiquetas para el diámetro es de tres.

Ahora para un diámetro igual a tres y etiqueta de salida uno, se tiene que:

$$P(\text{diametro} = 3 | R_a = 1) = \frac{6 + 1}{7 + 3} = \frac{7}{10} = 0.7$$

Se realiza el mismo procedimiento para las etiquetas de salida dos, tres, cuatro.

En el anexo 6, están los valores calculados para las probabilidades de la clase de salida y las condicionales para  $K = 1, 2, 3, 4$ .

Al igual que en el modelo SVR, los datos que están especificados en el rango para  $K=1, 2, 3, 4$  se utilizan para hacer la validación y el resto de los datos para construir el modelo de predicción.

Posteriormente en el programa Elvira se cargan los valores de las probabilidades de las etiquetas de salida y las condicionales, de acuerdo al subconjunto de datos asignado, para  $K=1$ , se eliminan los primeros 107 datos para construir el modelo y luego se tienen en cuenta para realizar la validación.

En el modo edición, se editan las propiedades de cada uno de los nodos de la variable de entrada y de salida. Luego se pasa al modo inferencia para realizar las predicciones para el rango de valores de  $K = 1, 2, 3, 4$ .

Con el fin de encontrar una relación entre los valores de salida reales y los predicho por el clasificador bayesiano se construye la matriz de confusión (ver tabla 12).

Tabla 12. Matriz de confusión usando Clasificador bayesiano y el programa elvira. Fuente: Diseño propio del autor

REAL →	Fine	Semi- fine	Medium	Semi-rough
ASIGNADO ↓				
Fine	0	3	1	0
Semi- fine	6	52	64	0
Medium	4	90	202	9
Semi-rough	0	0	0	0
Precision	0%	35.86%	75.65%	0%

De un total de 431 muestras se predijeron en forma acertada 254, por lo tanto la precisión del clasificador bayesiano es del 58.9%.

La ventaja que tiene el programa Elvira es que representa las relaciones entre los nodos, la línea de color rojo indica que es directamente proporcional, azul es inversamente proporcional y la morada que es ambigua, es decir puede que aumente o disminuya (ver figura 52)

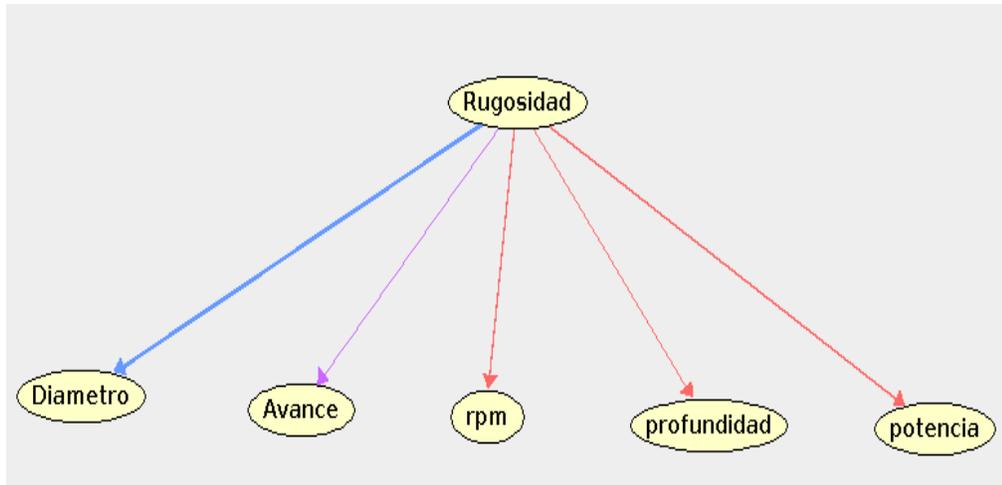


Figura 52. Relación entre las variables de entrada. Fuente: Programa Elvira.

Además presenta las prioridades a priori sin ingresar ninguna evidencia, (ver figura 53), simplemente se ingresan las probabilidades de la clase de salida y las condicionales de las variables de entrada con respecto a la salida. Para predecir el valor de una muestra se pasa al modo inferencia y se especifica en las variables de entrada la clase a la que corresponde el valor de entrada y en la medida que se ingresan las clases en las variables de entrada el software predice el valor de etiqueta de rugosidad correspondiente a la salida (Ver figura 54).

Como se afirmó antes, el total de casos predichos correctamente con el modelo SVR es de 291 y para el clasificador bayesiano es de 254, la precisión del modelo SVR es del  $291/431= 67.5\%$  y la precisión con el clasificador bayesiano es de  $58.9\%$ , por lo tanto podemos concluir que se obtiene una mayor precisión utilizando el modelo SVR. Es de aclarar que estos valores obtenidos están relacionados directamente con la base de datos construida.

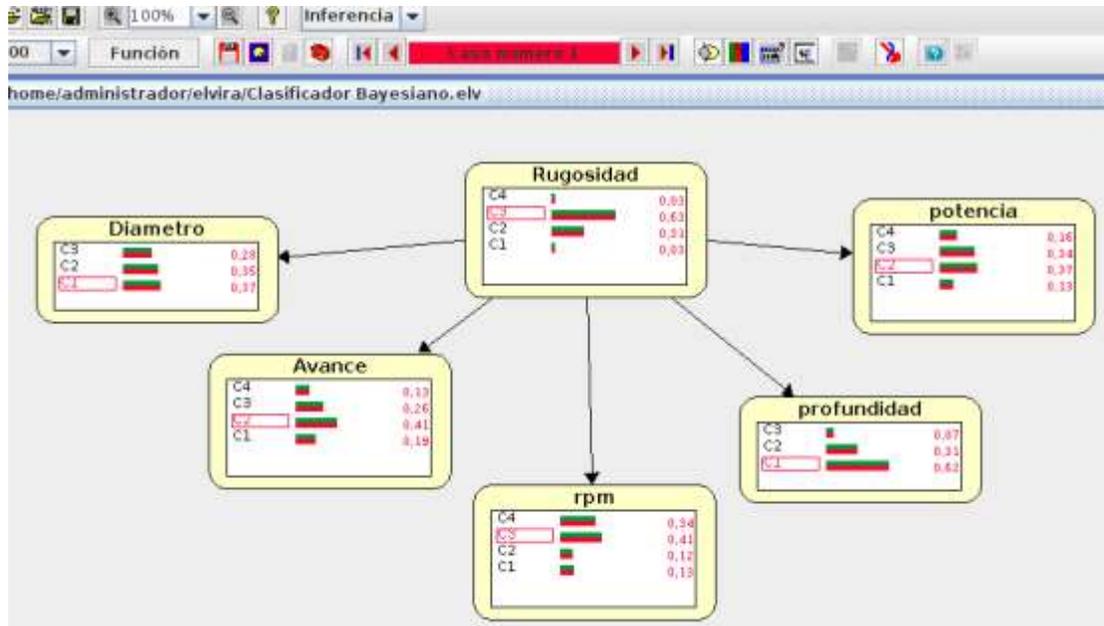


Figura 53. Clasificador bayesiano. Fuente: Programa Elvira.

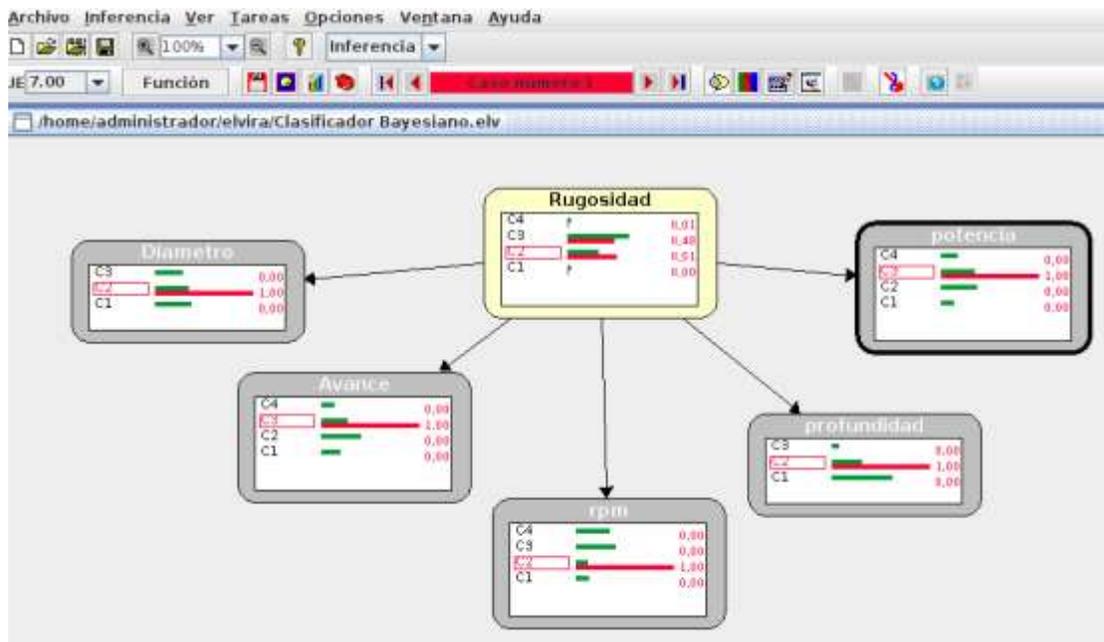


Figura 54. Respuesta ante una evidencia. Fuente: Programa Elvira

Cuando se tiene una muestra representativa de la clase, aumenta la generalización del modelo SVR y del clasificador bayesiano (ver tabla 13). Pero si la cantidad de muestras es poco significativa se reduce la capacidad de acierto de ambos.

Tabla 13. Comparación entre el modelo SVR y el clasificador bayesiano

Clase- $R_a$	No de Muestras	Precision por clase	
		SVR	Clasificador bayesiano
Fine	10	0%	0%
Semi-fine	145	48.27%	35.86%
Medium	267	82%	75.65%
Semi-rough	9	22.2%	0%

## CONCLUSIONES

Se obtiene una mayor precisión en la predicción de la rugosidad antes del proceso de maquinado, utilizando un modelo SVR que un clasificador bayesiano.

Cuando al modelo SVR se ingresan los valores de la base de datos sin hacerles un tratamiento o procesamiento, se presenta un sobreajuste dado que la correlación obtenida al comparar las predicciones de los datos de entrenamiento con los valores reales fue de 98%, en cambio para los datos de validación es de tan solo 33%.

El procesamiento de las variables de entrada a través de técnicas tales como *zscore*, análisis de componentes principales y normalización mejoran notoriamente la generalización del modelo de predicción SVR.

Cuando se tiene una muestra representativa de la clase, aumenta la generalización del modelo SVR y del clasificador bayesiano, pero si la cantidad de muestras es poco significativa se reduce la capacidad de acierto de ambos.

En el modelo SVR, no importa la cantidad de variables o dimensiones de entrada del proceso el algoritmo las procesa.

Con el modelo de regresión por vectores de soporte, desarrollado en el presente trabajo, permite a los usuarios de los centros de mecanizado utilizados para la fabricación de piezas mecánicas, conocer antes de realizar el proceso de maquinado el valor de la rugosidad superficial ( $R_a$ ), a partir de las variables de entrada (diámetro, avance, velocidad de giro, profundidad de corte y potencia), lo que actualmente en nuestro medio no es posible predecir. En la actualidad esta operación se realiza de una forma empírica por tanteo y error hasta lograr un buen acabado superficial, sin tener conocimiento del valor de su medida, esto genera un incremento en los tiempos de maquinado y reprocesos de producción. Con la implementación del modelo SVR, predecir la rugosidad superficial no dependerá de la experiencia o conocimiento de un experto para determinar los parámetros de corte, simplemente se pueden elaborar tablas con las condiciones de maquinado adecuadas para obtener un valor de rugosidad deseado.

Además podemos concluir que al incrementar la velocidad de avance, aumenta la rugosidad superficial. Para valores por debajo de 253 mm/min, la rugosidad superficial se encuentra en la clase fine, pero iría en contra del principio de mecanizado a alta velocidad, el cual dice que se deben realizar los mecanizados a alta velocidad y bajos valores de profundidad de corte. Para valores de diámetro 12 mm, se obtuvo mejor acabado superficial. Si se realiza el mecanizado con altos valores de velocidad de avance y velocidades de rotación del husillo lo más factible

es que aumente la rugosidad superficial y pertenezca a la clase semi-rough.

## **TRABAJOS FUTUROS**

Interacción del modelo de predicción SVR, con el software de manufactura asistida por computador (CAM), con el fin de controlar el proceso desde el mismo software.

## BIBLIOGRAFIA

- [1] Azlan Mohd, Habibollah Haron, Safian Sharif, Artificial Neural Network for Predicting machining performance of Uncoated Carbide (WC-Co) in Milling Machining Operation, 2009, International Conference on Computer Technology and Development
- [2] Azlan Mohd, Habibollah Haron, Safian Sharif, Prediction of surface roughness in the end milling machining using Artificial Neural Network,2010, Science Direct Expert Systems with Applications.
- [3] Azlan Mohd, Habibollah Haron, Safian Sharif, Application of Regression and ANN Techniques for Modeling of the Surface Roughness in End Milling Machining Process, 2009, Third Asia International Conference on Modelling & Simulation
- [4] Potsang B. Huang, Wei-Jung Shiang, Yuan-Tsan Jou, Chuhsien Chang, Chengghieh Ma, 2010, an in-process adaptive control of surface roughness in end milling operations
- [5] Oguz Colak, Cahit Kurbanoglu, M. Cengiz Kayacan. Milling surface roughness prediction using evolutionary programming methods. Materials and Design, 2007
- [6] Victor M. Flores, Maritza Correa, Jose R. Alique, 2011, Modelo Pre-proceso de predicción de la calidad superficial en fresado a Alta velocidad basado en Softcomputing, issn 1697-7912.Vol 8, Num 1Enero de 2011
- [7] M. Correa, C Bielza, J. Pamies-Teixeira, Comparison of Bayesian networks and artificial neural networks for quality detection in a machining process,Expert System With Applications 36, 2009
- [8] Correa,M., Bielza, C. ,Ramirez, M. , y Alique, J. (2008). A Bayesian network model for surface roughness prediction in the machining process. International Journal of Systems Science,1181-1192
- [9] Benardos P.G and Vosniakos G.C. (2003). Predicting surface roughness in machining: A review, international Journal of Machine Tools & Manufacture, 43,833-844
- [10] Correa, M. Ramírez, M. de J.R and Rodríguez, C. (2004). Factores que afectan el acabado superficial en los procesos de mecanizado: Técnicas de análisis y modelos, XXV Jornadas de Automática, Ciudad Real, España.
- [11] Zuperl U. and Cus F. (2003) Optimization of cutting conditions during cutting by using neural networks, Robotics and Computer Integrated Manufacturing,19,189-199

- [12] Soleimanimah H., Nategh M.J and Amini S. (2009). Modelling of surface Roughness in Vibration Cutting by Artificial Neural Network. Proceedings of World Academy of Science, Engineering and Technology, 40,386-390
- [13] Correa M., Bielza C., Ramirez M. and Alique J.R. (2008) A Bayesian network model for surface roughness prediction in a machining process, Expert System with Applications,36,7270-7279.
- [14] Correa Valencia, Maritza (2010) Inteligencia artificial para la predicción y control del acabado superficial en procesos de fresado a alta velocidad. Tesis doctoral. 176 p
- [15] Stone M. (1974) Cross–validatory choice and assessment of statistical prediction, Journal of the Royal Statistical Society B, 36,111-147.
- [16] Behnam Nourghassemi, Surface Roughness Estimation for FDM Systems, Master of Applied Science of Mechanical Engineering Ryerson University, Toronto, 2011
- [17] Ulaş Çaydaş · Sami Ekici, Support vector machines models for surface roughness prediction in CNC turning of AISI 304 austenitic stainless steel. Journal of intelligent Manufacturing, 2010.
- [18] Chakguy Prakasvudhisarn, Siwaporn Kunnapapdeelert, Pisal Yenradee. Optimal cutting condition determination for desired surface roughness in end milling. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, Volumen 41, 2009
- [19] Mera Banguero Carlos Andrés y Estrada Perea Betsy Mary. Support Vector Machine. Aprendizaje Estadístico. Universidad Nacional de Colombia, 2012
- [20] B. Lela, D. Bajić, S. Jozić, Regression analysis, support vector machines, and Bayesian neural network approaches to modeling surface roughness, 2008
- [21] In face milling, The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, Volumen 42, 2009
- [22] Ben Gan, Yijian Huang, Guixia Zheng. Prediction of surface roughness profiles for milling process with fractal parameters based on LS-SVM. Advance Materials Research, vol 97-101,pp 1186-1193,2010
- [23] Perzyk, M., Biernacki, R., y Kochansky, A. (2005). Modeling of manufacturing processes by learning systems: The naive Bayesian classifier versus artificial neural networks. Journal of Materials Processing Technology, 164-165:1430-1435

- [24] Marchant, J. y Onyango, C. (2003). Comparison of a Bayesian classifier with a multilayer feed-forward neural network using the example of plant/weed/soil discrimination. *Computers and Electronics in Agriculture*, 39; 3-22
- [25] Zhang, R. y Bivens, A. (2007). Comparing the use of Bayesian networks and neural networks in response time modeling for service-oriented systems. *Proceedings of the 2007 workshop on service oriented computing performance: Aspects, issues, and Approaches*, pages 67-74
- [26] Neapolitan, R. y Montgomery, D. (2002). *Response Surface Methodology: Process and Product Optimization Using Designed Experiments*. John Wiley and Sons
- [27] K.P Bennet and O.L Mangasarian. Robust Linear programming discrimination of two linearly inseparable sets. *Optimization Methods and Software*, 1:23-34, 1992
- [28] Neapolitan, 2004. *Learning Bayesian Networks*. Prentice Hall
- [29] Pearl, 1988. *Probabilistic Reasoning in Intelligent Systems: Networks of Plausible Inference*.
- [30] Smola, Alexander and Bernhard Schölkopf. *Learning with Kernels*. MIT Press, 2002
- [31] Smola AJ, Schölkop B (1998) A Tutorial on Support Vector Regression, *Neuro Colt Technical Report NC-TR-98-030*, Royal Holloway College, University of London
- [32] Cortes and V. Vapnik. Support vector networks. *Machine Learning*, 20: 273-297, 1995
- [33] Cestnik, B. (1990). Estimating probabilities: A crucial task in machine learning. *Proceedings of the Nineth European Conference on Artificial Intelligence*, pages 147–149
- [34] Harrington, Peter. *Machine Learning in Action*. 2012. ISBN 9781617290183
- [35] Zhuoda Jiang. Intelligent Prediction of surface Roughness of Milling Aluminium Alloy Based of Least Square Support Vector Machine. *Chínese Control and Decision Conference*, 2010
- [36] Umbrello, D., Ambrogio, G., Filice, L., Shivpuri, R. (2008). A hybrid Finite element method-Artificial neural network approach for predicting residual stress and the optimal cutting conditions during hard turning of AISI 52100 bearing steel. *Materials and Design* 29, 873-883
- [37] Barber David. *Bayesian Reasoning and Machine Learning*. 2010
- [38] Chih, Chung Chang y Chih, Jen Lin. LIBSVM. A library for support vector Machines. Versión 3.17, Abril 2013

[39] Cherkassky Vladimir and Yunqian Ma. Practical selection of SVM parameters and noise estimation for SVM regression. 2003

## ANEXOS

### ANEXO 1

Base de datos completa obtenida en la fase experimental

Tabla 14. Valores obtenidos en la fase experimental con las herramientas de 8, 9.52, 12

Ítem	Diámetro mm	Avance mm/min	velocidad-giro rpm	Profundidad mm	Potencia KW	Rugosidad ( $\mu\text{m}$ )
1	9,52	150	1200	0,3	0,82	4,92
2	8	300	1311	0,5	0,80	3,76
3	9,52	254	1200	0,7	0,88	4,72
4	8	200	1500	0,8	0,92	5,15
5	8	380	1758	0,2	0,90	3,77
6	8	162	1290	0,5	0,84	2,99
7	9,52	268	1200	0,7	0,90	4,59
8	9,52	300	1486	0,5	0,90	2,44
9	9,52	300	1590	0,5	0,93	2,44
10	8	200	1500	0,6	0,89	4,92
11	8	200	1600	0,5	0,95	2,59
12	9,52	459	1364	0,6	0,97	3,59
13	9,52	127	1400	0,5	0,86	1,90
14	12	88	812	0,6	0,86	3,10
15	9,52	243	1302	0,5	0,88	3,35
16	12	170	950	0,5	0,87	3,94
17	8	513	1700	0,4	0,94	4,36
18	8	200	1500	0,55	0,87	5,08
19	9,52	100	1000	0,5	0,83	3,62
20	9,52	255	1400	0,5	0,90	1,97
21	8	448	614	0,7	0,80	5,56
22	12	110	1200	0,5	0,77	0,78
23	8	675	877	0,5	0,87	5,77
24	12	190	1200	0,5	0,89	3,53
25	9,52	600	1976	0,4	1,02	3,42
26	8	190	1101	0,5	0,90	3,31
27	8	192	1355	0,4	0,85	2,68
28	8	120	1500	0,5	0,84	4,77
29	9,52	164	1400	0,5	0,87	3,00
30	9,52	203	1222	0,8	0,89	4,34
31	8	190	1500	0,5	0,90	4,59
32	12	200	1200	0,3	0,90	4,25

Tabla 14. Valores obtenidos en la fase experimental con las herramientas de 8, 9.52, 12

Ítem	Diámetro mm	Avance mm/min	velocidad-giro rpm	Profundidad mm	Potencia KW	Rugosidad ( $\mu\text{m}$ )
33	9,52	300	1868	0,5	0,91	2,00
34	8	219	1550	1	0,97	4,58
35	12	279	977	0,6	0,92	3,19
36	8	108	1276	1	0,97	3,58
37	8	344	581	0,6	0,83	5,39
38	8	210	1500	0,5	0,90	3,79
39	12	258	1113	0,4	0,89	2,09
40	12	219	975	0,4	0,87	2,22
41	12	200	1200	0,4	0,87	4,40
42	8	611	886	0,5	0,86	5,82
43	9,52	526	1782	0,6	1,05	3,43
44	9,52	300	1531	0,5	0,92	2,09
45	12	180	1100	0,5	0,88	4,58
46	9,52	134	1280	0,5	0,79	2,74
47	8	292	1570	1	0,97	4,08
48	8	200	1200	0,5	0,90	2,76
49	9,52	136	1372	0,5	0,83	2,79
50	9,52	576	1430	0,6	1,01	3,71
51	9,52	100	1200	0,7	0,80	3,40
52	9,52	377	1827	0,5	0,98	3,71
53	12	300	1310	0,5	0,93	4,61
54	12	160	1100	0,5	0,87	4,29
55	12	300	1171	0,5	0,91	4,83
56	9,52	251	1318	0,5	0,90	3,63
57	8	496	1071	0,6	0,86	4,71
58	8	514	795	0,4	0,84	5,54
59	8	829	1721	0,4	0,98	4,18
60	12	192	930	0,7	0,83	4,38
61	9,52	259	1334	0,5	0,88	4,48
62	9,52	176	1452	0,25	0,78	3,10
63	8	200	1500	0,5	0,90	4,52
64	8	694	1900	0,4	0,94	4,28
65	12	180	1200	0,5	0,89	3,79
66	9,52	247	1400	0,5	0,88	4,77
67	8	669	1700	0,6	0,97	6,09
68	9,52	187	1190	1	0,90	4,19
69	12	150	923	0,9	0,87	2,16

Tabla 14. Valores obtenidos en la fase experimental con las herramientas de 8, 9.52, 12

Ítem	Diámetro mm	Avance mm/min	velocidad-giro rpm	Profundidad mm	Potencia KW	Rugosidad ( $\mu\text{m}$ )
70	9,52	190	1400	0,5	0,87	1,74
71	8	330	1651	0,2	0,85	3,69
72	8	657	1836	0,4	0,96	3,97
73	8	200	1500	0,3	0,82	4,23
74	12	400	1200	0,4	0,99	2,97
75	9,52	223	1400	0,5	0,87	3,83
76	9,52	415	1397	0,4	0,94	3,84
77	12	120	1200	0,5	0,79	0,93
78	8	818	1027	0,5	0,90	5,52
79	8	300	1311	0,5	0,89	3,99
80	8	884	1940	0,5	0,97	6,91
81	8	190	1351	0,6	0,88	3,55
82	9,52	223	1103	0,2	0,81	2,16
83	12	178	930	0,7	0,84	4,83
84	8	782	1700	0,7	1,05	4,74
85	12	200	500	0,25	0,80	5,80
86	9,52	289	943	0,4	0,86	3,30
87	8	778	865	0,6	0,94	7,14
88	12	170	1200	0,5	0,90	4,35
89	9,52	204	1400	0,5	0,87	3,82
90	12	200	1100	0,25	0,84	5,02
91	12	130	1200	0,5	0,79	1,39
92	8	200	1500	1	0,90	3,30
93	9,52	155	1066	0,4	0,83	3,32
94	12	300	1390	0,5	0,99	5,52
95	9,52	372	1719	0,7	1,03	3,34
96	12	174	1167	0,3	0,84	3,12
97	9,52	188	1321	0,7	0,84	2,14
98	12	400	1200	0,5	1,04	2,60
99	9,52	407	1770	0,7	1,02	3,68
100	12	300	1311	0,5	0,93	5,26
101	12	112	860	0,9	1,00	2,94
102	8	250	1500	0,5	0,88	3,71
103	9,52	300	1515	0,5	0,89	2,15
104	9,52	160	1200	0,5	0,87	3,40
105	9,52	212	1400	0,5	0,87	4,25
106	8	191	1353	0,5	0,85	3,17

Tabla 14. Valores obtenidos en la fase experimental con las herramientas de 8, 9.52, 12

Ítem	Diámetro mm	Avance mm/min	velocidad-giro rpm	Profundidad mm	Potencia KW	Rugosidad ( $\mu\text{m}$ )
107	8	159	1283	0,3	0,82	2,78
108	8	278	1528	1	0,96	2,51
109	8	389	1776	0,2	0,88	3,75
110	8	219	1550	0,75	0,97	3,73
111	8	784	929	0,4	0,80	6,17
112	9,52	198	1200	0,7	0,88	4,14
113	8	219	1600	0,5	0,97	3,54
114	8	170	1200	0,25	0,85	2,71
115	8	200	1500	0,85	0,93	4,85
116	12	161	1121	0,6	0,86	1,57
117	12	178	930	0,7	0,83	3,13
118	9,52	212	1200	0,7	0,88	3,89
119	9,52	295	1051	0,5	0,82	1,73
120	12	200	1200	0,7	0,94	4,69
121	9,52	220	1247	0,2	0,80	2,12
122	12	94	930	0,7	0,83	3,63
123	12	335	1210	0,5	0,79	6,20
124	9,52	211	1238	0,8	0,90	4,67
125	12	563	1314	0,7	0,85	3,25
126	8	557	1483	0,5	0,91	5,96
127	12	170	1100	0,5	0,87	4,26
128	9,52	300	1419	0,5	0,92	2,61
129	8	435	1352	0,4	0,82	4,59
130	12	188	1128	0,5	0,85	3,42
131	9,52	227	1400	0,5	0,87	3,61
132	9,52	219	1254	0,8	0,91	4,32
133	12	400	1200	0,3	0,89	7,19
134	8	759	1876	0,4	0,93	4,07
135	9,52	193	1005	0,5	0,78	2,80
136	12	300	1359	0,5	0,93	4,53
137	12	170	890	0,5	0,87	3,57
138	12	300	1200	0,9	1,06	5,03
139	9,52	195	1206	0,4	0,81	1,97
140	8	678	1325	0,5	0,90	4,21
141	8	219	1450	1	0,96	3,77
142	8	300	1698	0,5	0,94	3,81
143	8	797	1549	0,7	1,01	4,77

Tabla 14. Valores obtenidos en la fase experimental con las herramientas de 8, 9.52, 12

Ítem	Diámetro mm	Avance mm/min	velocidad-giro rpm	Profundidad mm	Potencia KW	Rugosidad ( $\mu\text{m}$ )
144	9,52	243	1523	0,6	0,85	2,60
145	12	300	1509	0,5	0,95	4,61
146	12	587	1362	1	0,93	4,21
147	8	200	1500	0,6	0,87	5,80
148	9,52	197	1400	0,5	0,90	2,08
149	8	219	1600	0,75	0,97	4,43
150	9,52	206	1197	1	0,87	2,21
151	8	150	1500	0,5	0,87	5,27
152	12	200	700	0,25	0,80	4,73
153	9,52	314	1369	0,4	0,92	3,05
154	8	762	1939	0,6	1,03	3,75
155	8	160	1500	0,5	0,87	5,22
156	9,52	657	1319	0,6	0,97	5,00
157	8	840	1800	0,6	0,92	6,60
158	9,52	168	1436	0,5	0,81	2,92
159	12	140	1200	0,5	0,80	1,61
160	8	219	1500	0,5	0,96	3,51
161	12	231	1119	0,3	0,85	3,70
162	9,52	300	1412	0,5	0,89	2,39
163	8	300	1419	0,5	0,88	3,63
164	12	160	1200	0,5	0,89	3,82
165	8	219	1500	0,75	0,96	3,51
166	8	288	1546	1	0,97	2,65
167	8	300	1310	0,5	0,82	4,99
168	12	500	1200	0,5	1,05	3,42
169	8	200	1500	0,95	0,90	3,78
170	8	300	1171	0,5	0,81	3,78
171	12	299	1411	0,7	0,84	4,11
172	12	150	950	0,8	0,88	3,10
173	8	298	1564	0,5	0,92	2,88
174	12	136	930	0,7	0,83	3,63
175	8	308	1582	0,5	0,93	2,83
176	12	278	836	0,3	0,82	3,69
177	8	288	1546	0,4	0,86	2,63
178	12	221	927	0,8	0,92	2,61
179	12	253	703	0,4	0,87	1,17
180	8	300	1868	0,5	0,96	3,98

Tabla 14. Valores obtenidos en la fase experimental con las herramientas de 8, 9.52, 12

Ítem	Diámetro mm	Avance mm/min	velocidad-giro rpm	Profundidad mm	Potencia KW	Rugosidad ( $\mu\text{m}$ )
181	12	164	930	0,7	0,84	4,62
182	9,52	184	1468	0,25	0,77	3,08
183	12	96	828	0,7	0,86	2,82
184	8	180	1500	0,5	0,89	4,59
185	8	627	1894	0,6	1,02	4,85
186	8	568	1321	0,6	0,93	3,80
187	12	200	1200	0,9	0,94	4,30
188	8	300	1590	0,5	0,89	3,79
189	9,52	267	1350	0,5	0,89	3,87
190	9,52	170	1599	0,4	0,91	3,11
191	12	104	844	0,8	0,89	3,13
192	8	200	1371	0,6	0,85	2,71
193	9,52	531	1773	0,4	1,02	2,92
194	9,52	481	1926	0,5	0,98	3,05
195	8	219	1450	0,5	0,94	3,51
196	8	300	1509	0,5	0,87	4,05
197	9,52	170	1200	0,7	0,87	3,01
198	8	696	1378	0,5	0,92	4,35
199	9,52	100	1000	0,8	0,83	3,40
200	9,52	506	1636	0,4	0,99	3,49
201	9,52	197	1400	0,5	0,86	4,10
202	9,52	300	1647	0,5	0,93	1,88
203	9,52	366	1117	0,6	0,91	2,88
204	9,52	111	1461	0,8	0,84	2,13
205	9,52	456	1445	0,6	0,95	3,73
206	12	219	916	0,3	0,81	5,86
207	12	186	835	0,5	0,85	2,40
208	12	150	950	0,5	0,86	4,07
209	12	300	1200	0,4	0,91	5,09
210	12	300	1311	0,5	0,95	6,83
211	9,52	246	1212	0,2	0,81	2,61
212	8	140	1312	0,5	0,87	2,97
213	9,52	140	1400	0,5	0,87	3,49
214	8	874	1627	0,5	0,86	7,10
215	8	253	1484	0,9	0,94	3,10
216	9,52	180	1200	0,5	0,90	2,97
217	8	288	1546	0,8	0,93	3,10

Tabla 14. Valores obtenidos en la fase experimental con las herramientas de 8, 9.52, 12

Ítem	Diámetro mm	Avance mm/min	velocidad-giro rpm	Profundidad mm	Potencia KW	Rugosidad ( $\mu\text{m}$ )
218	8	369	1735	0,2	0,87	3,00
219	12	300	1200	0,5	1,01	3,17
220	8	219	1400	0,5	0,95	3,41
221	8	140	1500	0,5	0,87	4,19
222	8	188	1346	0,4	0,82	2,94
223	8	820	1520	0,6	0,98	6,25
224	12	170	1040	0,5	0,87	4,34
225	9,52	128	1200	0,7	0,86	3,63
226	9,52	184	1200	0,7	0,87	4,25
227	8	200	1500	0,75	0,91	5,16
228	12	150	1200	0,5	0,90	4,00
229	9,52	114	1575	0,6	0,84	2,53
230	9,52	171	1158	0,5	0,82	3,27
231	9,52	80	1600	0,5	0,87	4,82
232	12	189	825	0,6	0,87	1,60
233	8	800	1600	0,7	1,00	5,20
234	12	134	1244	0,4	0,84	5,35
235	12	170	980	0,5	0,88	4,22
236	12	200	1200	1	0,96	4,34
237	8	318	1600	0,5	0,92	3,09
238	8	160	1047	0,8	0,93	3,90
239	9,52	131	1390	0,6	0,80	2,66
240	9,52	134	1200	0,7	0,83	3,08
241	9,52	300	1311	0,5	0,88	2,36
242	8	278	1528	1	0,94	3,19
243	9,52	115	1046	0,8	0,85	3,29
244	12	300	1531	0,5	1,00	5,15
245	9,52	243	1319	0,5	0,84	1,56
246	12	192	1131	0,4	0,87	1,71
247	8	284	1551	1	0,95	2,99
248	12	200	1200	0,2	0,88	4,60
249	9,52	521	1558	0,4	0,96	3,91
250	12	200	1200	0,5	0,89	5,15
251	8	300	1486	0,5	0,90	3,98
252	9,52	414	1308	0,5	0,93	3,75
253	8	200	1500	0,7	0,90	5,28
254	8	190	1182	0,8	0,92	3,74

Tabla 14. Valores obtenidos en la fase experimental con las herramientas de 8, 9.52, 12

Ítem	Diámetro mm	Avance mm/min	velocidad-giro rpm	Profundidad mm	Potencia KW	Rugosidad ( $\mu\text{m}$ )
255	12	147	952	0,4	0,84	1,58
256	9,52	192	1484	0,5	0,87	2,78
257	8	866	1600	0,4	0,90	6,37
258	8	190	1182	0,4	0,86	3,98
259	8	806	1210	0,6	0,97	5,23
260	8	200	1500	0,9	0,90	2,92
261	9,52	244	1400	0,5	0,87	1,66
262	9,52	200	1700	0,8	0,98	5,24
263	9,52	320	1442	0,4	0,91	3,54
264	8	316	1619	0,2	0,84	3,24
265	8	200	1400	0,5	0,92	3,01
266	12	300	1293	0,5	0,91	4,15
267	9,52	153	1391	0,5	0,83	2,43
268	8	180	1083	0,8	0,93	3,35
269	9,52	105	1181	1	0,81	2,47
270	12	125	1032	0,6	0,87	1,49
271	12	170	860	0,5	0,87	3,52
272	12	295	926	0,3	0,83	4,52
273	8	145	1500	0,5	0,86	4,69
274	9,52	142	1200	0,7	0,87	3,29
275	9,52	451	1957	0,6	1,06	2,94
276	9,52	245	1365	0,5	0,84	2,64
277	12	170	830	0,5	0,86	3,53
278	9,52	208	1400	0,5	0,86	5,38
279	8	170	1500	0,5	0,88	5,43
280	9,52	180	1200	0,8	0,92	4,30
281	8	300	1531	0,5	0,89	4,09
282	9,52	555	1298	0,6	0,94	4,26
283	12	200	1200	0,8	0,93	3,79
284	12	300	1357	0,5	0,95	6,19
285	8	130	1500	0,5	0,85	3,95
286	8	274	1530	1	0,94	2,82
287	12	120	876	1	0,99	2,81
288	9,52	189	933	0,6	0,80	1,61
289	8	219	1400	1	0,95	3,96
290	9,52	179	1174	1	0,90	4,28
291	9,52	238	1051	0,4	0,79	2,38

Tabla 14. Valores obtenidos en la fase experimental con las herramientas de 8, 9.52, 12

Ítem	Diámetro mm	Avance mm/min	velocidad-giro rpm	Profundidad mm	Potencia KW	Rugosidad ( $\mu\text{m}$ )
292	8	200	1500	0,4	0,85	4,98
293	9,52	144	1388	0,8	0,84	3,12
294	9,52	140	1800	0,5	0,91	3,98
295	12	259	806	0,2	0,81	3,43
296	8	191	1353	0,6	0,80	2,52
297	9,52	270	1573	0,6	0,94	2,72
298	9,52	107	1030	0,8	0,84	2,96
299	9,52	140	1600	0,5	0,90	4,20
300	12	571	1330	0,8	0,99	3,37
301	9,52	365	1635	0,4	0,94	3,56
302	9,52	180	1200	0,5	0,87	3,39
303	12	80	796	0,5	0,84	3,05
304	8	518	1761	0,4	0,94	4,67
305	8	170	1065	0,8	0,93	3,56
306	9,52	184	1411	0,6	0,91	3,11
307	12	170	800	0,5	0,86	4,22
308	9,52	300	1390	0,5	0,89	2,87
309	12	300	1419	0,5	0,93	4,03
310	12	579	1346	0,5	0,87	3,83
311	8	220	1500	0,5	0,87	4,06
312	9,52	308	1071	0,7	0,92	3,78
313	9,52	227	1270	0,8	0,91	3,98
314	9,52	164	1047	0,5	0,80	2,31
315	9,52	140	1200	0,5	0,85	3,30
316	12	109	820	0,5	0,83	1,83
317	12	192	1020	0,5	0,93	4,15
318	9,52	140	1200	0,5	0,86	3,47
319	12	200	900	0,25	0,83	4,81
320	9,52	226	1200	0,7	0,88	3,84
321	12	300	1590	0,5	1,05	4,76
322	8	180	1312	0,5	0,90	2,56
323	12	150	930	0,7	0,84	4,45
324	8	200	1119	0,5	0,91	3,23
325	9,52	153	1457	0,6	0,84	2,60
326	12	184	884	0,9	0,92	1,38
327	9,52	285	1400	0,5	0,90	5,21
328	8	300	1500	0,4	0,90	3,11

Tabla 14. Valores obtenidos en la fase experimental con las herramientas de 8, 9.52, 12

Ítem	Diámetro mm	Avance mm/min	velocidad-giro rpm	Profundidad mm	Potencia KW	Rugosidad ( $\mu\text{m}$ )
329	9,52	300	1509	0,5	0,94	2,36
330	9,52	300	1357	0,5	0,87	2,39
331	8	150	1029	0,8	0,92	3,24
332	8	200	1500	0,35	0,83	4,53
333	9,52	135	1271	0,4	0,80	1,74
334	12	300	1200	0,3	0,88	6,15
335	8	300	1359	0,5	0,82	3,65
336	8	218	1411	0,7	0,89	2,93
337	9,52	136	987	0,6	0,79	2,18
338	12	284	933	0,7	0,91	3,46
339	9,52	300	1293	0,5	0,89	2,07
340	12	300	1698	0,5	0,98	5,20
341	8	575	1746	0,7	1,00	3,73
342	9,52	195	1206	1	0,91	4,31
343	9,52	152	1404	0,8	0,85	3,14
344	12	169	972	0,8	0,90	1,78
345	9,52	160	1420	0,5	0,81	2,73
346	8	227	1428	0,8	0,88	2,65
347	12	150	950	1	0,91	2,48
348	12	166	906	0,7	0,90	1,62
349	8	300	1293	0,5	0,86	4,54
350	12	164	930	0,7	0,83	3,11
351	8	273	1528	0,2	0,85	2,72
352	8	300	1647	0,5	0,92	3,69
353	8	219	1450	0,75	0,95	3,56
354	12	300	1200	0,7	1,03	3,11
355	9,52	185	1066	0,6	0,87	2,91
356	12	162	1065	0,7	0,87	1,98
357	12	174	1033	0,3	0,84	3,95
358	8	200	1500	0,45	0,85	5,48
359	8	300	1500	0,5	0,90	4,22
360	12	150	950	0,25	0,82	4,32
361	9,52	235	1286	0,8	0,92	3,76
362	12	200	1200	0,5	0,83	3,09
363	12	170	920	0,5	0,88	4,59
364	12	172	912	0,7	0,88	2,14
365	12	210	1137	0,5	0,78	2,76

Tabla 14. Valores obtenidos en la fase experimental con las herramientas de 8, 9.52, 12

Ítem	Diámetro mm	Avance mm/min	velocidad-giro rpm	Profundidad mm	Potencia KW	Rugosidad ( $\mu\text{m}$ )
366	9,52	233	1240	0,3	0,85	2,03
367	9,52	180	1200	0,25	0,87	2,96
368	8	279	1541	1	0,92	2,98
369	8	514	1378	0,6	0,87	6,49
370	8	268	1510	0,5	0,90	2,75
371	9,52	120	1200	0,5	0,86	3,01
372	8	300	1390	0,5	0,88	4,37
373	12	191	986	0,9	0,91	1,39
374	9,52	312	1508	0,8	0,85	2,61
375	9,52	557	1488	0,4	0,93	3,86
376	12	200	1100	0,5	0,90	4,01
377	12	170	1070	0,5	0,87	4,67
378	12	267	753	0,2	0,79	4,51
379	8	218	1410	0,7	0,91	2,27
380	9,52	403	1592	0,5	0,97	3,97
381	9,52	129	1571	0,5	0,91	3,25
382	8	219	1400	0,75	0,95	3,61
383	9,52	240	1200	0,7	0,88	4,71
384	8	219	1550	0,5	0,96	3,66
385	9,52	300	1311	0,5	0,84	2,36
386	9,52	100	1000	1	0,85	3,33
387	9,52	436	1611	0,6	1,01	3,12
388	8	300	1357	0,5	0,89	3,22
389	9,52	160	1473	0,7	0,83	3,24
390	12	147	845	0,6	0,85	1,63
391	8	539	881	0,7	0,91	5,70
392	9,52	241	1122	0,4	0,86	3,24
393	8	332	1654	0,6	0,90	4,10
394	12	122	930	0,7	0,84	3,62
395	9,52	146	1308	0,4	0,78	2,56
396	9,52	314	1946	0,5	0,97	3,44
397	9,52	394	1807	0,6	1,00	2,95
398	8	219	1500	1	0,96	4,39
399	9,52	238	1400	0,5	0,90	2,07
400	12	300	1486	0,5	1,03	4,93
401	9,52	194	1494	0,3	0,83	1,74
402	8	175	1318	0,5	0,87	3,47

Tabla 14. Valores obtenidos en la fase experimental con las herramientas de 8, 9.52, 12

Ítem	Diámetro mm	Avance mm/min	velocidad-giro rpm	Profundidad mm	Potencia KW	Rugosidad ( $\mu\text{m}$ )
403	8	300	1515	0,5	0,91	3,86
404	8	300	1412	0,5	0,90	4,08
405	8	653	1424	0,5	0,93	3,69
406	12	170	1010	0,5	0,87	4,48
407	12	300	1515	0,5	1,04	5,76
408	12	198	1192	0,3	0,85	3,91
409	8	260	1500	0,5	0,89	4,03
410	8	320	1631	0,6	0,90	5,87
411	9,52	300	1698	0,5	0,89	2,05
412	9,52	279	1539	0,3	0,88	2,13
413	12	200	1200	0,6	0,96	4,36
414	8	262	1504	0,2	0,81	2,74
415	12	108	930	0,7	0,83	3,92
416	9,52	180	1200	1	0,94	3,52
417	9,52	118	1400	0,5	0,84	4,42
418	9,52	367	1005	0,4	0,82	1,80
419	9,52	474	1425	0,5	0,96	3,95
420	9,52	146	1400	0,5	0,87	1,94
421	9,52	114	1200	0,7	0,85	3,27
422	12	300	1412	0,5	0,99	6,67
423	8	331	1652	0,6	0,89	3,52
424	8	219	1600	1	0,98	3,71
425	8	135	1500	0,5	0,86	4,98
426	12	145	890	0,5	0,83	3,04
427	9,52	189	1032	0,5	0,86	3,10
428	8	170	1200	0,5	0,88	2,66
429	9,52	100	1500	0,5	0,86	4,99
430	12	80	930	0,7	0,83	5,15
431	12	200	1036	0,5	0,92	3,45

## ANEXO 2

### Algoritmo para el modelo regresión por vectores soporte SVR

```
%clc;
close all
r_cuadrado_entrenamiento = zeros(1,4);
r_cuadrado_cv = zeros(1,4);
datos_procesados = zeros(length(data),4);
    MSE = zeros(length(data),1);
conf = zeros(4,4);
prediccion_clases = zeros(length(data),2);

%data se debe cargar desde el workspace, base de datos completa,
incluyendo
%rugosidad
%Configurando parametros SVR

param.s = 3; %
epsilon SVR %
param.t = 2; %
RBF kernel

for aux = 800:10:1200

param.C = 950; %
Valor de C 950 %
param.g = 1.0; %
Valor de gamma 1.0 %
param.e = 0.3; %
Valor de epsilon 0.3

param.libsvm = ['-s ', num2str(param.s), ' -t ',
num2str(param.t), ... %Conformando cadena de
caracteres
' -c ', num2str(param.C), ' -g ',
num2str(param.g), ... %para configurar el SVR
' -p ', num2str(param.e), ' -q'];

%Procesamiento datos de entrada

vectores_propios = [[-0.444, 0.254, 0.664, -0.322]; ... %Vectores
propios encontrados usando PCA 95% de la energia
[0.481, -0.159, 0.502, 0.639]; ...
[0.569, -0.174, -0.185, -0.568];...
[0.087, 0.828, -0.352, 0.266];...
[0.49, 0.441, 0.386, -0.307]];

datos_pca = zscore(data(:,1:5))*vectores_propios;

for x = 1:length(data)
```

```

    datos_procesados(x,1) = (datos_pca(x,1) -
min(datos_pca(:,1)))/(max(datos_pca(:,1)) - min(datos_pca(:,1)));
    datos_procesados(x,2) = (datos_pca(x,2) -
min(datos_pca(:,2)))/(max(datos_pca(:,2)) - min(datos_pca(:,2)));
    datos_procesados(x,3) = (datos_pca(x,3) -
min(datos_pca(:,3)))/(max(datos_pca(:,3)) - min(datos_pca(:,3)));
    datos_procesados(x,4) = (datos_pca(x,4) -
min(datos_pca(:,4)))/(max(datos_pca(:,4)) - min(datos_pca(:,4)));

```

```
end
```

```
% Validacion cruzada (k-fold) con k = 4 (107,107,107,110)
```

```
%k = 1 (1:107)
```

```
model = svmtrain(data(108:length(data),6),
datos_procesados(108:length(data),:), param.libsvm);
```

```
%Correlacion datos de entrenamiento
```

```
prediccion_entrenamiento = svmpredict(data(108:length(data),6),
datos_procesados(108:length(data),:), model);
```

```
R_entrenamiento = corrcoef(prediccion_entrenamiento,
data(108:length(data),6));
r_cuadrado_entrenamiento(1,1) = R_entrenamiento(1,2);
```

```
scatter(prediccion_entrenamiento, data(108:431,6));
ylabel('Reales K=1 (1:107)');
xlabel('Prediccion datos de entrenamiento K=1 (1:107)');
% title( 'Correlacion datos de entrenamiento K=1 (1:107)');
```

```
%Correlacion datos de validacion
```

```
prediccion_cv = svmpredict(data(1:107,6),
datos_procesados(1:107,:), model);
```

```
R_cv = corrcoef(prediccion_cv, data(1:107,6));
r_cuadrado_cv(1,1) = R_cv(1,2);
```

```
% scatter(prediccion_cv, data(1:107,6));
% ylabel('Reales K=1 (1:107)');
% xlabel('Prediccion datos de validación K=1 (1:107)');
% title( 'correlacion datos de validación K=1 (1:107)');
```

```
%k = 2 (108:214)
```

```
model = svmtrain([data(1:107,6); data(215:length(data),6)],
[datos_procesados(1:107,:);
datos_procesados(215:length(data),:)], param.libsvm);
```

```

%Correlacion datos de entrenamiento

prediccion_entrenamiento = svmpredict([data(1:107,6);
data(215:length(data),6)], [datos_procesados(1:107,:);
datos_procesados(215:length(data),:)], model);

R_entrenamiento = corrcoef(prediccion_entrenamiento,
[data(1:107,6); data(215:length(data),6)]);
r_cuadrado_entrenamiento(1,2) = R_entrenamiento(1,2);

%scatter(prediccion_entrenamiento, [data(1:107,6);
data(215:431,6)]);
% ylabel('Reales K=2 (108:214)');
% xlabel('Prediccion datos de entrenamiento K=2 (108:214)');
% title('correlacion datos de entrenamiento K=2 (108:214)');

%Correlacion datos de validacion

prediccion_cv = svmpredict(data(108:214,6),
datos_procesados(108:214,:), model);

R_cv = corrcoef(prediccion_cv, data(108:214,6));
r_cuadrado_cv(1,2) = R_cv(1,2);

% scatter(prediccion_cv, data(108:214,6));
% ylabel('Reales K=2 (108:214)');
% xlabel('Prediccion datos de Validación K=2 (108:214)');
% title('correlacion datos de Validación K=2 (108:214)');

%k = 3 (215:321)

model = svmtrain([data(1:214,6); data(322:length(data),6)],
[datos_procesados(1:214,:);
datos_procesados(322:length(data),:)], param.libsvm);

%Correlacion datos de entrenamiento

prediccion_entrenamiento = svmpredict([data(1:214,6);
data(322:length(data),6)], [datos_procesados(1:214,:);
datos_procesados(322:length(data),:)], model);

R_entrenamiento = corrcoef(prediccion_entrenamiento,
[data(1:214,6); data(322:length(data),6)]);
r_cuadrado_entrenamiento(1,3) = R_entrenamiento(1,2);

scatter(prediccion_entrenamiento, [data(1:214,6);
data(322:431,6)]);
ylabel('Reales K=3 (215:321)');
xlabel('Prediccion datos de entrenamiento K=3 (215:321)');
title('correlacion datos de entrenamiento K=3 (215:321)');

```

```

%Correlacion datos de validacion

prediccion_cv = svmpredict(data(215:321,6),
datos_procesados(215:321,:), model);

R_cv = corrcoef(prediccion_cv, data(215:321,6));
r_cuadrado_cv(1,3) = R_cv(1,2);

scatter(prediccion_cv, data(215:321,6));
ylabel('Reales K=3 (215:322)');
xlabel('Prediccion datos de Validación K=3 (215:321)');
title('correlacion datos de Validación K=3 (215:321)');

%k = 4 (322:431)

model = svmtrain(data(1:321,6), datos_procesados(1:321,:),
param.libsvm);

%Correlacion datos de entrenamiento

prediccion_entrenamiento = svmpredict(data(1:321,6),
datos_procesados(1:321,:), model);

R_entrenamiento = corrcoef(prediccion_entrenamiento,
data(1:321,6));
r_cuadrado_entrenamiento(1,4) = R_entrenamiento(1,2);

scatter(prediccion_entrenamiento, data(1:321,6));
ylabel('Reales K=4 (323:431)');
xlabel('Prediccion datos de entrenamiento K=4 (322:431)');
title('correlacion datos de entrenamiento K=4 (322:431)');

%Correlacion datos de validacion

prediccion_cv = svmpredict(data(322:length(data),6),
datos_procesados(322:length(data),,:), model);

R_cv = corrcoef(prediccion_cv, data(322:length(data),6));
r_cuadrado_cv(1,4) = R_cv(1,2);

scatter(prediccion_cv, data(322:431,6));
ylabel('Reales K=4 (322:431)');
xlabel('Prediccion datos de Validación K=4 (322:431)');
title('correlacion datos de Validación K=4 (322:431)');

%Promediar resultados

r_final_entrenamiento = (r_cuadrado_entrenamiento(1,1) +
r_cuadrado_entrenamiento(1,2) + r_cuadrado_entrenamiento(1,3) +
r_cuadrado_entrenamiento(1,4))/4;

```

```
r_final_cv = (r_cuadrado_cv(1,1) + r_cuadrado_cv(1,2) +  
r_cuadrado_cv(1,3) + r_cuadrado_cv(1,4))/4;
```

```
%scatter(aux, r_final_cv, 'b');  
%hold on
```

```
%scatter(aux, r_final_entrenamiento, 'r');  
%hold on
```

```
end
```

```
clc
```

### ANEXO 3

Norma para establecer los rangos de rugosidad superficial 1302:2002

Tabla 15. Norma ISO 1302:2002 Rugosidad Superficial

Variable	Etiqueta	Límite Inferior $\mu\text{mm}$	Límite Superior $\mu\text{mm}$
Rugosidad ( $R_a$ )	<i>Mirror</i>	0,0	0,1
	<i>Polished</i>	0,1	0,2
	<i>Ground</i>	0,2	0,4
	<i>Smooth</i>	0,4	0,8
	<i>Fine</i>	0,8	1,6
	<i>Semi-Fine</i>	1,6	3,2
	<i>Medium</i>	3,2	6,3
	<i>Semi-Rough</i>	6,3	12,5
	<i>Rough</i>	12,5	25

## ANEXO 4

Demostración del teorema de Bayes

### Teorema de Bayes

$P(A|B)$ : La probabilidad de A dado B

$P(B|A)$ : La probabilidad de B dado A

El teorema de Bayes, fue desarrollado por el matemático Thomas Bayes en 1763

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = P(A \cap B) = P(A|B) * P(B)$$

$$P(B|A) = \frac{P(B \cap A)}{P(A)} = P(B \cap A) = P(B|A) * P(A)$$

$P(A \cap B)$  Es la probabilidad que los dos eventos se realicen simultáneamente.

$P(A \cap B) = P(B|A)$ , estas dos expresiones son equivalentes

Al igualar las dos ecuaciones se tiene que:

$$P(A|B) * P(B) = P(B|A) * P(A)$$

$$P(A|B) = \frac{P(B|A) * P(A)}{P(B)}$$

$$P(B|A) = \frac{P(A|B) * P(B)}{P(A)}$$

## ANEXO 5

### Algoritmo para definir los valores de $\gamma$ , $\epsilon$ y $C$

```
%clc;
close all
r_cuadrado_entrenamiento = zeros(1,4);
r_cuadrado_cv = zeros(1,4);
datos_procesados = zeros(length(data),4);
error_cuadratico_medio_entrenamiento = zeros(1,4);
error_cuadratico_medio_cv = zeros(1,4);

%data se debe cargar desde el workspace, base de datos completa,
incluyendo
%rugosidad
%Configurando parametros      SVR

param.s = 3; %
epsilon      SVR %
param.t = 2; %
RBF kernel

for aux = 800:10:1200

param.C = aux; %
Valor de C %
param.g = 1.0; %
Valor de gamma %
param.e = 0.3; %
Valor de epsilon

param.libsvm = ['-s ', num2str(param.s), ' -t ',
num2str(param.t), ... %Conformando cadena de
caracteres
' -c ', num2str(param.C), ' -g ',
num2str(param.g), ... %para configurar el SVR
' -p ', num2str(param.e), ' -q'];

%Procesamiento datos de entrada

vectores_propios = [[-0.444, 0.254, 0.664, -0.322]; ... %Vectores
proprios encontrados usando PCA 95% de la energia
[0.481, -0.159, 0.502, 0.639]; ...
[0.569, -0.174, -0.185, -0.568];...
[0.087, 0.828, -0.352, 0.266];...
[0.49, 0.441, 0.386, -0.307]];

datos_pca = zscore(data(:,1:5))*vectores_propios;

for x = 1:length(data)
```

```

    datos_procesados(x,1) = (datos_pca(x,1) -
min(datos_pca(:,1)))/(max(datos_pca(:,1)) - min(datos_pca(:,1)));
    datos_procesados(x,2) = (datos_pca(x,2) -
min(datos_pca(:,2)))/(max(datos_pca(:,2)) - min(datos_pca(:,2)));
    datos_procesados(x,3) = (datos_pca(x,3) -
min(datos_pca(:,3)))/(max(datos_pca(:,3)) - min(datos_pca(:,3)));
    datos_procesados(x,4) = (datos_pca(x,4) -
min(datos_pca(:,4)))/(max(datos_pca(:,4)) - min(datos_pca(:,4)));

end

% Validacion cruzada (k-fold) con k = 4 (107,107,107,110)

%k = 1 (1:107)

model = svmtrain(data(108:length(data),6),
datos_procesados(108:length(data),:), param.libsvm);

%Correlacion datos de entrenamiento

prediccion_entrenamiento = svmpredict(data(108:length(data),6),
datos_procesados(108:length(data),:), model);

R_entrenamiento = corrcoef(prediccion_entrenamiento,
data(108:length(data),6));
r_cuadrado_entrenamiento(1,1) = R_entrenamiento(1,2);

% scatter(prediccion_entrenamiento, data(108:431,6));
% ylabel('Reales K=1 (1:107)');
% xlabel('Prediccion datos de entrenamiento K=1 (1:107)');
%title('Correlacion datos de entrenamiento K=1 (1:107)');

% Calculo del error cuadratico medio datos entrenamiento para
K=1
% (1:107)

suma = 0;

for x = 1:324
    MSE (x,1) = (prediccion_entrenamiento(x,1) -
data(107+x,6))*(prediccion_entrenamiento(x,1) - data(107+x,6));
    suma = suma + MSE (x,1);
end

error_cuadratico_medio_entrenamiento_k1 = suma/324;

error_cuadratico_medio_entrenamiento(1,1) =
error_cuadratico_medio_entrenamiento_k1;

%Correlacion datos de validacion

prediccion_cv = svmpredict(data(1:107,6),
datos_procesados(1:107,:), model);

```

```

R_cv = corrcoef(prediccion_cv, data(1:107,6));
r_cuadrado_cv(1,1) = R_cv(1,2);

% scatter(prediccion_cv, data(1:107,6));
% ylabel('Reales K=1 (1:107)');
% xlabel('Prediccion datos de validación K=1 (1:107)');
% title( 'correlacion datos de validación K=1 (1:107)');

% Calculo del error cuadratico medio datos de validacion para
K=1 (1:107)

suma = 0;

for x = 1:107
    MSE (x,1) = (prediccion_cv(x,1) - data(x,6)) *
(prediccion_cv(x,1) - data(x,6));
    suma = suma + MSE (x,1);
end

error_cuadratico_medio_validacion_k1 = suma/107;

error_cuadratico_medio_cv(1,1) =
error_cuadratico_medio_validacion_k1;

%k = 2 (108:214)

model = svmtrain([data(1:107,6); data(215:length(data),6)],
[datos_procesados(1:107,:);
datos_procesados(215:length(data),:)], param.libsvm);

%Correlacion datos de entrenamiento

prediccion_entrenamiento = svmpredict([data(1:107,6);
data(215:length(data),6)], [datos_procesados(1:107,:);
datos_procesados(215:length(data),:)], model);

R_entrenamiento = corrcoef(prediccion_entrenamiento,
[data(1:107,6); data(215:length(data),6)]);
r_cuadrado_entrenamiento(1,2) = R_entrenamiento(1,2);

%scatter(prediccion_entrenamiento, [data(1:107,6);
data(215:431,6)]);
% ylabel('Reales K=2 (108:214)');
% xlabel('Prediccion datos de entrenamiento K=2 (108:214)');
% title( 'correlacion datos de entrenamiento K=2 (108:214)');

% Calculo del error cuadratico medio datos entrenamiento para
K=2

```

```

suma = 0;

for x = 1:107
    MSE (x,1) = (prediccion_entrenamiento(x,1) -
data(x,6)) * (prediccion_entrenamiento(x,1) - data(x,6));

    suma = suma +    MSE (x,1);

end

for x = 108:324
    MSE (x,1) = (prediccion_entrenamiento(x,1) -
data(x+107,6)) * (prediccion_entrenamiento(x,1) - data(x+107,6));

    suma = suma +    MSE (x,1);

end

error_cuadratico_medio_entrenamiento_k2 = suma/324;

error_cuadratico_medio_entrenamiento(1,2) =
error_cuadratico_medio_entrenamiento_k2;

%Correlacion datos de validacion

prediccion_cv = svmpredict(data(108:214,6),
datos_procesados(108:214,:), model);

R_cv = corrcoef(prediccion_cv, data(108:214,6));
r_cuadrado_cv(1,2) = R_cv(1,2);

% scatter(prediccion_cv, data(108:214,6));
% ylabel('Reales K=2 (108:214)');
% xlabel('Prediccion datos de Validación K=2 (108:214)');
% title('correlacion datos de Validación K=2 (108:214)');

% Calculo del error cuadratico medio datos de validacion para
K=2 (108:214)

suma = 0;

for x = 1:107
    MSE (x,1) = (prediccion_cv(x,1) -
data(x+107,6)) * (prediccion_cv(x,1) - data(x+107,6));

    suma = suma +    MSE (x,1);

```

```

end

error_cuadratico_medio_validacion_k2 = suma/107;

error_cuadratico_medio_cv(1,2) =
error_cuadratico_medio_validacion_k2;

%k = 3 (215:322)

model = svmtrain([data(1:214,6); data(323:length(data),6)],
[datos_procesados(1:214,:);
datos_procesados(323:length(data),:)], param.libsvm);

%Correlacion datos de entrenamiento

prediccion_entrenamiento = svmpredict([data(1:214,6);
data(323:length(data),6)], [datos_procesados(1:214,:);
datos_procesados(323:length(data),:)], model);

R_entrenamiento = corrcoef(prediccion_entrenamiento,
[data(1:214,6); data(323:length(data),6)]);
r_cuadrado_entrenamiento(1,3) = R_entrenamiento(1,2);

% scatter(prediccion_entrenamiento, [data(1:214,6);
data(323:431,6)]);
% ylabel('Reales K=3 (215:322)');
% xlabel('Prediccion datos de entrenamiento K=3 (215:322)');
% title('correlacion datos de entrenamiento K=3 (215:322)');

% Calculo del error cuadratico medio datos
entrenamiento para K=3
% (215:322)

suma = 0;

for x = 1:214
    MSE (x,1) = (prediccion_entrenamiento(x,1) -
data(x,6)) * (prediccion_entrenamiento(x,1) - data(x,6));

    suma = suma + MSE (x,1);

end

for x = 215:323

```

```

        MSE (x,1) = (prediccion_entrenamiento(x,1) -
data(x+108,6)) * (prediccion_entrenamiento(x,1) - data(x+108,6));

        suma = suma + MSE (x,1);

end

error_cuadratico_medio_entrenamiento_k3 = suma/323;

error_cuadratico_medio_entrenamiento(1,3) =
error_cuadratico_medio_entrenamiento_k3;

%Correlacion datos de validacion

prediccion_cv = svmpredict(data(215:322,6),
datos_procesados(215:322,:), model);

R_cv = corrcoef(prediccion_cv, data(215:322,6));
r_cuadrado_cv(1,3) = R_cv(1,2);

% scatter(prediccion_cv, data(215:322,6));
% ylabel('Reales K=3 (215:322)');
% xlabel('Prediccion datos de Validación K=3 (215:322)');
% title('correlacion datos de Validación K=3 (215:322)');

% Calculo del error cuadratico medio datos de validacion para
K=3 (215:322)

suma = 0;

for x = 1:108
        MSE (x,1) = (prediccion_cv(x,1) -
data(x+214,6)) * (prediccion_cv(x,1) - data(x+214,6));

        suma = suma + MSE (x,1);

end

error_cuadratico_medio_validacion_k3 = suma/108;

error_cuadratico_medio_cv(1,3) =
error_cuadratico_medio_validacion_k3;

%k = 4 (323:431)

```

```

model = svmtrain(data(1:322,6), datos_procesados(1:322,:),
param.libsvm);

%Correlacion datos de entrenamiento

prediccion_entrenamiento = svmpredict(data(1:322,6),
datos_procesados(1:322,:), model);

R_entrenamiento = corrcoef(prediccion_entrenamiento,
data(1:322,6));
r_cuadrado_entrenamiento(1,4) = R_entrenamiento(1,2);

% scatter(prediccion_entrenamiento, data(1:322,6));
% ylabel('Reales K=4 (323:431)');
% xlabel('Prediccion datos de entrenamiento K=4 (323:431)');
% title('correlacion datos de entrenamiento K=4 (323:431)');

% Calculo del error cuadratico medio datos entrenamiento para
K=4
% (323:431)

suma = 0;

for x = 1:322
    MSE (x,1) = (prediccion_entrenamiento(x,1) -
data(x,6)) * (prediccion_entrenamiento(x,1) - data(x,6))
    suma = suma + MSE (x,1);
end

error_cuadratico_medio_entrenamiento_k4 = suma/322;

error_cuadratico_medio_entrenamiento(1,4) =
error_cuadratico_medio_entrenamiento_k4;

%Correlacion datos de validacion

prediccion_cv = svmpredict(data(323:length(data),6),
datos_procesados(323:length(data),:), model);

R_cv = corrcoef(prediccion_cv, data(323:length(data),6));
r_cuadrado_cv(1,4) = R_cv(1,2);

% scatter(prediccion_cv, data(323:431,6));
% ylabel('Reales K=4 (323:431)');
% xlabel('Prediccion datos de Validación K=4 (323:431)');
% title('correlacion datos de Validación K=4 (323:431)');

% Calculo del error cuadratico medio datos de validacion para
K=4

```

```

% (323,431)

suma = 0;

for x = 1:109
    MSE (x,1) = (prediccion_cv(x,1) - data(x+322,6)) *
(prediccion_cv(x,1) - data(x+322,6));
    suma = suma + MSE (x,1);
end

error_cuadratico_medio_validacion_k4 = suma/109;

error_cuadratico_medio_cv(1,4) =
error_cuadratico_medio_validacion_k4;

%Promediar resultados para el coeficiente de correlacion

r_final_entrenamiento = (r_cuadrado_entrenamiento(1,1) +
r_cuadrado_entrenamiento(1,2) + r_cuadrado_entrenamiento(1,3) +
r_cuadrado_entrenamiento(1,4))/4;
r_final_cv = (r_cuadrado_cv(1,1) + r_cuadrado_cv(1,2) +
r_cuadrado_cv(1,3) + r_cuadrado_cv(1,4))/4;

%scatter(aux, r_final_cv, 'b');
%hold on

%scatter(aux, r_final_entrenamiento, 'r');
%hold on

%Promediar resultados para el error cuadratico medio

MSE _final_entrenamiento =
(error_cuadratico_medio_entrenamiento(1,1)+
error_cuadratico_medio_entrenamiento(1,2)+error_cuadratico_medio_
entrenamiento(1,3)+error_cuadratico_medio_entrenamiento(1,4))/4
MSE _final_cv = (error_cuadratico_medio_cv(1,1) +
error_cuadratico_medio_cv(1,2)+
error_cuadratico_medio_cv(1,3)+error_cuadratico_medio_cv(1,4))/4

scatter(aux, MSE _final_entrenamiento , 'b');
hold on

scatter(aux, MSE _final_cv, 'r');
hold on

end

```

## ANEXO 6

### Valores de los parametros para K=1 ( 1 : 107 )

$$P(C_1) = \frac{7 + 1}{324 + 4} = 0.0243$$

$$P(C_2) = \frac{116 + 1}{324 + 4} = 0.3567$$

$$P(C_3) = \frac{194 + 1}{324 + 4} = 0.5945$$

$$P(C_4) = \frac{7 + 1}{324 + 4} = 0.024$$

Tabla 16. Probabilidades del diámetro dado la clase de salida  $R_a$ . Fuente: Diseño propio del autor

Diámetro	Clase Rugosidad	Probabilidad
1		0,1
2	1	0,2
3		0,7
1		0,2521
2	2	0,5378
3		0,2100
1		0,4060
2	3	0,2639
3		0,3299
1		0,5
2	4	0,1
3		0,4

Tabla 17. Probabilidad de la velocidad de avance dada la clase  $R_a$ .  
Diseño propio del autor

Velocidad de avance	Clase Rugosidad	Probabilidad
1	1	0,3636
2		0,4545
3		0,0909
4		0,0909
1	2	0,2666
2		0,3916
3		0,325
4		0,0166
1	3	0,1868
2		0,4090
3		0,2676
4		0,1363
1	4	0,0909
2		0,0909
3		0,3636
4		0,4545

Tabla 18. Probabilidad de la velocidad de giro (rpm) dada  $R_a$ . Diseño propio del autor

Velocidad de giro	Clase Rugosidad	Probabilidad
1	1	0,3636
2		0,3636
3		0,1818
4		0,0909
1	2	0,15
2		0,125
3		0,4083
4		0,3166

Tabla 18. Probabilidad de la velocidad de giro (rpm) dada  $R_a$ . Diseño propio del autor

Velocidad de giro	Clase Rugosidad	Probabilidad
1	3	0,1282
2		0,1282
3		0,3897
4		0,3692
1	4	0,0909
2		0,0909
3		0,4545
4		0,3636

Tabla 19. Probabilidad de la profundidad de corte dada la clase  $R_a$ . Diseño propio del autor

Profundidad de Corte	Clase Rugosidad	Probabilidad
1	1	0,4
2		0,5
3		0,1
1	2	0,5546
2		0,3529
3		0,0924
1	3	0,6142
2		0,3248
3		0,0609
1	4	0,6
2		0,3
3		0,1

Tabla 20. Probabilidad de la potencia dada la clase  $R_a$ . Diseño propio del autor

Profundidad de Corte	Clase Rugosidad	Probabilidad
1	1	0,0909
2		0,5454
3		0,2727
4		0,0909
1	2	0,1916
2		0,4083
3		0,3083
4		0,0916
1	3	0,0707
2		0,3737
3		0,3787
4		0,1767
1	4	0,0909
2		0,2727
3		0,4545
4		0,1818

**Valores de los parametros para K=2 ( 108 : 214 )**

$$P(C_1) = \frac{8 + 1}{324 + 4} = 0.0274$$

$$P(C_2) = \frac{110 + 1}{324 + 4} = 0.3384$$

$$P(C_3) = \frac{201 + 1}{324 + 4} = 0.6158$$

$$P(C_4) = \frac{5 + 1}{324 + 4} = 0.01829$$

Tabla 21. Probabilidades del diámetro dada la clase de salida  $R_a$ . Fuente: Diseño propio del autor

Diámetro	Clase Rugosidad	Probabilidad
1	1	0,0909
2		0,1818
3		0,7272
1	2	0,2477
2		0,51327
3		0,2389
1	3	0,3970
2		0,3186
3		0,2843
1	4	0,625
2		0,125
3		0,25

Tabla 22. Probabilidad de la velocidad de avance dada la clase  $R_a$ . Diseño propio del autor

Velocidad de avance	Clase Rugosidad	Probabilidad
1	1	0,5
2		0,3333
3		0,0833
4		0,0833
1	2	0,3070
2		0,37719
3		0,3070
4		0,00877
1	3	0,1756
2		0,4341
3		0,2634
4		0,1268
1	4	0,1111

Tabla 22. Probabilidad de la velocidad de avance dada la clase  $R_a$ .  
Diseño propio del autor

Velocidad de avance	Clase Rugosidad	Probabilidad
2		0,1111
3		0,2222
4		0,5555

Tabla 23. Probabilidad de la velocidad de giro (rpm) dada  $R_a$ . Diseño propio del autor

Velocidad de giro	Clase Rugosidad	Probabilidad
1		0,25
2		0,25
3	1	0,4166
4		0,0833
1		0,13157
2		0,1491
3	2	0,4298
4		0,28947
1		0,1268
2		0,14146
3	3	0,38048
4		0,3512
1		0,2222
2		0,1111
3	4	0,3333
4		0,3333

Tabla 24. Probabilidad de la profundidad de corte dada la clase  $R_a$ .  
Diseño propio del autor

Profundidad de Corte	Clase Rugosidad	Probabilidad
1		0,54545
2	1	0,36363

Tabla 24. Probabilidad de la profundidad de corte dada la clase  $R_a$ .  
Diseño propio del autor

Profundidad de Corte	Clase Rugosidad	Probabilidad
3		0,0909
1		0,60176
2	2	0,3274
3		0,07079
1		0,63725
2	3	0,2941
3		0,068
1		0,5
2	4	0,375
3		0,125

Tabla 25. Probabilidad de la potencia dada la clase  $R_a$ . Diseño propio del autor

Profundidad de Corte	Clase Rugosidad	Probabilidad
1		0,3333
2		0,3333
3	1	0,25
4		0,0833
1		0,1666
2		0,4298
3	2	0,31578
4		0,0877
1		0,0585
2		0,39024
3	3	0,3756
4		0,1756
1		0,1111
2		0,2222
3	4	0,3333
4		0,3333

**Valores de los parametros para K=3 ( 215 : 321 )**

$$P(C_1) = \frac{7 + 1}{324 + 4} = 0.02439$$

$$P(C_2) = \frac{109 + 1}{324 + 4} = 0.3353$$

$$P(C_3) = \frac{200 + 1}{324 + 4} = 0.6128$$

$$P(C_4) = \frac{8 + 1}{324 + 4} = 0.0274$$

Tabla 26. Probabilidades del diámetro dado la clase de salida  $R_\alpha$ . Fuente: Diseño propio del autor

Diámetro	Clase Rugosidad	Probabilidad
1		0,1
2	1	0,1
3		0,8
1		0,2232
2	2	0,52678
3		0,25
1		0,4433
2	3	0,266
3		0,29064
1		0,54545
2	4	0,0909
3		0,3636

Tabla 27. Probabilidad de la velocidad de avance dada la clase  $R_\alpha$ . Diseño propio del autor

Velocidad de avance	Clase Rugosidad	Probabilidad
1	1	0,4545

Tabla 27. Probabilidad de la velocidad de avance dada la clase  $R_a$ .  
Diseño propio del autor

Velocidad de avance	Clase Rugosidad	Probabilidad
2		0,3636
3		0,0909
4		0,0909
1		0,26548
2	2	0,3982
3		0,31858
4		0,01769
1		0,15196
2	3	0,40196
3		0,2892
4		0,15686
1		0,0833
2	4	0,0833
3		0,3333
4		0,5

Tabla 28. Probabilidad de la velocidad de giro (rpm) dada  $R_a$ . Diseño propio del autor

Velocidad de giro	Clase Rugosidad	Probabilidad
1		0,2727
2	1	0,2727
3		0,3636
4		0,0909
1		0,14159
2	2	0,14159
3		0,42477
4		0,29203
1		0,14215
2	3	0,11764
3		0,37254

Tabla 28. Probabilidad de la velocidad de giro (rpm) dada  $R_a$ . Diseño propio del autor

Velocidad de giro	Clase Rugosidad	Probabilidad
4	4	0,36764
1		0,1666
2		0,1666
3		0,4166
4		0,3333

Tabla 29. Probabilidad de la profundidad de corte dada la clase  $R_a$ . Diseño propio del autor

Profundidad de Corte	Clase Rugosidad	Probabilidad
1	1	0,5
2		0,4
3		0,1
1	2	0,65178
2		0,29464
3		0,05357
1	3	0,62068
2		0,31034
3		0,06896
1	4	0,5454
2		0,3636
3		0,0909

Tabla 30. Probabilidad de la potencia dada la clase  $R_a$ . Diseño propio del autor

Profundidad de Corte	Clase Rugosidad	Probabilidad
1	1	0,3636
2		0,2727
3		0,2727
4		0,0909
1	2	0,17699

Tabla 30. Probabilidad de la potencia dada la clase  $R_a$ . Diseño propio del autor

Profundidad de Corte	Clase Rugosidad	Probabilidad
2		0,4159
3		0,3097
4		0,0973
1		0,0882
2	3	0,3627
3		0,3480
4		0,20098
1		0,0833
2	4	0,25
3		0,4166
4		0,25

**Valores de los parametros para K=4 ( 322 : 431 )**

$$P(C_1) = \frac{8 + 1}{321 + 4} = 0.02769$$

$$P(C_2) = \frac{100 + 1}{321 + 4} = 0.31076$$

$$P(C_3) = \frac{206 + 1}{321 + 4} = 0.63692$$

$$P(C_4) = \frac{7 + 1}{321 + 4} = 0.02461$$

Tabla 31. Probabilidades del diámetro dado la clase de salida  $R_a$ . Fuente: Diseño propio del autor

Diámetro	Clase Rugosidad	Probabilidad
1	1	0,0909
2		0,1818

Tabla 31. Probabilidades del diámetro dado la clase de salida  $R_a$ . Fuente:  
Diseño propio del autor

Diámetro	Clase Rugosidad	Probabilidad
3		0,7272
1		0,2524
2	2	0,52427
3		0,2233
1		0,41148
2	3	0,29186
3		0,29665
1		0,6
2	4	0,1
3		0,3

Tabla 32. Probabilidad de la velocidad de avance dada la clase  $R_a$ .  
Diseño propio del autor

Velocidad de avance	Clase Rugosidad	Probabilidad
1		0,5833
2		0,25
3	1	0,0833
4		0,0833
1		0,2596
2	2	0,41346
3		0,30769
4		0,01923
1		0,15238
2	3	0,4333
3		0,24285
4		0,17142
1		0,0909
2	4	0,0909
3		0,2727
4		0,5454

Tabla 33. Probabilidad de la velocidad de giro (rpm) dada  $R_a$ . Diseño propio del autor

Velocidad de giro	Clase Rugosidad	Probabilidad
1	1	0,25
2		0,25
3		0,4166
4		0,0833
1	2	0,14423
2		0,125
3		0,42307
4		0,30769
1	3	0,1238
2		0,11904
3		0,4095
4		0,3476
1	4	0,1818
2		0,0909
3		0,2727
4		0,4545

Tabla 34. Probabilidad de la profundidad de corte dada la clase  $R_a$ . Diseño propio del autor

Profundidad de Corte	Clase Rugosidad	Probabilidad
1	1	0,6363
2		0,2727
3		0,0909
1	2	0,62135
2		0,29126
3		0,08737
1	3	0,62679

Tabla 34. Probabilidad de la profundidad de corte dada la clase  $R_a$ .  
Diseño propio del autor

Profundidad de Corte	Clase Rugosidad	Probabilidad
2		0,31578
3		0,0574
1		0,6
2	4	0,3
3		0,1

Tabla 35. Probabilidad de la potencia dada la clase  $R_a$ . Diseño propio del autor

Profundidad de Corte	Clase Rugosidad	Probabilidad
1		0,3333
2		0,5
3	1	0,0833
4		0,0833
1		0,1923
2		0,375
3	2	0,3269
4		0,10576
1		0,08095
2		0,37619
3	3	0,35714
4		0,1857
1		0,0909
2		0,1818
3	4	0,5454
4		0,1818

